ETH zürich Research Collection

Doctoral Thesis

Modulationsverfahren für einen zweistufigen Matrixkonverter zur Speisung von Drehstromantrieben

Author(s):
Zwimpfer, Patrick Michel

Publication Date:
2002

Permanent Link:

https://doi.org/10.3929/ethz-a-004387008 →

Rights / License:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted →

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection. For more information please consult the Terms of use.

ETH Library

Diss. ETH Nr. 14618

Modulationsverfahren für einen zweistufigen Matrixkonverter zur Speisung von Drehstromantrieben

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von

PATRICK MICHEL ZWIMPFER

Dipl. El.-Ing. ETH
geboren am 21. Juli 1970
von Triengen LU

angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. J. W. Kolar, Referent
Prof. em. Dr. H. Stemmler, Korreferent (Leiter der Dissertation)
Prof. Dr. A. Rufer, Korreferent

2002

Für Christine,
für meine Mutter Heidi,
für meinen Vater Franz und Daniela,
und für meine Geschwister Cédric und Nathalie

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 1997 bis 2002 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent an der Professur für Leistungselektronik und Messtechnik der ETH Zürich.

Herrn Professor Dr. H. Stemmler, der mir die Durchführung dieser interessanten Arbeit ermöglichte, möchte ich für seine über seine Pensionierung hinausreichende engagierte Unterstützung und für die Übernahme des Korreferates ganz herzlich danken.

Im weiteren danke ich Herrn Professor Dr. J. W. Kolar für sein Interesse an der Arbeit und für die Übernahme des Referates. Ebenfalls bedanke ich mich bei Herrn Professor Dr. A. Rufer für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Ein ganz besonderer Dank gebührt John Pellegrini und Edoardo Cima, die mich beide sowohl bei der Vorbereitung als auch beim Aufbau und bei der Inbetriebsetzung der Anlage äusserst tatkräftig unterstützt haben.

Den Mitarbeitern des elektronischen Labors möchte ich für die geleistete Mithilfe beim Aufbau der Laboranlage ebenfalls meinen Dank aussprechen, vor allem Peter Seitz, der mir bei der Fehlersuche an der Laboranlage mit Rat und Tat zur Seite stand. Zudem danke ich meinen Kollegen von der Professur für Leistungselektronik und Messtechnik für die interessanten Diskussionen, die sicher zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Auch möchte ich allen Studenten danken, die entweder mit einer Diplomarbeit oder Semesterarbeit einen Beitrag an diese Arbeit geleistet haben.

Den grössten Dank spreche ich meiner lieben Freundin Christine aus. Sie ist mir in all den Jahren tolerant zur Seite gestanden und hat sämtliche mit meiner Doktorarbeit verbundenen Freuden aber auch Schwierigkeiten miterlebt.

Ebenfalls bedanke ich mich bei meinen Eltern dafür, dass sie mir den Weg einer akademischen Ausbildung frühzeitig und überhaupt ermöglicht haben.

Die vorliegende Arbeit wurde in den ersten drei Jahren durch die **K**ommission für **T**echnologie und **I**nnovation (KTI) ermöglicht und mitfinanziert. An dieser Stelle danke ich Herrn Dr. A. Stoev von Integral Drive Systems AG als Leiter dieses Projektes. Die KTI ist dem **B**undesamt für **B**ildung und **T**echnologie (BBT) angegliedert und fördert den Wissenstransfer zwischen innovativen KMU und nicht gewinnorientierten Forschungsanstalten.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 5

Inhaltsverzeichnis 7

Zusammenfassung 15

Summary 17

Symbolverzeichnis 19

1 Einleitung 35

1.1 Grundidee des Matrixkonverters 35

1.2 Gliederung der Arbeit 37

1.3 Ausblick 40

2 Der einstufige und zweistufige Matrixkonverter 41

2.1 Der einstufige Matrixkonverter (EMK) 42

2.1.1 Struktur des EMK 42

2.1.2 Funktionsprinzip des EMK 47

2.1.3 Analytische Beschreibung der erlaubten Schaltzustände 48

2.2 Zweistufiger Matrixkonverter (ZMK) 51

2.2.1 Struktur des ZMK 51

2.2.2 Funktionsprinzip des ZMK 57

2.2.3 Benennung der Schaltungsstufen 60

2.2.4 Auflistung der erlaubten Schaltzustände 61

2.3 Zusammenfassender Vergleich 63

3 Gleichungen des zweistufigen Matrixkonverters 65

3.1 Gleichungen auf der Netzseite 67
3.1.1 Definition dreiphasiger und gleichphasiger Grössen ... 68
3.1.2 Netzspannungen und Netzströme 69
3.1.3 Allgemeine Gleichungen des Eingangsfilters 69
3.1.4 Einfluss einer Nullkomponente in der Netzspannung . 70
3.2 Gleichungen des Gleichrichters (GR) 71
3.2.1 Umschalter-Darstellung 72
3.2.2 GR-Schaltfunktionen 73
3.2.3 Erzeugung der DC-Spannungen 75
3.2.4 Erzeugung der netzseitigen AC-Ströme 80
3.3 Gleichungen des Wechselrichters (WR) 82
3.3.1 Umschalter-Darstellung 83
3.3.2 WR-Schaltfunktionen 84
3.3.3 Erzeugung der lastseitigen AC-Spannungen 86
3.3.4 Erzeugung des DC-Stromes 90
3.4 Gleichungen auf der Lastseite 94
3.4.1 Lastanordnungen einer ASM 94
3.4.2 Spannungs-Nullkomponenten (SNK) 98
3.5 Leistungen und Leistungsbilanz 100
3.5.1 Leistungen am zweistufigen Matrixkonverter (ZMK) . 100
3.5.2 Leistungen auf der Netz- und auf der Lastseite 101
3.6 Gleichungen auf Drehzeiger- und Zeigerebene 102
3.7 Mathematische Äquivalenz von EMK und ZMK 107
3.7.1 Die ZMK-Matrizengleichungen 107
3.7.2 Vergleich der Input-Output-Drehzeigergleichungen ... 108
3.7.3 Äquivalenzbedingungen zwischen EMK und ZMK 109
3.8 Zusammenfassung 110

4 Schaltungstopologien und Kommutierung 113

4.1 Bidirektionaler Schalter (BDS) 114
4.1.1 Unipolare Schalter (US) 114
4.1.2 Anforderungen an den BDS 114
4.1.3 Nachbildung eines BDS 115

4.2 Schaltungstopologie des EMK 116
4.2.1 Topologie mit 18 ein-/ausschaltbaren Halbleitern 117
4.2.2 Kommutierungsprinzipien 118

4.3 ZMK mit 2-Q GR bei vorgeschriebener Ansteuerung 123
4.3.1 Topologie mit 12 IGBT und 12 Dioden (Variante A) .. 123
4.3.2 Erzeugte GR-Grössen 124
4.3.3 Zeitpunkte für die Kommutierung 126
4.3.4 Kommutierungsvorgang 126

4.4 ZMK mit 4-Q GR bei freier Ansteuerung 127
4.4.1 Topologie mit 18 IGBT und 18 Dioden (Variante B) .. 127
4.4.2 Mögliche Verschaltungen der BDS beim GR 128
4.4.3 Erzeugte GR-Grössen 129
4.4.4 Kommutierung und Verriegelung 129

4.5 ZMK mit 2-Q GR bei eingeschränkter Ansteuerung 133
4.5.1 Topologie mit 15 IGBT und 18 Dioden (Variante C) .. 134
4.5.2 Erzeugte GR-Grössen 135
4.5.3 Kommutierung 135

4.6 ZMK mit 4-Q GR bei stromloser Kommutierung 136
4.6.1 Topologie mit 12 IGBT und 30 Dioden (Variante D) .. 137
4.6.2 Erzeugte GR-Grössen 137
4.6.3 Kommutierung 137

4.7 Weitere mögliche Topologien 139
4.7.1 ZMK mit weniger GR-Dioden 139
4.7.2 Topologie mit 14 IGBT und 14 Dioden 139

4.8 Zusammenfassung 140

5 Modulation 143

5.1 GR-Grundfrequenztaktung (GR-GFT) 145
5.1.1 Anforderung an die Schaltungstopologie 145
5.1.2 Zweistufige Pulsmustererzeugung mit GR-GFT 145
5.1.3 Vorgegebene GR-Modulationsfunktionen 147
5.1.4 Analytische Beschreibung der DC-Spannungen 148
5.1.5 Maximales Spannungsübersetzungsverhältnis 152
5.1.6 “Übersteuern ohne zu übersteuern” auf der WR-Seite 154
5.1.7 Resultierende WR-Modulationsfunktionen 162
5.1.8 WR-Ansteuerung mit USV 163
5.1.9 Modulationsgrade des ZMK 164
5.1.10 Resultierende Drehzeiger 166
5.1.11 Frequenzanalyse 167
5.1.12 Zusammenfassung 168

5.2 Drehzeigermodulation zur Erzeugung von sinusförmigen Ein- und Ausgangsgrössen 169
5.2.1 Eingangsstrom- und Ausgangsspannungsdrehzeiger .. 170
5.2.2 Stromdrehzeiger-Tastverhältnisse des GR 173
5.2.3 Spannungsdrehzeiger-Tastverhältnisse des WR 174
5.2.4 Zyklische Vertauschung der Modulationsfunktionen .. 179
5.2.5 Darstellung aller möglichen Drehzeigerkombinationen 179
5.2.6 Einfluss der Sequenz auf die Anzahl Schalthandlungen 181

5.3 Die *ud,max*-Modulationsmethode 183
5.3.1 Bestimmung des Gleichungssystems 186
5.3.2 Verlauf der erzeugten DC-Spannung 192
5.3.3 Auswahl einer optimalen Schaltsequenz 195
5.3.4 Erzeugung und Abtastung der Referenzsignale 200
5.3.5 Beschreibung der Modulationsgrade 201
5.3.6 Übersichtsbilder zur *ud,max*-Methode 203

5.4 Die *ud,min*-Modulationsmethode 213
5.4.1 Bestimmung des Gleichungssystems 214
5.4.2 Verlauf der erzeugten DC-Spannung 218
5.4.3 Drehzeiger-Tastverhältnisse und Schaltsequenz 221
5.4.4 Übersichtsbilder zur *ud,min*-Methode 224

5.5 Die *ud,beliebig*-Modulationsmethode 230
5.5.1 Bestimmung des Gleichungssystems 231
5.5.2 Konstante DC-Spannung 234
5.5.3 DC-Spannung mit sinusförmigem AC-Anteil 239
5.5.4 Übersichtsbilder zur *ud,beliebig*-Methode 241
5.6 Vergleich der Modulationsverfahren 248
5.6.1 Total Harmonic Distortion (THD) 248
5.6.2 Vergleich der gemittelten DC-Grössen 251
5.6.3 Gesamtstrombeanspruchung der Topologien 252
5.6.4 Strombeanspruchung der einzelnen Halbleiter 255
5.6.5 Vergleich zwischen EMK und ZMK 257
5.7 Modulation mit der Methode von Flächenbilanzen 262
5.7.1 Unterschied zur Drehzeigermodulation 263
5.7.2 Prinzip der prädiktiven Pulsmusterselektion 263
5.7.3 Bewertung der Methode 264
5.8 Unsymmetrische Netzbedingungen 264
5.9 Zusammenfassung 268

6 Eingangsfilter 271
6.1 Normierung 271
6.1.1 Bezugswerte 271
6.1.2 Interpretation der Bezugswerte 272
6.2 Auslegung eines LC-Filters 273
6.2.1 Topologie 273
6.2.2 Übertragungsfunktionen (ÜTF) 273
6.2.3 Auslegungskriterien 276
6.2.4 Vorgehen zur Bestimmung der Filterkomponenten 277
6.3 Rechtfertigung der Topologie 277
6.4 Überprüfung der Auslegungskriterien 279
6.4.1 Betrachtung im Frequenzbereich 279
6.4.2 Betrachtung im Zeitbereich 281
6.5 Zusammenfassung 285

7 Netzseitige Regelung 287

7.1 Modellierung der Regelstrecke 287
7.1.1 Signalflussdiagramm 288
7.1.2 Netzstrom-ÜTF auf Zeigerebene 289
7.1.3 GR-Eingangsspannungs-ÜTF auf Zeigerebene 290
7.2 Regelung mit dem WOK-Verfahren 290
7.2.1 Gekoppelte Regelstruktur 293
7.2.2 Offener Regelkreis 294
7.2.3 Geschlossener Regelkreis 295
7.3 Regelung mit entkoppeltem Streckenmodell 297
7.4 Bedingungen für die Netzstromregelung 299
7.4.1 Sollwertbildung für den Netzstrom 299
7.4.2 Minimaler Lastwirkstrom zur cos(φ)-Einstellung 300
7.5 Simulation 304
7.6 Zusammenfassung 306

8 Laboranlage 309

8.1 Bestandteile der Laboranlage 309
8.2 Zusammenspiel der Bestandteile 315
8.3 Messungen 318
8.3.1 Stationärer Betrieb 319
8.3.2 Einschalten des ZMK 322
8.3.3 Ausschalten des ZMK 323
8.4 Kaskadierte Lastregelung 326
8.5 Zusammenfassung 327

Anhang A
Koordinatensysteme und Transformationen 329

A.1 Dreiphasengrössen, Drehzeiger und Zeiger 329
A.1.1 Dreiphasengrössen / Drehzeiger-Transformationen 330
A.1.2 Drehzeiger / Zeiger-Transformationen 332

A.2 Gleichungen der Asynchronmaschine 335
A.2.1 Umlaufendes Koordinatensystem 335
A.2.2 Orientierung auf die Rotorflussverkettung 336

Anhang B
Leistungsdefinitionen 337
B.1 Momentanwerte 337
B.2 (Kurzzeit-)Mittelwerte 340

Anhang C
Daten und Normierung 341
C.1 Daten des Laboraufbaus und der Simulation 341
C.1.1 Netzseite und Eingangsfilter 341
C.1.2 Umrichter und Lastseite mit Asynchronmaschine 341
C.2 Normierung der physikalischen Grössen 343
C.2.1 Bezugsgrössen (Normierungsgrössen) 343
C.2.2 Normierung 344

Anhang D
Schalthandlungen 345

Anhang E
LC-Filter 351
E.1 Berechnung der Partialbruchkoeffizienten 351
E.2 Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Filters 353

Anhang F
Gleichung 4. Ordnung 357

Literatur 361

Lebenslauf 365

Zusammenfassung

Seit den frühen achtziger Jahren zeigen Matrixkonverter als dreiphasige AC-AC-Konverter einen neuen Trend auf, nämlich einen möglichst nur aus Halbleitern – heutzutage Silizium – bestehenden Frequenzumformer zu bauen, um so den Grundsatz des *"Full Silicon" Designs* mit möglichst wenigen reaktiven Bauteilen anzustreben. Dieser Trend ist wie folgt begründet: Halbleiterbauelemente werden von Jahr zu Jahr leistungsfähiger und kostengünstiger, da sie stark vom technologischen Fortschritt profitieren. Reaktive Bauteile wie Drosseln und Kondensatoren weisen hingegen nur geringe Entwicklungsperspektiven auf, weil sie für eine bestimmte Bauleistung aus physikalischen Gründen immer etwa gleich voluminös sowie schwer sind und deshalb teuer bleiben. Dennoch ist der vollständige Verzicht auf reaktive Speicherelemente unmöglich, da auf der Eingangsseite ein kleines kapazitives Netzfilter zur Reduzierung der Netzstrom-Oberschwingungen notwendig ist. Allerdings ist die Grösse dieses Filters bei hohen Taktfrequenzen klein.

Im Gegensatz zum konventionellen Spannungs-Zwischenkreisumrichter mit einem in seiner Lebensdauer begrenzten Elektrolyt-Kondensator auf der DC-Seite kommt der Matrixkonverter – vom Netzfilter abgesehen – ohne einen Energiezwischenspeicher aus. Der Matrixkonverter weist gar keine DC-Seite auf und besteht nur aus einer einzigen, mit bidirektionalen Schaltern ausgestatteten Stufe. Heute existiert ein solcher Schalter, der den Strom bidirektional führen und die Spannung bipolar blockieren kann noch nicht als monolithischer Halbleiter, das heisst als eine einzige Siliziumscheibe. Er muss infolgedessen aus einzelnen Abschaltelementen wie zum Beispiel IGBT und dazu Dioden zusammengesetzt werden. Der Aufbau eines solchen Schalters erfordert eine korrekte Ansteuerung aller diskreten steuerbaren Halbleiter, um eine sichere Kommutierung des Stromes im Umrichter ohne Spannungskurzschlüsse und Stromunterbrüche garantieren zu können.

Der in dieser Arbeit untersuchte Matrixkonverter-Typ verbindet die $50Hz$-Netzseite mit einer drehzahlgeregelten Asynchronmaschine auf der Lastseite. Er kann die Leistung in beiden Richtungen übertagen, besteht aber im Unterschied zum einstufigen Matrixkonverter aus zwei Umrichterstufen, nämlich einem netzseitigen Wechselspannungs-Gleichrichter und einem lastseitigen Gleichspannungs-Wechselrichter. Beide verbinden zwei verschiedene Drehstromsysteme über einen gemeinsamen, aus zwei Klemmen bestehenden DC-Zwischenkreis, der allerdings keine elektrischen Energiespeicher enthält. Trotz der leicht reduzierten Matrixeigenschaften des zwei-

stufigen Matrixkonverters, der höchstens zwei der drei Eingangsphasen gleichzeitig auf die Ausgangsphasen durchschalten kann, gelingt es mit Hilfe eines Vergleichs zu zeigen, dass dieser aufgrund von hergeleiteten Äquivalenzbedingungen gerade so angesteuert werden kann, dass an dessen AC-Anschlüssen ein identisches Input-Output-Verhalten auftritt wie beim einstufigen Matrixkonverter bei gleichwertiger Modulation.

Die Auslegung und der Vergleich verschiedener Modulationsverfahren bilden den Schwerpunkt dieser Arbeit und setzen eine gründliche analytische Modellierung des zweistufigen Matrixkonverters voraus, bei welchem sich die erzeugte DC-Spannung als zusätzlich wählbarer Freiheitsgrad für die Modulation herausstellt. Sie kann innerhalb gewisser Grenzen durch Vorgabe eines gewünschten kurzzeitigen Mittelwertes sowie einer im voraus definierten Schaltsequenz für die verschiedenen Schalter zwischen den DC-Klemmen frei aufgeprägt werden. Dabei fällt auf, dass die DC-Spannung durch den Modulator kontinuierlich, aufgrund des fehlenden Speichers fast ohne zeitliche Verzögerung verstellt werden kann, was bei einem Spannungs-Zwischenkreisumrichter nicht möglich ist. Je höher die DC-Spannung bei gegebener Leistung eingestellt wird, desto kleiner wird der DC-Strom und damit auch die Halbleiterstrombelastung, die also sehr stark von der gewählten Modulationsmethode abhängt. Je nach Realisierung der bidirektionalen Schalter ergeben sich unterschiedliche Gleichrichtertopologien, von denen vier Varianten bezüglich Kommutierung und Stromaufteilung in den Halbleitern untersucht und miteinander verglichen werden.

Der von der Netz- zur Lastseite verlaufende Spannungs-Konversionspfad und der in umgekehrter Richtung orientierte Strom-Konversionspfad bilden den Schlüssel für den Durchblick der Funktionsweise. Dank dieser getrennten Spannungs- und Strombetrachtung gelingt es mit dem Modulator, sowohl eine im Kurzzeitmittelwert sinusförmige Wechselrichter-Ausgangsspannung als auch einen im Kurzzeitmittelwert sinusförmigen Gleichrichter-Eingangsstrom aufzuprägen. Während die geschaltete Ausgangsspannung zur geregelten Einstellung der Maschinendrehzahl bzw. des Laststromes dient, lässt sich mit dem geschalteten Eingangsstrom mit Hilfe eines Netzstromreglers ein gewünschter Phasenverschiebungswinkel zwischen Netzspannung und gefiltertem Netzstrom unter bestimmten Lastbedingungen einstellen.

Ein Laboraufbau mit Messresultaten bestätigt die Machbarkeit des angestrebten *"Full Silicon" Designs*. Die Zeitverläufe und Amplitudenspektren der erzeugten Grössen zeigen, dass der zweistufige Matrixkonverter ein vollwertiger Frequenzumformer mit interessanten Zukunftsperspektiven ist.

Summary

Since the early eighties, there has been a trend to develop matrix converters as progressive three-phase AC-AC converters, and modern frequency converters have been built using a direct converter consisting mostly of semiconductor devices. In this way, it is possible to realise a *full silicon design*, preferably without any reactive components. This trend is based on the idea that semiconductor elements, strongly benefiting from technological progress, have become increasingly powerful and cheaper every year, whereas reactive components, such as coils and capacitors, have limited development potential and remain voluminous, bulky and expensive for a particular power rating. However, the total elimination of reactive storage elements is not possible because, on the supply side, capacitive filters are necessary to reduce current harmonics. The size of this filter can be kept small when the switching frequency is high.

In contrast to conventional DC voltage source AC-AC inverters, which are equipped with electrolytic capacitors that suffer from a quite short life cycle, matrix converters do not require any energy storage elements, exclusive of the small input filter. Matrix converters have no DC link and consist of a single converter stage with bi-directional switches. Today, no monolithic module, based on silicon dies, is available for such a bi-directional current conducting device that also blocks the voltage in both directions. Consequently, this device must be put together with discrete turn-off devices such as IGBTs and diodes. This set-up demands a precise control method for all switches to guarantee a safe current commutation from one phase to the next without causing any short-circuits or current interrupts.

In this thesis, the investigated matrix converter connects the supply to a speed controlled asynchronous machine on the load side, providing bi-directional power flow. This converter consists of two stages: an AC voltage source rectifier, followed by a DC voltage source inverter. These stages connect two independent three-phase systems using a common DC link, which is simply formed by two terminals without any electrical storage elements. In an analytical comparison it is shown that, on the basis of equivalence conditions, both one-stage and two-stage matrix converters can be controlled by a modulator in such a way that they produce the same input-output behaviour, under the assumption that just two of the three input phases are connected through to the output phases at any given time.

The computation and comparison of different modulation strategies are the main focus in this thesis. Therefore, detailed analytical modelling of the two-stage matrix converter is required. The generated DC link voltage emerges as an additional degree of freedom for the definition of the modulation strategy. In particular, a desired short term mean value for that DC voltage can, within limits, be continuously changed by the modulator with almost no time delay, employing an accurately defined switching sequence to control the different switches. This rapid adjustment of the DC voltage is not possible for conventional DC voltage source AC-AC inverters. If a higher DC voltage is chosen, the DC current will become lower, resulting in reduced current stress for the semiconductors at a given power rating. Thus, current stress highly depends on the chosen modulation method. The layout of the bi-directional switches results in different types of rectifiers. Four topologies of switches are compared for commutation and current requirements.

The key to understanding the function of the converter can be obtained by following the voltage conversion path from the supply side to the load, then returning back from the load side to the supply along the current conversion path. Due to the strict separation between voltage and current conversion, the modulator is able to generate an inverter output voltage with sinusoidal short term mean value and a rectifier input current with a sinusoidal short term mean value as well. The switched inverter output voltage allows control of the speed of the asynchronous machine, producing a certain load current under certain load conditions. The switched input current permits control of the phase shift angle between the supply voltage and the filtered supply current with the use of a current controller on the supply side.

A hardware prototype confirms the feasibility of the *full silicon design*. Measurements and calculated spectra of the generated values support the concept that the two-stage matrix converter can be used as a power frequency converter in the future.

Symbolverzeichnis

Erläuterungen

Dimensionsbehaftete und dimensionslose Grössen

Dimensionsbehaftete physikalische Grössen werden in der kursiven (z.B. Netzstrom i_{Na}), dimensionslose Grössen (wie z.B. normierte Grössen, Winkel, Modulationsgrad m) werden hingegen in der normalen Schriftart dargestellt (z.B. normierter Netzstrom $\mathrm{i_{Na}}$). Normierte Grössen sind in der Regel auf ihre Bezugsgrösse der jeweiligen physikalischen Einheit bezogen (z.B. Bezugsstrom I_B). Bei einem grösseren System bestehend aus Netz *und* Maschinengrössen ist es sinnvoll, neben Bezugsgrössen evtl. noch individuelle Bezugsgrössen (z.B. individueller Bezugsstrom I_{iB}) zu definieren. Bei der Normierung netzseitiger Grössen werden in erster Linie (lastunabhängige) Bezugsgrössen verwendet, während zur Normierung lastseitiger Grössen vorwiegend individuelle lastspezifische Bezugsgrössen zum Einsatz kommen (z.B. die Maschinen-(Stator)-Nennspannung $U_{iB} = U_{s,n}$).

Drehzeiger- und Zeigergrössen (komplexe Grössen)

In der folgenden Symbolliste werden alle Drehzeigergrössen im festen bzw. statorfesten Koordinatensystem angegeben. Zeigergrössen werden bezüglich der jeweiligen Grundschwingungsfrequenzen im synchron umlaufenden Koordinatensystem angegeben, welches sich auf der Netzseite auf die GS-Netzfrequenz und auf der Lastseite auf die (elektrische) GS-Lastfrequenz bezieht.

Zeitbereich: Momentanwerte, Amplituden, Mittelwerte

Zeitlich veränderliche Grössen – sogenannte Momentanwerte – werden mit Kleinbuchstaben geschrieben. Dazu gehören auch Kurzzeitmittelwerte. Durch die Angabe des Zeitargumentes t kann diese Zeitabhängigkeit verdeutlicht werden.

Konstanten, Amplituden, Effektivwerte und über die Zeit gemittelte Grössen werden gross geschrieben, sofern sie sich über den Betrachtungszeitraum genügend stationär verhalten.

Zur Unterscheidung werden Effektivwerte X_{eff} im Gegensatz zu Amplituden X mit einem zusätzlichem Index eff versehen.

Frequenzbereich: Frequenzgänge, Frequenzargumente

Grössen im Frequenzbereich werden durch die Angabe des Frequenzargumentes f bzw. $j\omega$ hervorgehoben.

Matrizen und Vektoren

Matrizen werden fett und gross, Vektoren fett und klein geschrieben.

Zeit-, Frequenz- und Winkelgrössen

t	Zeit, Zeitargument
T	Periodendauer (bedeutet auch IGBT-Bezeichnung!)
T_s	Abtastzeit
f	Frequenz
ω	Kreisfrequenz ($\omega = 2\pi f$)
φ	Phasenwinkel, Phasenlage
$\Delta\varphi$	Phasenverschiebungswinkel
D	Platzhalter für die Dreiphasenwinkel $0°$, $-120°$, $120°$
ϑ	Sektorwinkel

Elektrische Grössen des EMK

$i_{a,b,c}$	Netzstrom-Phasenwerte
$i_{x,y,z}$	Laststrom-Phasenwerte
$u_{a,b,c0}$	Netzspannungs-Phasenwerte
$u_{x,y,z0}$	Lastspannungs-Phasenwerte
$u_{xa,b,c}$	Schalterspannungs-Phasenwerte über dem Umschalter x
$u_{ya,b,c}$	Schalterspannungs-Phasenwerte über dem Umschalter y
$u_{za,b,c}$	Schalterspannungs-Phasenwerte über dem Umschalter z

Elektrische Grössen des ZMK

Netz-Seite

f_N	Netz-(GS)-Frequenz (auch Eingangsfrequenz genannt)
$i_{Ca,b,c}$	Filterkondensatorstrom-Phasenwerte
$\underline{I}_C$	Filterkondensatorstromzeiger
I_C	GS-Amplitude des Filterkapazitätsstromes von $i_{Ca,b,c}$
$i_{Na,b,c}$	Netzstrom-Phasenwerte
$\underline{I}_N$	Netzstromzeiger
I_N	Netzstrom-GS-Amplitude von $i_{Na,b,c}$
i_{N0}	Strom im Netz-Nulleiter ($i_{N0} = 0$),
	Anfangsbedingung für alle Netzströme ($i_{N0} = i_N(t = 0)$)
$i_{La,b,c}$	Strom-Phasenwerte in den Filterdrosseln
i_{L0}	Anfangsbedingung für alle Drosselströme ($i_{L0} = i_L(t = 0)$)
p_N	momentane Leistung am Netzanschluss
P_N	mittlere Netz-(Wirk)-Leistung
p_F	momentane Leistung im Eingangsfilter
P_F	mittlere Verlustleistung im Eingangsfilter
$u_{Ca,b,c0}$ /	Spannungs-Phasenwerte über den Filterkapazität C_F
$u_{Ca,b,cK}$	bezüglich 0 bzw. K(= GR-Eingangsspannungen
$u_{Cab,bc,ca}$	verkettete Spannungen über der Filterkapazität C_F
$\vec{u}_C$	Drehzeiger der Spannung über der Filterkapazität C_F
$\underline{U}_C$	Zeiger der Spannung über der Filterkapazität C_F
U_C	GS-Amplitude der Filterkapazitätsspannungen $u_{Ca,b,c0}$
u_{K0}	Spannung zwischen dem Kondensator-Sternpunkt (K) und 0
$u_{Na,b,c0}$	Netzspannungs-Phasenwerte bezogen auf Netz-Null (0)
$u_{Nia,b,c0}$	innere Netzspannungs-Phasenwerte bezogen auf 0
$\underline{U}_N$	Netzspannungszeiger
U_N	Netzspannungs-GS-Amplitude von $u_{Na,b,c0}$
$u_{Ltga,b,c}$	Dreiphasige Spannungsabfälle über der Zuleitungsimpedanz
$u_{L(f)a,b,c}$	Spannungs-Phasenwerte über der Filterinduktivität L_F

Z_{GR} Filter-Ausgangsimpedanz

Gleichrichter-(GR)-Seite

$i_{GRa,b,c}$ Phasenwerte der GR-Eingangsströme

$\vec{i}_{GR}$ GR-Eingangsstromdrehzeiger

$\underline{I}_{GR}$ GR-Eingangsstromzeiger

I_{GR} GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude von $i_{GRa,b,c}$

$i_{GRpa,b,c}$ Phasenwerte der GR-Zweigströme am p-Umschalter

$i_{GRna,b,c}$ Phasenwerte der GR-Zweigströme am n-Umschalter

p_{GR} momentane Leistung auf der Netz-Seite des GR

P_{GR} mittlere GR-Eingangs-(Wirk)-Leistung

$u_{GRa,b,c0}$ Phasenwerte der GR-Eingangsspannungen (= $u_{Ca,b,c0}$)

$u_{GRab,bc,ca}$ verkettete GR-Eingangsspannungen (= $u_{Cab,bc,ca}$)

$\vec{u}_{GR}$ GR-Eingangsspannungsdrehzeiger

$\underline{U}_{GR}$ GR-Eingangsspannungszeiger

U_{GR} GR-Eingangsspannungs-GS-Amplitude von $u_{GRa,b,c0}$
bei Vernachlässigung des Eingangsfilters gilt: $U_{GR} = U_N$

$u_{GRpa,b,c}$ Phasenwerte der GR-Spannungen über dem p-Umschalter

u_{GR0} Anfangsbedingung für die GR-Eingangsspannung

$u_{GRna,b,c}$ Phasenwerte der GR-Spannungen über dem n-Umschalter

Z_{GR} GR-Eingangsimpedanz = Eingangsfilter-Ausgangsimpedanz

DC-Zwischenkreis

f_d Frequenz des rein sinusförmig modulierten AC-Anteiles, der als Überlagerung zum DC-Anteil bei der Erzeugung der DC-Spannung u_d hinzukommt (siehe Abschnitt 5.5.3)

i_d Zwischenkreisstrom

$i_{dp,n}$ p- bzw. n-seitiger Zwischenkreisstrom

p_d momentane Leistung im DC-Zwischenkreis

u_d DC-(Differenz)-Spannung (zwischen p- und n-Pol)

u_{dp0} DC-Spannung zwischen p-Pol und Netz-Null (0)

u_{dn0}	DC-Spannung zwischen n-Pol und Netz-Null (0)
u_{dpM}	DC-Spannung zwischen p-Pol und DC-Mitte (M)
u_{dnM}	DC-Spannung zwischen n-Pol und DC-Mitte (M)
u_{M0}	DC-Mittenspannung zwischen M und Nullleiter (0)

Wechselrichter-(WR)-Seite

$i_{WRx,y,zp}$	Phasenwerte der p-seitigen Zweigströme
$i_{WRx,y,zn}$	Phasenwerte der n-seitigen Zweigströme
p_{WR}	momentane Leistung auf der Last-Seite des WR
P_{WR}	mittlere WR-Ausgangs-(Wirk)-Leistung
$u_{WRx,y,z0}$	WR-Ausgangsspannungen bezüglich Netz-Null (0)
$u_{WRx,y,zM}$	WR-Ausgangsspannungen bezüglich DC-Mitte (M)
$u_{WRxy,yz,zx}$	verkettete WR-Ausgangsspannungen
$u_{WRx,y,zp}$	p-seitige Phasenwerte der WR-Umschalterspannungen
$u_{WRx,y,zn}$	n-seitige Phasenwerte der WR-Umschalterspannungen
$\vec{u}_{WR}$	WR-Ausgangsspannungsdrehzeiger
$\underline{U}_{WR}$	WR-Ausgangsspannungszeiger
U_{WR}	WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude (= U_L) von $u_{WRx,y,z0}$ bzw. $u_{WRx,y,zM}$ bzw. $u_{Lx,y,zS}$

Last-Seite

f_L	Last-(GS)-Frequenz (auch Ausgangsfrequenz genannt)
$i_{Lx,y,z}$	Laststrom-Phasenwerte (= WR-Ausgangsströme)
$\vec{i}_L$	Laststromdrehzeiger
$\underline{I}_L$	Laststromzeiger
I_L	Laststrom-GS-Amplitude von $i_{Lx,y,z}$
p_L	momentane (elektrische) Leistung an der Last
P_L	mittlere Last-(Wirk)-Leistung
$u_{Lx,y,zS}$	Phasenwerte der Lastspannungen bezüglich Sternpunkt (S)
$\vec{u}_L$	Lastspannungsdrehzeiger
$\underline{U}_L$	Lastspannungszeiger

U_L	Lastspannungs-GS-Amplitude (= U_{WR})
	von $u_{Lx,y,zS}$ bzw. $u_{WRx,y,z0}$ bzw. $u_{WRx,y,zM}$
u_{S0}	Spannung zwischen Laststernpunkt (S) und Netz-Null (0)
u_{SM}	Spannung zwischen Laststernpunkt (S) und DC-Mitte (M)

Grössen der Asynchronmaschine

f_{Lg}	Grenzfrequenz, oberhalb derer der Feldschwächbetrieb gilt
$i_{sx,y,z}$	Statorwicklungsstrom-Phasenwerte bei ☆-Schaltung
$i_{sxy,yz,zx}$	Statorwicklungsstrom-Phasenwerte bei Δ-Schaltung
$\underline{I}_s$	Statorstromzeiger
$i_{rx,y,z}$	Rotorstrom-Phasenwerte
$\underline{I}_r$	Rotorstromzeiger
I_{rm}	Rotorseitiger Magnetisierungsstrom ($I_{rm} = \Psi_r / M$)
J	Massenträgheitsmoment
ü	Übersetzungsverhältnis der ASM
M	Kopplungsinduktivität zwischen Stator und Rotor der ASM
L_s, L_r	Stator- / Rotorseitige Induktivität der ASM
$L_{s\sigma}$, $L_{r\sigma}$	Stator- / Rotorseitige Streuinduktivität der ASM
L_{sh}, L_{rh}	Stator- / Rotorseitige Hauptinduktivität der ASM
	($L_{sh} = L_s - L_{s\sigma} = M \cdot$ ü und $L_{rh} = L_r - L_{r\sigma} = M /$ ü)
m_d	erzeugtes (Antriebs-)Drehmoment
m_l	Gegendrehmoment der Last
M_k	Kippmoment der ASM
n	mechanische Drehzahl
p_m	momentane mechanische Leistung ($p_m = \omega_m \cdot m_d$)
p_s	momentane elektrische Leistung am Stator
P_s	mittlere vom Stator aufgenommene (Wirk)-Leistung
R_s, R_r	Stator- und Rotorwiderstand der ASM
T_s, T_r	Stator- und Rotorzeitkonstante der ASM
$u_{sx,y,zS}$	Statorwicklungsspannungs-Phasenwerte bei ☆-Schaltung

$u_{sxy,yz,zx}$	Statorwicklungsspannungs-Phasenwerte bei Δ-Schaltung
$\underline{U}_s$	Statorspannungszeiger
$u_{rx,\,y,\,zS}$	Phasenwerte der Rotorspannungen bezüglich Sternpunkt (S)
$\underline{U}_r$	Rotorspannungszeiger ($\underline{U}_r = 0$ und $u_{rx,\,y,\,zS} = 0$)
Z_s	Statorimpedanz (=Lastimpedanz)
z_p	Polpaarzahl der ASM
σ	Totaler Streufaktor der ASM
σ_s, σ_r	stator- und rotorseitiger Streufaktor der ASM
ω_s	elektrische Kreisfrequenz des Stators
ω_r	elektrische Kreisfrequenz des Rotors
ω_{sp}	elektrische Schlupfkreisfrequenz
ω_m	mechanische Kreisfrequenz des Rotors ($\omega_m = \omega_r / z_p$)
$\underline{\Psi}_s$, $\underline{\Psi}_r$	Stator- / Rotorflussverkettungszeiger
Ψ_r	GS-Amplitude der Rotorflussverkettung

Modulationsgrössen des EMK

SSK_{EMK}	Menge aller erlaubten Schalterstellungskombinationen
$SZ_{xyz,EMK}$	erlaubter bzw. gültiger Schaltzustand des EMK (auch als $SSK_{xyz,EMK}$ geschrieben)
m, $s_{xa,b,c}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionen des x-Umschalters
m, $s_{ya,b,c}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionen des y-Umschalters
m, $s_{za,b,c}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionen des z-Umschalters
$\mathbf{M}_{EMK}$, $\mathbf{S}_{EMK}$	3×3-Modulationsmatrix / 3×3-Schaltmatrix des EMK
$\vec{m}_a$, $\vec{s}_a$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{x,y,za}$
$\vec{m}_b$, $\vec{s}_b$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{x,y,zb}$
$\vec{m}_c$, $\vec{s}_c$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{x,y,zc}$
$\vec{m}_x$, $\vec{s}_x$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{xa,b,c}$
$\vec{m}_y$, $\vec{s}_y$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{ya,b,c}$
$\vec{m}_z$, $\vec{s}_z$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{za,b,c}$

Modulationsgrössen des ZMK

f_T	Taktfrequenz (=Schaltfrequenz)
SSK_{ZMK}	Menge aller erlaubten Schalterstellungskombinationen
$SSK_{ZMK,0}$	Menge aller Nullzustands-Schalterstellungskombinationen
SSK_{GR}	Menge aller erlaubten GR-Schalterstellungskombinationen
$SSK_{GR,0}$	Menge aller erlaubten GR-Nullzustands-Schalterstellungskombinationen
SSK_{WR}	Menge aller erlaubten WR-Schalterstellungskombinationen
$SSK_{WR,0}$	Menge aller erlaubten WR-Nullzustands-Schalterstellungskombinationen
$SZ_{pn\ xyz,ZMK}$	erlaubter bzw. gültiger Schaltzustand des ZMK mit der Schalterstellung (pn xyz) mit $p,n \in \{a,b,c\}$; $x,y,z \in \{p,n\}$ (auch als Schaltzustand $SZ_{01,\ldots,72}$ geschrieben)
$SZ_{pn\ xyz,ZMK,0}$	erlaubter Schalt-Nullzustand des ZMK
$SZ_{pn,GR}$	erlaubter bzw. gültiger Schaltzustand des GR mit der Schalterstellung (pn) mit $p,n \in \{a,b,c\}$
$SZ_{pn,GR,0}$	erlaubter Schalt-Nullzustand des GR
$SZ_{xyz,WR}$	erlaubter bzw. gültiger Schaltzustand des WR
$SZ_{xyz,WR,0}$	erlaubter Schalt-Nullzustand des WR
m, $s_{pa,b,c}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionen des p-Umschalters
m, $s_{na,b,c}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionen des n-Umschalters
m, $s_{a,b,c}$	kombinierte GR-Modulations- / Schaltfunktionen
m, $s_{xp,n}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionen des x-Umschalters
m, $s_{yp,n}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionen des y-Umschalters
m, $s_{zp,n}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionen des z-Umschalters
m, $s_{x,y,z}$	kombinierte WR-Modulations- / Schaltfunktionen
m	(Gesamt-)Modulationsgrad des ZMK, $m = [0\ldots1]$
$m_{max} = 1$	Spitzenwert von m, also $m_{max} = max(m)$
m_{GR}	(dynamischer) Modulationsgrad des GR
m_{WR}	(dynamischer) Modulationsgrad des WR
$\mathbf{M}_{ZMK}, \mathbf{S}_{ZMK}$	3×3-Modulationsmatrix / 3×3-Schaltmatrix des ZMK

$\mathbf{S}_{p,ZMK}$	p-seitige 3×3-Teil-Schaltmatrix des ZMK
$\mathbf{S}_{n,ZMK}$	n-seitige 3×3-Teil-Schaltmatrix des ZMK
$\vec{m}_{GR}$, $\vec{s}_{GR}$	GR-Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger (m, $s_{a,b,c}$)
$\vec{m}_{GRp}$, $\vec{s}_{GRp}$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{pa,\,b,\,c}$
$\vec{m}_{GRn}$, $\vec{s}_{GRn}$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{na,\,b,\,c}$
$\vec{m}_{WR}$, $\vec{s}_{WR}$	WR-Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger (m, $s_{x,y,z}$)
$\vec{m}_{WRp}$, $\vec{s}_{WRp}$	Modulations-/Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{x,y,zp}$
$\vec{m}_{WRn}$, $\vec{s}_{WRn}$	Modulations- /Schaltfunktionsdrehzeiger von m, $s_{x,y,zn}$
$\underline{M}_{GR}$, $\underline{S}_{GR}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{a,b,c}$
$\underline{M}_{GRp}$, $\underline{S}_{GRp}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{pa,b,c}$
$\underline{M}_{GRn}$, $\underline{S}_{GRn}$	GR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{na,b,c}$
$\underline{M}_{WR}$, $\underline{S}_{WR}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{x,y,z}$
$\underline{M}_{WRp}$, $\underline{S}_{WRp}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{x,y,zp}$
$\underline{M}_{WRn}$, $\underline{S}_{WRn}$	WR-Modulations- / Schaltfunktionszeiger von m, $s_{x,y,zn}$
s_H	Träger-/Hilfssteuersignal für PWM, $s_H = [0\ldots1]$ oder $s_H = [-1\ldots1]$
$s_{ref,i}$	i-tes Referenzsignal zur Erzeugung einer bestimmten Pulsmustersequenz, $s_{ref,i} = [0\ldots1]$
τ	zeitliches Tastverhältnis einer gültigen Drehzeigerposition bezogen auf eine Taktperiode T_T
P_{Leit}	mittlere Leitverluste
P_{Schalt}	mittlere Schaltverluste
$I_{PLeit,T/D,m}$	über alle IGBT bzw. Dioden aufsummierter Strommittelwert, der zu den Leitverlusten P_{Leit} beiträgt.
$I_{PLeit,T/D,eff}$	über alle IGBT bzw. Dioden aufsummierter Stromeffektivwert, der zu den Leitverlusten P_{Leit} beiträgt.

Die Bezeichnungen *Modulationsfunktion* bzw. *Schaltfunktion* sind zu den Bezeichnungen *Modulationssignal* bzw. *Schaltsignal* völlig gleichwertig.

Klemmen- und Schalterbezeichnungen

a,b,c	Anschlüsse auf der Netzseite
p,n	Klemmen im DC-Zwischenkreis
x,y,z	Anschlüsse auf der Lastseite
0	Netz-Nulleiter als Bezugspotential (Netz-Null)
K	Sternpunkt der Filterkapazitäten auf der Netzseite
M	Potential-Mitte des DC-Zwischenkreises (=DC-Mitte)
S	Sternpunkt der Maschine (=Laststernpunkt)
BP	allgemeiner Spannungs-Bezugspunkt
r,s,t	allgemeine Phasenbezeichnungen eines Dreiphasensystems
S_{ijk}	Halbleiter-Schalter bestehend aus IGBT T_{ijk} und Diode D_{ijk} ($i \in \{p,n,x,y,z\}$, $j \in \{a,b,c,p,n\}$, $k \in \{\ ,1,2\}$)
S_l	Halbleiter-Schalter bestehend aus einem IGBT T_l und zwei Dioden $D_{l,k}$ ($l \in \{a,b,c\}$, $k \in \{1,2\}$)
T_{ijk}, T_l	IGBT-Bezeichnungen ($i \in \{p,n,x,y,z\}$, $j \in \{a,b,c,p,n\}$, $k \in \{\ ,1,2\}$, $l \in \{a,b,c\}$)
D_{ijk}, $D_{l,k}$	Dioden-Bezeichnungen ($i \in \{p,n,x,y,z\}$, $j \in \{a,b,c,p,n\}$, $k \in \{\ ,1,2\}$, $l \in \{a,b,c\}$)
BDS_{ij}	Bidirektionaler Schalter zwischen Anschlüssen i und j

Elektrische Elemente

$C_F = C$	Filterkapazität
$L_F = L$	Filterinduktivität
L_{Ltg}	Induktivität der Leitung am Netzeingang
R_F	Dämpfungswiderstand für das LC-Eingangsfilter
R_{Ltg}	Ohmscher Widerstand der Leitung am Netzeingang
Z_{Ltg}	Leitungsimpedanz am Netzeingang

Indizes und besondere Symbole

a_i, b_i, c_i, d_i	Zählerpolynomkoeffizienten der ÜTF G_a, G_b, G_c, G_d
g_i, h_i, m_i, n_i	Zählerpolynomkoeffizienten der ÜTF G_g, G_h, G_m, G_n
e_i	Nennerpolynomkoeffizienten aller obigen ÜTF $i = \{1,2,3,\ldots\}$
k_0	Verstärkungsvorfaktor der offenen Regelstrecke
k_P, k_I	P- und I-Reglerverstärkungsfaktoren für PI-Regler $G_R(s)$
D	Dämpfung eines Systems zweiter Ordnung
D_C	Dämpfung des geschlossenen Regelkreises
Q	Güte eines Systems zweiter Ordnung ($Q = 2D$)
ω_0	Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Strecke
ω_C	dominierende Eigenkreisfrequenz des geschlossenen Regelkreises
$\underline{G}_{X1 \to X2}(j\omega)$	komplexer Frequenzgang des Verhältnisses zwischen den zwei Grössen $\underline{X}_1(j\omega)$ und $\underline{X}_2(j\omega)$
$G_S(s)$	ÜTF der **S**trecke
$G_R(s)$	ÜTF des **R**eglers
$G_0(s)$	ÜTF des offenen Regelkreises (“***o**pen loop*”)
$G_C(s)$	ÜTF des geschlossenen Regelkreises (“***c**losed loop*”)
z_i	i-te Nullstelle einer ÜTF (”***z**eros*”)
p_i	i-ter Pol einer ÜTF (”***p**oles*”)
$si_{1,\ldots,6}$	Stromsektoren 1 bis 6
$su_{1,\ldots,6}$	Spannungssektoren 1 bis 6
THD_x	***T**otal **H**armonic **D**istortion* (THD) der Grösse x
$x_{a,b,c}$	Augenblickswerte / Dreiphasen-Tripel einer Netzgrösse
$x_{ab,bc,ca}$	verkettete Augenblickswerte einer Netzgrösse
$x_{r,s,t}$	allgemeine Augenblickswerte (siehe Anhang A.1)
$x_{x,y,z}$	Augenblickswerte / Dreiphasen-Tripel einer Lastgrösse
$x_{xy,yz,zx}$	verkettete Augenblickswerte einer Lastgrösse
x_N	netzbezogene Grösse
x_{GR}	**G**leich**r**ichter-(GR)-Grösse

x_d	DC-Zwischenkreis-Grösse
x_{WR}	**W**echsel**r**ichter-(WR)-Grösse
x_L	lastbezogene Grösse
x_s	Statorgrösse der ASM
x_r	Rotorgrösse der ASM
x_{diff}	Grösse, die aus einer Differenz entsteht
x_w	Wunsch- oder Soll-Grösse
x_x	Mess- oder Ist-Grösse, abgetastete Grösse
x_u	Stellgrösse
x_v	Störgrösse, auch als verketteter Wert bei Dreiphasengrössen der ASM-Wicklungsspannungen verwendet
X_{wirk}, X_{blind}	Wirkanteil und Blindanteil von $\underline{X}$
$\vec{x}$	komplexer Drehzeiger der Dreiphasengrössen $x_{a,\,b,\,c}$
x_α, x_β	Real- und Imaginärteil der Drehzeigergrösse $\vec{x}$
X_d, X_q	Real- und Imaginärteil der Zeigergrösse $\underline{X}$
x_{Null}	Gleichphasige (Null-)Komponente der Phasengrössen $x_{a,b,c}$
x_{3ph}	Dreiphasiger Anteil von $x_{a,\,b,\,c}$ ($x_{a,b,c,3ph} = x_{a,b,c} - x_{Null}$)
x_{GS}	Grundschwingung[1] der Phasengrösse x
x_{OS}	Oberschwingungen der Phasengrösse x ($x_{a,b,c,OS} = x - x_{GS}$)
x_{SHn}	**S**ub**h**armonische der Ordnung n (n = f_{GS} / f_{ZMK})[2]
X	Amplitude der Grösse x oder konstanter Wert
X_{eff}	Effektivwert der Grösse x
$\underline{X}$	komplexer Zeiger der Dreiphasengrössen $x_{a,b,c}$
X_m	linearer Mittelwert der Grösse x oder mechanische Grösse der ASM
x_{km}	Kurzzeitmittelwert der Grösse x
$\bar{x}$	gleitender Mittelwert der Grösse x
x_{max}	Maximalwert der Grösse x

1) Bei GS-Amplituden wird der Index GS in der Regel weggelassen.
2) Definition von f_{ZMK} siehe auf Gl. (5.28) auf Seite 168

x_{min}	Minimalwert der Grösse x
x_{med}	zwischen dem Minimum und Maximum liegende Grösse x
x_n	Nennwert/-grösse der Grösse x
X_B	Bezugswert/-grösse der Grösse x
X_{iB}	individueller Bezugswert/-grösse der Grösse x
x	auf den Bezugswert X_B normierter Wert der Grösse x
x_i	auf den individuellen Bezugwert X_{iB} normierter Wert der Grösse x
x_{pu}	Normierter Wert bei griechischen Symbolen (Anhang C.2.2)
u_{BP}	Spannung u mit allgemeinem Bezugspotential BP
x_{HW}	auf die Hardware bezogene Grösse x
x_k	den Kommutierungsvorgang betreffend
$x_{i1,2,\ldots}$	Partialbruchkoeffizienten für den Netzstrom $I_N(s)$
$x_{u1,2,\ldots}$	Partialbruchkoeffizienten für die Eingangsspannung $U_{GR}(s)$
☆	“Stern-” bzw. in Sternschaltung betrieben
Δ	“Dreieck-” bzw. in Dreieckschaltung betrieben

Mathematische Symbole

$\boldsymbol{X}$	Matrix (Dimension m x n)
$\boldsymbol{X}^T$	Transponierte Matrix
$\boldsymbol{x}$	Vektor (Dimension m x 1)
$Re(\underline{x})$	Realteil der komplexen Grösse $\underline{x}$
$Im(\underline{x})$	Imaginärteil der komplexen Grösse $\underline{x}$
j	imaginäre Einheit
$\underline{x}^*$	konjugiert komplexer Wert der komplexen Grösse $\underline{x}$
$\arg(\underline{x})$	Winkel (=Argument) einer komplexen Zahl
●–○	Fourier- bzw. Laplace-Transformation: Zeitbereich ↔ Frequenzbereich
s	Laplace-Variable
mod	Modulo-Operation

#	Anzahl
=	gleich
≅	entspricht
≈	ungefähr
~	proportional
x ÷ y	durchnumeriert bzw. durchbuchstabiert von x *bis* y
∈	ist Element von
{ …,…, }	Menge mit einem oder mehreren Elementen
[…]	Intervall- bzw. Bereichsangabe

Abkürzungen

AC	***a**lternating **c**urrent*
ASM	**As**ynchron**m**aschine
BBT	**B**undesamt für **B**ildung und **T**echnologie
BDS	**B**i**d**irektionaler **S**chalter
BP	**B**ezugs**p**otential
bzw.	**b**e**z**iehungs**w**eise
CS	***c**urrent **s**ource*
CSI	***c**urrent **s**ource **i**nverter*
CSR	***c**urrent **s**ource **r**ectifier*
DC	***d**irect **c**urrent*, Gleichgrösse, Zeitmittelwert
d.h.	**d**as **h**eisst
DSP	***D**igital **S**ignal **P**rocessor*
DUR	**D**irekt**u**m**r**ichter
DWO	***D**igital **W**aveform **O**utput*
el.	elektrisch
EMK	**e**instufiger **M**atrix**k**onverter
ETH	**E**idgenössische **T**echnische **H**ochschule
evtl.	eventuell
FOR	**F**eld**o**rientierte **R**egelung

GFT	**G**rund**f**requenz**t**aktung
ggT	**g**rösster **g**emeinsamer **T**eiler
Gl.	Gleichung(en)
GM	**G**leichstrom-**M**aschine
GPIB	***G**eneral **P**urpose **I**nterface **B**us*
GR	**G**leich**r**ichter
GS	**G**rund**s**chwingung
HL	**H**alb**l**eiter
HW	***H**ard**w**are*
IGBT	***I**nsulated **G**ate **B**ipolar **T**ransistor*
kgV	**k**leinstes **g**emeinsames **V**ielfache
KMU	**k**leine und **m**ittlere **U**nternehmen
KO	**K**athodenstrahl-**O**szilloskop
komb.	kombiniert(e)
konst	konstant
KTI	**K**ommission für **T**echnologie und **I**nnovation
LEM	Professur für **Le**istungs**e**lektronik und **M**esstechnik
mech.	mechanisch
MK	**M**atrix**k**onverter[3]
OS	**O**ber**s**chwingung
PC	***P**ersonal **C**omputer*
PLL	***P**hase **L**ocked **L**oop*
Pt	Punkt
PWM	**P**uls**w**eiten**m**odulation
SFK	**S**pannungs-**F**requenz-**K**ennlinie
SNK	**S**pannungs-**N**ull**k**omponente
SPS	**s**peicher**p**rogrammierbare **S**teuerung

3) Achtung: Dieselbe Abkürzung tritt auch als Index der Spannung u_{MK} zwischen der DC-Mitte M und dem Sternpunkt K der netzseitigen Filterkapazitäten auf (siehe Abschnitt 3.4.2)!

SSK	**S**chalter**s**tellungs**k**ombination(en), wird auch zur Mengenbezeichnung verwendet
SZ	**S**chalt**z**ustand
THD	***T**otal **H**armonic **D**istortion*
u.a.	**u**nter **a**nderem
ü.o.ü.	**ü**bersteuern **o**hne zu **ü**bersteuern
US	**U**nipolarer **S**chalter
USV	**U**nter**s**chwingungs**v**erfahren
u.s.w.	**u**nd **s**o **w**eiter
ÜTF	**Ü**ber**t**ragungs**f**unktion
VS	***v**oltage **s**ource*
VSI	***v**oltage **s**ource **i**nverter*
VSR	***v**oltage **s**ource **r**ectifier*
WOK	**W**urzel**o**rts**k**urvenverfahren
WR	**W**echsel**r**ichter
z.B.	**z**um **B**eispiel
ZMK	**z**weistufiger **M**atrix**k**onverter

1 Einleitung

Während der ersten drei Jahre bildete die hier vorliegende Arbeit einen Bestandteil eines von der **K**ommission für **T**echnologie und **I**nnovation (KTI) ermöglichten Forschungsprojektes. Das Ziel im Rahmen dieses KTI-Projektes war die Entwicklung eines kompakten Umrichters für regenerative Energierückspeisung im Leistungsbereich von einigen wenigen kW bis $150kW$, ohne dabei die Kosten von Systemen ohne Energierückspeisung ins Netz zu überschreiten. Da die Projektpartner einerseits aus der Industrie und andererseits von der Hochschule stammten, wurde eine sinnvolle Aufgabenteilung vorgenommen, die wie folgt aussah:

- Die *Industriepartner* befassten sich mit der Optimierung von Zwischenkreisumrichtern bezüglich Bauvolumen, Reduzierung der Energiespeicher, Schutz der Halbleiter, Integration der Regelung und der *Gate*-Treiber im Sinne “Verbesserung der bereits bestehenden Technologie”;
- Die Vertreter der *Hochschulen* (ETH und EPFL) hingegen richteten ihre Forschungstätigkeiten vorwiegend auf die noch wenig erforschten Matrixkonverter aus, die als “neuartige Technologie” ein hohes Entwicklungspotential aufweisen.

Aufgrund dieser unterschiedlichen Fokussierung stand eine direkte Zusammenarbeit zwischen Industrie und Hochschule nicht im Vordergrund.

1.1 Grundidee des Matrixkonverters

Matrixkonverter sind AC-AC-Konverter und werden den Direktumrichtern zugeordnet. Sie weisen keinen DC-Zwischenkreis auf wie konventionelle Umrichtersysteme und haben somit auch keinen elektrischen integrierten Energiezwischenspeicher, so dass zum Beispiel der Einsatz eines in seiner Lebensdauer begrenzten Elektrolyt-Kondensators überflüssig wird.

Der ***Zyklokonverter*** – auch *netzgeführter Direktumrichter* genannt und Vorgänger des Matrixkonverters – wird aus Umkehrgleichrichtern aufgebaut, die wiederum aus zwei antiparallel geschalteten B6-Gleichrichtern bestehend aus Einschaltthyristoren zusammengesetzt sind ([10],[29]). Die Anwendung beschränkt sich dabei hauptsächlich auf Antriebe für hohe Drehmomente mit tiefen Drehzahlen. Dabei sollte die Ausgangsfrequenz aufgrund des Ansteuerprinzips ungefähr ein Drittel der Eingangsfrequenz nicht überschreiten.

Der ***(einstufige) Matrixkonverter*** – auch *selbstgeführter Direktumrichter* genannt – benutzt jedoch Abschaltelemente ([1],[2],[16]). Diese erlauben eine hohe, nur durch die Taktfrequenz der Halbleiter begrenzte Ausgangsfrequenz mit einstellbarer Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung und Eingangsstrom mit geringen Strom-Oberschwingungen auf der Eingangsseite [15]. Die Strom-Oberschwingungen sind eher klein im Vergleich zu einem Umrichtersystem, das mit einer netzseitigen B6-Brückenschaltung ausgestattet ist, so dass sich diese durch ein kleines kapazitives Eingangsfilter zusammen mit der Innenimpedanz des Netzes reduzieren lassen. Je höher die Taktfrequenz gewählt wird, desto kleiner werden die Oberschwingungen.

Der Matrixkonverter stellt beim Aufbau von Umrichtern einen Schritt in Richtung *"Full Silicon" Design* dar. Aufgrund dessen direkter Kopplung von zwei getrennten AC-Netzsystemen entfallen DC-seitige Kapazitäten oder Induktivitäten, da gar kein solcher Zwischenkreis existiert. Obwohl der Matrixkonverter auf seiner Netzseite ein kleines AC-Eingangsfilter benötigt, folgt er dem Trend, mit einem Minimum an reaktiven Bauelementen auszukommen. Dieser Trend lässt sich etwa so formulieren: Halbleiterbauelemente werden jedes Jahr besser und kostengünstiger, da diese besonders vom technologischen Fortschritt profitieren, während Drosseln und Kondensatoren eher geringe Entwicklungsperspektiven aufweisen und bei gegebener Spezifikation fast immer gleich voluminös, schwer und teuer bleiben.

Allerdings wartet der Matrixkonverter noch immer auf einen neuen, monolithisch aufgebauten, bidirektional stromführenden und gleichzeitig bipolar abschaltbaren Halbleiter (kurz: bidirektionaler Schalter), der nur noch aus einem einzigen Siliziumblock besteht. Dies würde die Grösse der Schaltelemente weiter reduzieren und eine noch höhere Integration der Halbleiter im Umrichter erlauben. Solche monolithische Bauelemente sind heute zwar bereits Gegenstand der Forschung [11] mit vielversprechenden Aussichten. Dennoch aber sind sie noch weit von einem kommerziellen Produkt entfernt, so dass der Matrixkonverter mit anderen Halbleitern aufgebaut werden muss. Oft werden heute zwei umgekehrt in Serie zueinander geschaltete Abschalthalbleiter – zum Beispiel IGBT – verwendet, von denen beide jeweils um eine antiparallele Diode ergänzt werden. Diese Zusammenschaltung aus Einzelteilen soll bald durch ein einziges bidirektionales Element ersetzt werden und zur Erhöhung des *"Full Silicon" Design*-Trends beitragen.

In dieser Arbeit wird eine von der klassischen Matrixtopologie abweichende Struktur untersucht, nämlich der sogenannte ***zweistufige Matrixkonverter***. Dieser weist zwar im Gegensatz zum einstufigen Matrixkonverter einen DC-

Zwischenkreis auf, der zwischen den beiden AC-Seiten in Erscheinung tritt. Aber auch in diesem realen – nur aus zwei Klemmen bestehenden – Zwischenkreis befinden sich keine reaktiven Energiespeicher, so dass es sich vom Prinzip her genauso um ein *"Full Silicon" Design* handelt, abgesehen davon, dass unerwünschte geringfügige Streureaktanzen im Direktumrichter vorhanden sind. Es wird gezeigt, dass die vorgeschlagene Topologie die erwartete Funktionalität erfüllt und in Realität erfolgreich aufgebaut werden kann.

1.2 Gliederung der Arbeit

Kapitel 1 "Einleitung" geht kurz auf die grundsätzliche Aufgabenteilung zwischen Industrie und Hochschule im Rahmen dieses KTI-Projektes ein. Anschliessend wird die Grundidee von Matrixkonvertern erläutert, bei der der Gedanke des *"Full Silicon" Designs* im Vordergrund steht. Die hier beschriebene Gliederung liefert einen strukturierten Überblick über den Aufbau dieser Arbeit, während der Ausblick in Abschnitt 1.3 vor allem noch weitere mögliche Themenbereiche im Zusammenhang mit der Erforschung von Matrixkonvertern aufzeigen soll.

Kapitel 2 "Der einstufige und zweistufige Matrixkonverter" erklärt neben der Struktur unter Berücksichtigung von allgemeinen Schaltvorschriften das Funktionsprinzip dieser beiden eng miteinander verwandten Direktumrichtertypen und führt zur sehr einsichtigen Darstellung mit Umschaltern. Der Unterschied zwischen beiden Schaltungen liegt im wesentlichen darin, dass der zweistufige Matrixkonverter neben leicht reduzierten Matrixeigenschaften einen real existierenden, zwischen zwei unabhängigen AC-Netzen liegenden DC-Zwischenkreis aufweist, der allerdings ohne jegliche Energiespeicher bestückt ist. Der von der Netz- auf die Lastseite hin verlaufende Spannungs-Konversionspfad und der in umgekehrter Richtung von der Last- auf die Netzseite zurückgerichtete Strom-Konversionspfad ist beiden Direktumrichtertypen gemeinsam und wird für den zweistufigen Matrixkonverter ausführlich besprochen. Die Benennung der Schaltungsstufen sowie die Auflistung aller erzeugbaren Schaltzustände runden das Kapitel ab.

Kapitel 3 "Gleichungen des zweistufigen Matrixkonverters" leitet die einzelnen Gleichungen der verschiedenen Systemteile wie Netzseite mit Eingangsfilter, zweistufiger Matrixkonverter und Lastseite her. Dabei wird der untersuchte Matrixkonverter in seine zwei Stufen zerlegt: nämlich in einen netzseitigen Wechselspannungs-Gleichrichter und einen lastseitigen Gleichspannungs-Wechselrichter. Mit dieser detaillierten Analyse wird das Werk-

zeug zur Modellierung eines zweistufigen Matrixkonverters zur Verfügung gestellt. Die Gleichungen gelten völlig unabhängig von der konkreten Realisierung eines solchen Konverters. Obwohl die Spannungs- und Strom-Konversion über einen dazwischenliegenden DC-Zwischenkreis nur indirekt verlaufen, gilt auf beiden AC-Seiten die momentane Leistungsbilanz. Dies bedeutet, dass eine sofortige Leistungsänderung auf der einen Seite eine verzögerungsfreie gleichartige Änderung der Leistung auf der anderen Seite bewirkt. Daher ist der Begriff Direktumrichter auch für den zweistufigen Matrixkonverter gerechtfertigt, da die Leistung direkt vom Eingang auf den Ausgang übertragen wird, ohne teilweise noch über einen Entkopplungsspeicher zu fliessen. Die Äquivalenzbedingungen zwischen einstufigem und zweistufigem Matrixkonverter können mathematisch klar formuliert werden, so dass es möglich ist, durch eine entsprechende Ansteuerung mit beiden Schaltungen dasselbe Input-Output-Verhalten zu erzielen.

Kapitel 4 "Schaltungstopologien und Kommutierung" vermittelt einen Überblick über verschiedene Realisierungsarten unter Einsatz von heute nachgebildeten bidirektionalen Schaltern. Für die daraus abgeleiteten Schaltungstopologien des einstufigen und zweistufigen Matrixkonverters muss eine sichere Stromkommutierung gewährleistet sein, die entweder nach dem Netzspannungs- oder nach dem Laststromkriterium erfolgen kann. Ebenfalls wird auf die praktische Umsetzung der Verriegelung für eine erfolgreiche Kommutierung bei Normalbetrieb und in Fehlerfällen eingegangen.

Kapitel 5 "Modulation" widmet sich dem Hauptteil dieser Dissertation. Dazu wird von einem Matrixkonverter ausgegangen, der aus einem $50Hz$-Netz eine drehzahlgeregelte Asynchronmaschine als Last speist. Diese kann sowohl motorisch als auch generatorisch betrieben werden. Zum Einstieg in die Modulation der Schalter wird zuerst anhand der vom Prinzip her einfach durchschaubaren Grundfrequenztaktung des netzseitigen Wechselspannungs-Gleichrichters ausgegangen. Allerdings wird diese Modulationsmethode dem Anspruch auf einen im Mittel sinusförmigen Eingangsstrom nicht gerecht, so dass auf der Basis der Drehzeigerbetrachtung verschiedene Modulationsmethoden erarbeitet werden, die in der Lage sind, neben einer mittleren sinusförmigen Ausgangsspannung auch einen mittleren sinusförmigen Eingangsstrom zu erzeugen. Bei der Auslegung all dieser Modulationsmethoden erweist sich die DC-Spannung als zentrale Grösse, deren gewünschter mittlere Zeitverlauf bewusst in die Herleitung eines bestimmten Ansteueralgorithmus miteinbezogen wird. Die Vorstellung, dass sich der aktuelle Wert der DC-Spannung sofort und unmittelbar durch den Modulator verstellen lässt, ist neu und ungewöhnlich im Vergleich zum konventionellen

Spannungs-Zwischenkreisumrichter, bei dem die Spannung nur langsam durch Auf- oder Entladung eines Zwischenkreiskondensators verstellt werden kann. Es folgt ein ausführlicher Vergleich zwischen den besprochenen Modulationsmethoden und den in Kapitel 4 vorgestellten Schaltungstopologien bezüglich der *Total Harmonic Distortion* in der erzeugten Ausgangsspannung und im resultierenden Eingangsstrom sowie bezüglich der mittleren Strombelastung der einzelnen Halbleiter. Letztere zeigt, dass die mittlere Halbleiter-Strombeanspruchung beim einstufigen Matrixkonverter völlig unabhängig von der gewählten Modulationsmethode für alle Halbleiter immer gleich gross ist, dass hingegen die mittlere Strombeanspruchung beim zweistufigen Matrixkonverter abgesehen von der Topologie auch stark von der gewählten Modulationsmethode abhängt. Es ist notwendig, bei der Entwicklung solcher Modulationsmethoden neben der Spannungs-Konversion auch die Strom-Konversion zu berücksichtigen. Ferner wird dargelegt, dass der Modulator auch bei netzseitigen Unsymmetrien in der Lage ist, für symmetrische Lastbedingungen auf der Ausgangsseite des Umrichters zu sorgen.

Kapitel 6 "Eingangsfilter" setzt sich mit der Normierung, Modellierung und der Auslegung eines geeigneten Netzfilters auseinander, das die Aufgabe erfüllt, den am netzseitigen Eingang des zweistufigen Matrixkonverters aufgeprägten und geschalteten Netzstrom gemäss den vorgegebenen Spezifikationen zu filtern. Zum Schluss erfolgt eine Rechtfertigung der gewählten Filtertopologie sowie eine Überprüfung der zu Beginn spezifizierten Auslegungskriterien sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich.

Kapitel 7 "Netzseitige Regelung" baut auf dem in Kapitel 6 hergeleiteten Modell der Filterregelstrecke auf. Die Idee der Netzregelung besteht darin, die Phasenlage φ zwischen Netzspannung und -strom wählen zu können, wobei allerdings die Amplitude des Netzstromes sich bei gegebenem $\cos(\varphi)$ aus der Leistungsbilanz ergibt und immer von der lastseitig bezogenen Leistung abhängt. Die dreiphasigen Filtergleichungen werden auf der Zeigerebene im Laplacebereich aufgestellt, um das für die Regelung interessante Übertragungsverhalten zwischen netzseitig aufgeprägtem Eingangsstrom und gefiltertem Strom analytisch ausdrücken zu können. Bei einer ersten Variante stützt sich die Auslegung eines einfachen PI-Reglers auf das bekannte Wurzelortskurvenfahren, indem hier für den geschlossenen Regelkreis ein dominanter Pol in die komplexe s-Ebene plaziert wird, um so die wesentliche Dynamik des Führungsverhaltens festzulegen. Bei einer zweiten Variante wird das Streckenmodell zuerst entkoppelt, indem durch Vorsteuerungen dafür gesorgt wird, dass sich die d- und q-Zeigerkomponenten nicht gegenseitig beeinflussen. Es stellt sich heraus, dass durch diese Entkopplung

die Ordnung der ursprünglichen Regelstrecke sich von vier auf eins reduziert. Zum Schluss werden die Bedingungen formuliert, unter denen eine gewünschte Phasenwinkellage für den Netzstrom überhaupt eingestellt werden kann. Aus einem hergeleiteten analytischen Zusammenhang geht hervor, dass die Strom-Grundschwingungs-Amplitude auf der Lastseite des zweistufigen Matrixkonverters einen minimalen Wert aufweisen muss. Nur dann kann der gewünschte Netzstromphasenwinkel eingestellt werden.

Kapitel 8 "Laboranlage" beschreibt die vollständige Laboranlage mit dem neuartigen zweistufigen Matrixkonverter [18]. Messungen belegen dessen einwandfreies Verhalten trotz der beim realen Aufbau nicht vermeidbaren Streureaktanzen im DC-Zwischenkreis. Diese erfolgreiche Verifikation ist einem kompakten *Sandwich*-Aufbau im Sinne des *"Full Silicon" Designs* zu verdanken. Auch wird ein Konzept vorgestellt, das ein überspannungsloses Abschalten des besprochenen Direktumrichters ermöglicht.

1.3 Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein ausführlicher Beitrag zur Untersuchung eines zweistufigen Matrixkonverters als neuartiger Direktumrichter geleistet. Darin enthalten sind mathematische Analyse, Ansteuerverfahren, deren Auswirkungen auf verschiedene Topologie-Varianten, Last- und Netzregelung, Aufbau mit Messresultaten und Vergleiche zum einstufigen Matrixkonverter. Folgende Liste liefert einen Überblick über weitere mögliche Themen für eine nachfolgende Forschungsarbeit:

- Erweiterung der Modulationsmethoden unter Verwendung von unterschiedlichen, nicht zwingend synchronisierten Taktfrequenzen für die beiden Matrixstufen (zum Beispiel Grundfrequenztaktung);
- Berechnung und Simulation von Schalt- und Durchlassverlusten einschliesslich Verifikation derselben anhand eines *Hardware*-Aufbaus;
- Grenzen der erzeugbaren Ausgangsfrequenz bei fester Taktfrequenz;
- schnellere Schutzmechanismen durch direkte Halbleiterstrommessung;
- Erzeugung symmetrischer Netzströme auch bei unsymmetrischen Netzspannungen. Dabei muss eine kurzzeitig nicht konstante Leistung durch entsprechende Lastspannungsmodulation in Kauf genommen werden [4];
- Vergleich zwischen Matrixkonvertern und konventionellen Spannungs-Zwischenkreisumrichtern bezüglich der Bauleistung von Umrichter und Reaktanzen bei den durch den Netzbetreiber festgelegten Vorschriften.

2 Der einstufige und zweistufige Matrixkonverter

Dieses Kapitel stellt zwei verschiedene Typen von **M**atrix**k**onvertern (MK) vor. Dabei wird zwischen einer *einstufigen* und einer *zweistufigen* Struktur unterschieden. Beide Schaltungen werden den **D**irekt**u**m**r**ichter-(DUR)-Topologien zugeordnet. Der Begriff *Direktumrichter* bezieht sich auf einen Frequenzumformer, der *direkt* – d.h. ohne integrierte elektrische Energiespeicher – Spannungen und Ströme *umrichtet* und so die netzseitige Eingangsfrequenz f_N (auch Netz-**G**rund**s**chwingungs-(GS)-Frequenz genannt) von der lastseitigen Ausgangsfrequenz f_L (auch Last-(GS)-Frequenz genannt) vollständig entkoppelt. Im Vergleich zu konventionellen Spannungs- bzw. Strom-Zwischenkreisumrichtern besteht ein wesentlicher Vorteil der Direktumrichter in der Vermeidung platzaufwendiger Energiespeicher im Umrichter (Kapitel 1). Auch die Möglichkeit für bidirektionalen Energiefluss erlaubt einen breiten Einsatzbereich des DUR.

In dieser Arbeit wird nur auf DUR eingegangen, die ein dreiphasiges Netz mit einer dreiphasigen Last verbinden. Dabei wird vorausgesetzt, dass der DUR immer mit selbstgeführten, d.h. abschaltbaren Halbleiterelementen angesteuert wird. Der auch als Zyklokonverter bezeichnete DUR mit fremdgeführten Einschaltthyristoren [29] wird in dieser Arbeit nicht besprochen. Dieser eignet sich nur für einen tiefen Grundfrequenzbereich, während die GS-Frequenz beim selbstgeführten DUR nur durch die endliche Taktfrequenz f_T der Halbleiter begrenzt ist.

Unterkapitel 2.1 geht zuerst auf die Struktur und dann auf die Funktionsweise eines konventionellen **e**instufigen **M**atrix**k**onverters (EMK) ein. Dieser Umrichtertyp ist heute unter dem abgekürzten Begriff ***M**atrix**k**onverter* (MK) bekannt. Dieser Einstieg erlaubt, die Verwandtschaft zum **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) besser aufzuzeigen. Der ZMK wird ähnlich wie der EMK bezüglich Struktur und Funktionsweise in Unterkapitel 2.2 vorgestellt. Er bildet eine mögliche Alternative zum EMK, obwohl er von der Struktur her gesehen leicht reduzierte Matrixeigenschaften aufweist, die allerdings im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine einschränkenden Auswirkungen auf den Einsatzbereich des ZMK haben. Der ZMK verfügt zwischen den dreiphasigen Ein- und Ausgangsanschlüssen über zwei zusätzliche physikalisch

existierende Verbindungen, die im folgenden aus mechanischer und elektrischer Sicht als *Klemmen* bezeichnen werden. Die Schaltung wird gerade durch diese beiden Klemmen in die bezeichneten zwei Stufen aufgeteilt.

Der ZMK als neuerer Direktumrichtertyp kann mit verschiedenen Schaltungstopologien realisiert werden. Er bildet das Schwergewicht in dieser Arbeit, so dass im vorliegenden Kapitel dessen Grundstruktur und prinzipielle Wirkungsweise ausführlich besprochen werden. Auf dieser Grundlage ist es dann möglich, im Anschluss an die analytische Beschreibung der Funktionsweise (Kapitel 3) mögliche ZMK-Topologien, die immer mit Leistungshalbleitern aufgebaut sind, vorzuschlagen und miteinander zu vergleichen (Kapitel 4).

Da die Gleichungen des ZMK in Kapitel 3 aufgestellt werden, wird die strukturelle Verwandtschaft zwischen dem einstufigen und dem zweistufigen MK erst am Ende des nächsten Kapitel 3 in Unterkapitel 3.7 mathematisch dargelegt.

2.1 Der einstufige Matrixkonverter (EMK)

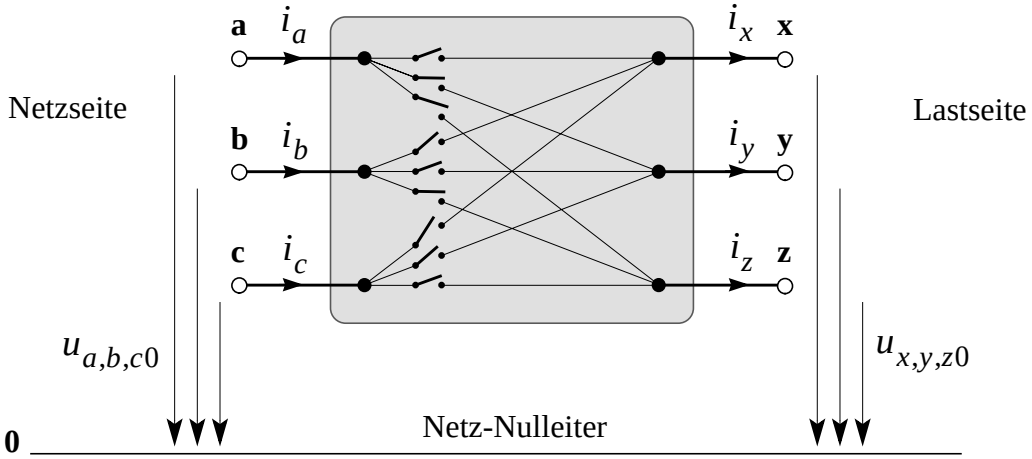
Dieses Unterkapitel gliedert sich in drei Abschnitte. Zuerst wird in Abschnitt 2.1.1 die "Struktur des EMK" vorgestellt. Mit den beschriebenen Schaltvorschriften werden verbotene Schaltzustände frühzeitig ausgeschlossen. Dies führt zu einer übersichtlicheren Darstellungsweise des **e**instufigen **M**atrix**k**onverters (EMK) mit idealen Umschaltern. Daraus kann dann im zweiten Abschnitt 2.1.2 anhand der möglichen erzeugbaren Schaltzustände das "Funktionsprinzip des EMK" abgeleitet werden. Im dritten Abschnitt 2.1.3 wird dann auf die "Analytische Beschreibung der erlaubten Schaltzustände" eingegangen. Mit einfachen Matrizengleichungen können die Spannungs- sowie die Stromerzeugung mit dem EMK formuliert werden. Dies rechtfertigt den Einsatz von sogenannten Schaltfunktionen.

2.1.1 Struktur des EMK

Dieser Abschnitt unterteilt sich in die drei Unterabschnitte, "Grundstruktur", "Allgemeine Schaltvorschriften" und "Erlaubte Schaltzustände des EMK". Diese Strukturierung hebt hervor, dass aufgrund von in der Realität einzuhaltender Randbedingungen für die Struktur des EMK nur eine begrenzte Anzahl möglicher Schaltzustände (bzw. Schalthandlungen) während des Betriebs erlaubt ist.

Grundstruktur

Der **e**instufige **M**atrix**k**onverter (EMK) als Direktumrichter ist ein dreiphasiger AC-AC-Konverter, der drei Netzphasen a,b,c an seinem Eingang (=*"Input"*-Seite) in beliebiger Kombination mit drei Lastphasen x,y,z an seinem Ausgang (=*"Output"*-Seite) verbindet. Dabei kann mit neun Punkt-zu-Punkt-Schaltern jede einzelne Verbindung entweder geöffnet oder geschlossen werden. Das ergibt für jeden einzelnen Schalter zwei mögliche Schalterstellungen. Damit können also theoretisch insgesamt $2^9 = 512$ mögliche **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) auftreten. Figur 2.1 zeigt dazu eine schematische funktionsorientierte Darstellung des EMK. Der Übersichtlichkeit halber seien alle Schalter in geöffneter Stellung eingezeichnet.



Figur 2.1: Mögliche durchschaltbare Verbindungen eines **e**instufigen **M**atrix**k**onverters (EMK) mit *neun* Punkt-zu-Punkt-Schaltern.

Allgemeine Schaltvorschriften

Soll die Schaltung in Figur 2.1 in ein elektrisches Gesamtsystem eingebettet und erfolgreich betrieben werden, dann müssen folgende elektrotechnische Grundregeln berücksichtigt werden:

- Es ist nicht erlaubt, **zwei dreiphasige starre Spannungsquellen** $u_{a,b,c0}$ (Netzseite) und $u_{x,y,z0}$ (Lastseite) direkt aufeinanderzuschalten, da sonst die Ströme in den Schaltern theoretisch unendlich hohe Werte annehmen ($i_{a,b,c} \to \infty$, $i_{x,y,z} \to \infty$).
- Es ist nicht erlaubt, **zwei dreiphasige starre Stromquellen** $i_{a,b,c}$ (Netzseite) und $i_{x,y,z}$ (Lastseite) direkt aufeinanderzuschalten, da sonst die Spannungen über den Schaltern theoretisch unendlich hohe Werte annehmen ($(u_{ij} = u_{i0} - u_{j0}) \to \infty$ $(i \in \{x,y,z\},\ j \in \{a,b,c\})$).

Aufgrund dieser Erkenntnisse ist es zwingend erforderlich, dass

- die eine Seite (Netz oder Last) **Spannungsquellencharakter**
- und die andere Seite (Last oder Netz) **Stromquellencharakter**

aufweist, da die Schaltung sonst zerstört werden kann.

Im Allgemeinen weist das Netz den Charakter einer eingeprägten Spannungsquelle (*"**voltage source**"* **VS**) auf[1], so dass infolgedessen die Last den Charakter einer Stromquelle (*"**current source**"* **CS**) haben muss. Eine Umkehrung der Quelleneigenschaften zwischen Netz- und Lastseite wäre durchaus denkbar, wird aber in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt[2].

Folgende **Schaltvorschriften** müssen in Bezug auf den Spannungsquellencharakter des Netzes und des daraus geforderten Stromquellencharakters der Last bei der Betätigung der neun Schalter in Figur 2.1 unbedingt berücksichtigt werden. Die Bedingungen beziehen sich immer auf den normalen Betriebsfall und nicht auf einen besonderen Zustand (wie z.B. der ausgeschaltete Zustand).

- **Spannungs-Kurzschlüsse auf der Netzseite** a,b,c sind verboten. Sie erzeugen aufgrund der Spannungsquellen-Eigenschaften des Netzes sehr hohe Netzströme ($i_{a,b,c} \to \infty$), die zur Zerstörung der Schaltung führen können. Um diese Kurzschlüsse zu vermeiden, darf zu einem gewissen Zeitpunkt *höchstens ein* Netzanschluss a,b,c mit demselben Lastanschluss x,y,z verbunden sein.
  (Wenn also z.B. Netzanschluss a mit Lastanschluss x verbunden ist, darf nicht zusätzlich noch Netzanschluss b bzw. c mit demselben Lastanschluss x verbunden werden.)
- **Strom-Unterbrüche auf der Lastseite** x,y,z sind verboten. Sie erzeugen aufgrund der Stromquellen-Eigenschaften der Last sehr hohe Schalterspannungen ($(u_{ij} = u_{i0} - u_{j0}) \to \infty \;\; (i \in \{x,y,z\},\; j \in \{a,b,c\})$), die zur Zerstörung der Schaltung führen können. Um diese Überspannungen zu vermeiden, muss zu jedem Zeitpunkt jeder Lastanschluss x,y,z mit *mindestens einem* Netzanschluss a,b,c verbunden sein.
  (Der Lastanschluss x darf z.B. nie gleichzeitig von allen Netzanschlüssen a,b,c abgetrennt werden.)

---

1) Da das reale Netz immer Zuleitungsinduktivitäten bzw. Transformator-Streuinduktivitäten aufweist, muss direkt am Umrichtereingang mit zusätzlichen Kondensatoren für die Aufrechterhaltung des Spannungsquellencharakters gesorgt werden.
2) siehe Bemerkungen zu den Bedingungen an das System beim ZMK auf Seite 54

Erlaubte Schaltzustände des EMK

Diese oben aufgezählten Schaltvorschriften ermöglichen eine Sortierung von erlaubten und verbotenen Schaltzuständen. Die gleichzeitige Einhaltung der beiden Vorschriften führt zu folgender Erkenntnis:

Erlaubte Schaltzustände werden nur erzeugt, falls jeder einzelne Lastanschluss x,y,z momentan *genau eine Verbindung* zu einem der drei Netzanschlüsse a,b,c herstellt. Unter Berücksichtigung dieses Schaltprinzips bleiben noch gerade $3^3 = 27$ sinnvolle **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen SSK_{EMK} übrig.

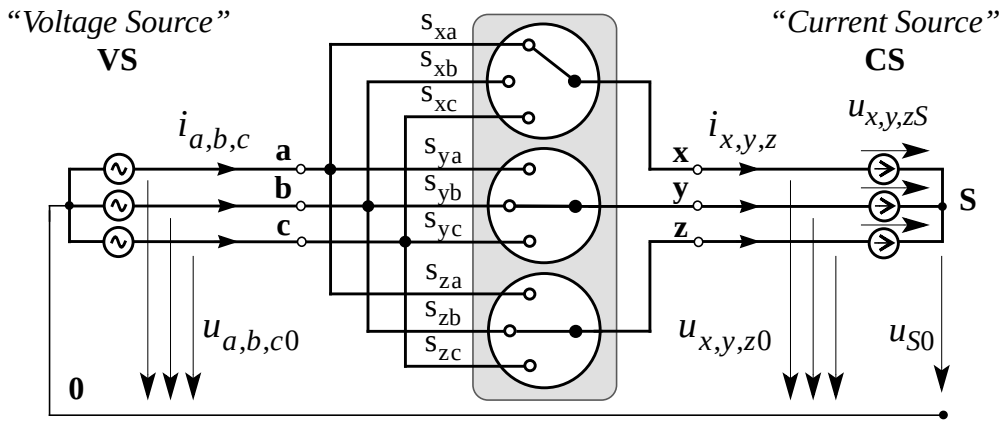
*Es ist bemerkenswert, dass beim EMK nur gerade 27 (bzw. **5.27%**) aller 512 prinzipiell möglichen Schalterstellungskombinationen SSK sinnvoll genutzt werden können.*

Fortan werden nur noch erlaubte SSK betrachtet. Zur besseren Darstellung bezeichne SSK_{EMK} die *Menge aller erlaubten EMK-**S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen*, während $SZ_{xyz,EMK}$ für alle einzelnen **S**chalt**z**uständе SZ dieser Menge steht.

$$SSK_{EMK} = \{SZ_{xyz,EMK} = (xyz);\ x,y,z \in \{a,b,c\}\} \qquad (2.1)$$

Das Tripel x,y,z der Lastphasen in Gl. (2.1) umfasst alle Elemente dieser Menge SSK_{EMK}, denn mit den oben hergeleiteten Schaltvorschriften muss genau jeder Lastanschluss x,y,z mit jeweils genau *einem*, aber beliebigem Netzanschluss a,b,c verbunden sein. Also kann jedes Element x,y,z die Werte a,b,c aus der Menge SSK_{EMK} der erlaubten **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) annehmen.

Im Vergleich zur Figur 2.1, bei der sämtliche – auch unsinnige – SSK eingestellt werden können, berücksichtigt die Figur 2.2 nur noch die erlaubten SSK. Diese anschaulichere Darstellung benutzt drei ideale trägheitslose 3-Punkt-Umschalter (oder kurz: 3-Pt-Umschalter). Auf die Realisierung der gezeigten 3-Pt-Umschalter mit heutigen Leistungshalbleitern wird in Kapitel 4 eingegangen.



Figur 2.2: EMK mit idealen trägheitslosen 3-Punkt-Umschaltern.

Die **Darstellung mit Umschaltern** erhöht neben dem Verständnis für die Schaltung auch die Übersicht über alle möglichen Schaltzustände und schliesst verbotene SSK vollständig aus. Eine kurze Überprüfung von Figur 2.2 zeigt, dass unter Verwendung von 3-Pt-Umschaltern weder netzseitige Spannungs-Kurschlüsse noch lastseitige Strom-Unterbrüche zugelassen werden. Dabei weist die Lage der **3-Pt-Umschalter** folgende Merkmale auf:

- **Die bewegliche Spitze** (bei einem der weiss ausgefüllten Punkte) jedes Umschalters berührt gleichzeitig immer nur *eine* Phase auf der Seite der Netz-Spannungsquellen $u_{a,b,c0}$. Auf diese Weise werden die Netzspannungen $u_{a,b,c0}$ zweier Phasen über denselben Umschalter nie kurzgeschlossen und dadurch hohe Schalter-Überströme vermieden.
- **Der Drehpunkt** (beim schwarz ausgefüllten Punkt) jedes Umschalters befindet sich *fest* auf der Seite der Last-Stromquellen $i_{x,y,z}$. Auf diese Weise finden die Lastströme $i_{x,y,z}$ über jeden der drei Umschalter immer einen geschlossenen Weg zum Netz, so dass Stromunterbrüche und dadurch hohe Schalter-Überspannungen ausgeschlossen werden.

Dabei wird bei diesem trägheitslosen Umschalter immer ein zeitlich unendlich schneller, unterbruchfreier Umschaltvorgang angenommen.

Jeder Lastphase x,y,z ist jeweils ein solcher 3-Pt-Umschalter zugeordnet. Das ergibt drei mögliche Schaltzustände je Lastphase, die mit genau einer bestimmten Netzphase verbunden wird. Alle drei Umschalter sind unabhängig voneinander ansteuerbar. Dabei spielt es keine Rolle, ob mehrere oder auch gar keine der Lastphasen x,y,z *mit einer bestimmten* Netzphase a,b,c verbunden sind. Das heisst im Gegensatz zu Lastphasen können Netzphasen durchaus auch offene Verbindungen zur Last aufweisen, da das Netz keinen Stromquellencharakter aufweist.

2.1.2 Funktionsprinzip des EMK

Das Funktionsprinzip des **e**instufigen **M**atrix**k**onverters (EMK) kann ebenfalls mit Hilfe von Figur 2.2 erläutert werden. Dabei wird in einem ersten Schritt die *Spannungs-Konversion* (auch Spannungs-Umwandlung genannt) und in einem zweiten Schritt die *Strom-Konversion* (auch Strom-Umwandlung genannt) betrachtet:

- ***Spannungs*-Konversionspfad:**
  Ausgehend von der Netzseite a,b,c werden die *eingeprägten* dreiphasigen AC-Netzspannungen $u_{a,b,c0}$ mit Hilfe eines Modulators für jede einzelne Lastphase x,y,z in eine geschaltete AC-Lastspannung $u_{x,y,z0}$ einstellbarer **G**rund**s**chwingungs-(GS)-Amplitude U_L und Last-(GS)-Frequenz f_L auf die Lastseite übersetzt. Damit erfolgt also die Spannungs-Konversion in eindeutiger Richtung von der Netzseite zur Lastseite hin.
- ***Strom*-Konversionspfad:**
  Ausgehend von der Lastseite x,y,z werden die *eingeprägten* dreiphasigen AC-Lastströme $i_{x,y,z}$ mit Hilfe *desselben* Modulators wie bei der Spannungs-Konversion für jede einzelne Netzphase a,b,c in einen geschalteten AC-Netzstrom $i_{a,b,c}$ einstellbarer GS-Amplitude I_N und vorgegebener Netz-(GS)-Frequenz f_N (f_N = 50 Hz) auf die Netzseite übersetzt. Damit erfolgt also die Strom-Konversion in eindeutiger Richtung von der Lastseite zur Netzseite hin.

Der **Spannungs**-Konversionspfad und der **Strom**-Konversionpfad beim EMK verlaufen **in entgegengesetzter Richtung** zueinander.
Da die aufgeprägten Spannungen und Ströme jeweils mit demselben Stromrichter erzeugt werden, sind sie nicht unabhängig voneinander.

Bemerkung zu den eingeprägten Lastströmen $i_{x,y,z}$

Meistens wird auf der Lastseite ein induktiver Antrieb angesteuert, bei dem die erzeugten und aufgeprägten Lastphasenspannungen $u_{x,y,zS}$ bestimmte Lastströme $i_{x,y,z}$ hervorrufen (siehe Figur 2.2). Diese Ströme $i_{x,y,z}$ sind dann ganz vom jeweiligen Betriebspunkt des Antriebs abhängig. Deshalb kann auch die GS-Amplitude I_N der Netzströme $i_{a,b,c}$ auf der Netzseite nicht direkt eingestellt werden, da I_N zusammen mit dem Übersetzungsverhältnis des Umrichters direkt von den Lastströmen $i_{x,y,z}$ abhängt, die wiederum nur indirekt über die angelegte Lastspannung $u_{x,y,z0}$ verstellbar sind. Je nach Belastung fliesst eine bestimmte mittlere Wirkleistung, durch die der Wert der Netzstrom-GS-Amplitude I_N bestimmt wird. Im Gegensatz zu den Last-

strömen $i_{x,y,z}$ stellen die Netzspannungen $u_{a,b,c0}$ bei einem genügend starren Netz feste kalkulierbare Grössen dar, die von den aufgeprägten Netzströmen $i_{a,b,c}$ (weitgehend) unabhängig sind. Die Lastströme $i_{x,y,z}$ und damit auch die Netzströme $i_{a,b,c}$ sind also stark vom Leistungsfluss zwischen der Netz- und der Lastseite abhängig.

2.1.3 Analytische Beschreibung der erlaubten Schaltzustände

Dieser Abschnitt gliedert sich in drei Unterabschnitte "Schaltfunktionen", "Die EMK-Matrizengleichungen" und "Unterscheidung von Schalt- und Modulationsfunktionen". Schaltzustände beziehen sich immer auf (Um-)Schalter und nehmen von Natur aus diskrete Zustände an. Diese können idealerweise nur voll *eingeschaltet* oder voll *ausgeschaltet* sein. Um dieser diskreten Eigenschaft der (Um-)Schalter bewusst Rechnung zu tragen, werden in diesem Abschnitt die Schaltfunktionen eingeführt. Die EMK-Grundgleichungen werden dann mit Hilfe dieser Schaltfunktionen aufgestellt. Am Ende des Abschnitts wird gezeigt, dass es auch möglich ist, die Schaltzustände des EMK als kontinuierliche Grössen zu interpretieren. Diese Betrachtungsweise eignet sich vor allem dann, wenn es darum geht, einem Modulator (bzw. einer Regelung) eine kontinuierliche Stellgrösse (bzw. Sollgrösse) zur Verfügung zu stellen.

Schaltfunktionen s_{ij}

Jede mögliche Verbindung zwischen Ein- und Ausgang wird mittels *Schaltfunktionen* s_{ij} beschrieben (siehe auch Figur 2.2). Dabei bezeichnen $i \in \{x,y,z\}$ die Anschlüsse auf der Lastseite und $j \in \{a,b,c\}$ diejenigen auf der Netzseite. Schaltfunktionen haben folgende Merkmale:

- Schaltfunktionen s_{ij} sind *dimensionslose* Grössen;
- Sie drücken aus, ob die jeweilige Verbindung i-j von der Last- zur Netzseite hin *geschlossen* ($s_{ij} = 1$) oder *offen* ($s_{ij} = 0$) ist. Sie nehmen also eine der zwei diskreten Werte $s_{ij} \in \{0, 1\}$ an;
- Sie legen aus der in Gl. (2.1) definierten Menge SSK_{EMK} aller möglichen **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen den momentanen **S**chalt**z**ustand $SZ_{xyz,EMK}$ des EMK eindeutig fest. So sagt z.B. der Schaltzustand $SZ_{xyz,EMK} = (abb)$ aus, dass $s_{xa}, s_{yb}, s_{zb} = 1$ und für die restlichen sechs Schaltfunktionen $s_{xb}, s_{xc}, s_{ya}, s_{yc}, s_{za}, s_{zc} = 0$ gilt (Figur 2.2);
- Sie stellen ein wichtiges Werkzeug bei der *mathematischen Beschreibung* des **M**atrix**k**onverters (MK) und dessen Konversionspfade dar:

- Der **Spannungs-Konversionspfad** $u_{a,b,c0} \rightarrow u_{x,y,z0}$ kann unter Verwendung von Schaltfunktionen s_{ij} mit der Spannungs-Matrizengleichung (2.2) ausgedrückt werden;
- Der **Strom-Konversionspfad** $i_{x,y,z} \rightarrow i_{a,b,c}$ kann unter Verwendung von Schaltfunktionen s_{ij} mit der Strom-Matrizengleichung (2.3) ausgedrückt werden.

Die EMK-Matrizengleichungen

Die EMK-Gleichungen (2.2) ÷ (2.3) können mit Hilfe von Figur 2.2 direkt aufgestellt werden, indem alle möglichen spannungs- (bzw. strom-)bildenden Schalterstellungen am Ausgang (bzw. am Eingang) einbezogen werden. Durch diese Gleichungen kommt deutlich zum Ausdruck, dass

- die lastseitigen Ausgangsspannungen $u_{x,y,z0}$ sich über die Schaltfunktionen s_{ij} aus Momentanwerten der netzseitigen Eingangsspannungen $u_{a,b,c0}$ zusammensetzen;
- die netzseitigen Eingangsströme $i_{a,b,c}$ sich über *dieselben* Schaltfunktionen s_{ij} aus Momentanwerten der lastseitigen Ausgangsströmen $i_{x,y,z}$ zusammensetzen.

Die Gleichungen (2.2) ÷ (2.3) können sowohl mit ausgeschriebenen Matrix-/Vektor-Elementen (obere Gleichungen) oder direkt in kompakter Matrix-/Vektor-Schreibweise (untere Gleichungen) angeschrieben werden.

***Spannungs*-Gleichung des EMK**	***Strom*-Gleichung des EMK**
$\begin{bmatrix} u_{x0} \\ u_{y0} \\ u_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{xa} & s_{xb} & s_{xc} \\ s_{ya} & s_{yb} & s_{yc} \\ s_{za} & s_{zb} & s_{zc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{a0} \\ u_{b0} \\ u_{c0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{xa} & s_{ya} & s_{za} \\ s_{xb} & s_{yb} & s_{zb} \\ s_{xc} & s_{yc} & s_{zc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}$
$\boldsymbol{u}_{xyz0} = \mathbf{S}_{\mathrm{EMK}} \cdot \boldsymbol{u}_{abc0}$ (2.2)	$\boldsymbol{i}_{abc} = \mathbf{S}_{\mathrm{EMK}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{i}_{xyz}$ (2.3)

In Gl. (2.2) ÷ (2.3) wird jeweils von Phasengrössen ausgegangen. Die in der Literatur [14] häufige Verwendung verketteter Spannungen auf der Netzseite ($u_{ab,bc,ca} = (u_{a,b,c0} - u_{b,c,a0})$) und/oder auf der Lastseite ($u_{xy,yz,zx} = (u_{x,y,z0} - u_{y,z,x0})$) ist ebenso gut möglich. Die 3×3-Schaltmatrix $\mathbf{S}_{\mathrm{EMK}}$ enthält insgesamt neun Einträge, die gerade aus den einzelnen Schaltfunktionen s_{ij} bestehen. Bei der Schaltmatrix $\mathbf{S}_{\mathrm{EMK}}^{\mathrm{T}}$ handelt es sich dabei um die transponierte Matrix von $\mathbf{S}_{\mathrm{EMK}}$ (Gl. (2.3)).

Unterscheidung von Schalt- und Modulationsfunktionen

Schaltfunktionen s_{ij} beschreiben immer den momentanen Schaltzustand SZ eines 3-Pt-Umschalters. Ist dessen Schaltzustand bekannt, so ist die Information über die drei derselben Lastphase zugeordneten Schaltfunktionen $s_{ia,b,c}$ vorhanden. Das heisst, dass mit gleichzeitiger Kenntnis aller drei Schalterstellungen der drei 3-Pt-Umschalter alle neun Schaltfunktionen s_{ij} momentan eindeutig bekannt sind (siehe Abschnitt 2.1.1).

Modulationsfunktionen m_{ij}

- nehmen hingegen kontinuierliche Werte im Bereich $m_{ij} = [0 \ldots 1]$ an;
- ersetzen die zeitdiskreten Schaltfunktionen s_{ij} durch eine *zeitkontinuierliche* Darstellung der Schalterzustände [19];
- stellen gerade die Kurzzeitmittelwerte der sich sprunghaft ändernden Schaltfunktionen s_{ij} dar ($m_{ij} = s_{ij,km}$);
- erweisen sich als sehr nützliche Rechengrössen bei der Rechnung mit Sollwerten oder sogenannter Kurzzeitmittelwerte.

Kurzzeitmittelwert: Im allgemeinen versteht man unter *Kurzzeitmittelwert* x_{km} den Wert x_{km} einer geschalteten Grösse x, deren gepulster Wert mit einer unendlich hohen Taktfrequenz f_T zustandegekommen ist und demzufolge über eine unendlich kurze Taktperiode $T_T = 1/f_T$ gemittelt wird. Dadurch wird die Taktung und deren Auswirkungen auf das Systemverhalten vernachlässigt. Ein wichtiger Unterschied zum “gleitenden Mittelwert” $\bar{x}$ besteht darin, dass der Kurzzeitmittelwert x_{km} überhaupt keine Mittelung über eine vergangene Zeitspanne vornimmt, sondern eine *rein momentane Grösse* ohne zeitliche Verzögerung darstellt.

Es ist immer möglich, bei Gleichungen mit Schaltfunktionen s_{ij}, letztere durch Vertauschung mit Modulationsfunktionen m_{ij} ($m_{ij} \Leftrightarrow s_{ij}$) zu ersetzen. Die Gültigkeit einer solchen Umrichtergleichung bleibt dabei genauso erhalten mit dem Unterschied, dass

- **Schaltfunktionen** s_{ij} *momentan geschaltete* (in Realität existierende) Umrichtergrössen x und
- **Modulationsfunktionen** m_{ij} *momentan (kurzzeitig) gemittelte* (in Realität NICHT existierende) Umrichtergrössen x_{km} ohne Berücksichtigung der Taktfrequenz f_T (d.h $f_T \to \infty$)

beschreiben.

So kann z.B. in Gl. (2.2) ÷ (2.3) anstelle der Schaltmatrix $\mathbf{S}_{\mathrm{EMK}}$ bestehend aus den Einträgen s_{ij} genauso gut mit der Modulationsmatrix $\mathbf{M}_{\mathrm{EMK}}$ bestehend aus den Einträgen m_{ij} gerechnet werden, im Falle dass eine zeitkontinuierliche Betrachtung von lastseitigen Ausgangsspannungen $u_{x,y,z0}$ und netzseitigen Eingangsströmen $i_{a,b,c}$ erwünscht ist.

2.2 Zweistufiger Matrixkonverter (ZMK)

Auch dieses Unterkapitel gliedert sich in drei Abschnitte. Ähnlich zu Unterkapitel 2.1 beginnt das folgende Unterkapitel mit der Vorstellung einer Matrix-Struktur, die allerdings neuer ist als die oben beschriebene einstufige Variante (Abschnitt 2.2.1). Im Unterschied zum **e**instufigen **M**atrix**ko**nverter (EMK) wird hier der **z**weistufige **M**atrix**k**onverter (ZMK) bestehend aus zwei Stufen beschrieben [35]. Da die Schaltvorschriften an die gleichen Grundsätze wie beim EMK gebunden sind (siehe Abschnitt 2.2.1), scheiden auch für den ZMK viele unsinnige **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) aus. Aufgrund der Kenntnis dieser übriggebliebenen erlaubten SSK soll in diesem Unterkapitel das Schwergewicht vor allem auf die Beschreibung des Funktionsprinzips des ZMK in Abschnitt 2.2.2 gelegt werden. Dabei steht eindeutig das Verständnis für die Schaltung im Vordergrund und nicht deren analytische Beschreibung, die erst im folgenden Kapitel 3 in Angriff genommen wird. Deshalb wird in diesem Unterkapitel auf das Aufstellen von (Matrix-)Gleichungen verzichtet. Nachdem dann in Abschnitt 2.2.3 die Namensgebungen für die beiden Stufen des ZMK in Tabelle 2.1 festgelegt worden sind, soll in Abschnitt 2.2.4 in Tabelle 2.2 eine Übersicht über alle mit diesen beiden Stufen erzeugbaren – und erlaubten – Schaltzustände $\mathrm{SZ}_{\mathrm{ZMK}}$ aufgelistet werden. Diese dort definierten Schaltzustände dienen dann als Grundlage für die in Kapitel 5 entwickelten Modulationsverfahren.

2.2.1 Struktur des ZMK

Dieser Abschnitt unterteilt sich wie bereits Abschnitt 2.1.1 in die drei vergleichbaren Unterabschnitte, "Grundstruktur", "Allgemeine Schaltvorschriften" und "Erlaubte Schaltzustände des ZMK". Diese Strukturierung hebt hervor, dass aufgrund von in der Realität einzuhaltender Schaltprinzipien für die vorgeschlagene Struktur des ZMK nur eine begrenzte Anzahl möglicher Schaltzustände (bzw. Schalthandlungen) während des Betriebs erlaubt ist.

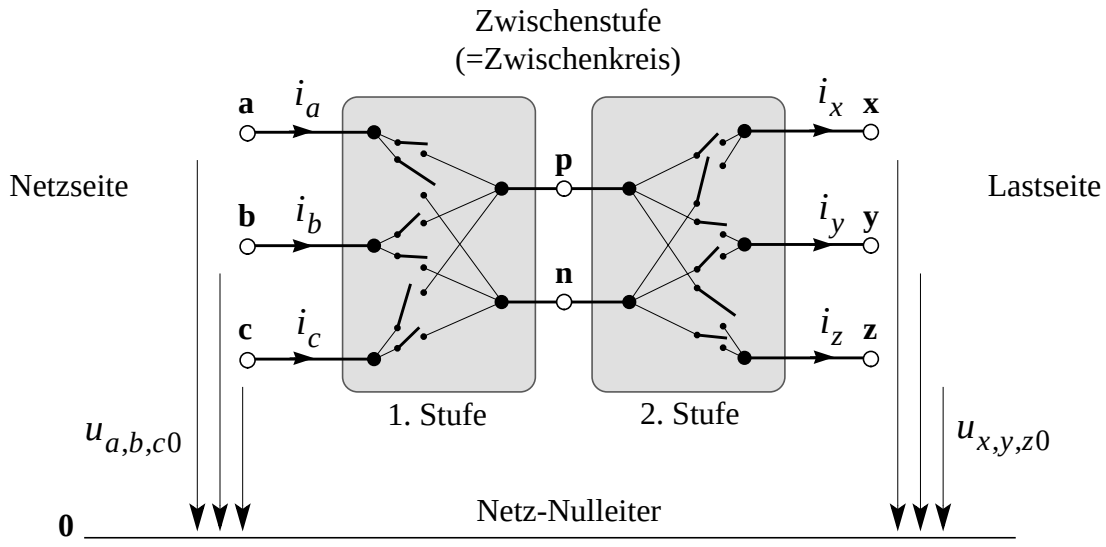
Grundstruktur

Wie der **e**instufige **M**atrix**k**onverter (EMK) lässt sich auch der **z**weistufige **M**atrix**k**onverter (ZMK) den **D**irekt**u**m**r**ichtern (DUR) zuordnen, weil auch er auf die Energiezwischenspeicherung verzichtet, so dass Netz und Last von der Leistung her gesehen direkt miteinander gekoppelt sind. Die Grundstruktur des ZMK ist in Figur 2.3 dargestellt. Im Unterschied zum EMK ist der ZMK aus zwei (Teil-)Stufen aufgebaut. Die beiden Stufen sind über einen speicherfreien Zwischenkreis direkt miteinander verbunden. Allerdings enthält dieser Zwischenkreis keine Energiespeicher, sondern besteht ausschliesslich aus ***zwei*** Klemmen p und n. Bei ***drei*** Klemmen im Zwischenkreis würde es sich dann gerade um zwei hintereinandergeschaltete EMK handeln, so dass dieser Fall ebensowenig sinnvoll ist wie der Fall mit ***mehr als drei*** Zwischenkreisklemmen, da ohnehin nur drei Netzanschlüsse zur Verfügung stehen. Ebenso sinnlos wäre die Benützung nur ***einer*** Zwischenkreisklemme, da dann gar kein geschlossener Stromkreis vorläge. Im folgenden wird also immer der Schaltungstyp mit *zwei* Zwischenkreisklemmen p,n betrachtet.

Aufgrund der symmetrischen Trennung in der Mitte der Schaltung wird der ZMK mit zwei Teilstromrichtern aufgebaut. Von aussen gesehen kann der ZMK mit Hilfe über jeweils eine (DC^3-)Klemme p,n jeden der drei netzseitigen AC-Anschlüsse a,b,c mit jedem der drei lastseitigen AC-Anschlüsse x,y,z durchverbinden. Das heisst von jedem Netzanschluss a,b,c aus führt ein möglicher Weg indirekt über den zweipoligen Zwischenkreis mit den Klemmen p,n zu jedem Lastanschluss x,y,z. Diese scheinbar uneingeschränkte Wahl in der Anzahl Durschaltmöglichkeiten zwischen der Netz- und der Lastseite gilt also nur, solange genau eine Punkt-zu-Punkt-Verbindung (z.B. der Weg $a \rightarrow p \rightarrow x$ oder in umgekehrter Richtung $y \rightarrow n \rightarrow c$) betrachtet wird (Figur 2.3) und darüberhinaus noch keine Unterscheidung zwischen verbotenen und erlaubten Schaltzuständen vorgenommen wurde.
Bevor aber auf diese begrenzte Anzahl an realisierbaren bzw. erlaubten **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) auf Seite 57 bzw. in Abschnitt 2.2.4 näher eingegangen wird, soll anhand der schematischen funktionsorientierten Darstellung des ZMK in Figur 2.3 zuerst die maximale Anzahl möglicher SSK hergeleitet werden. Der Übersichtlichkeit halber seien analog zur Figur 2.1 alle Schalter in geöffneter Stellung eingezeichnet.

---

3) Begründung für “DC”-Bezeichnung siehe Seite 56 unten bzw. [6] auf Seite 58



Figur 2.3: Mögliche durchschaltbare Verbindungen eines **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) mit *zwölf* Punkt-zu-Punkt-Schaltern.

Die erste Stufe (Figur 2.3 links) weist für jede denkbare Verbindung sechs Punkt-zu-Punkt-Schalter auf, von denen jeder entweder geöffnet oder geschlossen sein kann. Das ergibt für jeden einzelnen Schalter zwei mögliche Schalterstellungen. Dasselbe gilt für die zweite Stufe (Figur 2.3 rechts) mit ebenfalls sechs Punkt-zu-Punkt-Schaltern. Damit ist es möglich, mit den insgesamt 12 Schaltern zusammen $2^{12} = 4096$ mögliche SSK herzustellen. Da beide Stufen jeweils sechs Schalter aufweisen, kann also jede Stufe unabhängig von der anderen $2^6 = 64$ mögliche SSK erzeugen. Unter diesem Gesichtspunkt ist jeder Schalter völlig unabhängig von seinen Nachbarn ansteuerbar.

Allgemeine Schaltvorschriften

Soll die Schaltung in Figur 2.3 gleich wie der EMK (siehe Figur 2.1) in ein elektrisches Gesamtsystem eingebettet und erfolgreich betrieben werden können, dann müssen dieselben elektrotechnischen Grundregeln wie beim EMK berücksichtigt werden. Diese Grundregeln seien wegen ihrer fundamentalen Wichtigkeit an dieser Stelle nochmals aufgeführt:

- Es ist nicht erlaubt, **zwei dreiphasige starre Spannungsquellen** $u_{a,b,c0}$ (Netzseite) und $u_{x,y,z0}$ (Lastseite) über die Zwischenkreisklemmen p,n aufeinanderzuschalten, da durch einen solchen Kurzschluss die Ströme in den Phasen theoretisch unendlich hohe Werte annehmen können ($i_{a,b,c} \to \infty$, $i_{x,y,z} \to \infty$).

- Es ist nicht erlaubt, **zwei dreiphasige starre Stromquellen** $i_{a,b,c}$ (Netzseite) und $i_{x,y,z}$ (Lastseite) über die Zwischenkreisklemmen p,n aufeinanderzuschalten, da durch einen solchen Stromsprung die Spannungen über den Schaltern theoretisch unendlich hohe Werte annehmen können $((u_{ij} = u_{i0} - u_{j0}) \rightarrow \infty \ (i \in \{x,y,z\},\ j \in \{a,b,c\})$.

Aufgrund dieser Erkenntnisse ist es zwingend, dass die Systemumgebung des Umrichters bestimmten Anforderungen genügt. Diese führen auf grundlegende **Schaltvorschriften** (analog zu Abschnitt 2.1.1, Seite 44).

- Die Netzseite muss **Spannungsquellencharakter** aufweisen. Das heisst das Netz muss als *"**v**oltage **s**ource"* **VS** wirken.
  $\rightarrow$ **Spannungs-Kurzschlüsse auf der Netzseite** a,b,c sind verboten.
- Die Lastseite muss **Stromquellencharakter** aufweisen. Das heisst die Last muss als *"**c**urrent **s**ource"* **CS** wirken.
  $\rightarrow$ **Strom-Unterbrüche auf der Lastseite** x,y,z sind verboten.

Umgekehrt wäre es mit eingangs- und ausgangsseitig vertauschten Quelleneigenschaften durchaus denkbar,

- mit der immer vorhandenen Zuleitungsinduktivität bzw. Transformator-Streuinduktivität des Netzes am Umrichter**eingang** für **Stromquellencharakter**
- und gleichzeitig mit lastseitigen, direkt am Umrichter zusätzlich angeschlossenen Kondensatoren am Umrichter**ausgang** für **Spannungsquellencharakter**

zu sorgen. Bei diesen Systembedingungen müsste allerdings die Lage der 3-Pt-Umschalter des EMK bezüglich der Netz- und der Lastseite umgedreht werden, so dass sich deren beweglichen Spitzen (≅ Schalter-Enden) neu auf der Lastseite und deren Drehpunkte auf der Netzseite befinden (vergleiche Figur 2.2). Dasselbe gilt auch für die noch zu definierenden Umschalter des ZMK (Figur 2.4, Seite 56). Dort müssten zusätzlich noch die beiden Stufen des Umrichters miteinander vertauscht werden. Diese für die Anwendung ebenfalls mögliche Systemvariante wird aber in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt[4].

4) siehe auch Erläuterungen unter Abschnitt 2.1.1 auf Seite 44

Erlaubte Schaltzustände des ZMK

Die oben aufgezählten Schaltvorschriften ermöglichen eine Sortierung von erlaubten und verbotenen Schaltzuständen. Dabei werden diejenigen Schaltzustände als verboten angesehen, die diese Schaltvorschriften verletzen.

Erlaubte Schaltzustände werden also nur erzeugt, falls jede einzelne Zwischenkreisklemme p,n (bzw. Lastanschluss x,y,z) gleichzeitig *genau eine Verbindung* zu einem – aber beliebigem – der direkt benachbarten Netzanschlüsse a,b,c (bzw. Zwischenkreisklemmen p,n) herstellt. Unter Berücksichtigung dieses Schaltprinzips bleiben

- für die **erste Stufe** von den ursprünglich $2^6 = 64$ nur noch $3^2 = 9$
- und für die **zweite Stufe** von den ebenfalls $2^6 = 64$ nur noch $2^3 = 8$

sinnvolle **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) $SSK_{GR\ (=1.\ Stufe)}$ bzw. $SSK_{WR\ (=2.\ Stufe)}$ übrig. Für den ZMK lassen sich somit unter gleichzeitiger Betrachtung der ersten und der zweiten Stufe von den ursprünglich $2^{12} = 4096$ möglichen SSK nur noch $3^2 \cdot 2^3 = 72$ SSK_{ZMK} erzeugen.

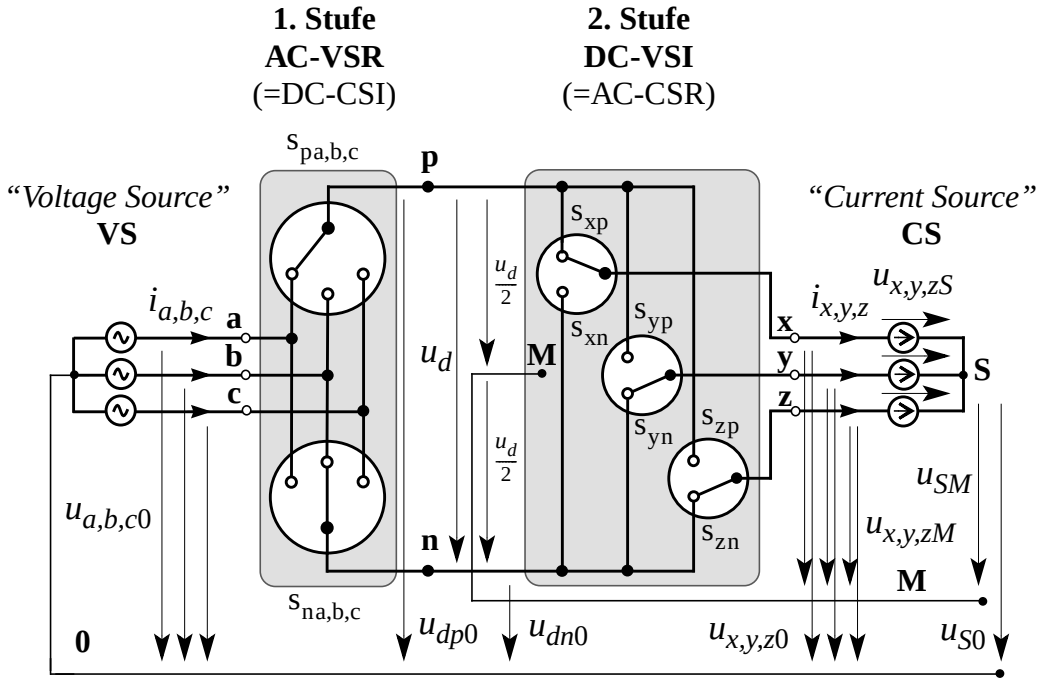
Es ist bemerkenswert, dass beim ZMK nur gerade ca. ***1.76%*** *aller prinzipiell möglichen* ***S****chalter****s****tellungs****k****ombinationen (SSK) sinnvoll genutzt werden können. Damit liegt die Ausnutzung aller denkbaren SSK beim ZMK um weitere 3.51% tiefer im Vergleich zu den 5.27% der nutzbaren SSK beim EMK (vergleiche analoge Bemerkung zum EMK auf Seite 45).*

Fortan werden nur noch erlaubte SSK betrachtet. Zur besseren Darstellung bezeichne SSK_{ZMK} die *Menge aller erlaubten ZMK-****S****chalter****s****tellungs****k****ombinationen*. Dabei werden die beiden Stufen kombiniert betrachtet. Mit $SZ_{pn\ xyz,ZMK}$ werden alle einzelnen **S**chalt**z**uständen SZ dieser Menge bezeichnet.

$$SSK_{ZMK} = \left\{ SZ_{pn\ xyz,ZMK} = (pn\ xyz) \,\middle|\, \begin{matrix} p,n \in \{a,b,c\} \\ x,y,z \in \{p,n\} \end{matrix} \right\} \tag{2.4}$$

Die drei Lastanschlüsse x,y,z zusammen mit den beiden Zwischenkreisklemmen p,n in Gl. (2.4) umfassen alle Elemente dieser Menge SSK_{ZMK}, denn mit den oben hergeleiteten Schaltvorschriften muss genau jede einzelne Klemme p,n (bzw. Anschluss x,y,z) mit jeweils genau *einem* direkt benachbartem Anschluss a,b,c (bzw. Klemme p,n) verbunden sein. Also kann jedes Element p,n (bzw. x,y,z) die Werte a,b,c (bzw. p,n) aus der Menge SSK_{ZMK} aller erlaubten **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) annehmen.

Im Vergleich zur Figur 2.3 mit sämtlichen – auch unsinnigen – SSK sind in Figur 2.4 nur noch die erlaubten SSK enthalten. Diese anschaulichere Darstellung benutzt zwei ideale trägheitslose 3-Pt-Umschalter für die erste (dem Netz zugewandte) Stufe und drei gleichartige 2-Pt-Umschalter für die zweite (der Last zugewandte) Stufe. Auf die Realisierung der gezeigten Umschalter mit heutigen Leistungshalbleitern wird in Kapitel 4 eingegangen.



Figur 2.4: ZMK mit idealen trägheitslosen Umschaltern mit dem gewählten Schaltzustand $SZ_{pn\ xyz,ZMK}$ = (ab pnn) ≅ **ab pnn**.

Die **Darstellung mit Umschaltern** erhöht neben dem Verständnis für die Schaltung auch die Übersicht über alle erlaubten Schaltzustände. Sie schliesst verbotene SSK vollständig aus. Eine kurze Überprüfung von Figur 2.4 zeigt, dass unter Verwendung von Umschaltern weder netzseitige Spannungs-Kurschlüsse noch lastseitige Strom-Unterbrüche zugelassen werden. Es soll hier nicht mehr näher auf die Eigenschaften der Umschalterdarstellung eingegangen werden (vergleiche dazu Abschnitt 2.1.1, Seite 46).

Prinzipiell ist bei dem in Figur 2.4 dargestellten Zwischenkreis für die Spannung u_d zwischen den Klemmen p,n eine völlig beliebige Kurvenform möglich (AC, DC oder beides). Allerdings darf die Spannung u_d in der Praxis nur *eine Polarität*[5] aufweisen im Hinblick auf eine Realisierung mit heutigen Halbleitern, wie in Kapitel 4 gezeigt wird. Deshalb konzentriert sich diese

5) genauere Ausführungen siehe unter "Polarität der DC-Spannung" auf Seite 79 unter Abschnitt 3.2.3 "Erzeugung der DC-Spannungen" in Kapitel 3

Arbeit in Bezug auf den Zwischenkreis p,n auf die Erzeugung von DC-Grössen, deren Kurzzeitmittelwerte durchaus auch eine überlagerte AC-Grösse haben dürfen, solange die Bedingung der Polarität für die Spannung u_d eingehalten wird (vergleiche Abschnitt 5.5.3, Seite 239). Die DC-Spannung u_d soll also nur positiv sein, d.h es gelte $u_d \geq 0$.

An dieser Stelle muss eine gemachte Aussage auf Seite 52 am Anfang dieses Abschnitts 2.2.1 "Struktur des ZMK" nachträglich kommentiert werden. Dort wurde ausgehend von Figur 2.3 behauptet: "*Von jedem Netzanschluss* a,b,c *aus führt ein möglicher Weg indirekt über den zweipoligen Zwischenkreis mit den Klemmen* p,n *zu jedem Lastanschluss* x,y,z." Aus Figur 2.4 mit der Umschalterdarstellung geht aber klar hervor, dass mit dem ZMK unter nachträglicher Berücksichtigung der hergeleiteten Schaltvorschriften mit der reduzierten Menge SSK_{ZMK} aller erlaubten **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) momentan höchstens zwei verschiedene Netzphasen a,b,c mit den drei Lastphasen x,y,z in Verbindung gebracht werden können. Dies führt zu folgender Erkenntnis:

Im Gegensatz zum **e**instufigen (konventionellen) **M**atrix**k**onverter (EMK) weist der **z**weistufige **M**atrix**k**onverter (ZMK) **leicht reduzierte Matrixeigenschaften** auf. Es können gleichzeitig *maximal zwei* der drei vorhandenen Netzphasen a,b,c über die beiden Zwischenkreisklemmen p und n mit den drei Lastphasen x,y,z verbunden werden.

Trotz dieser einschränkenden Eigenschaft des ZMK mit reduzierter Anzahl an Durschaltmöglichkeiten wird man in dieser Arbeit unter Kapitel 5 "Modulation" sehen, dass der ZMK aufgrund dieser strukturell bedingten Einschränkung (siehe Figur 2.3, Seite 53) überhaupt keine Einbusse bei den zu erzeugenden Pulsmustern für Spannungen und Ströme erleidet. Dies liegt daran, dass die in dieser Arbeit untersuchten Modulationsverfahren ohnehin auf jegliche Schaltzustände verzichten, bei denen zu einem beliebigen Zeitpunkt jeweils alle drei Netzphasen auf alle drei Lastphasen gleichzeitig durchverbunden werden müssten (siehe Kapitel 5).

2.2.2 Funktionsprinzip des ZMK

Das Funktionsprinzip des ZMK kann ebenfalls mit Hilfe von Figur 2.4 erläutert werden. Dabei wird in einem ersten Schritt auf die *Spannungs-Konversion* und in einem zweiten Schritt auf die *Strom-Konversion* eingegangen. Die Funktion beider Stufen leuchtet unter folgender Betrachtungsweise auf einen Schlag ein:

- ***Spannungs*-Konversionspfad (Figur 2.4):**
  - **Netzseitige Stufe (=1. Stufe)**
    Der netzseitige – nach der Spannungs-Konversion benannte – *Wechselspannungs-Gleichrichter* **AC-VSR** *("**AC** **v**oltage **s**ource **r**ectifier")* erzeugt
    - ausgehend von der Netzseite aus den an seinem AC-Eingang a,b,c *eingeprägten* dreiphasigen AC-Netzspannungen $u_{a,b,c0}$ (siehe Spannungsquellen "VS" in Figur 2.4) mit Hilfe seines Modulators an seinem DC-Ausgang p,n
    - eine geschaltete (d.h. gepulste) DC-Spannung u_d, die sich aus den *aufgeprägten* DC[6]-Spannungen u_{dp0} an der p-Klemme und u_{dn0} an der n-Klemme zusammensetzt.
      Diese DC-Spannung u_d wirkt als *eingeprägte* Eingangsspannung für den lastseitigen – nach der Spannungs-Konversion benannte – *Gleichspannungs-Wechselrichters* **DC-VSI** *("**DC** **v**oltage **s**ource **i**nverter")*.
  - **Lastseitige Stufe (=2. Stufe)**
    Der lastseitige **DC-VSI** erzeugt
    - ausgehend von der an seinem DC-Eingang p,n *eingeprägten* geschalteten DC-Spannung u_d (bzw. u_{dp0} und u_{dn0}) mit Hilfe seines Modulators für jede einzelne Lastphase an seinem AC-Ausgang x,y,z
    - eine *aufgeprägte*, wiederum geschaltete (d.h. gepulste) AC-Lastspannung $u_{x,y,zM}$ (bzw. $u_{x,y,z0}$) einstellbarer GS-Amplitude U_L und Last-(GS)-Frequenz f_L mit jeweils sinusförmigem Kurzzeitmittelwert $u_{x,y,zS,km}$ für die Lastphasenspannungen $u_{x,y,zS}$ über den Strängen der angehängten Last (siehe Stromquellen "CS" in Figur 2.4).
      Diese drei Lastphasenspannungen $u_{x,y,zS}$ rufen ihrerseits einen jeder Lastphase x,y,z zugeordneten, und von der angeschlossenen Last abhängigen, dreiphasigen Laststrom $i_{x,y,z}$ hervor[7].

---

6) Die Erzeugung einer DC-Grösse ist vor allem im Hinblick auf die praktische Realisierung des ZMK sinnvoll; siehe dazu auch Bemerkungen auf Seite 56 unten oder Seite 60 oben.

7) Die "Bemerkung zu den eingeprägten Lastströmen" auf Seite 47 unter Abschnitt 2.1.2 "Funktionsprinzip des EMK" gilt an dieser Stelle genau gleich.

- ***Strom*-Konversionspfad (Figur 2.4):**
  - **Lastseitige Stufe (=2. Stufe)**
    Die lastseitigen dreiphasigen AC-Ströme $i_{x,y,z}$ wirken aus der Sicht des **DC-VSI** als *eingeprägte* Ströme. Der DC-VSI, der in Bezug auf die Strom-Konversion auch als *Wechselstrom-Gleichrichter* **AC-CSR** *("**AC** **c**urrent **s**ource **r**ectifier")* bezeichnet werden kann, erzeugt
    - ausgehend von der Lastseite aus den an seinem AC-Ausgang x,y,z *eingeprägten* dreiphasigen AC-Lastströmen $i_{x,y,z}$ mit Hilfe *desselben*, dem DC-VSI zugeordneten Modulators[8] an seinem DC-Eingang p,n
    - einen *aufgeprägten* geschalteten (d.h. gepulsten) DC-Strom i_d.
      Dieser DC-Strom i_d wirkt als *eingeprägter* Eingangsstrom des netzseitigen **AC-VSR**.
  - **Netzseitige Stufe (=1. Stufe)**
    Der netzseitige **AC-VSR**, der in Bezug auf die Strom-Konversion auch als *Gleichstrom-Wechselrichter* **DC-CSI** *("**DC** **c**urrent **s**ource **i**nverter")* bezeichnet werden kann, erzeugt
    - ausgehend von dem an seinem DC-Ausgang p,n *eingeprägten* geschalteten DC-Strom i_d mit Hilfe *desselben*, dem AC-VSR zugeordneten Modulators[9] an seinem AC-Eingang für jede einzelne Netzphase a,b,c
    - einen *aufgeprägten*, wiederum geschalteten (d.h. gepulsten) AC-Netzstrom $i_{a,b,c}$ mit (indirekt) einstellbarer GS-Amplitude I_N und Netz-(GS)-Frequenz f_N mit jeweils sinusförmigem Kurzzeitmittelwert $i_{a,b,c,km}$ für die Netzphasenströme $i_{a,b,c}$.

Genau gleich wie beim **e**instufigen **M**atrix**k**onverter (EMK) gilt auch beim **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK):

Der **Spannungs**-Konversionspfad verläuft von der Netz- zur Lastseite. Der **Strom**-Konversionpfad verläuft **in entgegengesetzter Richtung** von der Last- zur Netzseite.
Da die aufgeprägten Spannungen und Ströme beim ZMK jeweils mit derselben Umrichterstufe erzeugt werden, sind diese nicht unabhängig voneinander (vergleiche analoge Bemerkung für den EMK auf Seite 47).

---

8) Gemeint ist dabei derjenige Teil des ZMK-Modulators, der die Schaltbefehle für den lastseitigen DC-VSI erzeugt.
9) wie [8] aber bezogen auf den Modulatorteil zur Ansteuerung des netzseitigen AC-VSR

Aus der oben gemachten Beschreibung zur Funktion des ZMK geht hervor, dass an den beiden Zwischenkreisklemmen p und n immer (gepulste) DC-Grössen auftreten. Daher können diese Klemmen in Analogie zu den AC-Anschlüssen a,b,c und x,y,z als *DC-Klemmen* p,n benannt werden (siehe auch Erläuterungen auf Seite 56).

2.2.3 Benennung der Schaltungsstufen

An dieser Stelle seien in Tabelle 2.1 nochmals sämtliche der oben eingeführten Benennungen für die beiden Schaltungsstufen des zweistufigen Matrixkonverters aufgelistet. Dabei werden die Namen sowohl in deutscher als auch

Stufe	**Sprache**	**Namen-länge**	***Spannungs*-Bezeichnung**	***Strom*-Bezeichnung**
netzseitig	Deutsch	voller Name	Wechselspannungs-**Gleichrichter**	Gleichstrom-**Wechselrichter**
		Abkürzung	**GR** (=**G**leich**r**ichter)	**WR** (=**W**echsel**r**ichter)
	Englisch	voller Name	**AC v**oltage **s**ource **r**ectifier	**DC c**urrent **s**ource **i**nverter
		Abkürzung	**AC-VSR**	**DC-CSI**
lastseitig	Deutsch	voller Name	Gleichspannungs-**Wechselrichter**	Wechselstrom-**Gleichrichter**
		Abkürzung	**WR** (=**W**echsel**r**ichter)	**GR** (=**G**leich**r**ichter)
	Englisch	voller Name	**DC v**oltage **s**ource **i**nverter	**AC c**urrent **s**ource **r**ectifier
		Abkürzung	**DC-VSI**	**AC-CSR**

Tabelle 2.1: Sämtliche Namen für die beiden Stufen des ZMK.

englischer Sprache angegeben. Zugunsten einer einheitlichen Bezeichnung werden in den folgenden Kapiteln nur noch die *deutschen* Bezeichnungen mit den üblicheren *Spannungs*-Bezeichnungen verwendet. Diese häufig(er) benutzten Spannungs-Bezeichnungen sind in Tabelle 2.1 grau hinterlegt hervorgehoben.

Im Sinne einer einheitlichen Benennung werden in den folgenden Kapiteln die Bezeichnungen “GR” für “(Wechselspannungs-)**G**leich**r**ichter” bzw. “WR” für “(Gleichspannungs-)**W**echsel**r**ichter” benutzt.

2.2.4 Auflistung der erlaubten Schaltzustände

In diesem Abschnitt wird in Tabelle 2.2 (folgende Seite) eine kompakte Darstellung über alle benutzbaren erlaubten Schaltzustände SZ des ZMK aufgelistet. Dazu wird jeder einzelne Schaltzustand $SZ_{pn\,xyz,ZMK}$ aus der Menge SSK_{ZMK} der erlaubten **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) aufgeführt und der gewählten Reihenfolge nach durchnumeriert. Diese Übersicht erlaubt bei der Beschreibung der Modulation des ZMK (Kapitel 5) ein rasches Nachschlagen mit eindeutiger Zuordnung der Schaltzustände.

Nullzustände

In Tabelle 2.2 sind alle Schaltzustände SZ, die bei der einen Stufe (GR, WR oder beide zusammen) elektrisch gesehen keine Leistungsübertragung im Umrichter erzeugen, mit grauen Flächen eingefärbt. Es handelt sich dabei um Schaltzustände, bei denen entweder die Umschalter der einen Stufe (oder beider Stufen) gleichzeitig einen und denselben Anschluss belegen. Da bei derartigen Schalterstellungen weder Lastspannungen am WR-Ausgang noch Netzströme am GR-Eingang erzeugt werden, ist es sinnvoll, diese Zustände als *(Schalt-)Nullzustände* zu bezeichnen, weil mit diesen Zuständen keine Leistung im System übertragen wird. Während die erste Gruppe alle gewöhnlichen Schaltzustände $SZ_{01,\ldots,36}$ darstellt, umfasst die zweite Gruppe sämtliche Nullzustände $SZ_{37,\ldots,72}$.

Nachfolgende SSK-Mengenauflistung sortiert die verschiedenen Nullzustände $SZ_{37,\ldots,72}$ des ZMK und gibt an, welche SZ aus der Teilmenge $SSK_{GR,0}$ nur durch den GR, welche SZ aus der Teilmenge $SSK_{WR,0}$ nur durch den WR und welche durch beide Stufen zusammen erzeugt werden ($SSK_{ZMK,0} = SSK_{GR,0} \cup SSK_{WR,0}$). Die SZ stellen dabei immer Elemente der SSK dar.

Gleichrichter-(GR)-Nullzustände

$$SZ_{pn,(ZMK,)GR,0} \in SSK_{GR,0} = \{SZ_{37,\ldots,54}\} \tag{2.5}$$

$$(pn) \in \{(aa),(bb),(cc)\} = SSK_{GR,0}$$

Wechselrichter-(WR)-Nullzustände

$$SZ_{xyz,(ZMK,)WR,0} \in SSK_{WR,0} = \{SZ_{55,\ldots,66}\} \tag{2.6}$$

$$(xyz) \in \{(ppp),(nnn)\} = SSK_{WR,0}$$

Kombinierte (=doppelte) **Nullzustände** (GR und WR)

$$SZ_{pn\ xyz,ZMK,0} \in SSK_{ZMK,0} = \{SZ_{67,\ldots,72}\} \qquad (2.7)$$

$$(pn\ xyz) \in \{\{(aa),(bb),(cc)\} \cup \{(ppp),(nnn)\}\} = SSK_{ZMK,0}$$

Numerierte ZMK-Schaltzustände $SZ_{pn\ xyz,ZMK} = (pn\ xyz) \cong$ **pn xyz** mit den möglichen Werten $p,n \in \{a,b,c\}$, $x,y,z \in \{p,n\}$					
SZ_{01}	ab pnn	SZ_{19}	ba pnn	SZ_{37}	aa pnn
SZ_{02}	ab ppn	SZ_{20}	ba ppn	SZ_{38}	aa ppn
SZ_{03}	ab npn	SZ_{21}	ba npn	SZ_{39}	aa npn
SZ_{04}	ab npp	SZ_{22}	ba npp	SZ_{40}	aa npp
SZ_{05}	ab nnp	SZ_{23}	ba nnp	SZ_{41}	aa nnp
SZ_{06}	ab pnp	SZ_{24}	ba pnp	SZ_{42}	aa pnp
SZ_{07}	ac pnn	SZ_{25}	ca pnn	SZ_{43}	bb pnn
SZ_{08}	ac ppn	SZ_{26}	ca ppn	SZ_{44}	bb ppn
SZ_{09}	ac npn	SZ_{27}	ca npn	SZ_{45}	bb npn
SZ_{10}	ac npp	SZ_{28}	ca npp	SZ_{46}	bb npp
SZ_{11}	ac nnp	SZ_{29}	ca nnp	SZ_{47}	bb nnp
SZ_{12}	ac pnp	SZ_{30}	ca pnp	SZ_{48}	bb pnp
SZ_{13}	bc pnn	SZ_{31}	cb pnn	SZ_{49}	cc pnn
SZ_{14}	bc ppn	SZ_{32}	cb ppn	SZ_{50}	cc ppn
SZ_{15}	bc npn	SZ_{33}	cb npn	SZ_{51}	cc npn
SZ_{16}	bc npp	SZ_{34}	cb npp	SZ_{52}	cc npp
SZ_{17}	bc nnp	SZ_{35}	cb nnp	SZ_{53}	cc nnp
SZ_{18}	bc pnp	SZ_{36}	cb pnp	SZ_{54}	cc pnp
SZ_{55}	ab ppp	SZ_{61}	ab nnn	SZ_{67}	aa ppp
SZ_{56}	ac ppp	SZ_{62}	ac nnn	SZ_{68}	aa nnn
SZ_{57}	bc ppp	SZ_{63}	bc nnn	SZ_{69}	bb ppp
SZ_{58}	ba ppp	SZ_{64}	ba nnn	SZ_{70}	bb nnn
SZ_{59}	ca ppp	SZ_{65}	ca nnn	SZ_{71}	cc ppp
SZ_{60}	cb ppp	SZ_{66}	cb nnn	SZ_{72}	cc nnn

Tabelle 2.2: Alle erzeugbaren Schaltzustände des zweistufigen MK:

normale Schaltzustände — Nullzustände des GR

Nullzustände des WR — doppelte Nullzustände

2.3 Zusammenfassender Vergleich

In diesem Kapitel wird im ersten Teil zuerst anhand des **e**instufigen **M**atrix-**k**onverters (EMK) gezeigt, dass es möglich ist, aus der Menge aller möglichen **S**chalter**s**tellungs**k**ombinationen (SSK) mittels Schaltvorschriften die erlaubten Schaltzustände abzuleiten. Ausgehend davon kann das Prinzip der Spannungs- bzw. Strom-Konversion erläutert werden. Schalt- und Modulationsfunktionen eignen sich zur mathematischen Beschreibung der Schaltzustände des Matrixkonverters und bilden die analytische Grundlage.
Im zweiten Teil wird ausgehend von den Schaltvorschriften auf die Beschreibung des Funktionsprinzips des **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) und dessen Darstellung mit Umschaltern eingegangen. Benennungsarten sowie eine Übersicht über alle nutzbaren erlaubten Schaltzustände runden das Kapitel ab.
Zum Schluss von Kapitel 2 gibt Tabelle 2.3 einige wichtige Aspekte bezüglich der Eigenschaften des EMK bzw. ZMK wider.

Eigenschaft	**Einstufiger MK**	**Zweistufiger MK**
Anzahl einzeln ansteuerbarer Schalter	9	12
Totale Anzahl SZ	512	4096
Erlaubte Anzahl SZ	27	72
Anzahl Nullzustände	3 (=11.1% von 27)	36 (=50% von 72)
Ausnutzungrate der *erlaubten* SSK im Vergleich zu allen *möglichen* SSK	5.27%	1.76%
Anzahl Umschalter	3×3-Punkt (total **3**)	2×3-Punkt + 3×2-Punkt (total **5**)
Anzahl unabhängiger Schaltfunktionen	9 - **3** = 6	12 - **5** = 7
Anschlüsse / Klemmen	a,b,c und x,y,z	a,b,c, x,y,z und p,n
Erzeugte AC-Grössen Erzeugte DC-Grössen	$i_{a,b,c}$ und $u_{x,y,z0}$ keine	$i_{a,b,c}$, $u_{x,y,z0}$, $u_{x,y,zM}$ i_d, u_d, u_{dp0}, u_{dn0}
Matrixeigenschaft	voll	reduziert

Tabelle 2.3: Zusammenstellung einiger Unterschiede **EMK** $\leftrightarrow$ **ZMK**.

Gemäss der in Tabelle 2.3 angegebenen Anzahl der ansteuerbaren Schalter (erste Zeile) erscheint der Aufbau eines ZMK mit 12 Schaltern aufwendiger zu sein als der Aufbau eines EMK mit 9 Schaltern. Bei der Realisierung stellt sich allerdings heraus, dass es im Vergleich zum EMK sogar möglich ist, den ZMK mit geringerem Halbleiteraufwand aufzubauen – je nach gewählter Schaltungstopologie (siehe Kapitel 4).

3 Gleichungen des zweistufigen Matrixkonverters

In diesem Kapitel werden die elektrischen Zusammenhänge des **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) hergeleitet. Diese bilden die analytische Grundlage für alle nachfolgenden Untersuchungen, welche die Modulation des ZMK (Kapitel 5) und dessen geregeltes Verhalten zusammen mit dem betrachteten Gesamtsystem betreffen. Zur Analyse wird das Gesamtsystem in folgende drei **Teilsysteme** unterteilt (siehe Übersichtsbild Figur 3.1):

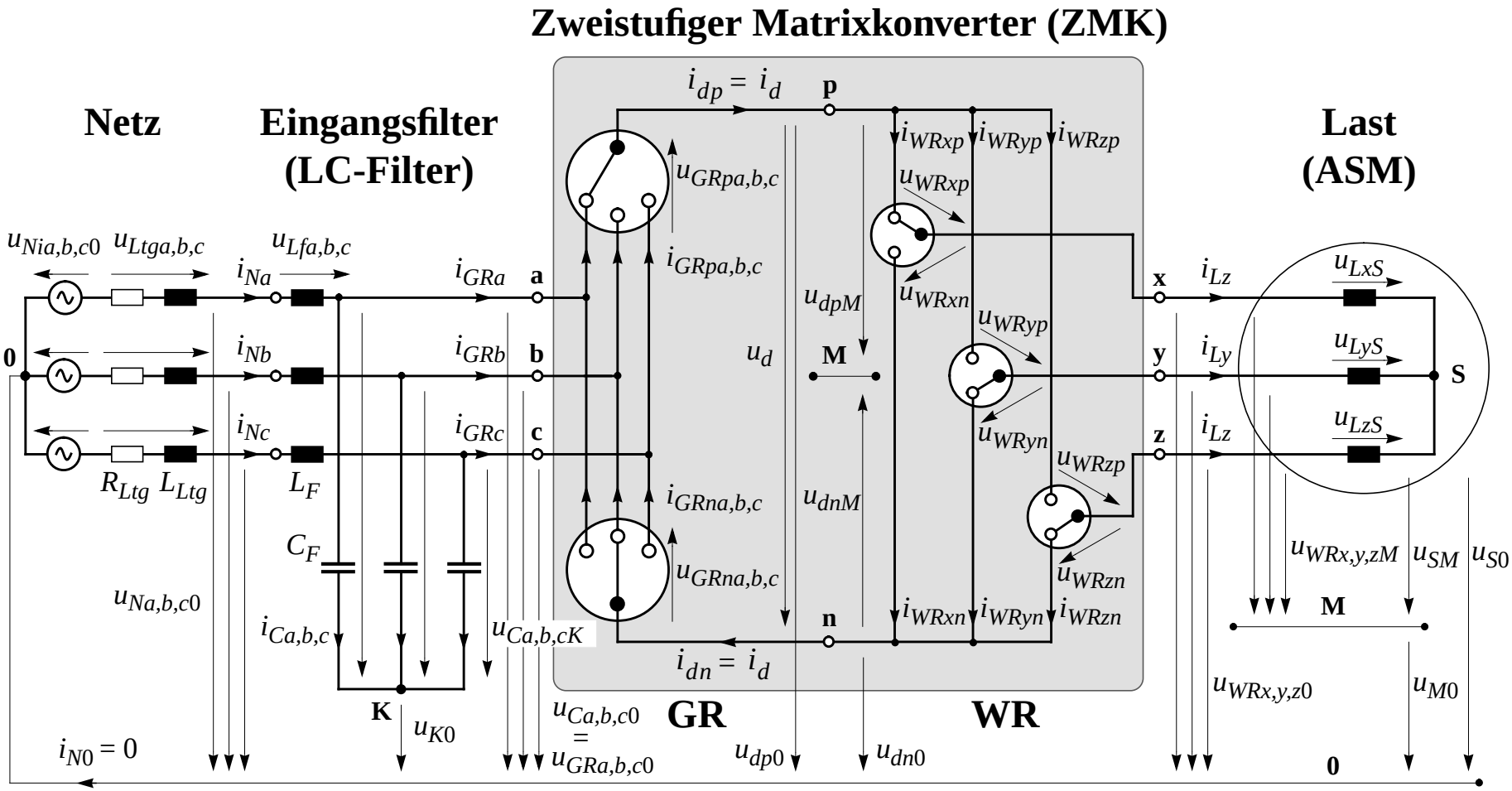
- **Netzseite**, bestehend aus Spannungsquelle, Zuleitung und Eingangsfilter;
- **ZMK**, bestehend aus
    - Wechselspannungs-**Gleichrichter** (1. Stufe);
    - Gleichspannungs-**Wechselrichter** (2. Stufe);
- **Lastseite**, bestehend aus Käfigläufer-Asynchronmaschine mit offenem Sternpunkt (d.h. keine Verbindung mit dem Nulleiter des Netzes).

Die ersten vier Unterkapitel richten sich in ihrer Reihenfolge genau nach diesen drei Teilsystemen. Dabei geht es auf der Netz- und auf der Lastseite in diesem Kapitel nur um allgemein gültige Zusammenhänge. Da die Netzseite die Speisespannung für das System liefert, wird sie am Anfang beschrieben.

Der ZMK selber setzt sich auf der Netz zugewandten Seite in einer ersten Stufe aus einem Wechselspannungs-**G**leich**r**ichter (GR) und auf der Last zugewandten Seite in einer zweiten Stufe aus einem Gleichspannungs-**W**echsel**r**ichter (WR) zusammen. Da der ZMK zwischen Netz und Last hängt, werden die Umrichtergleichungen anschliessend an die Netzgleichungen aufgestellt.

Die Last als letztes Teilsystem steht hingegen bezüglich des ZMK auf der zum Netz entgegengesetzten Seite, so dass deren Grundsatzgleichungen zuletzt erwähnt werden.

In Unterkapitel 3.1 "Gleichungen auf der Netzseite" werden eventuell vorkommende gleichphasige Spannungsanteile in der speisenden Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ einkalkuliert. So ist es jederzeit möglich, deren Auswirkungen auf den Umrichter mitzuberücksichtigen. Bei der Betrachtung des Eingangsfilters wird von einem einfachen LC-Filter ausgegangen. Eine genauere Untersuchung der netzseitigen Filtertopologie folgt dann in Kapitel 6 "Eingangsfilter".



Figur 3.1: Übersicht über das Gesamtsystem mit den verschiedenen Systemgrössen (Prinzipschaltbild).

Anschliessend greift Unterkapitel 3.2 "Gleichungen des Gleichrichters (GR)" auf die bereits in Kapitel 2 eingeführte Umschalter-Darstellung des netzseitigen Gleichrichters (GR) zurück. Auf dieser Basis werden dann die Gleichungen hergeleitet. Daraus führen die bereits in Kapitel 2 formulierten Schaltvorschriften auf Zusammenhänge zwischen den sechs Schaltfunktionen des GR. Analoges gilt für die Herleitung der "Gleichungen des Wechselrichters (WR)" in Unterkapitel 3.3.

In Unterkapitel 3.4 "Gleichungen auf der Lastseite" wird in einem ersten Teil auf die allgemeinen Lastgleichungen mit den in dieser Arbeit gemachten Annahmen eingegangen. Das Verhalten einer **As**ynchron**m**aschine (ASM) als typische mögliche Last des ZMK wird in Kapitel 5 ("Modulation") und in Kapitel 8 ("Laboranlage") mitberücksichtigt. Im zweiten Teil werden die unterschiedlichen Spannungs-Nullkomponenten des Systems diskutiert.

Mit Unterkapitel 3.6 wird anhand von zwei Tabellen gezeigt, dass die Umrichtergleichungen anstatt mit Dreiphasengrössen auch mit Drehzeigern und Zeigern ausgedrückt werden können. Damit wird der Einblick in die analytischen Zusammenhänge gefördert. Die Leistungsbilanzen gemäss Unterkapitel 3.5 folgen direkt aus den hergeleiteten ZMK-Gleichungen.

Zuletzt kommt in Unterkapitel 3.7 "Mathematische Äquivalenz von EMK und ZMK" zum Ausdruck, dass die Schaltfunktionen s_{ij} der beiden Matrixkonvertertypen EMK und ZMK ineinander übergeführt werden können. Es ist nämlich möglich, die Verwandtschaft der beiden MK mathematisch aufzuzeigen. Damit kann mit beiden Schaltungen mit jeweils verschiedenen Modulatoren exakt dasselbe Input-Output-Verhalten an den Eingangsanschlüssen a,b,c und an den Ausgangsanschlüssen x,y,z erzeugt werden – immer unter der Voraussetzung, dass aufgrund der reduzierten Matrixeigenschaften des ZMK momentan maximal zwei Eingangsphasen auf die drei Ausgangphasen durchgeschaltet werden (vergleiche Tabelle 2.3, Kapitel 2).

In **Figur 3.1** ist eine komplette Übersicht über das ganze System mit den festgelegten Bezeichnungen gegeben. Sämtliche Zählpfeildefinitionen für Ströme und Spannungen gehen daraus hervor.

3.1 Gleichungen auf der Netzseite

Das elektrische dreiphasige Netz kann hier für jede Phase a,b,c durch eine innere erzeugte dreiphasige Wechselspannungsquelle $u_{Nia,b,c0}$ bezüglich des (Netz-)Nulleiters und einem ohmsch-induktiven Spannungsabfall

$u_{Ltga,b,c}$ über der Leitung mit der Innenimpedanz $Z_{Ltg} = \sqrt{R_{Ltg}^2 + L_{Ltg}^2}$ zwischen *innerer erzeugter* Netzspannung $u_{Nia,b,c0}$ und *abgegriffener* Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ modelliert werden.

Die am realen Netzanschluss vorhandene Spannung $u_{Na,b,c0}$ ist somit in allen drei Phasen wie folgt nach Gl. (3.1) definiert (Figur 3.1):

$$u_{Na,b,c0} = u_{Nia,b,c0} - u_{Ltga,b,c} \tag{3.1}$$

In dieser Arbeit werden die Phasenwerte der Netzpannungen $u_{Na,b,c0}$ als fest vorgegeben angesehen. Zur Vereinfachung der Modellierung wird im folgenden bewusst auf den Einfluss einer Innenimpedanz Z_{Ltg} des Netzes verzichtet, d.h. es gelte immer $Z_{Ltg} = R_{Ltg} = L_{Ltg} = 0$. Bevor die eigentlichen Netzgleichungen formuliert werden, soll noch im nächsten Abschnitt kurz auf die Definition dreiphasiger bzw. gleichphasiger Grössen eingegangen werden.

3.1.1 Definition dreiphasiger und gleichphasiger Grössen

Generell können beliebige Ströme $i_{r,s,t}$ bzw. (Phasen-)Spannungen $u_{r,s,tBP}$ gegenüber einem allgemeinen **B**ezugs**p**otential BP in den drei Phasen r,s,t neben den rein *dreiphasigen* Anteilen $i_{r,s,t,3ph}$ bzw. $u_{r,s,t,3ph}$ zusätzlich jeweils eine *gleichphasige* Komponente i_{Null} bzw. $u_{Null,B}$ enthalten:

$$i_{r,s,t} = i_{r,s,t,3ph} + i_{Null} \quad \text{und} \quad u_{r,s,tBP} = u_{r,s,t,3ph} + u_{Null,BP} \tag{3.2}$$

Die beiden Komponenten genügen folgenden Gleichungen:

$$i_{r,3ph} + i_{s,3ph} + i_{t,3ph} = 0 \qquad \text{und} \tag{3.3}$$

$$u_{r,3ph} + u_{s,3ph} + u_{t,3ph} = 0 \tag{3.4}$$

$$i_{Null} = \frac{1}{3}(i_r + i_s + i_t) \quad \text{und} \quad u_{Null,BP} = \frac{1}{3}(u_{rBP} + u_{sBP} + u_{tBP}) \tag{3.5}$$

Während die *dreiphasigen* Phasenwerte $i_{r,s,t,3ph}$ bzw. $u_{r,s,t,3ph}$ in ihrer Summe verschwinden (Gl. (3.3) ÷ (3.4)), tritt der *gleichphasige* Anteil x_{Null} (auch *Nullkomponente* genannt) bei einem symmetrischen Netz in allen Phasen immer gleich stark auf (Gl. (3.5)). Die Nullkomponente berechnet sich, indem Gl. (3.2) für jede einzelne Phase r,s,t aufaddiert und unter Berücksichtigung der Gl. (3.3) bzw. Gl. (3.4) nach i_{Null} bzw. $u_{Null,BP}$ aufgelöst wird.

3.1.2 Netzspannungen und Netzströme

Eine Nullkomponente $u_{N,Null,0}$ in der Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ ist im Modell durchaus denkbar. So gilt analog zu Gl. (3.2) ÷ (3.5) im besonderen für die drei Netzspannungen $u_{Na,b,c0}$:

$$u_{Na,b,c0} = u_{Na,b,c0,3ph} + u_{N,Null,0} \tag{3.6}$$

$$u_{Na0,3ph} + u_{Nb0,3ph} + u_{Nc0,3ph} = 0 \tag{3.7}$$

$$u_{N,Null,0} = \frac{1}{3}\,(u_{Na0} + u_{Nb0} + u_{Nc0}) \tag{3.8}$$

Da in dieser Arbeit von einem Dreileitersystem ausgegangen wird, bei dem der Nulleiter nicht an der Last angeschlossen ist, kann im Nulleiter kein Strom fliessen.

$$i_{N0} = (i_{Na} + i_{Nb} + i_{Nc}) = 0 \tag{3.9}$$

Bei einem Vergleich des Nulleiterstromes i_{N0} gemäss Gl. (3.9) mit der analog zur Gl. (3.8) definierten Nullkomponente $i_{N,Null}$ des Netzstromes $i_{Na,b,c}$ zeigt sich, dass der Netzstrom nach Gl. (3.10) keine Nullkomponente $i_{N,Null}$ aufweisen kann, da er direkt proportional zum Nulleiterstrom i_{N0} ist.

$$i_{N,Null} = \frac{1}{3} i_{N0} = 0 \tag{3.10}$$

3.1.3 Allgemeine Gleichungen des Eingangsfilters

Das **Eingangsfilter** zwischen Netzanschluss und Umrichter muss unter Berücksichtigung seiner Umgebung zwei Voraussetzungen erfüllen:

- Der **z**weistufige **M**atrix**k**onverter (ZMK) erzeugt unter Betätigung seiner Umschalter (siehe Figur 2.4, Seite 56) Stromsprünge an seinem GR-Eingang. Deshalb darf das Filter **auf der Umrichterseite** ausschliesslich **Kapazitäten** C_F aufweisen, die solche aufgeprägten Sprünge im Strom *zulassen* (→ Spannungsquellencharakter!).
- Die Zuleitungsinduktivitäten L_{Ltg} zum Netzanschluss halten den Netzstrom $i_{Na,b,c}$ kurzzeitig fest und verbieten sprunghafte Stromänderungen. Für eine noch bessere Stromglättung soll das Filter **auf der Netzseite** zusätzliche **Induktivitäten** L_F aufweisen, die zusammen mit den Induktivitäten L_{Ltg} Stromsprünge *verhindern* (→ Stromquellencharakter!).

Unter diesen Bedingungen wird für das Eingangsfilter gemäss Figur 3.1 von der einfachsten Topologie ausgegangen. Es stellt mit den zwei Energiespeichern L_F und C_F für die Phasen a,b,c ein dynamisches System 4. Ordnung dar (Begründung siehe in Unterkapitel 7.1, Seite 287). Unter der Voraussetzung eines verlustlosen, einfachen LC-Filters am Eingang des GR gelten die untenstehenden Maschen-, Knoten- und Zweipolgleichungen Gl. (3.11) ÷ (3.15). Dabei wird immer angenommen, dass die Filterelemente L_F und C_F in allen Phasen a,b,c gleich gross sind.

$u_{Na,b,c0}$	=	$u_{Lfa,b,c} + u_{Ca,b,cK} + u_{K0}$	(Grosse Masche)	(3.11)
$u_{Ca,b,c0}$	=	$u_{Ca,b,cK} + u_{K0}$	(Kleine Masche)	(3.12)
$i_{Na,b,c}$	=	$i_{Ca,b,c} + i_{GRa,b,c}$	(Knoten am LC-Filter)	(3.13)
$u_{Lfa,bc}$	=	$L_F \cdot \frac{d}{dt} i_{Na,b,c}$	(Filterinduktivität)	(3.14)
$i_{Ca,b,c}$	=	$C_F \cdot \frac{d}{dt} u_{Ca,b,cK}$	(Filterkapazität)	(3.15)

3.1.4 Einfluss einer Nullkomponente in der Netzspannung

Da für die drei Filterkapazitäten C_F von einer Stern-(☆)-Schaltung ausgegangen wird, besteht die Möglichkeit, deren Sternpunkt K entweder mit dem Nulleiter zu verbinden oder nicht. Geht man davon aus, dass diese Verbindung K-0 offen bleibt, dann muss die Summe der Kondensatorströme $i_{Ca} + i_{Cb} + i_{Cc} = 0$ Null sein, ähnlich wie bei den Netzströmen $i_{Na,b,c}$ nach Gl. (3.9). Daraus folgt unmittelbar aus der Knotengleichung (3.13) unter Berücksichtigung von Gl. (3.9), dass auch kein Nullstrom $i_{GR,Null}$ in den GR hineinfliessen kann. Sind die jeweiligen Filterwerte für L_F und C_F in allen Phasen identisch – wie oben angenommen – dann können zudem keine gleichphasigen Anteile $u_{C,Null,0}$ in den Spannungen $u_{Ca,b,cK}$ über den Filterkapazitäten C_F vorkommen, sondern nur in der Spannung u_{K0} zwischen dem Kondensator-Sternpunkt K und dem Nulleiter auftreten. Diese Verlagerung einer allfälligen Nullkomponente $u_{C,Null,0}$ rührt daher, dass nur ein gleichphasiger Strom $i_{C,Null}$ eine gleichphasige Spannung $u_{C,Null,0}$ erzeugen kann (siehe Gl. (3.15)). Ein solcher Strom $i_{C,Null}$ kann aber wegen der offenen Verbindung zwischen Sternpunkt K und Nulleiter nicht fliessen. Also

fliesst auch durch die Kapazitäten C_F kein gleichphasiger Strom $i_{C,Null}$. Somit gelten für die Kondensatorspannungen $u_{Ca,b,cK}$ und für die netzseitige Stern-Nullpunkt-Spannung u_{K0}:

$$u_{Ca,b,cK} = u_{Ca,b,cK,3ph} \tag{3.16}$$

$$u_{CaK} + u_{CbK} + u_{CcK} = 3u_{C,Null,K} = 0 \tag{3.17}$$

$$u_{K0} = u_{C,Null,0} \tag{3.18}$$

Es ist sehr wichtig zu erwähnen, dass sich über der Filterinduktivität L_F keine gleichphasige Spannung $u_{Lfa,bc}$ bilden kann. Dies geht unmittelbar aus den Gl. (3.9) und Gl. (3.14) hervor. Daraus folgt unter Einbezug der Maschengleichung (3.11), dass eine allfällige Netzspannungs-Nullkomponente $u_{N,Null,0}$ nur zwischen dem Stern-Nullpunkt K-0 abfallen kann. Es gilt:

$$u_{N,Null,0} = u_{C,Null,0} = u_{K0} \tag{3.19}$$

Es wird hier immer davon ausgegangen, dass die Netzspannungen $u_{Na,b,c0}$ keine solche überlagerte Nullkomponente $u_{N,Null,0}$ aufweisen, so dass unter Verwendung von Gl. (3.12) gilt:

$$u_{Ca,b,cK} = u_{Ca,b,c0} \tag{3.20}$$

$$u_{K0} = 0 \tag{3.21}$$

Abweichungen von dieser Annahme kommen in dieser Arbeit nicht vor.

3.2 Gleichungen des Gleichrichters (GR)

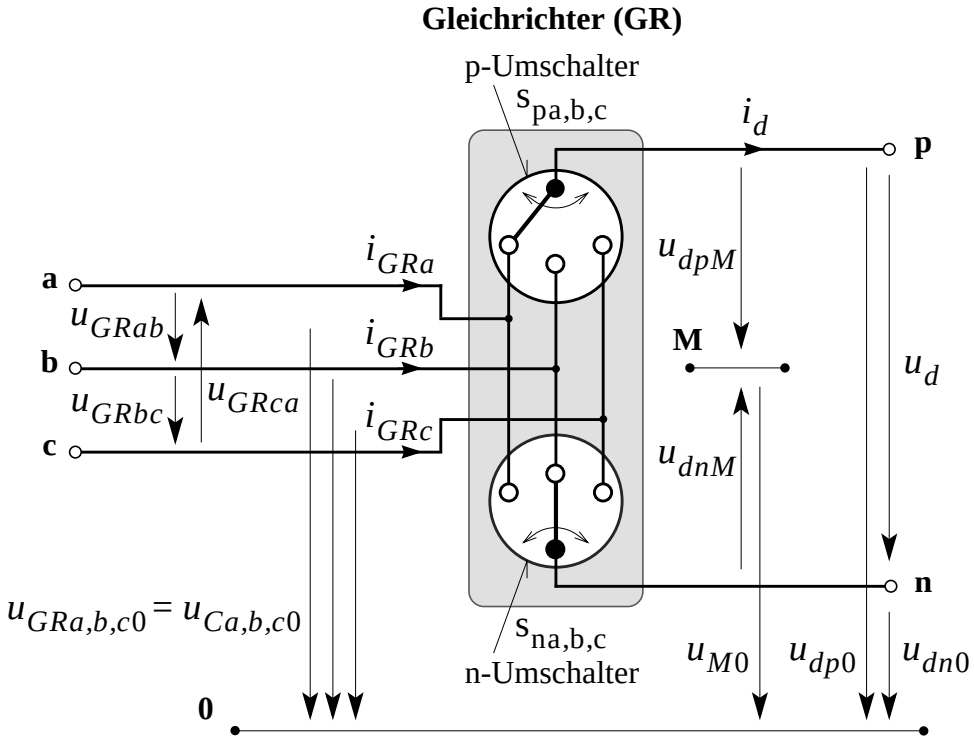
Wie in Kapitel 2 bereits gezeigt wurde, setzt sich der **z**weistufige **M**atrix**k**onverter (ZMK) aus zwei Stufen zusammen, nämlich aus einem Wechselspannungs-***Gleichrichter*** (GR) auf seiner Netzseite und aus einem Gleichspannungs-***Wechselrichter*** (WR) auf seiner Lastseite.

In diesem Unterkapitel sollen nun sämtliche analytischen Zusammenhänge der ersten Stufe des ZMK, nämlich des Wechselspannungs-Gleichrichters, untersucht und systematisch aufgelistet werden. Unter Berücksichtigung der Benennungsart nach Tabelle 2.1 in Kapitel 2 wird für die weiteren Kapitel die übliche Kurzbezeichnung ***Gleichrichter*** (GR) benutzt. Diese Bezeichnung

bezieht sich also auf die Spannungs-Konversion der netzseitigen Stufe.
Alle in diesem Kapitel hergeleiteten Gleichungen beziehen sich auf die im Übersichtsbild von Figur 3.1 (Seite 66) definierten Grössenbezeichnungen.

3.2.1 Umschalter-Darstellung

Die netzseitige Stufe des ZMK besteht aus einem **G**leich**r**ichter (GR). Dieser kann gemäss Figur 3.2 – wie in Figur 2.4 auf Seite 56 bereits gezeigt wurde – unter idealen Voraussetzungen mit trägheitslosen verlustfreien 3-Pt-Umschaltern modelliert werden.



Figur 3.2: Prinzipielle Funktionsweise des **GR** mit 3-Pt-Umschaltern, Bezugspotentiale **0** (=Nulleiter des Netzes) und **M** (=DC-Mitte).

Durch die Darstellung mit Umschaltern sind alle verbotenen Schaltzustände des GR von vornherein ausgeschlossen. Die laut Kapitel 2 bereits formulierten Schaltvorschriften führen zu folgender wichtigen *GR-Schaltvorschrift*:

GR-Schaltvorschrift: Jeder Umschalter p bzw. n muss momentan *genau eine elektrisch leitende Verbindung* zwischen der DC-Klemme p- bzw. n und einem der drei Netzanschlüssen a,b,c herstellen.
Mit 3-Pt-Umschaltern kann diese Anforderung erfüllt werden.

3.2.2 GR-Schaltfunktionen

Die beiden 3-Pt-Umschalter des GR mit ihrem Drehpunkt an der DC-Klemme p bzw. n sollen mit der Kurzbezeichnung p- bzw. n-Umschalter angesprochen werden. Die Position des p- bzw. n-Umschalters kann direkt mit Hilfe von *Schaltfunktionen* mathematisch beschrieben werden. In diesem Abschnitt wird auf zwei verschiedene Definitionen von Schaltfunktionen und auf deren gegenseitigen Zusammenhänge eingegangen.

Definition der Umschalter-bezogenen GR-Schaltfunktionen s_{ij}

Der GR kann direkt über die beiden p,n -Umschalter angesteuert werden. Zur Kodierung des aktuellen (Um-)Schalterzustandes $SZ_{pn,GR}$ werden sogenannte GR-Schaltfunktionen mit der Bezeichnung s_{ij} ($i \in \{p,n\}$, $j \in \{a,b,c\}$) benutzt. Sie geben an, welche Verbindung zwischen den DC-Klemmen p,n und den AC-Netzanschlüssen a,b,c *geschlossen* ($s_{ij} = 1$) und welche Verbindungen *offen* ($s_{ij} = 0$) sind. So stellen z.B. die Schaltfunktionen $s_{pa} = 1$ und $s_{nb} = 1$ in Figur 3.2 den aktuellen Schaltzustand $SZ_{pn,GR} = (ab) \cong \mathbf{ab}$ des GR dar. Dabei sind der p-Umschalter mit Anschluss a und der n-Umschalter mit Anschluss b verbunden. Tabelle 3.1 zeigt alle *neun* möglichen erlaubten GR-Schaltzustände $SZ_{pn,GR}$ inklusive der drei GR-Nullzustände $(aa),(bb),(cc)$.

In Tabelle 3.1 fällt auf, dass pro Schaltzustand $SZ_{pn,GR}$ immer genau eine p,n -Schaltfunktion s_{ij} eins ist, während die anderen beiden desselben Umschalters den Wert Null annehmen. Dieses Merkmal ist eine direkte Konsequenz der oben aufgestellten GR-Schaltvorschrift. Auf der linken Seite der Tabelle 3.1 werden den neun GR-Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ alle möglichen ZMK-Schaltzustände gemäss der Numerierung in Tabelle 2.2 (Seite 62) zugeordnet. Dabei spielen die WR-Schaltzustände $SZ_{xyz,WR}$ keine Rolle.

Definition kombinierter GR-Schaltfunktionen s_j

Die drei *kombinierten* Schaltfunktionen s_j (mit $j \in \{a,b,c\}$) seien wie folgt in Abhängigkeit der Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen s_{ij} definiert:

$$s_{a,b,c} = s_{pa,b,c} - s_{na,b,c} \tag{3.22}$$

Sie können die drei möglichen Werte $s_j \in \{-1,0,1\}$ annehmen und den entsprechenden Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ gemäss Tabelle 3.1 zugeordnet werden. Solche kombinierten – d.h. aus p- und n-Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen zusammengesetzte – Schaltfunktionen s_j sind reine Rechengrös-

sen und eignen sich häufig zu einer kompakteren Darstellung von Umrichtergleichungen, die in den nächsten beiden Abschnitten 3.2.3 und 3.2.4 analytisch hergeleitet werden.

Numerierte GR-Schaltzustände $SZ_{pn,GR} = (pn) \in SSK_{GR}$ mit $p,n \in \{a,b,c\}$	***Gleichrichter*-Schaltfunktionen**								
	p-Umschalter			**n-Umschalter**			**kombiniert**		
	s_{pa}	s_{pb}	s_{pc}	s_{na}	s_{nb}	s_{nc}	s_a	s_b	s_c
(ab) ≅ $SZ_{01,\ldots,06}$	1	0	0	0	1	0	1	–1	0
(ac) ≅ $SZ_{07,\ldots,12}$	1	0	0	0	0	1	1	0	–1
(bc) ≅ $SZ_{13,\ldots,18}$	0	1	0	0	0	1	0	1	–1
(ba) ≅ $SZ_{19,\ldots,24}$	0	1	0	1	0	0	–1	1	0
(ca) ≅ $SZ_{25,\ldots,30}$	0	0	1	1	0	0	–1	0	1
(cb) ≅ $SZ_{31,\ldots,36}$	0	0	1	0	1	0	0	–1	1
(aa) ≅ $SZ_{37,\ldots,42,67,68}$	1	0	0	1	0	0	0	0	0
(bb) ≅ $SZ_{43,\ldots,48,69,70}$	0	1	0	0	1	0	0	0	0
(cc) ≅ $SZ_{49,\ldots,54,71,72}$	0	0	1	0	0	1	0	0	0

Tabelle 3.1: Erlaubte Werte für die GR-Schaltfunktionen s_{ij} und s_j: ☐ gewöhnliche Schaltzustände, ▒ Nullzustände.

Die kombinierten GR-Schaltfunktionen $s_{a,b,c}$ haben allerdings *keinen unmittelbaren Bezug* zum Schaltzustand SZ eines einzelnen p,n-Umschalters. Daher kann im Gegensatz zu den Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen s_{ij} aus den kombinierten Schaltfunktionen s_j nicht mehr eindeutig auf die aktuellen p,n-Umschalter-Positionen zurückgeschlossen werden, wie aus Tabelle 3.1 am Beispiel der GR-Nullzustände leicht eingesehen werden kann. Dort nehmen nämlich alle kombinierten Schaltfunktionen s_j unabhängig vom aktuellen GR-Nullzustand den Wert Null an.

Zusammenhänge zwischen den GR-Schaltfunktionen

Es ist offensichtlich, dass infolge der GR-Schaltvorschrift aus Abschnitt 3.2.1 die GR-Schaltfunktionen pro p,n-Umschalter nicht völlig unabhängig voneinander gewählt werden können. Da nur immer *eine* Verbindung pro Umschalter geschlossen sein darf, gelten folgende Regeln:

$$s_{pa} + s_{pb} + s_{pc} = 1 \qquad \text{(p-Umschalter)} \tag{3.23}$$

$$s_{na} + s_{nb} + s_{nc} = 1 \qquad \text{(n-Umschalter)} \tag{3.24}$$

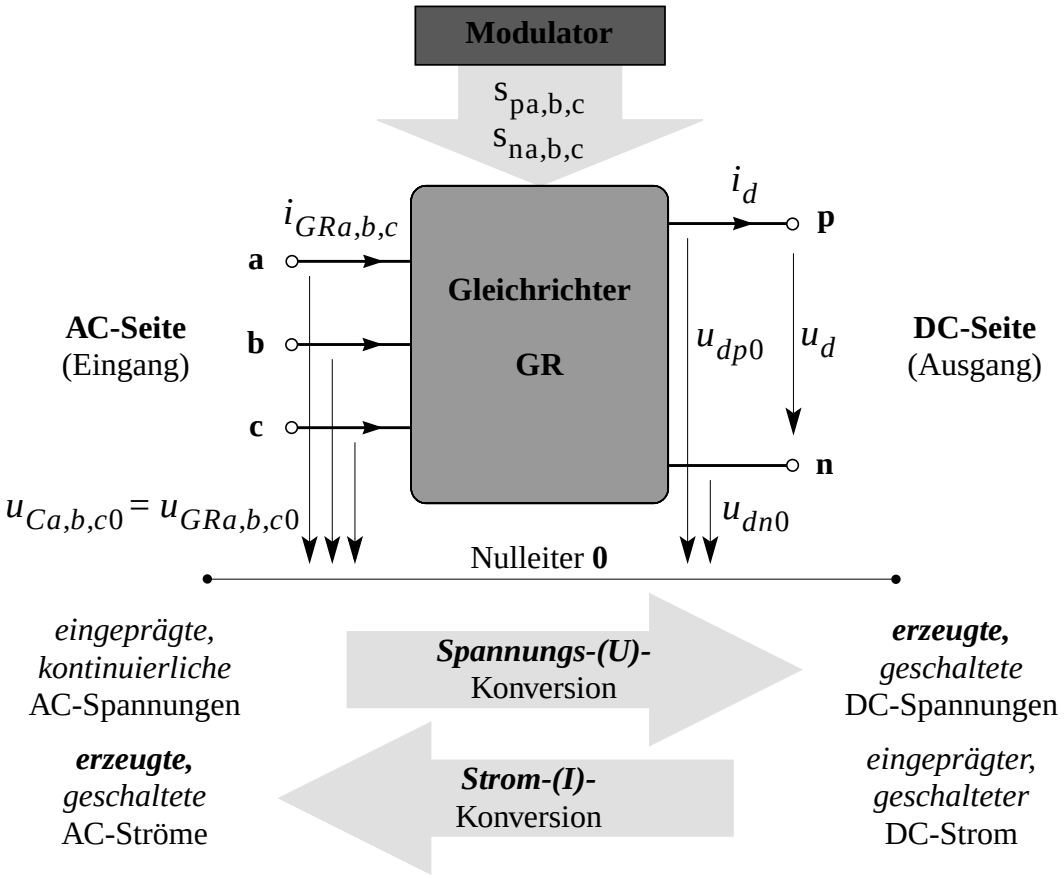
Aufgrund des Zusammenhanges zwischen Umschalter-bezogenen und kombinierten Schaltfunktionen nach Gl. (3.22), folgt zusammen mit den Gl. (3.23) ÷ (3.24) sofort eine feste Beziehung zwischen den kombinierten Schaltfunktionen s_j:

$$s_a + s_b + s_c = 0 \tag{3.25}$$

Eine Überprüfung dieser Beziehung kann leicht anhand der rechten Spalten für den p- und den n-Umschalter in Tabelle 3.1 durchgeführt werden.

3.2.3 Erzeugung der DC-Spannungen

Wie bereits zu Beginn dieses Unterkapitels 3.2 (Seite 71) festgehalten wurde, ist die **G**leich**r**ichter-(GR)-Schaltung nach ihrer Spannungs-Konversion benannt. Der GR bewirkt durch seine schaltende Funktionsweise sowohl Sprünge in der umgewandelten Spannung als auch im umgewandelten Strom. Die genaue Wirkungsweise in Richtung der *Spannungs*-Konversion (siehe Figur 3.3) sei als Ergänzung zu Abschnitt 2.2.2 (Seite 58) unter Benutzung der Beschriftungen aus Figur 3.1 und Figur 3.2 anschliessend ausführlich erläutert. Es handelt sich bei diesem elektrischen Umwandlungsvorgang um eine *Wechselspannungs-Gleichrichtung*.



Figur 3.3: Prinzipielle Wirkungsweise des **GR** mit Spannungs- und Strom-Konversionspfad; Ansteuerung über einen Modulator.

Prinzip der GR-Spannungs-Konversion (Figur 3.3 und Figur 3.2)

Der GR erzeugt ausgehend von den AC-seitig an den Netzanschlüssen a,b,c *eingeprägten kontinuierlichen* dreiphasigen GR-Eingangs(-phasen-)spannungen $u_{Ca,b,c0} = u_{GRa,b,c0}$ mit Hilfe seines Modulators DC-seitig an den Zwischenkreisklemmen p,n zwei *geschaltete* GR-Ausgangsspannungen u_{dp0} und u_{dn0}.

Jede dieser erzeugten – auf den Nulleiter bezogenen – DC-seitigen Ausgangsspannungen $u_{dp,n0}$ setzt sich während durch den GR-Modulator festgelegten Zeitabschnitten aus *einzelnen* AC-Eingangsspannungen $u_{Ca,b,c0}$ zusammen. Diese werden je DC-Klemme p,n *immer direkt*

- **mit positivem Vorzeichen** ($u_{dp,n0} = +u_{Ca,b,c0}$)

auf die beiden DC-Klemmen p,n durchgeschaltet.

Die **DC-Klemmen** p,n sehen also *bei beliebiger Position* der beiden p,n-Umschalter jeweils eine DC-Spannung $u_{dp,n0}$, die momentan genau aus einer der drei *direkt* durchverbundenen kontinuierlichen netzseitigen GR-Eingangsspannungen $u_{Ca,b,c0}$ besteht. Infolgedessen befinden sich die DC-Klemmen p,n auf definiertem Potential; Sie sind im Normalbetrieb gegenüber dem Netz-Nulleiter *immer bespannt.*
Jede der erzeugten DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ nimmt also momentan genau einen der folgenden *drei* Spannungswerte an:

$$u_{dp,n0} \in \{u_{Ca0}, u_{Cb0}, u_{Cc0}\} \tag{3.26}$$

Drückt man die möglichen Werte der resultierenden DC-Differenzspannung u_d (siehe Gl. (3.30)) in Funktion der *verketteten GR-Eingangsspannungen* $u_{Cab,bc,ca} = u_{Ca,b,c0} - u_{Cb,c,a0}$ gemäss Figur 3.2 aus, so ergeben sich folgende *sieben* verkettete Spannungswerte:

$$u_d \in \{u_{Cab}, u_{Cbc}, u_{Cca}, -u_{Cab}, -u_{Cbc}, -u_{Cca}, 0\} \tag{3.27}$$

Die Aufprägung der auf die DC-Seite p,n durchgeschalteten AC-Spannungen $u_{Ca,b,c0}$ geschieht mit Hilfe von zeitabhängigen GR-Schaltfunktionen $s_{ij}(t)$, mit denen der Modulator die p,n-Umschalter des GR ansteuert.

Die so erzeugten ***DC-Spannungen (=GR-Ausgangsspannungen)*** nach Gl. (3.28) ÷ (3.30) seien hier für $u_{dp,n0}$ wiederum auf den Nulleiter **0** bezogen dargestellt.

$$u_{dp0} = s_{pa} \cdot u_{Ca0} + s_{pb} \cdot u_{Cb0} + s_{pc} \cdot u_{Cc0} \tag{3.28}$$

$$u_{dn0} = s_{na} \cdot u_{Ca0} + s_{nb} \cdot u_{Cb0} + s_{nc} \cdot u_{Cc0} \tag{3.29}$$

$$u_d = u_{dp0} - u_{dn0} \qquad \text{(DC-Spannung)} \tag{3.30}$$

Die Differenz der beiden DC-Spannungen u_{dp0} und u_{dn0} (Gl. (3.28) ÷ (3.29)) ergibt nach Gl. (3.30) die *Differenzspannung* u_d (auch *DC-Spannung* genannt) im DC-Zwischenkreis. Sie lässt sich mit Gl. (3.22) zugunsten einer kompakteren Schreibweise auch mit den kombinierten Schaltfunktionen $s_{a,b,c}$ ausdrücken.

$$u_d = s_a \cdot u_{Ca0} + s_b \cdot u_{Cb0} + s_c \cdot u_{Cc0} \tag{3.31}$$

Die DC-Mitte M als wählbares Bezugspotential

Während also die auf den Nulleiter bezogenen DC-Spanungen $u_{dp,n0}$ sich auf ein festes Bezugspotential beziehen, beinhaltet die Differenzspannung u_d keine Information mehr über die Abweichung der DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ vom Nulleiter.

Anstelle des Nulleiters lässt sich als Bezugspotential auch eine sogenannte *DC-Mitte* M, auch *DC-Mittelabgriff* genannt, definieren (Figur 3.2). Sie befindet sich potentialmässig genau in der Mitte zwischen dem Potential an der p- und an der n-Klemme. Zum Beispiel bei (konventionellen) Spannungs-Zwischenkreisumrichtern mit einer Kapazität im DC-Zwischenkreis ist es sinnvoll, die DC-seitigen Spannungen auf die Zwischenkreis-Mitte M (z.B. am Mittelabgriff zwischen zwei gleich grossen, in Serie geschalteten Kondensatoren) zu beziehen. Diese Betrachtungsweise wird vor allem dann verwendet, wenn die Netzseite gar nicht beachtet wird. Die DC-Mitte M ist also vom Nulleiter entkoppelt. Diese Idee lässt sich analog für den ZMK übernehmen, mit dem Unterschied, dass hier die DC-Mitte M nicht real abgreifbar ist, da kein Speicherelement im Zwischenkreis existiert. Für die spätere Aufteilung von gleichphasigen Spannungs-Komponenten auf der Lastseite in verschiedenartige Nullkomponenten wird dieser fiktive Mittelabgriff M sehr nützlich sein (siehe dazu Abschnitt 3.4.2).

Die DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ lassen sich unter Berücksichtigung des DC-Mittelabgriffs M wie folgt ausdrücken:

$$u_{dp0} = u_{dpM} + u_{M0} \tag{3.32}$$

$$u_{dn0} = u_{dnM} + u_{M0} \tag{3.33}$$

Die auf die DC-Mitte M bezogenen Spannungen $u_{dp,nM}$ in Gl. (3.32) ÷ (3.33) stellen betragsmässig jeweils gerade die halbe DC-Spannung u_d dar. Sie teilen sich die DC-Spannung u_d in zwei Hälften auf.

$$u_{dpM} = u_d/2 \tag{3.34}$$

$$u_{dnM} = -u_d/2 \tag{3.35}$$

Nun werden die DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ in Gl. (3.32) ÷ (3.33) zusammen addiert und die resultierende Gleichung unter Berücksichtigung der Gl. (3.34) ÷ (3.35) nach der *DC-Mittenspannung* u_{M0} aufgelöst:

$$u_{M0} = \frac{u_{dp0} + u_{dn0}}{2} \qquad \text{(DC-Mittenspannung)} \qquad (3.36)$$

Wie Gl. (3.36) zeigt, berechnet sich die DC-Mittenspannung u_{M0} aus dem arithmetischen Mittel der beiden auf den Nulleiter bezogenen DC-Spannungen $u_{dp,n0}$. Einerseits stellt die DC-Mittenspannung u_{M0} den gemeinsamen Anteil $u_{d,Null,0}$ in den beiden DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ dar (also $u_{d,Null,0} = u_{M0}$). Diese Anschauung steht in unmittelbarem Zusammenhang zur gleichphasigen Spannungskomponente $u_{Null,BP}$ eines Dreiphasensystems nach Gl. (3.5) mit den Phasenspannungen $u_{r,s,tBP}$. Andererseits sind die auf die DC-Mitte M bezogenen Spannungen $u_{dp,nM}$ in Gl. (3.34) ÷ (3.35) gleichtaktfrei, da deren Summe verschwindet, so dass für die Nullkomponente immer $u_{d,Null,M} = 0$ gilt.

Die DC-Mittenspannung u_{M0} ist ein Mass dafür, wie gross neben einer evtl. *Netzspannungs-Nullkomponente* $u_{N,Null,0}$ die in den aufgrund der *GR-Schaltvorgänge* erzeugten DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ auftretende resultierende Nullkomponente $u_{d,Null,0} = u_{M0}$ ist. Nähere Erklärungen zu allen Spannungs-Nullkomponenten im System sind dazu in Abschnitt 3.4.2 angegeben.

GR-Umschalterspannungen

Die Maschenbeziehungen mit den GR-Umschalterspannungen $u_{GRpa,b,c}$ und $u_{GRna,b,c}$ sehen gemäss den Bezeichnungen in Figur 3.1 so aus:

$$u_d = -(u_{GRpa,b,c} + u_{GRna,b,c}) \qquad (3.37)$$

$$u_{GRpa,b,c} = u_{Ca,b,c0} - u_{dp0} \qquad (3.38)$$

$$u_{GRna,b,c} = -u_{Ca,b,c0} + u_{dn0} \qquad (3.39)$$

Es ist offensichtlich, dass die Phasenspannungen über den p,n-Umschaltern in Gl. (3.38) ÷ (3.39) ein Mass für die Spannungsbeanspruchung der aus Leistungshalbleitern aufgebauten Schalter sind (vergleiche Kapitel 4).

Polarität der DC-Spannung

Grundsätzlich sind die beiden DC-Klemmen p,n im Zwischenkreis bezüglich deren Polarität bezüglich des Nulleiters gleichwertig. Erst bei der Realisierung des lastseitigen Wechselrichters mit Leistungshalbleitern gemäss Kapitel 4 zeigt sich die Notwendigkeit, mit dem GR dafür zu sorgen, dass die

DC-Spannung u_d zwischen den p,n-Klemmen immer als positive Grösse oder als Nullgrösse aufgeprägt wird ($u_d \geq 0$). Damit kann auch die bisher verwendete polare Bezeichnung der Klemmen mit “p” für ***p**ositiveres Potential* und “n” für ***n**egativeres Potential* begründet werden. Trotzdem können aber die auf den Nulleiter bezogenen DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ jeweils immernoch beide Vorzeichen aufweisen unter Berücksichtigung der Gl. (3.30).

Die hergeleiteten Spannungs-Gleichungen Gl. (3.28)÷(3.39) sind jedoch ohne Blick auf die Realisierung des zweistufigen Matrixkonverters für beliebige Vorzeichen der DC-Spannung u_d ohne Einschränkungen gültig.

3.2.4 Erzeugung der netzseitigen AC-Ströme

Der GR bewirkt durch seine schaltende Funktionsweise neben Spannungssprüngen am GR-Ausgang ebenfalls Stromsprünge am GR-Eingang. Die genaue Wirkungsweise in Richtung der *Strom*-Konversion (siehe Figur 3.3) sei als Ergänzung zu Abschnitt 2.2.2 (Seite 59) unter Benutzung der Beschriftungen aus Figur 3.1 anschliessend ausführlich erläutert. Die Strom-Konversion verläuft genau in entgegengesetzter Richtung zur Spannungs-Konversion (Abschnitt 3.2.3). Es handelt sich bei diesem elektrischen Umwandlungsvorgang um eine *Gleichstrom-Wechselrichtung*.

Prinzip der GR-Strom-Konversion (Figur 3.3 und Figur 3.2)

Der GR erzeugt ausgehend von dem DC-seitig an den Zwischenkreisklemmen p,n *eingeprägten geschalteten* GR-Ausgangsstrom i_d mit Hilfe seines Modulators AC-seitig an den Netzanschlüssen a,b,c drei wiederum *geschaltete* dreiphasige GR-Eingangs(-phasen-)ströme $i_{GRa,b,c}$.

Jeder dieser erzeugten AC-seitigen Eingangsströme $i_{GRa,b,c}$ setzt sich während durch den GR-Modulator festgelegten Zeitabschnitten aus Teilen des DC-Ausgangsstromes i_d zusammen. Dieser kann je Netzanschluss a,b,c

- ENTWEDER **mit positivem Vorzeichen** ($i_{GRa,b,c} = +i_d$) über den p-Umschalter
- ODER **mit negativem Vorzeichen** ($i_{GRa,b,c} = -i_d$) über den n-Umschalter,
- ODER – im Falle dass beide p,n-Umschalter mit derselben Eingangsphase a,b,c verbunden sind – **gar nicht** ($i_{GRa,b,c} = 0$)

auf die einzelnen AC-Phasen a,b,c durchgeschaltet werden.

Über die **AC-Anschlüsse** a,b,c fliesst also *je nach Position* der beiden p,n-Umschalter jeweils ein AC-Strom $i_{GRa,b,c}$, der sich momentan aus dem *abwechslungsweise* durchverbundenen (oder auch *nicht* durchverbundenen) geschalteten DC-seitigen GR-Ausgangsstrom i_d zusammensetzt. Bei gleichartiger Stellung der p,n-Umschalter mit den Schaltzuständen (aa),(bb),(cc) (Tabelle 3.1) werden die a,b,c-Anschlüsse wegen des GR-seitig geschlossenen Stromkreises (=GR-Freilauf) *stromlos*.
Jeder der erzeugten netzseitigen AC-Ströme $i_{GRa,b,c}$ nimmt also momentan genau einen der folgenden *drei* Stromwerte an:

$$i_{GRa,b,c} \in \{i_d, -i_d, 0\} \tag{3.40}$$

Man beachte, dass der DC-Strom i_d durch den lastseitigen **Wechselrichter** (WR) direkt an dessen Eingang an den DC-Klemmen p,n aufgeprägt wird (siehe Abschnitt 3.3.4 "Erzeugung des DC-Stromes"). Aus diesem Grund handelt es sich beim DC-Strom i_d um einen ***bereits* geschalteten (DC-)Strom**. Gleichzeitig wird derselbe DC-Strom i_d vom GR als eingeprägter, von aussen vorgegebener geschalteter DC-Strom i_d angesehen. Der **Gleichrichter** (GR) erzeugt dann in der oben beschriebenen Art einen ***nochmals* geschalteten (AC-)Strom** $i_{GRa,b,c}$, dessen Pulse sich insgesamt einerseits aus WR-bedingten und andererseits aus GR-bedingten Schalthandlungen zusammensetzen. Die aufgrund des WR vorhandenen Stromsprünge im DC-Strom i_d spielen bei der Betrachtung des hier analysierten Prinzips der *Gleichstrom-Wechselrichtung* überhaupt keine Rolle (vergleiche analoge Aussage für die DC-Spannung auf Seite 88).

Die Aufprägung des auf die AC-Netzseite a,b,c durchgeschalteten DC-Stromes i_d (bzw. $i_{dp,n}$ gemäss Figur 3.4) erfolgt mit denselben Schaltfunktionen $s_{ij}(t)$, mit denen der Modulator durch Ansteuerung der p,n-Umschalter alle die unter Abschnitt 3.2.3 beschriebenen DC-Spannungen erzeugt.

GR-Umschalterströme und resultierende netzseitige AC-Ströme

Die den p,n-Umschaltern zugeordneten sechs GR-Umschalterströme $i_{GRpa,b,c}$ und $i_{GRna,b,c}$ (auch GR-Zweigströme genannt) lassen sich mit Anlehnung an die in Figur 3.1 benutzte Zählpfeildefinition wie folgt über die GR-Schaltfunktionen s_{ij} in Abhängigkeit des DC-Stromes i_d beschreiben:

$$i_{GRpa,b,c} = s_{pa,b,c} \cdot i_d \tag{3.41}$$

$$i_{GRna,b,c} = s_{na,b,c} \cdot i_d \tag{3.42}$$

Das heisst die prozentuale Verteilung des DC-Stromes i_d auf die einzelnen Verbindungen der p,n-Umschalter geschieht mit der entsprechenden Gewichtung durch Schaltfunktionen. Auf der GR-Eingangsseite a,b,c tritt gerade der aufgeprägte Differenzstrom $i_{GRa,b,c}$ zwischen den p,n-Umschalterströmen gleicher Phase a,b,c nach Gl. (3.41) ÷ (3.42) in Erscheinung. Dabei handelt es sich nach Gl. (3.43) um den erzeugten geschalteten GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ in jeder Phase a,b,c nach dem Eingangsfilter. Das heisst der Strom $i_{GRa,b,c}$ ist ein noch ungefilterter AC-Strom.

$$i_{GRa,b,c} = i_{GRpa,b,c} - i_{GRna,b,c} \tag{3.43}$$

Einsetzen von Gl. (3.41) ÷ (3.42) in Gl. (3.43) führt mit Hilfe der in Gl. (3.22) definierten kombinierten Schaltfunktionen s_i auf den direkten Zusammenhang zwischen dem DC-Strom i_d und den resultierenden ***netzseitigen ungefilterten AC-Strömen (=GR-Eingangsströme)*** $i_{GRa,b,c}$.

$$i_{GRa,b,c} = s_{a,b,c} \cdot i_d \tag{3.44}$$

Wie bereits erwähnt, beziehen sich alle in diesem Kapitel hergeleiteten Gleichungen auf die in Figur 3.1 (Seite 66) dargestellten Grössen mit entsprechend eingezeichneter Zählpfeilrichtung.

3.3 Gleichungen des Wechselrichters (WR)

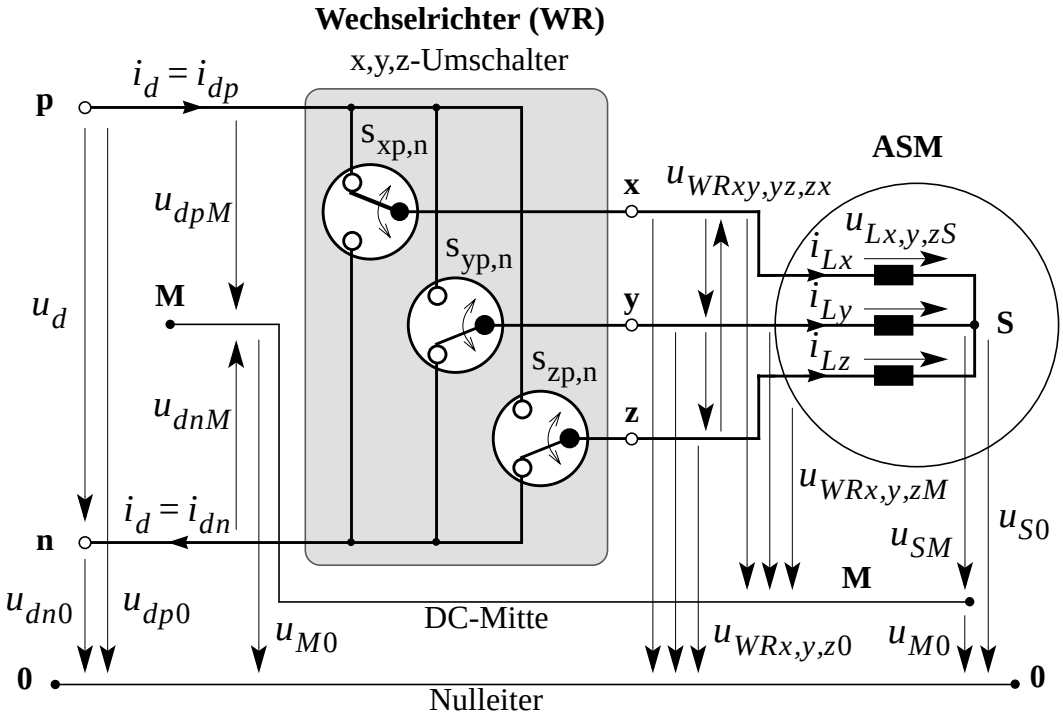
Die zweite Stufe des **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) besteht aus einem Gleichspannungs-***Wechselrichter*** (WR). Dabei wird, wie schon in Tabelle 2.1 in Kapitel 2 festgelegt, die Kurzbezeichnung ***Wechselrichter*** (WR) benutzt. Gleich wie beim GR bezieht sich diese Benennung auf die Spannungs-Konversion. Der WR verbindet die beiden p,n-Klemmen des DC-Zwischenkreises mit den drei AC-Anschlüssen x,y,z auf der Lastseite. Das Ziel dieses Unterkapitels ist, in den folgenden Abschnitten auf die Funktionsweise des WR mit den zugrundeliegenden Gleichungen näher einzugehen. Die Ähnlichkeit der Beschreibungen im Vergleich mit dem vorherigen Unterkapitel 3.2 "Gleichungen des Gleichrichters (GR)" ist nicht zu übersehen. Damit kann die Funktionsweise und auch die Verwandtschaft der beiden Stufen des ZMK noch deutlicher zum Ausdruck gebracht werden.
Alle in diesem Unterkapitel hergeleiteten Gleichungen beruhen auf den im Übersichtsbild von Figur 3.1 (Seite 66) definierten Grössenbezeichnungen.

3.3.1 Umschalter-Darstellung

Die lastseitige Stufe des ZMK besteht aus einem **W**echsel**r**ichter (WR). Dieser kann – wie in Figur 2.4 auf Seite 56 bereits gezeigt wurde – unter idealen Voraussetzungen mit trägheitslosen verlustfreien 2-Pt-Umschaltern modelliert werden (siehe Figur 3.4).

Durch die Darstellung mit Umschaltern sind alle verbotenen Schaltzustände des WR von vornherein ausgeschlossen. Die laut Kapitel 2 auf Seite 55 bereits formulierten Schaltvorschriften führen zu folgender wichtigen *GR-Schaltvorschrift*:

WR-Schaltvorschrift: Jeder Umschalter x, y bzw. z muss momentan *genau eine elektrisch leitende Verbindung* zwischen dem AC-Lastanschluss x, y bzw. z und einem der beiden DC-Klemmen p,n herstellen.
Mit 2-Pt-Umschaltern kann diese Anforderung erfüllt werden.



Figur 3.4: Prinzipielle Funktionsweise des **WR** mit 2-Pt-Umschaltern, Bezugspotentiale **0** (=Nulleiter des Netzes) und **M** (=DC-Mitte).

3.3.2 WR-Schaltfunktionen

Die drei 2-Pt-Umschalter des WR mit ihrem Drehpunkt am lastseitigen AC-Anschluss x, y bzw. z sollen mit der Kurzbezeichnung x-, y- bzw. z-Umschalter angesprochen werden. Die Position des x-, y- bzw. z-Umschalters kann direkt mit Hilfe von *Schaltfunktionen* mathematisch beschrieben werden. In diesem Abschnitt wird auf zwei verschiedene Definitionen von Schaltfunktionen und deren gegenseitigen Zusammenhänge eingegangen.

Definition der Umschalter-bezogenen WR-Schaltfunktionen s_{ij}

Der WR kann direkt über die drei x,y,z-Umschalter angesteuert werden. Zur Kodierung des aktuellen (Um-)Schalterzustandes $SZ_{xyz,WR}$ werden sogenannte WR-Schaltfunktionen mit der Bezeichnung s_{ij} ($i \in \{x,y,z\}$, $j \in \{p,n\}$) benutzt. Sie geben an, welche Verbindung zwischen den AC-Lastanschlüssen x,y,z und den DC-Klemmen p,n *geschlossen* ($s_{ij} = 1$) und welche Verbindungen *offen* ($s_{ij} = 0$) sind. So stellen z.B. die Schaltfunktionen $s_{xp} = 1$, $s_{yn} = 1$ und $s_{zn} = 1$ in Figur 3.4 den aktuellen Schaltzustand $SZ_{xyz,WR} = (pnn)$ des WR dar. Dabei sind der x-Umschalter mit Klemme p und der y- sowie der z-Umschalter mit Klemme n verbunden. Tabelle 3.2 zeigt alle *acht* möglichen erlaubten WR-Schaltzustände $SZ_{xyz,WR}$ inklusive der zwei WR-Nullzustände $(ppp),(nnn)$.

In Tabelle 3.2 fällt auf, dass pro Schaltzustand $SZ_{xyz,WR}$ immer genau eine x,y,z-Schaltfunktion s_{ij} eins ist, während die andere desselben Umschalters gleich Null wird. Dieses Merkmal ist eine direkte Konsequenz der oben aufgestellten WR-Schaltvorschrift. Auf der linken Seite der Tabelle 3.2 werden den acht WR-Schaltzuständen $SZ_{xyz,WR}$ alle möglichen ZMK-Schaltzustände gemäss der Numerierung in Tabelle 2.2 (Seite 62) zugeordnet. Dabei spielen die GR-Schaltzustände $SZ_{pn,GR}$ keine Rolle.

Definition kombinierter WR-Schaltfunktionen s_i

Die drei *kombinierten* Schaltfunktionen s_i (mit $i \in \{x,y,z\}$) seien wie folgt in Abhängigkeit der Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen s_{ij} definiert:

$$s_{x,y,z} = s_{x,y,zp} - s_{x,y,zn} \tag{3.45}$$

Sie können damit die zwei möglichen Werte $s_i \in \{-1,1\}$ annehmen und den entsprechenden Schaltzuständen $SZ_{xyz,WR}$ gemäss Tabelle 3.2 zugeordnet werden. Solche kombinierten – d.h. aus x-, y- und z-Umschalter-bezogenen

Schaltfunktionen zusammengesetzte – Schaltfunktionen s_i eignen sich häufig zu einer kompakteren Darstellung von Umrichtergleichungen, die in den nächsten beiden Abschnitten 3.3.3 und 3.3.4 analytisch hergeleitet werden.

Numerierte WR-Schaltzustände $SZ_{xyz,WR} = (xyz) \in SSK_{WR}$ mit $x,y,z \in \{p,n\}$	***Wechselrichter*-Schaltfunktionen**								
	x-Umschalter		**y-Umschalter**		**z-Umschalter**		**kombiniert**		
	s_{xp}	s_{xn}	s_{yp}	s_{yn}	s_{zp}	s_{zn}	s_x	s_y	s_z
(pnn) = $SZ_{01,07,13,\ldots,31}$	1	0	0	1	0	1	1	–1	–1
(ppn) = $SZ_{02,08,14,\ldots,32}$	1	0	1	0	0	1	1	1	–1
(npn) = $SZ_{03,09,15,\ldots,33}$	0	1	1	0	0	1	–1	1	–1
(npp) = $SZ_{04,10,16,\ldots,34}$	0	1	1	0	1	0	–1	1	1
(nnp) = $SZ_{05,11,17,\ldots,35}$	0	1	0	1	1	0	–1	–1	1
(pnp) = $SZ_{06,12,18,\ldots,36}$	1	0	0	1	1	0	1	–1	1
(ppp) = $SZ_{55,\ldots,60,67,69,71}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1
(nnn) = $SZ_{61,\ldots,66,68,70,72}$	0	1	0	1	0	1	–1	–1	–1

Tabelle 3.2: Erlaubte Werte für die WR-Schaltfunktionen s_{ij} und s_i: ▭ gewöhnliche Schaltzustände, ▭ Nullzustände.

Die kombinierten WR-Schaltfunktionen $s_{x,y,z}$ stellen im Gegensatz zu den kombinierten GR-Schaltfunktionen $s_{a,b,c}$ *einen unmittelbaren Bezug* zum Schaltzustand SZ eines einzelnen x,y,z-Umschalters her (vergleiche Seite 74). Das liegt daran, dass die kombinierten Schaltfunktionen sich immer aus einem p-Anteil und einem n-Anteil zusammensetzen (siehe Definitionen Gl. (3.22) und (3.45)). Dabei nimmt jeder Umschalter des WR ebenfalls die beiden möglichen Schaltzustände p oder n an, während ein GR-Umschalter nur jeweils zu *einem* DC-Pol p oder n gehört und somit völlig unabhängig vom anderen Gegenpol ist. Also kann wie bei den Umschalterbezogenen Schaltfunktionen s_{ij} aus den kombinierten Schaltfunktionen s_i eindeutig auf die aktuellen x,y,z-Umschalter-Positionen zurückgeschlossen werden, wie aus Tabelle 3.2 rechts leicht eingesehen werden kann. Dort stellen nämlich alle kombinierten Schaltfunktionen s_i den aktuellen WR-Schaltzustand des jeweiligen Umschalters dar. Ein solcher Rückschluss ist beim GR nur für Nicht-Nullzustände möglich (siehe Tabelle 3.1).

Zusammenhänge zwischen den WR-Schaltfunktionen

Es ist offensichtlich, dass infolge der WR-Schaltvorschrift aus Abschnitt 3.3.1 die WR-Schaltfunktionen pro x,y,z -Umschalter nicht völlig unabhängig voneinander gewählt werden können. Da nur immer *eine* Verbindung pro Umschalter geschlossen sein darf, gelten folgende Regeln:

$$s_{xp} + s_{xn} = 1 \qquad \text{(x-Umschalter)} \tag{3.46}$$

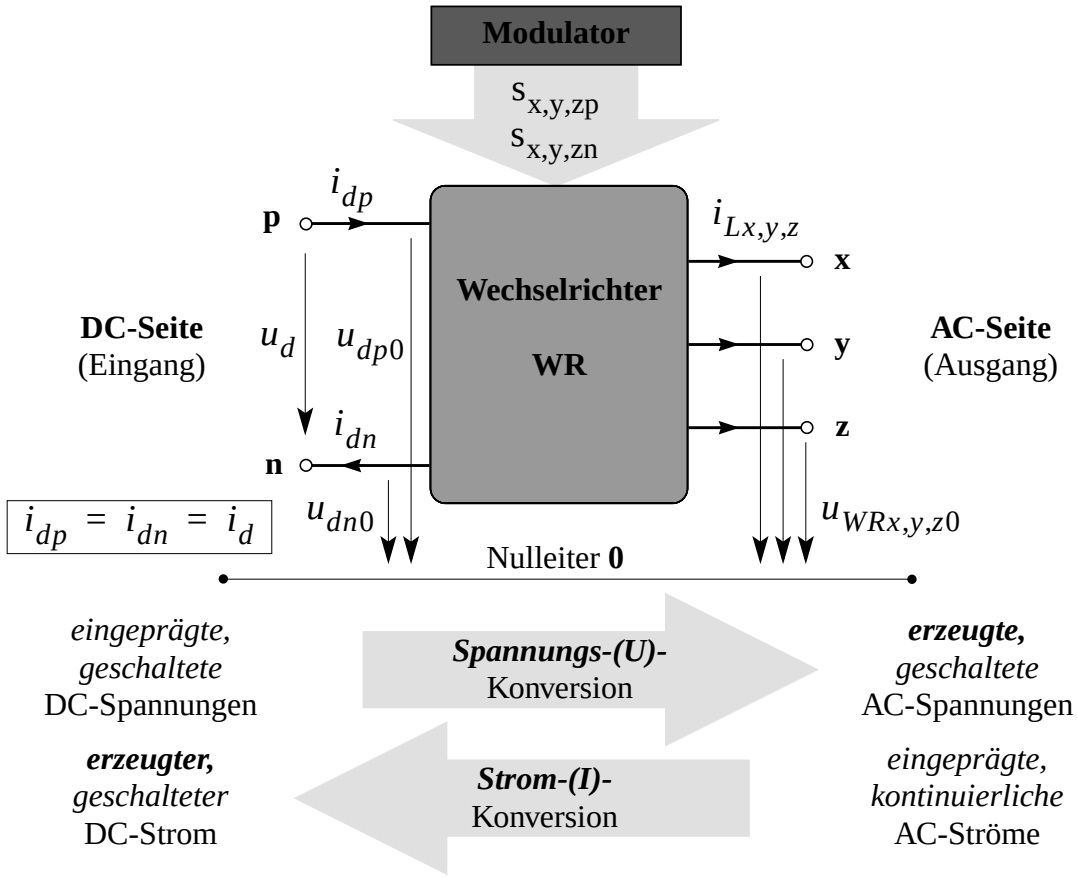
$$s_{yp} + s_{yn} = 1 \qquad \text{(y-Umschalter)} \tag{3.47}$$

$$s_{zp} + s_{zn} = 1 \qquad \text{(z-Umschalter)} \tag{3.48}$$

Einen festen Zusammenhang zwischen den kombinierten Schaltfunktionen wie beim GR nach Gl. (3.25) gibt es beim WR nicht. Dies kann durch zeilenweises Aufaddieren der Zahlenwerte für s_x, s_y und s_z in den rechten Spalten in Tabelle 3.2 leicht überprüft werden mit der Erkenntnis, dass die Summe unterschiedliche Resultate ergibt.

3.3.3 Erzeugung der lastseitigen AC-Spannungen

Wie bereits zu Beginn dieses Unterkapitels 3.3 (Seite 82) festgehalten wurde, ist die **W**echsel**r**ichter-(WR)-Schaltung nach ihrer Spannungs-Konversion benannt. Der WR bewirkt durch seine schaltende Funktionsweise sowohl Sprünge in der umgewandelten Spannung als auch im umgewandelten Strom. Die genaue Wirkungsweise in Richtung der *Spannungs*-Konversion (siehe Figur 3.5) sei als Ergänzung zu Abschnitt 2.2.2 (Seite 58) unter Benutzung der Beschriftungen aus Figur 3.1 und Figur 3.4 anschliessend ausführlich erläutert. Es handelt sich bei diesem elektrischen Umwandlungsvorgang um eine *Gleichspannungs-Wechselrichtung*.



Figur 3.5: Prinzipielle Wirkungsweise des **WR** mit Spannungs- und Strom-Konversionspfad; Ansteuerung über einen Modulator.

Prinzip der WR-Spannungs-Konversion (Figur 3.5 und Figur 3.4)

Der WR erzeugt ausgehend von den DC-seitig an den Zwischenkreisklemmen p,n *eingeprägten geschalteten* WR-Eingangsspannungen $u_{dp,nM}$ (bzw. $u_{dp,n0}$) mit Hilfe seines Modulators AC-seitig an den Lastanschlüssen x,y,z drei wiederum *geschaltete* dreiphasige WR-Ausgangs(-phasen-)spannungen $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. $u_{WRx,y,z0}$).

Jede dieser erzeugten – entweder auf die DC-Mitte M oder auf den Nulleiter bezogenen – AC-seitigen Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. $u_{WRx,y,z0}$) setzt sich während durch den WR-Modulator festgelegten Zeitabschnitten aus den einzelnen DC-Eingangsspannungen $u_{dp,nM}$ (bzw. $u_{dp,n0}$) zusammen. Diese werden je Lastanschluss x,y,z *immer direkt*

- **mit positivem Vorzeichen** ($u_{WRx,y,zM} = +u_{dp,nM}$)

auf die einzelnen AC-Anschlüsse x,y,z durchgeschaltet.

Die **AC-Anschlüsse** x,y,z sehen also *bei beliebiger Position* der drei x,y,z-Umschalter jeweils eine AC-Spannung $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. $u_{WRx,y,z0}$), die momentan genau aus einer der zwei *mit positivem Vorzeichen* durchverbundenen geschalteten DC-seitigen WR-Eingangsspannungen $u_{dp,nM}$ (bzw. $u_{dp,n0}$) besteht. Infolgedessen befinden sich die AC-Anschlüsse x,y,z auf definiertem Potential; Sie sind im Normalbetrieb *immer bespannt*.
Jede der erzeugten lastseitigen AC-Spannungen $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. $u_{WRx,y,z0}$) nimmt momentan genau einen der folgenden *zwei* Spannungswerte an:

$$u_{WRx,y,zM} \in \{u_{dpM}, u_{dnM}\} \text{ (bzw. } u_{WRx,y,z0} \in \{u_{dp0}, u_{dn0}\}\text{)} \qquad (3.49)$$

Man beachte, dass die DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ durch den netzseitigen **Gleichrichter** (GR) direkt an dessen Ausgang an den DC-Klemmen p,n aufgeprägt werden (siehe Abschnitt 3.2.3 "Erzeugung der DC-Spannungen"). Aus diesem Grund handelt es sich bei der DC-Spannung $u_{dp,n0}$ um eine ***bereits* geschaltete (DC-)Spannung**. Gleichzeitig wird dieselbe DC-Spannung $u_{dp,n0}$ vom WR als eingeprägte, von aussen vorgegebene, geschaltete DC-Spannung $u_{dp,n0}$ angesehen. Der **Wechselrichter** (WR) erzeugt dann in der oben beschriebenen Art eine ***nochmals* geschaltete (AC-)Spannung** $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. $u_{WRx,y,z0}$), deren Pulse sich insgesamt einerseits aus GR-bedingten und andererseits aus WR-bedingten Schalthandlungen zusammensetzen. Die aufgrund des GR vorhandenen Spannungssprünge in der DC-Spannung $u_{dp,n0}$ spielen bei der Betrachtung des hier analysierten Prinzips der *Gleichspannungs-Wechselrichtung* überhaupt keine Rolle (vergleiche analoge Aussage für den DC-Strom auf Seite 81).

Die Aufprägung der auf die AC-Lastseite x,y,z durchgeschalteten DC-Spannungen $u_{dp,nM}$ (bzw. $u_{dp,n0}$) geschieht mit Hilfe der WR-Schaltfunktionen $s_{ij}(t)$, mit denen der Modulator die x,y,z-Umschalter ansteuert. Die erzeugten ***lastseitigen AC-Spannungen (=WR-Ausgangsspannungen)*** können

- entweder als ***Phasenspannungen*** mit
  - dem DC-Mittelabgriff **M** (=DC-Mitte)[1] als Bezugspotential oder
  - dem Nulleiter **0** als Bezugspotential,
- oder als ***verkettete Spannungen*** (unabhängig von einem Bezugspotential)

angeschrieben werden.

---

1) siehe unter Abschnitt 3.2.3 "Erzeugung der DC-Spannungen" die Bemerkungen zu "Die DC-Mitte M als wählbares Bezugspotential" auf Seite 78

Phasenwerte der WR-Ausgangsspannung

Die auf die ***DC-Mitte*** **M** bezogenen *WR-Ausgangs(-phasen-)spannungen* $u_{WRx,y,zM}$ lauten unter Berücksichtigung der Gl. (3.34) ÷ (3.35) und (3.45):

$$u_{WRxM} = s_{xp} \cdot u_{dpM} + s_{xn} \cdot u_{dnM} = s_x \cdot u_d/2 \quad (3.50)$$

$$u_{WRyM} = s_{yp} \cdot u_{dpM} + s_{yn} \cdot u_{dnM} = s_y \cdot u_d/2 \quad (3.51)$$

$$u_{WRzM} = s_{zp} \cdot u_{dpM} + s_{zn} \cdot u_{dnM} = s_z \cdot u_d/2 \quad (3.52)$$

Die auf den ***Nulleiter*** **0** bezogenen *WR-Ausgangs(-phasen-)spannungen* $u_{WRx,y,z0}$ lauten:

$$u_{WRx0} = s_{xp} \cdot u_{dp0} + s_{xn} \cdot u_{dn0} \quad (3.53)$$

$$u_{WRy0} = s_{yp} \cdot u_{dp0} + s_{yn} \cdot u_{dn0} \quad (3.54)$$

$$u_{WRz0} = s_{zp} \cdot u_{dp0} + s_{zn} \cdot u_{dn0} \quad (3.55)$$

Die M-bezogene Darstellung der WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$ in den Gl. (3.50) ÷ (3.52) rechts zeigt, dass eine einfachere Schreibweise mit kombinierten Schaltfunktionen $s_{x,y,z}$ möglich ist. Vor allem bei der späteren Berechnung der *Last(-phasen-)spannungen* $u_{Lx,y,zS}$ in Unterkapitel 3.4 erspart man sich bei der Rechnung mit M-bezogenen WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$ die gleichphasige Komponente u_{M0} (=DC-Mittenspannung), die zwar (in Abhängigkeit der Modulation) fest mit der gegebenen Netz-(GS)-Frequenz f_N zusammenhängt, aber keinen Einfluss auf die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ ausübt. Diese Nullkomponente u_{M0} wird also bei der Rechnung mit Nulleiter-bezogenen Spannungen immer mitgeschleppt, hat allerdings den Vorteil, dass auf der Lastseite für die erzeugten AC-Spannungen eine Zerlegung in verschiedenartige Nullkomponenten durchgeführt werden kann. Nähere Erläuterungen dazu folgen in Unterkapitel 3.4.

Die Beziehung zwischen den WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0}$ und $u_{WRx,y,zM}$ lautet ähnlich zu den Gl. (3.32) ÷ (3.33) mit den DC-Spannungen. Die lastseitigen AC-Spannungen unterscheiden sich ebenfalls gerade um die DC-Mittenspannung u_{M0}:

$$u_{WRx,y,z0} = u_{WRx,y,zM} + u_{M0} \quad (3.56)$$

Verkettete WR-Ausgangsspannungen

Da es sich bei den WR-Ausgangsspannungen Gl. (3.53) ÷ (3.55) um Phasenspannungen handelt, können diese gleich wie die DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ nur mit Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen s_{ij} ausgedrückt werden. Ähnlich wie bei der DC-Differenzspannung u_d nach Gl. (3.31) lassen sich die verketteten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx}$ mit kombinierten Schaltfunktionen s_i anschreiben. Dabei verlieren die verketteten Spannungen die Information über die Abweichung aller Phasenspannungen vom Nulleiter. Zu diesem Zweck wird von den Phasenwerten der auf die DC-Mitte M bezogenen WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$ in Gl. (3.50) ÷ (3.52) ausgegangen, da dann dank den kombinierten Schaltfunktionen $s_{x,y,z}$ eine einfachere Schreibweise möglich ist.

Die ***verketteten WR-Ausgangsspannungen*** $u_{WRxy,yz,zx}$ lauten:

$$u_{WRxy} = u_{WRxM} - u_{WRyM} = (s_x - s_y) \cdot u_d/2 \qquad (3.57)$$

$$u_{WRyz} = u_{WRyM} - u_{WRzM} = (s_y - s_z) \cdot u_d/2 \qquad (3.58)$$

$$u_{WRzx} = u_{WRzM} - u_{WRxM} = (s_z - s_x) \cdot u_d/2 \qquad (3.59)$$

WR-Umschalterspannungen

Die Maschenbeziehungen mit den WR-Umschalterspannungen $u_{WRx,y,zp}$ und $u_{WRx,y,zn}$ nach Figur 3.1 führen durch Verwenden von Gl. (3.34) ÷ (3.35) sowie Gl. (3.50) ÷ (3.52) auf folgendes Resultat:

$$u_{WRx,y,zp} = u_{dpM} - u_{WRx,y,zM} = (1 - s_{x,y,z}) \cdot u_d/2 \qquad (3.60)$$

$$u_{WRx,y,zn} = -u_{dnM} + u_{WRx,y,zM} = (1 + s_{x,y,z}) \cdot u_d/2 \qquad (3.61)$$

Es ist offensichtlich, dass die Spannungen über den x,y,z-Umschaltern in Gl. (3.60) ÷ (3.61) ein Mass für die Spannungsbeanspruchung der aus Leistungshalbleitern aufgebauten Schalter sind (vergleiche Kapitel 4).

3.3.4 Erzeugung des DC-Stromes

Der WR bewirkt gleich wie der GR durch seine schaltende Funktionsweise neben Spannungssprüngen am WR-Ausgang ebenfalls Stromsprünge am WR-Eingang. Die genaue Wirkungsweise in Richtung der *Strom*-Konversion

(siehe Figur 3.5) sei als Ergänzung zu Abschnitt 2.2.2 (Seite 59) unter Benutzung der Beschriftungen aus Figur 3.1 und Figur 3.4 anschliessend ausführlich erläutert. Die Strom-Konversion verläuft genau in entgegengesetzer Richtung zur Spannungs-Konversion (Abschnitt 3.3.3). Es handelt sich bei diesem elektrischen Umwandlungsvorgang um eine *Wechselstrom-Gleichrichtung*.

Prinzip der WR-Strom-Konversion (Figur 3.5 und Figur 3.4)

Der WR erzeugt ausgehend von den AC-seitig an den Lastanschlüssen x,y,z *eingeprägten kontinuierlichen* dreiphasigen WR-Ausgangs(-phasen-)strömen $i_{Lx,y,z}$ mit Hilfe seines Modulators DC-seitig an den Zwischenkreisklemmen p,n zwei *geschaltete* WR-Eingangsströme i_{dp} und i_{dn}.

Jeder dieser erzeugten DC-seitigen Eingangsströme $i_{dp,n}$ setzt sich während durch den WR-Modulator festgelegten Zeitabschnitten aus Teilen der AC-Ausgangsströme $i_{Lx,y,z}$ zusammen. Diese werden wie folgt auf die DC-Klemmen p,n durchgeschaltet:

- FALLS nur *einer* der drei x,y,z-Umschalter mit der p-Klemme verbunden ist – die zwei anderen Umschalter sind dann mit der n-Klemme verbunden –, dann wird dessen zugehöriger AC-Ausgangsstrom $i_{Lx,y,z}$ **mit positivem Vorzeichen** nach p durchgeschaltet ($i_{dp} = +i_{Lx,y,z}$).
- FALLS nur *einer* der drei x,y,z-Umschalter mit der n-Klemme verbunden ist – die zwei anderen Umschalter sind dann mit der p-Klemme verbunden –, dann wird dessen zugehöriger AC-Ausgangsstrom $i_{Lx,y,z}$ **mit negativem Vorzeichen** nach n durchgeschaltet ($i_{dn} = -i_{Lx,y,z}$).
- FALLS alle *drei* x,y,z-Umschalter entweder mit der p-Klemme oder mit der n-Klemme verbunden sind, dann wird **gar kein** AC-Ausgangsstrom $i_{Lx,y,z}$ auf die DC-Seite p,n durchgeschaltet ($i_{dp,n} = 0$).

Unter Berücksichtigung von Gl. (3.69) gilt die Beziehung $i_{dp} = i_{dn} = i_d$.

Über die **DC-Klemmen** p,n fliesst also *je nach Position* der drei x,y,z-Umschalter jeweils ein DC-Strom $i_{dp,n}$, der sich momentan aus dem *abwechslungsweise* durchverbundenen (oder auch *nicht* durchverbundenen) geschalteten AC-seitigen WR-Ausgangsstrom $i_{Lx,y,z}$ zusammensetzt.
Bei gleichartiger Stellung der x,y,z-Umschalter mit den Schaltzuständen (ppp),(nnn) (gemäss Tabelle 3.2) werden die DC-Klemmen p,n wegen des WR-seitig geschlossenen Stromkreises (=WR-Freilauf) *stromlos*.
Unter Berücksichtigung der Gl. (3.69) und Gl. (3.73) in Unterkapitel 3.4 nimmt der erzeugte DC-Strom i_d einen der folgenden *sieben* Werte an:

$$i_d = i_{dp,n} \in \{i_{Lx}, i_{Ly}, i_{Lz}, -i_{Lx}, -i_{Ly}, -i_{Lz}, 0\} \tag{3.62}$$

Die Aufprägung der auf die DC-Seite p,n durchgeschalteten AC-Ströme $i_{Lx,y,z}$ erfolgt mit denselben WR-Schaltfunktionen $s_{ij}(t)$, mit denen der Modulator durch Ansteuerung der x,y,z-Umschalter alle die unter Abschnitt 3.3.3 beschriebenen lastseitigen AC-Spannungen erzeugt.

WR-Umschalterströme und resultierender DC-Strom

Die den x,y,z-Umschaltern zugeordneten sechs WR-Umschalterströme $i_{WRx,y,zp}$ und $i_{WRx,y,zn}$ (auch WR-Zweigströme genannt) lassen sich mit Anlehnung an die in Figur 3.1 benutzte Zählpfeildefinition wie folgt über die WR-Schaltfunktionen s_{ij} in Abhängigkeit des lastseitigen AC-Stromes $i_{Lx,y,z}$ beschreiben:

$$i_{WRx,y,zp} = s_{x,y,zp} \cdot i_{Lx,y,z} \tag{3.63}$$

$$i_{WRx,y,zn} = -(s_{x,y,zn} \cdot i_{Lx,y,z}) \tag{3.64}$$

Das heisst die prozentuale Verteilung des AC-Stromes $i_{Lx,y,z}$ über die drei oberen, der p-Klemme zugewandten WR-Zweige und über die drei unteren, der n-Klemme zugewandten WR-Zweige geschieht mit der entsprechenden Gewichtung durch Schaltfunktionen s_{ij}. Auf der WR-Eingangsseite p,n tritt an jeder DC-Klemme p,n gerade der aufgeprägte Summenstrom $i_{dp,n}$ nach Gl. (3.65) ÷ (3.66) in Erscheinung. Dieser setzt sich aus den jeweiligen WR-p,n-Zweigströmen (=WR-x,y,z-Umschalterströme) gemäss den Gl. (3.63) ÷ (3.64) zusammen.

Die erzeugten ***DC-Ströme (=WR-Eingangsströme)*** $i_{dp,n}$ lauten:

$$i_{dp} = i_{WRxp} + i_{WRyp} + i_{WRzp} \tag{3.65}$$

$$i_{dn} = i_{WRxn} + i_{WRyn} + i_{WRzn} \tag{3.66}$$

Wird nun ähnlich zur Differenzspannung u_d nach Gl. (3.30) ein *Differenzstrom* $i_{d,diff} = i_{dp} - i_{dn}$ definiert, dann lässt sich dieser aus der Differenz von Gl. (3.65) ÷ (3.66) unter Verwendung der WR-Umschalterströme Gl. (3.63) ÷ (3.64) sowie der Zusammenhänge zwischen den WR-Schaltfunktionen in Gl. (3.46) ÷ (3.48) wie folgt bestimmen:

$$i_{d,diff} = i_{dp} - i_{dn}$$

$$= (s_{xp} + s_{xn}) \cdot i_{Lx} + (s_{yp} + s_{yn}) \cdot i_{Ly} + (s_{zp} + s_{zn}) \cdot i_{Lz}$$

$$= i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} \qquad (3.67)$$

Der Differenzstrom $i_{d,diff}$ berechnet sich also gerade aus der Summe aller Lastströme $i_{Lx,y,z}$. Berücksichtigt man anhand von Figur 3.1 dabei, dass in dieser Arbeit der Nulleiter nicht mit dem Sternpunkt S der Last verbunden wird ($\rightarrow$ Dreileitersystem) und ruft sich die Gl. (3.9) auf Seite 69 zu Beginn dieses Kapitels in Erinnerung, dass nämlich die Summe aller Netzströme $i_{Na,b,c}$ verschwindet, dann folgt unmittelbar die analoge Bedingung für die Lastströme:

$$i_{d,diff} = i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} = i_{N0} = 0 \qquad (3.68)$$

Es gibt also im Gegensatz zu einer beliebigen geschalteten DC-Spannung u_d *keinen* Differenzstrom $i_{d,diff}$, d.h. es gilt immer $i_{d,diff} = i_{N0} = 0$. Das bedeutet, dass die beiden Zwischenkreisströme i_{dp} und i_{dn} identisch sind und somit nur von einem einzigen DC-Strom gesprochen wird. Der ***DC-Strom*** i_d entspricht also gerade dem p-seitigen bzw. n-seitigen DC-Strom:

$$i_d = i_{dp} = i_{dn} \qquad \text{(DC-Strom)} \qquad (3.69)$$

Stellt man sich einen Querschnitt durch die Mitte des DC-Zwischenkreises (Figur 3.1) vor, dann wird durch die Trennung von GR und WR sofort klar, dass bei stromlosem Nulleiter nur über die beiden DC-Klemmen p,n zwei Ströme i_{dp} und $(-i_{dn})$ zur Last hinfliessen können. Dieser Summenstrom $i_{dp} + (-i_{dn})$ muss nach der Knotenregel verschwinden, da sonst ein Rückstrom $i_{N0} \neq 0$ über den Nulleiter erforderlich wäre.

Einsetzen der Gl. (3.63) ÷ (3.66) in die obige Gl. (3.69) ergibt den DC-Strom i_d in Abhängigkeit der Umschalter-bezogenen WR-Schaltfunktionen s_{ij}.

$$i_d = s_{xp} \cdot i_{Lx} + s_{yp} \cdot i_{Ly} + s_{zp} \cdot i_{Lz} \qquad (3.70)$$

$$= -s_{xn} \cdot i_{Lx} - s_{yn} \cdot i_{Ly} - s_{zn} \cdot i_{Lz} \qquad (3.71)$$

Mit dem arithmetischen Mittelwert der Gl. (3.70) ÷ (3.71) erhält man zusammen mit der Gl. (3.45) mit kombinierten Schaltfunktionen s_i eine weitere mögliche Beschreibung des DC-Stromes i_d:

$$i_d = \frac{1}{2}\left(s_x \cdot i_{Lx} + s_y \cdot i_{Ly} + s_z \cdot i_{Lz}\right) \tag{3.72}$$

Wie bereits erwähnt, beziehen sich alle in diesem Kapitel hergeleiteten Gleichungen auf die in Figur 3.1 (Seite 66) dargestellten Grössen mit entsprechender Zählpfeilrichtung.

3.4 Gleichungen auf der Lastseite

Da in Kapitel 3 die Gleichungen des ZMK im Vordergrund stehen, werden in diesem Unterkapitel die Lastgleichungen nur in allgemeiner Form aufgestellt. So kann im Prinzip das Klemmenverhalten einer beliebigen – als Stromquelle wirkende – Last mit diesen allgemeinen Gleichungen beschrieben werden. Die Gleichungen der in dieser Arbeit betriebenen dreiphasigen **K**äfigläufer-**A**synchron**m**aschine (ASM) können unter Anhang A.1 in der dreiphasigen Zeigerdarstellung nachgeschlagen werden. Sie eignen sich für die hier angewandte konventionelle **f**eld**o**rientierte **R**egelung (FOR), die auch kurz in Anhang A.1 erwähnt und in Figur 8.11 (Seite 326) bildlich dargestellt ist. In den Kapiteln $5 \div 8$ wird immer eine geregelte ASM vorausgesetzt.

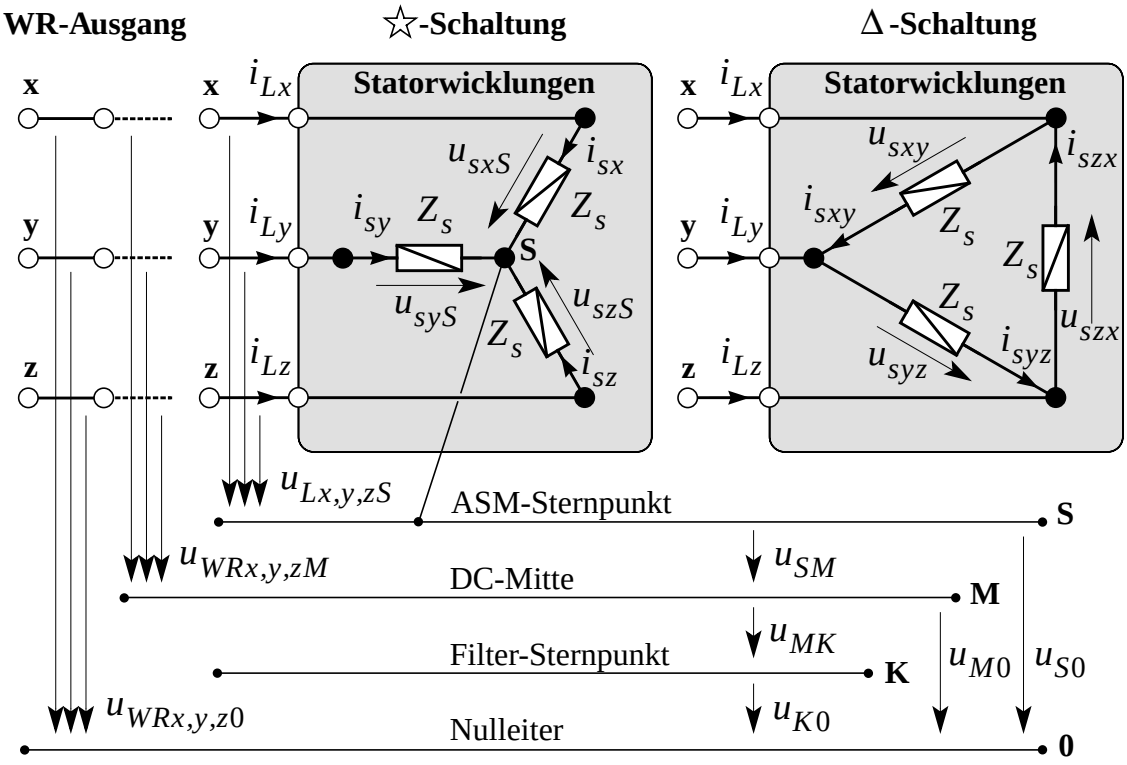
3.4.1 Lastanordnungen einer ASM

Da es sich bei der angehängten Last um eine ASM handelt, wird in Figur 3.6 direkt von den in der Praxis zwei möglichen Schaltungsvarianten, nämlich der Stern-(☆)-Schaltung und der Dreiecks-(Δ)-Schaltung, ausgegangen.

Die ASM als Last ist in Figur 3.6 mit allen in dieser Arbeit benutzen Bezugspotentialen versehen (gemäss den Bezeichnungen in Figur 3.1) und mit den wesentlichen Grössen der Statorwicklungen (Index s) beschriftet. Unter der Voraussetzung eines nicht mit der Last verbundenen Nulleiters gilt für die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ unabhängig von der Lastanordnung immer die folgende Knotengleichung (vergleiche auch Gl. (3.68), Seite 93):

$$i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} = 0 \tag{3.73}$$

Folglich enthalten die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ genausowenig wie die Netzströme $i_{Na,b,c}$ auch keine Strom-Nullkomponente $i_{L,Null}$ (vergleiche Gl. (3.10) Seite 69).



Figur 3.6: Angehängte ASM als Last in ☆-Schaltung oder Δ-Schaltung mit eingezeichneten Bezugspotentialen **0**, **S**, **M**, **K**.

Anschliessend seien die Gleichungen für die zwei verschiedenen Anordnungen gemäss Figur 3.6 angegeben. Die Statorseite der Maschine ist durch die Impedanz Z_s gekennzeichnet und wird in allen drei Statorwicklungen jeweils als gleich gross angenommen.

Lastgleichungen bei *Stern*-(☆)-Schaltung

Bei der ☆-Schaltung (Figur 3.6 links) liegen die drei Stator-Phasenwicklungen (Index s) der ASM zwischen jeweils *einem* der Lastanschlüsse x,y,z und dem Sternpunkt S. Somit ergeben sich aus den vom WR *aufgeprägten* WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$ (bzw. Lastphasenspannungen $u_{Lx,y,zS}$) die in der ASM *resultierenden erzeugten* Statorwicklungsspanungen $u_{sx,y,zS}$ wie folgt:

$$u_{sx,y,zS} \quad = \quad u_{Lx,y,zS} \quad = \quad u_{WRx,y,z0} - u_{S0} \tag{3.74}$$

Analog zu den Spannungen in Gl. (3.74) können die *resultierenden erzeugten* Lastströme $i_{Lx,y,z}$ den durch die *aufgeprägten* Wicklungsspannungen $u_{sx,y,zS}$ in der Statorimpedanz Z_s *hervorgerufenen* Statorwicklungsströmen $i_{sx,y,z}$ gleichgesetzt werden:

$$i_{Lx,y,z} \quad = \quad i_{sx,y,z} \tag{3.75}$$

Bei der ☆-Schaltung ist der Sternpunkt S *abgreifbar* und kann als Bezugspotential benutzt werden (siehe Figur 3.6). Der Sternpunkt S erweist sich als nützlich, will man z.B. nur die stromtreibenden (also dreiphasigen) Last(-phasen-)spannungen $u_{Lx,y,zS}$ ermitteln. Diese weisen (aus denselben Gründen wie die netzseitigen Kapazitätsspannungen $u_{Ca,b,cK}$ nach Gl. (3.17), Seite 71) wegen der offenen Verbindung zwischen ASM-Sternpunkt S und Nulleiter (und ebenso DC-Mitte M) keine Spannungs-Nullkomponente $u_{L,Null,0}$ auf und können auf diese Weise entweder direkt gemessen oder auch nach den Formeln Gl. (3.76) ÷ (3.77) berechnet werden.

$$u_{Lx,y,zS} \quad = \quad u_{WRx,y,z0} - u_{S0} \qquad \left(\text{mit } \; u_{S0} = \frac{1}{3} \sum_{i \,=\, x,y,z} u_{WRi0}\right) \tag{3.76}$$

$$= \quad u_{WRx,y,zM} - u_{SM} \quad \left(\text{mit } \; u_{SM} = \frac{1}{3} \sum_{i \,=\, x,y,z} u_{WRiM}\right) \tag{3.77}$$

Dabei enthält

- die **S**pannungs-**N**ull**k**omponente (SNK) $u_{L,Null,0} = u_{WR,Null,0} = u_{S0}$ alle gleichphasigen Spannungsanteile in der auf den Nulleiter bezogenen WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0}$;
- die **S**pannungs-**N**ull**k**omponente (SNK) $u_{L,Null,M} = u_{WR,Null,M} = u_{SM}$ alle gleichphasigen Spannungsanteile in der auf die DC-Mitte M bezogenen WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$.

Zusammenfassend kann man sagen:
Die Statorwicklungsspannungen $u_{sx,y,zS}$ weisen genau die in den WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0}$ enthaltenen dreiphasigen, und somit stromtreibenden Spannungskomponenten auf.
Die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ sind genau gleich gross wie die Statorwicklungsströme $i_{sx,y,z}$ (siehe Gl. (3.75)).

Lastgleichungen bei *Dreieck*-(Δ)-Schaltung

Bei der Δ-Schaltung (Figur 3.6 rechts) liegen die drei Stator-Phasenwicklungen der ASM zwischen jeweils *zwei verschiedenen* Lastanschlüssen x,y,z. Somit ergeben sich aus den vom WR *aufgeprägten* WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$ die in der ASM *resultierenden erzeugten* Statorwicklungsspa-

nungen $u_{sxy,yz,zx}$. Die Statorwicklungsspannungen $u_{sxy,yz,zx}$ entsprechen dabei gerade den *verketteten* WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx}$ (siehe auch Gl. (3.57) ÷ (3.59)):

$$u_{sxy,yz,zx} = u_{WRxy,yz,zx} = u_{WRx,y,zM} - u_{WRy,z,xM} \tag{3.78}$$

Analog zu den Spannungen in Gl. (3.78) können die *resultierenden erzeugten* Lastströme $i_{Lx,y,z}$ in Abhängigkeit der durch die *aufgeprägten* Wicklungsspannungen $u_{sxy,yz,zx}$ in der Statorimpedanz Z_s *hervorgerufenen* Statorwicklungsströme $i_{sxy,yz,zx}$ berechnet werden. Die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ entsprechen gerade den *verketteten* Statorwicklungsströmen $i_{sxy,yz,zx,v}$:

$$i_{Lx,y,z} = i_{sxy,yz,zx,v} = i_{sxy,yz,zx} - i_{szx,xy,yz} \tag{3.79}$$

Bei der Δ-Schaltung ist der Sternpunkt S *nicht zugänglich* und kann zwar nur als fiktives Bezugspotential, aber dennoch nach Gl. (3.76) ÷ (3.77) für Berechnungen benutzt werden (siehe Figur 3.6).

Zusammenfassend kann man festhalten:
Die Statorwicklungsspannungen $u_{sxy,yz,zx}$ entsprechen den verketteten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx}$ und weisen unter symmetrischen Bedingungen eine $\sqrt{3}$-mal grössere, rein dreiphasige und somit stromtreibende Spannung auf, im Vergleich zu den zur Verfügung stehenden dreiphasigen Anteilen $u_{WRx,y,zM,3ph}$ der einzelnen WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$.
Die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ setzen sich aus den verketteten Statorwicklungsströmen $i_{sxy,yz,zx,v}$ zusammen und werden im Vergleich zu den Statorströmen $i_{sxy,yz,zx}$ unter symmetrischen Bedingungen gerade $\sqrt{3}$-mal grösser.

Vergleich zwischen *Stern*- und *Dreieck*-Schaltung

Eine mit der WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$ gespeiste ASM in Δ-Schaltung sieht eine $\sqrt{3}$-mal grössere Statorwicklungsspannung und nimmt/gibt eine 3-mal höhere Leistung $P_{s,\Delta}$ auf/ab als dieselbe in ☆-Schaltung angeordnete ASM mit identischer WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$. Es gilt:

$$P_{s,\Delta} = 3P_{s,\text{☆}}\Big|_{\text{bei gleicher Bespannung}} \tag{3.80}$$

Oder anders formuliert: Wird eine ASM in Δ-Schaltung betrieben, genügt eine $\sqrt{3}$-mal kleinere WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$, um gleich viel Leistung aus der ASM herauszuholen wie bei ☆-Schaltung. Dabei ergibt sich ein $\sqrt{3}$-mal grösserer Laststrom $i_{Lx,y,z}$, der den ZMK belastet.

3.4.2 Spannungs-Nullkomponenten (SNK)

Wie schon mehrmals erwähnt, handelt es sich in dieser Arbeit um ein Dreileitersystem, bei dem die Summe der drei Phasenströme sowohl auf der Netzseite als auch auf der Lastseite verschwindet (vergleiche dazu Gl. (3.9) und Gl. (3.73)). Folglich können nirgends im System – abgesehen von der Δ-Schaltung – gleichphasige Ströme fliessen, so dass alle gleichphasigen Spannungen über den jeweils offenen Verbindungen abfallen müssen, wo ohnehin keine solche unerlaubten Strom-Nullkomponenten vorkommen können.

In diesem Abschnitt soll nun der *Informationsgehalt* dieser verschiedenen **S**pannungs-**N**ull**k**omponenten (SNK) diskutiert werden. Es ist sinnvoll, diese in Figur 3.6 unten rechts gesamthaft eingezeichneten SNK einer Interpretation zu unterziehen. Dazu wird zunächst die Netzseite betrachtet.

Aus der Gl. (3.19) in Abschnitt 3.1.4 geht hervor, dass in der Spannung u_{K0} zwischen dem Sternpunkt K des Eingangsfilters und dem Nulleiter gerade die SNK $u_{N,Null,0}$ der drei Netzspannungen $u_{Na,b,c0}$ enthalten sind. Somit ist u_{K0} selber eine SNK. Es gilt also nach Gl. (3.19) für die ***Netz-SNK*** u_{K0}, sofern sie nicht ohnehin als Null angenommen wird:

$$u_{K0} \quad = \quad u_{N,Null,0} \tag{3.81}$$

Zudem lässt sich mit Gl. (3.36) die DC-Mittenspanung u_{M0} gemäss der auf Seite 79 gemachten Interpretation als resultierende ***DC-SNK*** $u_{d,Null,0}$ in den zwei (DC-)Spannungen $u_{dp,n0}$ ansehen ($u_{M0} = u_{d,Null,0}$). Somit ist u_{M0} selber eine SNK, die sich demnach genau aus einer eventuell vorhandenen Netz-SNK u_{K0}, bedingt durch die *Netzspannungen* $u_{Na,b,c0}$, und aus einer sogenannten ***GR-SNK*** $u_{GR,Null,K} = u_{MK}$, bedingt durch die gesamten ***GR-Schalthandlungen***, zusammensetzt (siehe Tabelle 3.3). Es gilt also gemäss Figur 3.6 für die resultierende ***DC-SNK*** u_{M0}:

$$u_{M0} \quad = \quad u_{MK} + u_{K0} \quad = \quad u_{GR,Null,K} + u_{N,Null,0} \tag{3.82}$$

Die in Gl. (3.82) enthaltene GR-SNK $u_{GR,Null,K} = u_{MK}$ erhält man auch, indem man für die beiden Tripel der GR-Umschalterspannungen $u_{GRpa,b,c}$ bzw. $u_{GRna,b,c}$ nach Gl. (3.38) ÷ (3.39) unter Berücksichtigung von Gl. (3.5) und (3.81) die jeweiligen, gegen das netzseitige Eingangsfilter (mit Sternpunkt K) hin orientierten GR-Teil-SNK $(-u_{GRp,Null,K})$ bzw. $u_{GRn,Null,K}$ über den beiden p,n-Umschaltern berechnet und deren arithmetischer Mittelwert ermittelt (Figur 3.1). Es handelt sich dabei um die in Gl. (3.82) bereits benutzte GR-SNK u_{MK}.

$$u_{GR,Null,K} \quad = \quad ((-u_{GRp,Null,K}) + u_{GRn,Null,K})/2 \quad = \quad u_{MK} \qquad (3.83)$$

(resultierende GR-SNK)

mit $u_{GRp,Null,K} = u_{K0} - u_{dp0}$ (GR-p-SNK)

und $u_{GRn,Null,K} = -u_{K0} + u_{dn0}$ (GR-n-SNK)

Da der WR durch seine ***WR-Schalthandlungen*** analog zum GR eine eigene ***WR-SNK*** $u_{WR,Null,M}$ in der WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zM}$ bezüglich der DC-Mitte M erzeugt, treten diese gerade in der Spannung u_{SM} zwischen dem (bei Last-☆-Schaltung *abgreifbarem* bzw. bei Last-Δ-Schaltung *nicht zugänglichem*) Sternpunkt S und der DC-Mitte M auf. Das liegt daran, dass zwischen den Lastanschlüssen x,y,z und dem Sternpunkt S keine SNK $u_{L,Null,S}$ vorkommen kann, da sonst ein gleichphasiger Strom $i_{L,Null}$ fliessen würde, der allerdings zwischen dem Laststernpunkt S und dem Nulleiter nicht abfliessen kann. Also treten diese WR-SNK gerade in der Spannung u_{SM} selber auf. Es gilt also gemäss Figur 3.6 und Gl. (3.82) für die resultierende, auf den Nulleiter bezogene ***Last-SNK*** $u_{S0} = u_{L,Null,0}$:

$$u_{S0} \quad = \quad u_{SM} + u_{M0} \quad = \quad u_{WR,Null,M} + u_{GR,Null,K} + u_{N,Null,0} \qquad (3.84)$$

Die WR-SNK $u_{WR,Null,M} = u_{SM}$ in Gl. (3.84) erhält man auch, indem man für die beiden Tripel der WR-Umschalterspannungen $u_{WRx,y,zp}$ bzw. $u_{WRx,y,zn}$ nach Gl. (3.60) ÷ (3.61) unter Berücksichtigung von Gl. (3.77) die jeweiligen, gegen die DC-seitige DC-Mitte M hin orientierten WR-Teil-SNK $(-u_{WRp,Null,M})$ bzw. $u_{WRn,Null,M}$ über den drei x,y,z-Umschaltern berechnet, indem man deren arithmetischer Mittelwert ermittelt (Figur 3.1). Es handelt sich dabei um die in Gl. (3.84) bereits benutzte WR-SNK u_{SM}.

$$u_{WR,Null,M} \quad = \quad ((-u_{WRp,Null,M}) + u_{WRn,Null,M})/2 \quad = \quad u_{SM} \qquad (3.85)$$

$$= \frac{u_d}{6}(s_x + s_y + s_z) = \frac{u_d}{2} \cdot s_{WR,Null} \qquad \text{(resultierende WR-SNK)} \qquad (3.86)$$

$$u_{WRp,Null,M} = \frac{u_d}{6}(3 - s_x - s_y - s_z) = \frac{u_d}{2}(1 - s_{WR,Null}) \qquad \text{(WR-p-SNK)}$$

$$u_{WRn,Null,M} = \frac{u_d}{6}(3 + s_x + s_y + s_z) = \frac{u_d}{2}(1 + s_{WR,Null}) \qquad \text{(WR-n-SNK)}$$

Tabelle 3.3 zeigt eine Zusammenstellung der besprochenen **S**pannungs-**N**ull-**k**omponenten (SNK) mit deren Informationsgehalt anhand Figur 3.1 bzw. Figur 3.6:

Spannungs-Nullkomponenten (SNK)					
Zuordnung der SNK					**Interpretation**
Netz	**GR**	**DC**	**WR**	**Last**	
$u_{N,Null,0}$					$= u_{K0}$
	$u_{GR,Null,K}$				$= u_{MK}$
$u_{N,Null,0} + u_{GR,Null,K} = u_{d,Null,0}$					$= u_{M0} = u_{MK} + u_{K0}$
			$u_{WR,Null,M}$		$= u_{SM}$
$u_{N,Null,0} + u_{GR,Null,K} + u_{WR,Null,M} = u_{L,Null,0}$					$= u_{S0} = u_{SM} + u_{M0}$

Tabelle 3.3: Zusammenstellung der unterschiedlichen SNK im System.

3.5 Leistungen und Leistungsbilanz

Dieses Unterkapitel gibt einen Überblick aller momentanen Leistungen des Gesamtsystems. Dabei wird immer von momentanen *Wirkleistungen* p gesprochen.
Einerseits können davon anstelle der Wirkleistungen p gemäss den Definitionen in Anhang B auch *Blindleistungen* q oder gar komplexe *Scheinleistungen* $\underline{s}$ formuliert werden.
Andererseits können anstelle von *Momentanwerten* p, q, s auch *Kurzzeitmittelwerte* p_{km}, q_{km}, s_{km} oder über eine bestimmte Periodendauer T *gemittelte* Leistungsgrössen P, Q, S benutzt werden (Anhang B).

3.5.1 Leistungen am zweistufigen Matrixkonverter (ZMK)

Die momentane ***GR-Eingangsleistung*** p_{GR} auf der dreiphasigen ZMK-Eingangsseite *nach* dem Eingangsfilter lässt sich in Funktion von den Phasengrössen der Kapazitätsspannungen $u_{Ca,b,c0}$ und GR-Eingangsströmen $i_{GRa,b,c}$ als Summe der Leistungen in den einzelnen Phasen a,b,c anschreiben:

$$p_{GR} = u_{Ca0} \cdot i_{GRa} + u_{Cb0} \cdot i_{GRb} + u_{Cc0} \cdot i_{GRc} \tag{3.87}$$

Analog zur Gl. (3.87) folgt auf der ebenfalls dreiphasigen ZMK-Ausgangsseite mit den Phasen x,y,z die momentane ***WR-Ausgangsleistung*** p_{WR}.

$$p_{WR} = u_{WRxM,0} \cdot i_{Lx} + u_{WRyM,0} \cdot i_{Ly} + u_{WRzM,0} \cdot i_{Lz} \quad (3.88)$$

$$= u_{LxS} \cdot i_{Lx} + u_{LyS} \cdot i_{Ly} + u_{LzS} \cdot i_{Lz} \quad (3.89)$$

$$= -u_{WRxy} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx} \cdot i_{Lz} \quad (3.90)$$

Die WR-Ausgangsleistung p_{WR} in Gl. (3.88) ist wegen der nicht vorhandenen Laststrom-Nullkomponente $i_{L,Null} = 0$ unabhängig vom gewählten Spannungs-Bezugspotential.

Die momentane ***DC-Leistung*** p_d, die durch den Zwischenkreis über die p,n-Klemmen fliesst, ergibt sich einfach aus dem Produkt von DC-Spannung u_d und DC-Strom i_d (siehe auch Gl. (3.30) für u_d und (3.69) für i_d).

$$p_d = u_{dp0} \cdot i_{dp} + u_{dn0} \cdot (-i_{dn}) = u_d \cdot i_d \quad (3.91)$$

Der ZMK enthält keine Energiezwischenspeicher. Unter Vernachlässigung von Verlusten in der Schaltung folgt daraus unmittelbar, dass die drei (Wirk-)Leistungen p_{GR}, p_{WR} und p_d jederzeit exakt identisch sein müssen.

Für den ZMK gilt immer folgende ***(Wirk-)Leistungsbilanz***:

$$p_{GR} = p_d = p_{WR} \quad (3.92)$$

Man beachte, dass im Gegensatz zu den momentanen *Wirkleistungen* $p_{GR,d,WR}$ keine direkte Leistungsgleichheit für die momentanen *Blindleistungen* $q_{GR,d,WR}$ zwischen Eingang und Ausgang gilt, da diese zusätzlich über den Umschaltern des ZMK auftreten. Da die Formulierung einer Blindleistungsbilanz praktisch von geringem Nutzen ist, wird hier nicht näher darauf eingegangen.

3.5.2 Leistungen auf der Netz- und auf der Lastseite

Am Netzanschlusspunkt, also *vor* dem Eingangsfilter, ist die momentane ***Netzleistung*** p_N wie folgt definiert (Figur 3.1):

$$p_N = u_{Na0} \cdot i_{Na} + u_{Nb0} \cdot i_{Nb} + u_{Nc0} \cdot i_{Nc} \quad (3.93)$$

Wegen der Filterreaktanzen L_F und C_F und aufgrund realer Filterverluste nimmt das Filter gerade die Leistungsdifferenz p_F zwischen gelieferter Netzleistung p_N und abgegebener GR-Eingangsleistung p_{GR} auf. Die aufgenommene ***Filterleistung*** p_F lautet also:

$$p_F = p_N - p_{GR} \tag{3.94}$$

Da zwischen dem WR-Ausgang und der angehängten Last kein Ausgangsfilter vorhanden ist, muss die momentane von der Last aufgenommene ***Lastleistung*** p_L gerade mit der in Gl. (3.88) berechneten abgegebenen WR-Ausgangsleistung p_{WR} übereinstimmen. Es gilt also gemäss Gl. (3.89):

$$p_L = u_{LxS} \cdot i_{Lx} + u_{LyS} \cdot i_{Ly} + u_{LzS} \cdot i_{Lz} \tag{3.95}$$

$$p_L = p_{WR} \tag{3.96}$$

Die Identität nach Gl. (3.96) kann direkt durch Einsetzen der Gl. (3.73), (3.76) bzw. (3.77) in Gl. (3.88) bestätigt werden.

Sämtliche oben definierten (Wirk-)Leistungen p auf der Netz- und auf der Lastseite können gemäss Anhang B immer in Funktion der momentanen komplexen Scheinleistung $\underline{s}$ aufgeschrieben werden, so dass die Leistungen p gerade aus dem Realteil der komplexen Scheinleistung $\underline{s}$ ($p = Re(\underline{s})$) abgeleitet werden können.

3.6 Gleichungen auf Drehzeiger- und Zeigerebene

Alle in diesem Kapitel hergeleiteten Gleichungen des ZMK lassen sich anstelle durch Dreiphasengrössen auch in Funktion von komplexen Drehzeigern bzw. Zeigern anschreiben. Die Koordinaten-Transformationen sind in Anhang A ausführlich beschrieben. Tafel 3.1 und Tafel 3.2 fassen die wichtigsten ZMK-Gleichungen zusammen. Diese beschreiben die Beziehungen zwischen aufgeprägten und erzeugten Grössen. Es handelt sich dabei um Spannungen, Ströme und Leistungen. Aber auch Schaltfunktionen s_{ij} bzw. Modulationsfunktionen m_{ij} können bezüglich ihrer dreiphasigen Anteile $s,m_{ij,3ph}$ ebenfalls auf der Drehzeiger- bzw. Zeigerebene dargestellt werden, während die Nullkomponenten $s,m_{ij,Null}$ separat betrachtet werden müssen.

Der Übergang zur Rechnung mit komplexen (Dreh-)Zeigern soll einerseits am Beispiel der DC-Spannung u_{dp0} und andererseits anhand der GR- und WR-Schaltfunktionen $s_{pa,b,c}$, $s_{na,b,c}$, $s_{x,y,zp}$ und $s_{x,y,zn}$ erläutert werden.

Die DC-Spannung ausgedrückt mit Drehzeigern

Betrachtet man die Bestimmungsgleichung (3.28) auf Seite 77 für die vom GR erzeugte DC-Spannung u_{dp0} am Drehpunkt des p-Umschalters, dann fällt die formale Ähnlichkeit zur Gl. (3.87) für die GR-Eingangsleistung p_{GR} auf. Da nun sämtliche (Wirk-)Leistungen p in den Phasen a,b,c bzw. x,y,z in Funktion von Spannungs- und Stromdrehzeigern gemäss Anhang B mit den Gl. (B.1), (B.2), (B.11), (B.14) ausgedrückt werden können, kann diese Darstellungsweise direkt auf die Berechnung der DC-Spannung u_{dp0} übertragen werden. Ersetzt man in p_{GR} nach Gl. (3.87) die Ströme $i_{GRa,b,c}$ durch die Schaltfunktionen $s_{pa,b,c}$, so folgt unter Berücksichtigung von Anhang B:

$$u_{dp0} = s_{pa} \cdot u_{Ca0} + s_{pb} \cdot u_{Cb0} + s_{pc} \cdot u_{Cc0} =$$

$$= \frac{3}{2} Re(\vec{s}_{GRp}^{\,*} \vec{u}_C) + 3 s_{GRp,Null} u_{C,Null,0} \qquad (3.97)$$

Dabei berechnet sich die Nullkomponente $s_{GRp,Null}$ mit Blick auf die Zusammenhänge zwischen den GR-Schalt- bzw. Modulationsfunktionen nach Gl. (3.5) und Gl. (3.23) zu folgender Konstante:

$$s_{GRp,Null} = \frac{1}{3}(s_{pa} + s_{pb} + s_{pc}) = \frac{1}{3} \qquad (3.98)$$

Dasselbe gilt auch für den n-Umschalter mit der Nullkomponente $s_{GRn,Null} = 1/3$ (siehe Gl. (3.24)). Somit gilt für die DC-Spannung u_{dp0}:

$$u_{dp0} = \frac{3}{2} Re(\vec{s}_{GRp}^{\,*} \vec{u}_C) + u_{K0} \qquad (3.99)$$

Allerdings verschwindet die **S**pannungs-**N**ull**k**omponente (SNK) $u_{C,Null,0}$ in Gl. (3.97) bzw. u_{K0} in Gl. (3.99) unter der zu Beginn dieses Kapitels in Gl. (3.21) vorausgesetzten Annahme einer nicht vorhandenen Netz-SNK, d.h. $u_{C,Null,0} = u_{N,Null,0} = u_{K0} = 0$.

Anstelle von *Drehzeigern* können in Gl. (3.97) und auch in den folgenden Gleichungen geradeso *Zeiger* eingesetzt werden (Anhang B, Gl. (B.1)).

Schalt- und Modulationsfunktionen auf der Drehzeigerebene

Auch Schalt- bzw. Modulationsfunktionen, die jeweils drei zusammengehörigen Phasen(-zweigen) zugeordnet sind, können also mit Drehzeigern und zusätzlichem Nullsystem dargestellt werden. Die GR-Schaltfunktionsdreh-

zeiger für die p,n -Umschalter berechnen sich einschliesslich des Drehzeigers (gilt für Zeiger genau analog) der nach Gl. (3.22) definierten kombinierten GR-Schaltfunktionen wie folgt (vergleiche dazu Anhang A.1):

a) GR-Schaltfunktionsdrehzeiger:

$$\vec{s}_{GRp,n} = \frac{2}{3}(s_{p,na} + s_{p,nb}e^{j2\pi/3} + s_{p,nc}e^{-j2\pi/3}) \quad (3.100)$$

$$\vec{s}_{GR} = \frac{2}{3}(s_a + s_b e^{j2\pi/3} + s_c e^{-j2\pi/3}) \quad \text{(kombiniert)} \quad (3.101)$$

GR-p,n-Nullkomponenten: $s_{GRp,n,Null} = \frac{1}{3}$ (3.102)

GR-Nullkomponente: $s_{GR,Null} = \frac{s_{GRp,Null} - s_{GRn,Null}}{2} = 0$ (3.103)

Auch für den WR können die Schaltfunktionsdrehzeiger aufgestellt werden:

b) WR-Schaltfunktionsdrehzeiger:

$$\vec{s}_{WRp,n} = \frac{2}{3}(s_{xp,n} + s_{yp,n}e^{j2\pi/3} + s_{zp,n}e^{-j2\pi/3}) \quad (3.104)$$

$$\vec{s}_{WR} = \frac{2}{3}(s_x + s_y e^{j2\pi/3} + s_z e^{-j2\pi/3}) \quad \text{(kombiniert)} \quad (3.105)$$

Die WR-Nullkomponenten $s_{WRp,n,Null}$ und $s_{WR,Null}$ sind variabel im Vergleich zu den GR-Nullkomponenten $s_{GRp,n,Null}$ und $s_{GR,Null}$.

Sowohl auf der GR- als auch auf der WR-Seite ist jeder p- bzw. n-bezogene Schaltfunktionsdrehzeiger $\vec{s}_{GRp,n}$ bzw. $\vec{s}_{WRp,n}$ genau drei nebeneinanderliegenden Zweigverbindungen $p - a,b,c$, $n - a,b,c$ bzw. $x,y,z - p$, $x,y,z - n$ des ZMK zugeordnet. Da aber nur beim GR die beiden Dreierverbindungen $p - a,b,c$ und $n - a,b,c$ jeweils gerade zu einem und demselben GR-Umschalter p,n gehören, beeinflussen beim WR alle drei WR-Umschalter x,y,z gleichzeitig einen der beiden WR-Schaltfunktionsdrehzeiger $\vec{s}_{WRp,n}$, bei denen keine Regel analog zu Gl. (3.102) zu erkennen ist.

Die Tafeln 3.1 und 3.2 zeigen die wichtigsten Systemgrössen des ZMK in 3-Phasen, Drehzeiger- und Zeigerdarstellung.

Tafel 3.1: Zusammenstellung der *GR*-Gleichungen in 3-Phasen-, Drehzeiger- und Zeiger-Darstellung

3-Phasen-Darstellung	**Drehzeiger-Darstellung**	**Zeiger-Darstellung**
DC-Spannungen, AC-Eingangsströme:	DC-Spannungen, AC-Ströme:	DC-Spannungen, AC-Ströme:
$u_{dp0} = s_{pa}u_{Ca0} + s_{pb}u_{Cb0} + s_{pc}u_{Cc0}$ (3.106)	$u_{dp0} = \frac{3}{2}Re(\vec{\underline{s}}_{GRp}^{\,*}\,\vec{u}_C)$ (3.112)	$u_{dp0} = \frac{3}{2}Re(\underline{S}_{GRp}^{*}\,\underline{U}_C)$ (3.116)
$u_{dn0} = s_{na}u_{Ca0} + s_{nb}u_{Cb0} + s_{nc}u_{Cc0}$ (3.107)	$u_{dn0} = \frac{3}{2}Re(\vec{\underline{s}}_{GRn}^{\,*}\,\vec{u}_C)$ (3.113)	$u_{dn0} = \frac{3}{2}Re(\underline{S}_{GRn}^{*}\,\underline{U}_C)$ (3.117)
$u_d = u_{dp0} - u_{dn0}$ (3.108)	$u_d = \frac{3}{2}Re(\vec{\underline{s}}_{GR}^{\,*}\,\vec{u}_C)$ (3.114)	$u_d = \frac{3}{2}Re(\underline{S}_{GR}^{*}\,\underline{U}_C)$ (3.118)
$i_{GRa} = s_a i_d$ (3.109)	$\vec{i}_{GR} = \vec{\underline{s}}_{GR} i_d$ (3.115)	$\underline{I}_{GR} = \underline{S}_{GR} i_d$ (3.119)
$i_{GRb} = s_b i_d$ (3.110)		
$i_{GRc} = s_c i_d$ (3.111)		
Schalt-/ Modulationsfunktionen:($s \Leftrightarrow m$)	Schalt-/ Modulationsfunktionen:	Schalt-/ Modulationsfunktionen:
$s_{pa} + s_{pb} + s_{pc} = 1$ (3.120)	(beide sind austauschbar $s \Leftrightarrow m$)	(beide sind austauschbar $s \Leftrightarrow m$)
$s_{na} + s_{nb} + s_{nc} = 1$ (3.121)		
$s_a = s_{pa} - s_{na}$ (3.122)	$\vec{\underline{s}}_{GR} = \vec{\underline{s}}_{GRp} - \vec{\underline{s}}_{GRn}$ (3.125)	$\underline{S}_{GR} = \underline{S}_{GRp} - \underline{S}_{GRn}$ (3.126)
$s_b = s_{pb} - s_{nb}$ (3.123)		
$s_c = s_{pc} - s_{nc}$ (3.124)		
GR-Eingangsleistung:	GR-Eingangsleistung:	Leistung:
$p_{GR} = u_{Ca0}\,i_{GRa} + u_{Cb0}\,i_{GRb} + u_{Cc0}\,i_{GRc}$ (3.127)	$p_{GR} = \frac{3}{2}Re(\vec{u}_C^{\,*}\,\vec{i}_{GR})$ (3.128)	$p_{GR} = \frac{3}{2}Re(\underline{U}_C^{*}\,\underline{I}_{GR})$ (3.129)

Tafel 3.2: Zusammenstellung der *WR*-Gleichungen in 3-Phasen-, Drehzeiger- und Zeiger-Darstellung

3-Phasen-Darstellung	**Drehzeiger-Darstellung**	**Zeiger-Darstellung**
AC-Ausgangsspannungen, DC-Strom:	AC-Spannungen, DC-Strom:	AC-Spannungen, DC-Strom:
$u_{WRxM,0} = s_{xp} u_{dpM,0} + s_{xn} u_{dnM,0}$	$\vec{u}_{WR} = \vec{s}_{WRp} u_{dpM,0} + \vec{s}_{WRn} u_{dnM,0}$	$\underline{U}_{WR} = \underline{S}_{WRp} u_{dpM,0} + \underline{S}_{WRn} u_{dnM,0}$ (3.131)
$u_{WRyM,0} = s_{yp} u_{dpM,0} + s_{yn} u_{dnM,0}$	$= \vec{s}_{WR} \frac{u_d}{2}$ (3.130)	
$u_{WRzM,0} = s_{zp} u_{dpM,0} + s_{zn} u_{dnM,0}$		
$i_d = \frac{1}{2}(s_x i_{Lx} + s_y i_{Ly} + s_z i_{Lz})$ (3.132)	$i_d = \frac{3}{4} Re(\vec{s}_{WR}^{\,*} \vec{i}_L)$ (3.133)	$i_d = \frac{3}{4} Re(\underline{S}_{WR}^{\,*} \underline{I}_L)$ (3.134)
Schalt-/ Mod.funktionen ($s \Leftrightarrow m$):	Schalt-/ Modulationsfunktionen:	Schalt-/ Modulationsfunktionen:
$s_{xp} + s_{xn} = 1$ (3.135)	(beide sind austauschbar $s \Leftrightarrow m$)	(beide sind austauschbar $s \Leftrightarrow m$)
$s_{yp} + s_{yn} = 1$ (3.136)		
$s_{zp} + s_{zn} = 1$ (3.137)	$\vec{s}_{WR} = \vec{s}_{WRp} - \vec{s}_{WRn}$ (3.141)	$\underline{S}_{WR} = \underline{S}_{WRp} - \underline{S}_{WRn}$ (3.142)
$s_x = s_{xp} - s_{xn}$ (3.138)		
$s_y = s_{yp} - s_{yn}$ (3.139)		
$s_z = s_{zp} - s_{zn}$ (3.140)		
WR-Ausgangsleistung:	WR-Ausgangsleistung:	WR-Ausgangsleistung:
$p_{WR} = \sum_{i = x, y, z} u_{WRi0} \cdot i_{Li}$ (3.143)	$p_{WR} = \frac{3}{2} Re(\vec{u}_{WR}^{\,*} \vec{i}_L)$ (3.144)	$p_{WR} = \frac{3}{2} Re(\underline{U}_{WR}^{\,*} \underline{I}_L)$ (3.145)

3.7 Mathematische Äquivalenz von EMK und ZMK

Die Verwandtschaft zwischen dem **e**instufigen **M**atrix**k**onverter (EMK) und dem **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) wird in Bezug auf deren Struktur bereits in Kapitel 2 diskutiert. Daher liegt der Gedanke nahe, einen mathematischen Vergleich zwischen den beiden Schaltungen durchzuführen. Ein geeignetes Werkzeug zur Beschreibung des EMK wurde dazu in Kapitel 2 mit den beiden EMK-Matrizengleichungen Gl. (2.2) ÷ (2.3) präsentiert. Sie beschreiben sowohl den Spannungs- als auch den Strom-Konversionspfad. Um beim ZMK dasselbe zu erreichen, seien im nächsten Abschnitt dessen Spannungs- und Strom-Gleichungen zwischen Eingang (=Input) und Ausgang (=Output) mit Hilfe der Tafel 3.1 und Tafel 3.2 zusammengefasst.

3.7.1 Die ZMK-Matrizengleichungen

***Spannungs*-Gleichung des ZMK:**
Einsetzen der DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ nach Gl. (3.106) ÷ (3.107) in die Formeln auf Tafel 3.2 für die erzeugten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0}$ führt auf die folgende Matrizengleichung in Vektorschreibweise:

$$\begin{bmatrix} u_{WRx0} \\ u_{WRy0} \\ u_{WRz0} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} s_{xp} \\ s_{yp} \\ s_{zp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{pa} & s_{pb} & s_{pc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{xn} \\ s_{yn} \\ s_{zn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{na} & s_{nb} & s_{nc} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} u_{Ca0} \\ u_{Cb0} \\ u_{Cc0} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u}_{WR0} = [\mathbf{S}_{p,ZMK} + \mathbf{S}_{n,ZMK}] \cdot \boldsymbol{u}_{C0} \qquad (3.146)$$

Die Summe der beiden ZMK-Teilmatrizen $[\mathbf{S}_{p,ZMK} + \mathbf{S}_{n,ZMK}]$ in Gl. (3.146) entspricht gerade der Schaltmatrix $\mathbf{S}_{ZMK}$:

$$\mathbf{S}_{ZMK} = [\mathbf{S}_{p,ZMK} + \mathbf{S}_{n,ZMK}] \qquad (3.147)$$

Jeder der beiden Summanden in Gl. (3.147) kann genau einer DC-Klemme p,n im Zwischenkreis zugeordnet werden.

***Strom*-Gleichung des ZMK:**
Durch Einsetzen des DC-Stromes i_d nach Gl. (3.132) in die Gl. (3.109) ÷ (3.111) für die erzeugten GR-Eingangsströme $i_{GRa,b,c}$ entsteht folgende Matrizengleichung in analoger Vektorschreibweise:

$$\begin{bmatrix} i_{GRa} \\ i_{GRb} \\ i_{GRc} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Lx} \\ i_{Ly} \\ i_{Lz} \end{bmatrix} \tag{3.148}$$

Ersetzt man die kombinierten Schaltfunktionen in Gl. (3.148) durch Umschalter-bezogene Schaltfunktionen, lässt sich unter der Voraussetzung der Laststrom-Nullsumme $i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} = 0$ leicht nachvollziehen, dass es sich bei der Schaltmatrix in Gl. (3.148) gerade um die Transponierte von $\mathbf{S}_{\mathrm{ZMK}}$ handelt. Analog zur EMK-Strom-Gleichung Gl. (2.3) gilt also:

$$\boldsymbol{i}_{GR} = \mathbf{S}_{\mathrm{ZMK}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{i}_{L} \tag{3.149}$$

$$\text{wobei } \mathbf{S}_{\mathrm{ZMK}}^{\mathrm{T}} = [\mathbf{S}_{\mathrm{p,ZMK}}^{\mathrm{T}} + \mathbf{S}_{\mathrm{n,ZMK}}^{\mathrm{T}}]$$

Somit wurden für den ZMK in gleicher Weise die Matrizengleichungen aufgestellt wie für den EMK in Kapitel 2 und gezeigt, dass beim ZMK dieselbe Dualität in Bezug auf die Spannungs- und Strom-Konversion gilt wie beim EMK. Bevor unter Abschnitt 3.7.3 die Äquivalenzbedingungen formuliert werden, seien im folgenden Abschnitt noch die ebenfalls möglichen Drehzeigerdarstellungen für beide Schaltungen aufgeführt. Natürlich kann anstelle von Drehzeigern auch mit Zeigern gerechnet werden.

3.7.2 Vergleich der Input-Output-Drehzeigergleichungen

Mit Hilfe der Tafeln 3.1 und 3.2 können ähnlich wie die dreiphasigen Matrizengleichungen gemäss Abschnitt 3.7.1 auch die Drehzeiger-Beziehungen zwischen der Eingangseite und der Ausgangsseite des ZMK angeschrieben werden (siehe nächste Seite).

Dabei sind die sechs EMK-Schaltfunktionsdrehzeiger wie folgt definiert:

$$\vec{s}_{a,b,c} = \frac{2}{3}(s_{xa,b,c} + s_{ya,b,c}e^{j2\pi/3} + s_{za,b,c}e^{-j2\pi/3}) \tag{3.150}$$

$$\vec{s}_{x,y,z} = \frac{2}{3}(s_{x,y,za} + s_{x,y,zb}e^{j2\pi/3} + s_{x,y,zc}e^{-j2\pi/3}) \tag{3.151}$$

Folgende Gegenüberstellung der Formeln zeigt nochmals deutlich die Dualität zwischen der Spannungs- und Strom-Konversion für beide Schaltungstypen.

EMK-Drehzeigergleichungen (a,b,c **-Eingang** $\Leftrightarrow$ x,y,z **-Ausgang)**	
Spannungs-Gleichung (3.152)	***Strom***-Gleichung (3.153)
$\vec{u}_{xyz} = \vec{s}_a u_{a0} + \vec{s}_b u_{b0} + \vec{s}_c u_{c0}$	$\vec{i}_{abc} = \vec{s}_x i_x + \vec{s}_y i_y + \vec{s}_z i_z$
ZMK-Drehzeigergleichungen (GR-Eingang $\Leftrightarrow$ **WR-Ausgang)**	
Spannungs-Gleichung (3.154)	***Strom***-Gleichung (3.155)
$\vec{u}_{WR} = \frac{3}{4}\vec{s}_{WR} \cdot Re(\vec{s}_{GR}^{\,*}\vec{u}_C)$	$\vec{i}_{GR} = \frac{3}{4}\vec{s}_{GR} \cdot Re(\vec{s}_{WR}^{\,*}\vec{i}_L)$

3.7.3 Äquivalenzbedingungen zwischen EMK und ZMK

Die in den Abschnitten 3.7.1 ÷ 3.7.2 hergeleiteten Input-Output-Matrizengleichungen liefern ein Instrument zur kompakten Beschreibung des Verhaltens eines ein- oder zweistufigen Matrixkonverters an den äusseren Anschlüssen a,b,c bzw. x,y,z. Daher ist die Input-Output-Darstellung losgelöst von der jeweiligen Schaltungsstruktur.

Die aus Kapitel 2 hervorgegangene enge Verwandtschaft zwischen EMK und ZMK führt rasch auf die Frage, ob es nicht möglich ist, beide Schaltungen so anzusteuern, dass sie sich von ihren äusseren Anschlüssen her gesehen exakt gleich verhalten. Die Antwort lautet ja, denn dazu müssen nur die Schaltmatrizen $\mathbf{S}_{EMK}$ (Gl. (2.2)) und $\mathbf{S}_{ZMK}$ (Gl. (3.146) ÷ (3.147)) einander gleichgesetzt werden. Um aber überhaupt ein solches identisches Verhalten erreichen zu können, darf der EMK nur reduziert betrieben werden, das heisst, dass er momentan maximal zwei der drei vorhandenen Eingangsphasen a,b,c mit den Ausgangsphasen x,y,z verbinden darf. Der EMK muss dann die reduzierten Matrixeigenschaften des ZMK (Kapitel 2, Seite 57) berücksichtigen.

Für die neun Matrizeneinträge gelten folgende **Äquivalenzbedingungen**:

$$\mathbf{S}_{EMK} \stackrel{!}{=} \mathbf{S}_{ZMK} \quad \Leftrightarrow \quad s_{ij} = s_{ip} \cdot s_{pj} + s_{in} \cdot s_{nj} \qquad (3.156)$$

$$i \in \{x,y,z\},\ j \in \{a,b,c\}$$

Wie immer können auch hier Modulationsfunktionen m anstelle der Schaltfunktionen s eingesetzt werden (s $\Leftrightarrow$ m).

Die Anzahl *Summanden* in Gl. (3.156) entspricht gerade der Anzahl der *DC-Klemmen* (=2) beim ZMK, während die Anzahl *Faktoren* in den beiden Produkten Auskunft über die Anzahl *Stufen* (=2) gibt.

Sind zur Erzeugung eines gewünschten Pulsmusters die Schaltfunktionen

- des ZMK einmal bekannt, so können die Schaltfunktionen des EMK für identisches Klemmenverhalten *eindeutig* daraus bestimmt werden.
- des EMK einmal bekannt[2], so können die Schaltfunktionen des ZMK für identisches Klemmenverhalten durch *verschiedenartige Gewichtung* in zwei Summanden bestehend aus zwei Faktoren zerlegt und bestimmt werden (Gl. (3.156)).

Zusammenfassend kann man sagen:

Unter Berücksichtigung der reduzierten Matrixeigenschaften des ZMK ist es immer möglich, die beiden Schaltungsvarianten des EMK und ZMK bewusst so anzusteuern, dass das Input-Output-Verhalten beider Schaltungen identisch ist. Dazu müssen die Modulatoren beider Umrichtertypen die Bedingung in Gl. (3.156) zu jedem Zeitpunkt einhalten.

3.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden alle wesentlichen Gleichungen der Teilsysteme Netz – Eingangsfilter – ZMK – Last hergeleitet und nach den einzelnen Systemteilen sortiert. Dabei können Gleichungen dreier zusammengehöriger Phasen jeweils entweder in der Dreiphasendarstellung, der Drehzeigerdarstellung oder aber in der Zeigerdarstellung aufgeschrieben werden (Koordinaten-Transformationen siehe Anhang A.1). Die wichtigsten Gleichungen des ZMK sind in den Tafeln 3.1 ÷ 3.2 zusammengefasst.

Ausgehend von den Schaltvorschriften (Kapitel 2) und der daraus entstandenen Umschalter-Darstellung für den netzseitigen GR und den lastseitigen WR können

- die von der Netz- auf die Lastseite verlaufende *Spannungs-Konversion* erklärt und mit Hilfe von eingeführten Schaltfunktionen die resultierenden Spannungs-Gleichungen hergeleitet,

2) immer unter Berücksichtigung der reduzierten Matrixeigenschaften des ZMK

- und – völlig analog dazu – die in umgekehrter Richtung von der Last- auf die Netzseite orientierte *Strom-Konversion* ebenfalls erklärt und mit Hilfe derselben eingeführten Schaltfunktionen die resultierenden Strom-Gleichungen analytisch sauber formuliert werden.

Aufgrund dieser strengen Unterscheidung zwischen aufgeprägten und erzeugten Grössen wird das Funktionsprinzip des beschriebenen Umrichters auch in Form von Gleichungen klar und einsichtig. Unter der Voraussetzung eines verlustfreien Umrichters gilt dabei für den Betrieb immer die in Unterkapitel 3.5 gezeigte Leistungsbilanz.

Der Einfluss der Schaltfunktionen auf die verschiedenen Spannungs-Nullkomponenten im System wird beschrieben. Ebenfalls wird die Abhängigkeit dieser Spannungs-Nullkomponenten vom jeweils gewählten Bezugspotential gezeigt.

Zum Schluss erweisen sich die in diesem Kapitel definierten Schaltfunktionen als sehr nützliches Werkzeug bei der Formulierung der Äquivalenzbedingungen zwischen EMK und ZMK, die beide so angesteuert werden können, dass sie dasselbe Input-Output-Verhalten erzeugen. Bei der Ansteuerung muss man dann allerdings voraussetzen, dass aufgrund der reduzierten Matrixeigenschaften des ZMK nur maximal zwei der drei zur Verfügung stehenden Eingangsphasen gleichzeitig auf den Ausgang durchgeschaltet werden dürfen. Durch diese Äquivalenzbedingungen ist die enge Verwandtschaft zwischen EMK und ZMK auch analytisch bewiesen.

Die hier aufgestellten Gleichungen sind völlig unabhängig davon gültig, mit welchen Halbleitern und mit welcher Topologie der ZMK aufgebaut wird. Erst das folgende Kapitel 4 geht auf die Realisierungsmöglichkeiten eines ZMK ein. Dort wird die allgemein gültige Umschalter-Darstellung von Figur 3.1 durch einzelne Leistungshalbleiter ersetzt.

4 Schaltungstopologien und Kommutierung

Bevor in Kapitel 5 auf die verschiedenen Modulationsverfahren des betrachteten **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) eingegangen wird, sollen in diesem Kapitel mögliche Schaltungstopologien vorgestellt und näher diskutiert werden. Die hergeleiteten Gleichungen aus Kapitel 3 behalten dabei ihre Gültigkeit für alle näher untersuchten Schaltungsvarianten des ZMK. Aus diesen verschiedenen Varianten geht dann der reale Schaltungsaufwand, die Komplexität der Ansteuerung sowie die sich daraus ergebenden Freiheitsgrade für die Modulation hervor.

Unterkapitel 4.1 geht auf die Anforderungen an den bidirektional stromführenden und bipolar blockierbaren Leistungsschalter und dessen Realisierungsmöglichkeiten mit heute verfügbaren Leistungshalbleitern ein.

Unterkapitel 4.2 gibt einen kurzen Überblick über den Aufbau eines konventionellen **e**instufigen **M**atrix**k**onverters (EMK). Dabei werden die zwei Stromkommutierungsprinzipien mit dem *Laststrom-* bzw. *Netzspannungskriterium* erläutert und deren Unterschiede besprochen.

Anschliessend werden in den Unterkapitel 4.3 ÷ 4.6 vier mögliche *Topologien* (Varianten A, B, C und D) zum Aufbau eines ZMK vorgestellt ([28],[20], [34],[18],[21]). Bei allen Varianten wird immer nur die Topologie des netzseitigen **G**leich**r**ichters (GR) variiert. Der lastseitige **W**echsel**r**ichter (WR) hingegen hat eine konventionelle Struktur mit sechs Schaltern. Um den Schaltungsaufwand beim WR von Anfang an minimal zu halten, wird von der einfachsten WR-Topologie ausgegangen, die nur eine positive DC-Spannung $u_d \geq 0$ im Zwischenkreis zulässt.
Eine jeweilige Beschreibung der *Stromkommutierung* in den verschiedenen Topologien rundet die Schaltungsanalyse ab.

Unterkapitel 4.7 erwähnt schliesslich zwei weitere Topologien, die sich allerdings schlecht eignen, um als ZMK betrieben zu werden.

Für alle in dieser Arbeit verwendeten abschaltbaren Halbleiter werden IGBT verwendet. Sie eignen sich am besten für den typischen Leistungsbereich von mehreren Kilowatt mit einer Taktfrequenz von mehreren Kilohertz.

4.1 Bidirektionaler Schalter (BDS)

Da der sogenannte **b**i**d**irektionale **S**chalter (BDS) heutzutage noch nicht als ein monolithisches Silizium-Modul auf dem Markt erhältlich ist, muss er mit Hilfe von diskreten, industriell erhältlichen Halbleiterbauelementen zusammengesetzt werden. Dazu wird in Abschnitt 4.1.1 vom konventionellen **u**nipolaren **S**chalter (US) ausgegangen. Unter Abschnitt 4.1.2 werden dann die Anforderungen an einen BDS formuliert. Schliesslich liefert Abschnitt 4.1.3 eine kurze Übersicht über mögliche Realisierungen eines BDS, der auch mit US aufgebaut werden kann.

4.1.1 Unipolare Schalter (US)

Ein IGBT-Leistungsschalter wird entweder mit oder ohne einer externen antiparallelen Diode betrieben. In der Praxis wird jedoch meistens eine solche Diode verwendet, so dass beide Stromrichtungen i möglich sind und ein Rückwärtsstrom zum IGBT hin über die Diode umgeleitet werden kann (Figur 4.1). Dabei muss die minimale Sperrfähigkeit des IGBT nur gerade so gross wie die Durchlassspannung der antiparallelen Diode sein. Da der IGBT nur in Vorwärtsrichtung selber Strom führen kann, muss er auch nur in dieser Richtung blockierbar sein. Er muss in Vorwärtrichtung $(i > 0)$ einen Stromfluss unterdrücken – also blockieren – können und die auftretende Schalterspannung $(u > 0)$ übernehmen. Da diese Eigenschaft in Rückwärtsrichtung wegen der Diode nicht möglich ist, handelt es sich beim IBGT-Dioden Schalter um einen **u**nipolaren **S**chalter (US). Die von der Diode gehaltene *Sperrspannung* entspricht exakt der momentanen *Blockierspannung* ihres zugehörigen IGBT und muss daher direkt mit dem IGBT abgestimmt sein.

4.1.2 Anforderungen an den BDS

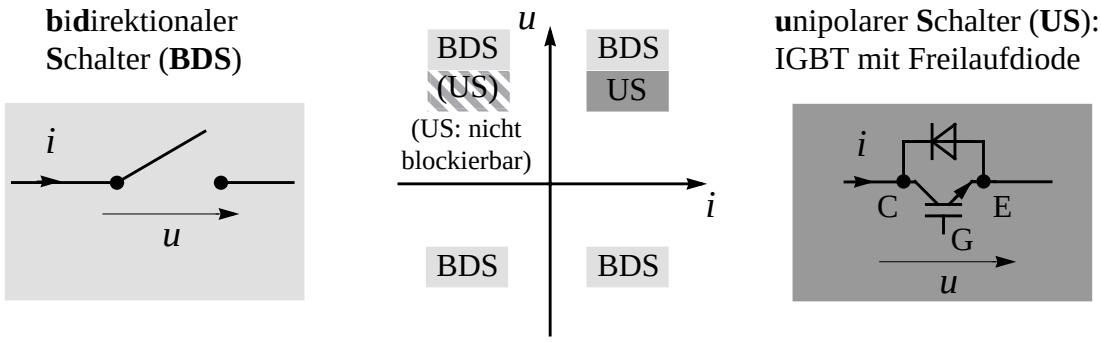
Folgende zwei grundsätzliche Anforderungen werden an einen BDS ([11], [12]) gestellt:

- Der Strom i durch den BDS muss in beiden Richtungen (=*bidirektional*) geführt werden können ($(i > 0) \cup (i < 0)$).
- Der BDS muss den Strom i in beiden Stromrichtungen unterbrechen und gleichzeitig die auftretenden Schalterspannungen u ($(u > 0) \cup (u < 0)$) in beiden Polaritäten (=*bipolar*) aufnehmen können und somit in Richtung des zu unterbrechenden Stromflusses blockierbar sein.

Die Bezeichnung *bidirektionaler Schalter* bezieht sich der Einfachheit halber nur auf die Bidirektionalität des Stromflusses, obwohl damit auch die spannungsmässig bipolare Blockierbarkeit der Schalter gemeint ist.

Matrix**k**onverter (MK) müssen aus Leistungsschaltern aufgebaut werden, deren Eigenschaften die beiden oben formulierten Bedingungen erfüllen, da zwischen der Netz- und der Lastseite und damit über jedem einzelnen Schalter sowohl Ströme als auch Spannungen mit beiden Vorzeichen geschaltet werden (siehe Figur 4.1). Daher müssen MK aus BDS aufgebaut sein.

Im Vergleich zum BDS genügt der US nur in einem einzigen u,i-Quadranten den obigen Anforderungen, die an einen BDS gestellt werden.



Figur 4.1: Betriebsbereiche eines **bi**d**i**rektionalen **S**chalters (BDS) und eines konventionellen **u**nipolaren **S**chalters (US).

4.1.3 Nachbildung eines BDS

Solange der BDS nicht als ein monolithisches Modul – also aus einer einzigen Siliziumscheibe bestehend – existiert, muss sein Klemmenverhalten mit heute bestehenden Halbleitern nachgebildet werden. Tabelle 4.1 zeigt dazu drei verschiedene Topologien, mit denen ein BDS zusammengesetzt werden kann.

Da diese gezeigten Schaltungstypen bereits an mehreren Literaturstellen ([32],[13]) erwähnt werden, seien hier nur nochmals deren wichtigsten Vor- und Nachteile gegeneinander aufgelistet. Diese können als Stärken und Schwächen der jeweils betrachteten Topologie angesehen werden. Dabei wird meistens auf den EMK verwiesen, da dort der BDS bis jetzt einen festen Platz in der Anwendung gefunden hat. Die Schaltung ① in Tabelle 4.1 eignet sich dabei besonders für den EMK, da sie bei dessen Topologie erstens im Vergleich zur Schaltung ② mit nur sechs Speisungen für die *Gate*-Ansteue-

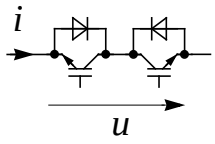
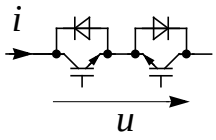
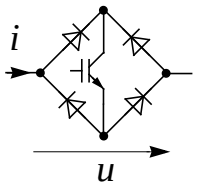
Schaltung	Vorteile	Nachteile
①. IGBT-Paar mit *common collector* 	• Stromrichtung beidseitig kontrollierbar • 6 Speisungen für die 18 EMK-*Gate*-Ansteuerungen	• Schaltung muss aus mehreren diskreten Elementen aufgebaut werden.
②. IGBT-Paar mit *common emitter* 	• Stromrichtung beidseitig kontrollierbar	• 9 Speisungen für die 18 EMK-*Gate*-Ansteuerungen • Aufbau mit diskreten Elementen
③. Grätz-Schaltung mit IGBT 	• nur 1 IGBT nötig • braucht nur 9 IGBT für den EMK • kann mit einer bestehenden B2-Diodenbrücke leicht realisiert werden.	• gleichzeitig 3 Elemente bestromt (höhere Leitverluste) • Stromrichtung nicht kontrollierbar • schwierige Kommutierung beim EMK • 9 *Emitter*-Potentiale für *Gate*-Ansteuerung beim EMK • Aufbau mit diskreten Elementen

Tabelle 4.1: Nachbildung eines BDS aus diskreten Halbleiterelementen.

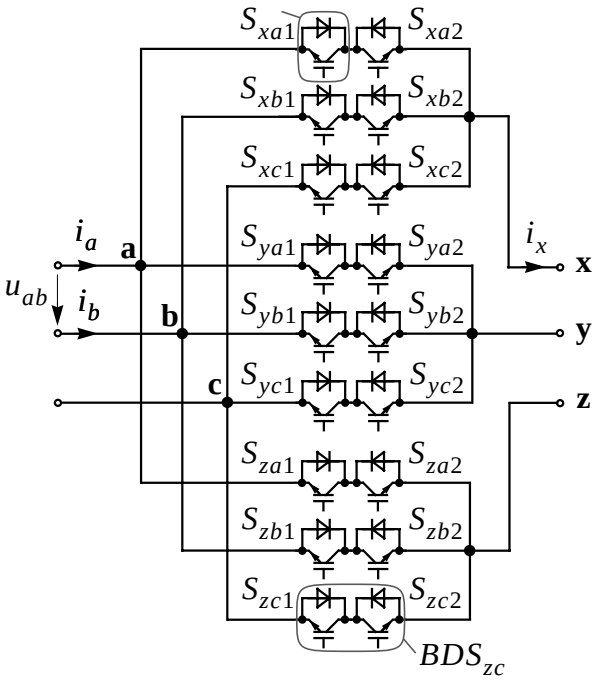
rungen auskommt (drei am Eingang und drei am Ausgang des EMK) und zweitens gegenüber Schaltung ③ in der Lage ist, den Stromfluss in beiden Richtungen bewusst zu steuern.

4.2 Schaltungstopologie des EMK

Dieses Unterkapitel dient ähnlich wie Unterkapitel 4.1 einer kurzen Übersicht über den aktuellen Wissensstand und wird aus diesem Grunde kurzgehalten. Dabei wird zuerst die Realisierung des EMK vorgestellt. Dann wird auf die Kommutierung des Stromes in den Schaltern eingegangen.

4.2.1 Topologie mit 18 ein-/ausschaltbaren Halbleitern

Der EMK kann mit insgesamt neun BDS aufgebaut werden. Damit verbindet jeder BDS jeweils einen Phaseneingang a,b,c mit einem Phasenausgang x,y,z. Die Schaltung ist in Figur 4.2 dargestellt, wobei für den BDS aufgrund der Auswertung in Tabelle 4.1 die *common-collector*-Schaltungsvariante ① gewählt wird, bei der die *Emitter*-Anschlüsse der IGBT T_{ijk} direkt entweder auf der Netz- oder auf der Lastseite liegen ($i \in \{x,y,z\}$, $j \in \{a,b,c\}$, $k \in \{1,2\}$). Ein BDS besteht also aus zwei IGBT mit zwei Dioden. Bei den IGBT handelt es sich dabei um einen *ein- und ausschaltbaren* Leistungshalbleiter, der an seinem *Gate*-Anschluss G also sowohl eingeschaltet als auch ausgeschaltet werden kann.



Ein **unipolarer Schalter** S_{ijk} besteht jeweils aus einem IGBT T_{ijk} und einer Diode D_{ijk}.
Zwei Schalter S_{ij1} und S_{ij2} bilden zusammen einen **bidirektionalen Schalter** BDS_{ij}.

Die IGBT T_{ijk} mit einem gemeinsamen *Emitter*-Potential pro Speisung der verschiedenen *Gate-Drives*:

1. Gruppe $\{T_{xa1},T_{ya1},T_{za1}\}$
2. Gruppe $\{T_{xb1},T_{yb1},T_{zb1}\}$
3. Gruppe $\{T_{xc1},T_{yc1},T_{zc1}\}$
4. Gruppe $\{T_{xa2},T_{xb2},T_{xc2}\}$
5. Gruppe $\{T_{ya2},T_{yb2},T_{yc2}\}$
6. Gruppe $\{T_{za2},T_{zb2},T_{zc2}\}$

Figur 4.2: Realisierung des EMK mit neun bidirektionalen Schaltern bestehend aus insgesamt 18 IGBT und 18 Dioden.

Es lässt sich erkennen, dass aufgrund von nur sechs verschiedenen *Emitter*-Potentialen ebenfalls sechs Versorgungen für die 18 *Gate-Drives* nötig sind. Dabei werden gemäss Figur 4.2 rechts jeweils drei IGBT $T_{ij,k}$ mit derselben *Gate*-Speisung versorgt. Die IGBT-Gruppen sind angegeben.

4.2.2 Kommutierungsprinzipien

Zuerst werden die *Bedingungen* für eine sichere Kommutierung anhand von Schaltprinzipien beschrieben. Anschliessend werden zwei mögliche Kommutierungsprinzipien vorgestellt, die beide eine sichere Stromumschaltung ermöglichen. Es handelt sich dabei um die Kommutierung nach dem *Laststromkriterium* einerseits und dem *Netzspannungskriterium* andererseits.

Bedingungen für eine sichere Kommutierung

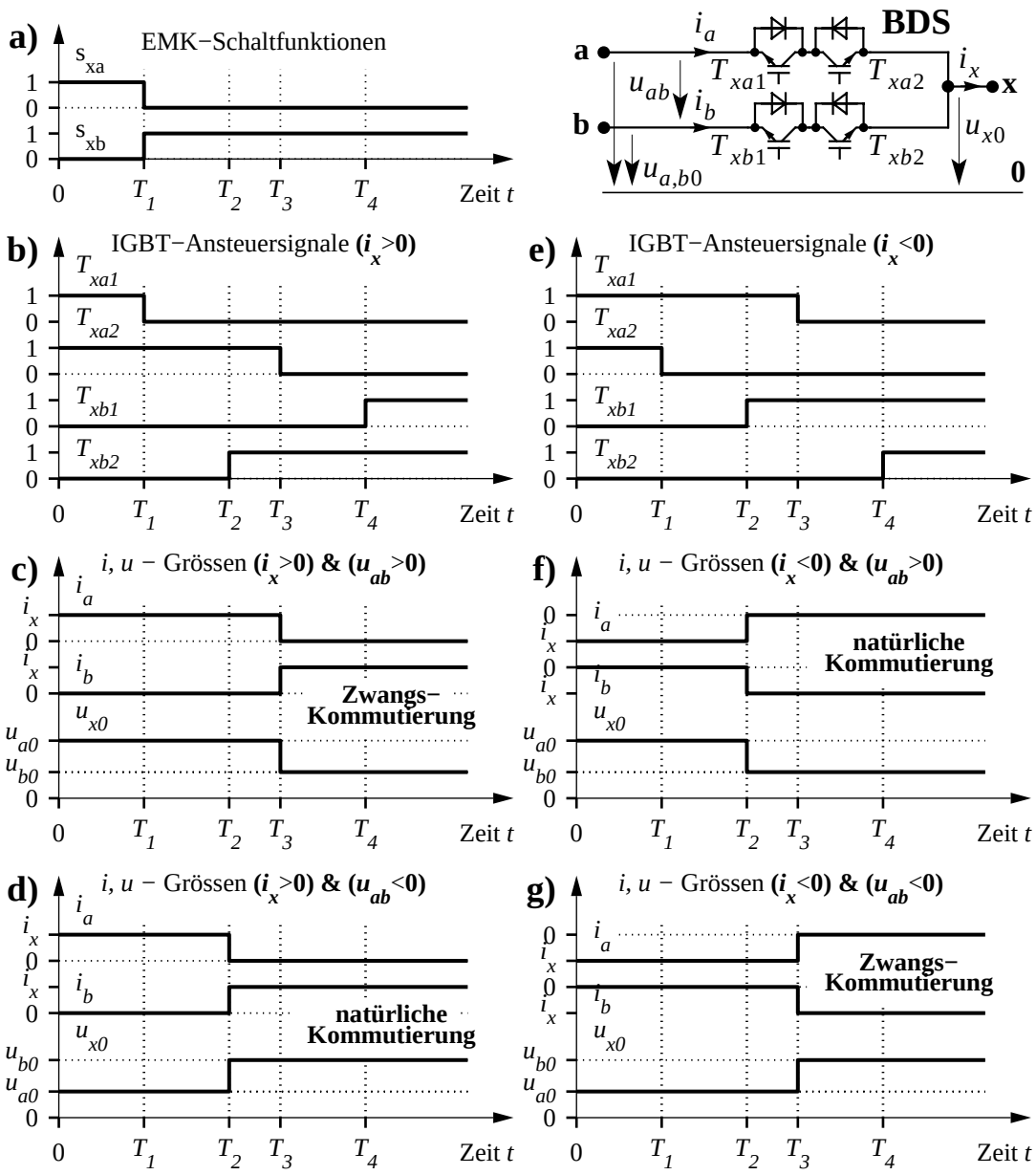
Um während des Betriebs einen sicheren Stromfluss im Umrichter zu gewährleisten, müssen folgende *allgemeine Schaltvorschriften für den EMK* eingehalten werden (siehe auch Kapitel 2, Seite 44):

- Die Netzphasen a,b,c dürfen zwischen den a,b,c -Anschlüssen nie kurzgeschlossen werden. Die verketteten Netzspannungen müssen also pro Kommutierungszeitabschnitt über mindestens einem Halbleiterventil abfallen können, sei es entweder über einem ausgeschalteten IGBT in Blockierrichtung oder über einer Diode in Sperrichtung.
- Im Betrieb darf der Stromfluss über die jeweiligen Anschlüsse x,y,z zur induktiven Last nicht plötzlich unterbrochen werden. Ein Strompfad je Lastanschluss muss also garantiert sein, so dass pro Kommutierungszeitabschnitt immer mindestens ein IGBT zwischen den kommutierenden Phasen eingeschaltet sein muss.

In den bisherigen Kapiteln wurde angenommen, dass die idealen Umschalter innert einer unendlich kurzer Kommutierungszeit $T_k \to 0$ von einer Stellung zur nächsten wechseln (siehe auch Bemerkung unter Abschnitt 2.1.1). Dies ist in Realität unmöglich, da die Umschalter immer aus realen Halbleitern aufgebaut sind. Diese benötigen eine bestimmte *Umschaltzeit* mit der Zeitspanne $T_k > 0$ (Index k für **K**ommutierung), während der sie vom eindeutig eingeschalteten in den eindeutig ausgeschalteten Zustand und umgekehrt übergehen. Da diese Umschaltzeiten unter den Halbleitern variieren können, müssen diese in ganz bestimmten kontrollierten Schaltsequenzen ein- bzw. ausgeschaltet werden. Die Schaltsequenzen werden dabei so festgelegt, dass obige Schaltvorschriften auch während einer solch kurzen Umschaltphase immer eingehalten werden.

Kommutierung nach dem Laststromkriterium

Angenommen, die Kommutierung des Laststromes i_x erfolge von Netzphase a auf b, so lässt sich mit den in Figur 4.3, Bild a vorgegebenen Schaltfunktionen s_{xa} und s_{xb} die jeweils notwendige Reihenfolge der vier IGBT-Ansteuersignale (Bilder b,e) mit den resultierenden Grössen $i_{a,b}$ und u_{x0} (Bilder c,d,f,g) ableiten. Die Reihenfolge der Ansteuerung werde hier allein aufgrund des Vorzeichens des Laststromes i_x festgelegt.



Figur 4.3: Kommutierungsvorgang mit **Laststromkriterium** von Phase a nach b mit $i_x > 0$ in den Bildern b÷d und $i_x < 0$ in den Bildern e÷g mit unterschiedlich gepolter Kommutierungsspannung u_{ab}.

Der Kommutierungsvorgang nach dem **Laststromkriterium** in Figur 4.3 macht deutlich, dass es prinzipiell zwei verschiedene Ansteuersequenzen für die vier IGBT T_{xa1}, T_{xa2}, T_{xb1} und T_{xb2} gibt, nämlich

- eine erste Sequenz mit sogenannter **natürlicher Kommutierung**, bei der der Laststrom i_x bei $(i_x > 0)$ & $(u_{ab} < 0)$ (Figur 4.3, Bild d) bzw. $(i_x < 0)$ & $(u_{ab} > 0)$ (Figur 4.3, Bild f) *bereits* kommutiert, sobald der *neu* zu leitende IGBT T_{xb2} bzw. T_{xb1} in Phase b zur Zeit T_2 **eingeschaltet** wird. Auf diese Weise baut sich der Strom i_x in der Phase a *selbständig* ab und kommutiert auf die *zur gleichen Zeit* T_2 eingeschaltete Verbindung zwischen den Phasen b und x. Die neue Stromrichtung von i_b *stimmt* dabei immer mit der Richtung der treibenden Spannung u_{ab} *überein*.
- eine zweite Sequenz mit sogenannter **Zwangskommutierung**, bei der der Laststrom i_x bei $(i_x > 0)$ & $(u_{ab} > 0)$ (Figur 4.3, Bild c) bzw. $(i_x < 0)$ & $(u_{ab} < 0)$ (Figur 4.3, Bild g) *erst dann* kommutiert, sobald der *noch* leitende IGBT T_{xa2} bzw. T_{xa1} in Phase a zur Zeit T_3 **ausgeschaltet** wird. Auf diese Weise *muss* sich der Strom i_x in der Phase a abbauen und kommutiert auf die *bereits seit der Zeit* T_2 eingeschaltete Verbindung zwischen den Phasen b und x. Die neue Stromrichtung von i_b *verläuft* dabei immer *entgegengesetzt* zur Richtung der Spannung u_{ab}.

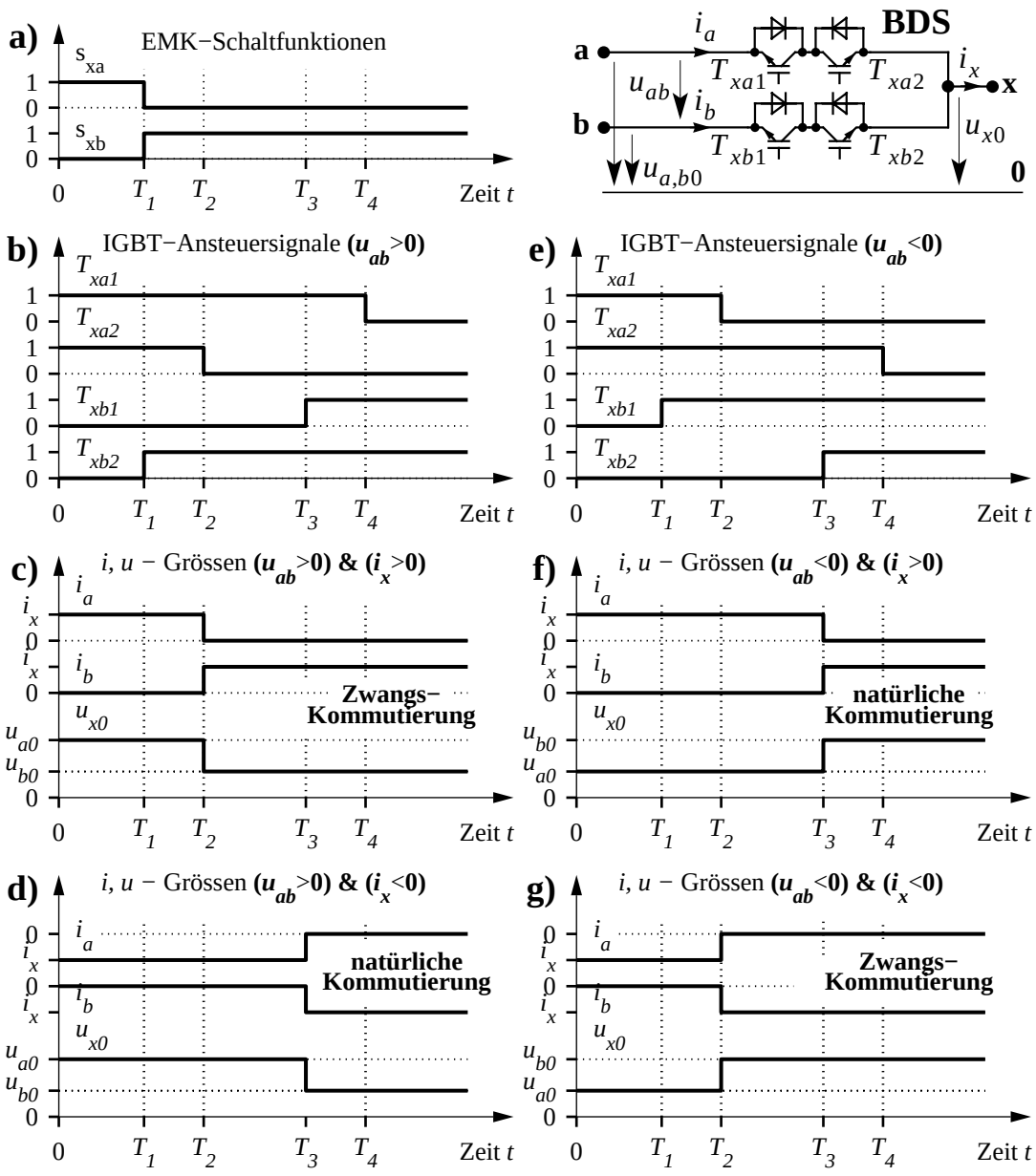
Bei den Umschaltzeitpunkten $T_{1,\ldots,4}$ wurde jeweils eine unendlich schnelle Umschaltung beim Übergang vom Ein- in den Auszustand eines IGBT (oder umgekehrt) angenommen. In Realität sind diese transienten Kommutierungs-Umschaltzeiten $T_k > 0$ nicht vernachlässigbar, weshalb auch genügend Wartezeiten für das Einschwingen dieser transienten Zustände zwischen den einzelnen Umschaltzeitpunkten $T_{1,\ldots,4}$ während einer Kommutierungsphase eingerechnet werden müssen. Typische Ein-/Ausschaltzeiten von IGBT liegen heute in einem Bereich von $[10ns \ldots 1\mu s]$, wobei die Ausschaltzeiten eher grösser sind, so dass die Ausschaltzeitspannen $(T_2 - T_1)$ und $(T_4 - T_3)$ zwischen den Umschaltzeiten T_i $(i = \{1,\ldots,4\})$ ebenfalls grösser gewählt werden als die Einschaltzeitspanne $(T_3 - T_2)$.

Es fällt auf, dass bei der Kommutierung des Laststromes i_x von einem BDS_{xa} auf den nächsten BDS_{xb} immer gerade **ein oder zwei IGBT** momentan eingeschaltet sind. Beim Durchlauf einer Kommutierungsphase weist also die Anzahl eingeschalteter IGBT die Zahlenfolge 2-1-2-1-2 auf. Dabei stellt die 2 auch die stationäre Anzahl eingeschalteter IGBT dar.

Selbstverständlich kann das in Figur 4.3 betrachtete Kommutierungsbeispiel auf beliebige Paare unter den neun BDS des EMK übertragen werden.

Kommutierung nach dem Netzspannungskriterium

Wieder angenommen, die Kommutierung des Laststromes i_x erfolge von Netzphase a auf b, so lässt sich mit den in Figur 4.3, Bild a vorgegebenen Schaltfunktionen s_{xa} und s_{xb} die jeweils notwendige Reihenfolge der vier IGBT-Ansteuersignale (Bilder b,e) mit den resultierenden Grössen $i_{a,b}$ und u_{x0} (Bilder c,d,f,g) ableiten. Die Ansteuerreihenfolge werde hier allein aufgrund des Vorzeichens der verketteten Netzspannung u_{ab} festgelegt.



Figur 4.4: Kommutierungsvorgang mit **Netzspannungskriterium** von Phase a nach b mit $u_{ab} > 0$ in den Bildern b÷d und $u_{ab} < 0$ in den Bildern e÷g mit jeweils unterschiedlich gepoltem Laststrom i_x.

Der Kommutierungsvorgang nach dem **Netzspannungskriterium** in Figur 4.4 macht ähnlich wie Figur 4.3 deutlich, dass es prinzipiell zwei verschiedene Ansteuersequenzen für die vier IGBT T_{xa1}, T_{xa2}, T_{xb1} und T_{xb2} gibt, nämlich ebenfalls

- eine erste Sequenz mit **natürlicher Kommutierung** (Figur 4.4, Bilder d,f), bei der der Laststrom i_x *erst* gerade nach dem *Einschalten* des zweiten IGBT T_{xb1} bzw. T_{xb2} in Phase b zur Zeit T_3 von Phase a auf Phase b kommutiert.
- eine zweite Sequenz mit **Zwangskommutierung** (Figur 4.4, Bilder c,g), bei der der Laststrom i_x *bereits* nach dem *Ausschalten* des ersten IGBT T_{xa2} bzw. T_{xa1} in Phase a zur Zeit T_2 von Phase a auf Phase b kommutieren muss, um einen kontinuierlichen Stromfluss sicherzustellen.

Es fällt auf, dass bei der Kommutierung des Laststromes i_x von einem BDS_{xa} auf den nächsten BDS_{xb} immer gerade **zwei oder drei IGBT** momentan eingeschaltet sind. Beim Durchlauf einer Kommutierungsphase weist also die Anzahl eingeschalteter IGBT die Zahlenfolge 2-3-2-3-2 auf. Dabei stellt die 2 auch die stationäre Anzahl eingeschalteter IGBT dar.

Selbstverständlich kann das in Figur 4.4 betrachtete Kommutierungsbeispiel auf beliebige der neun BDS des EMK übertragen werden (Anhang D).

Bemerkungen zu den beiden Kommutierungskriterien

Beide besprochenen Kommutierungsprinzipien erfolgen in jeweils vier zeitlichen Teilschritten, d.h. es sind vier Umschaltungen nötig, bis ein neuer stationärer Schaltzustand erreicht ist. Diese Art der Kommutierung wird deshalb auch *Four Step Commutation* genannt.

Im Gegensatz zur Kommutierung nach dem Laststromkriterium findet bei der Kommutierung nach dem Netzspannungskriterium aufgrund der vertauschten EIN-AUS-Reihenfolge die durch den ersten Ausschaltvorgang ausgelöste Zwangskommutierung zeitlich früher (zum Zeitpunkt T_2 anstatt T_3) statt als die durch den zweiten Einschaltvorgang eingeleitete natürliche Kommutierung (vergleiche Figuren 4.3 c,d,f,g und 4.4 c,d,f,g).

Bei beiden Kriterien wird jeweils aufgrund *einer* Messgrösse ($i_{x,y,z}$ oder $u_{ab,bc,ca}$) die gesamte Kommutierungssequenz im voraus festgelegt. Vorzeichenänderungen während der Kommutierungsphase können nicht mehr berücksichtigt werden, sollten aber wegen der kurzen Umschaltphasen kein unlösbares Problem darstellen. Auf Vorschläge zur Problematik der genauen

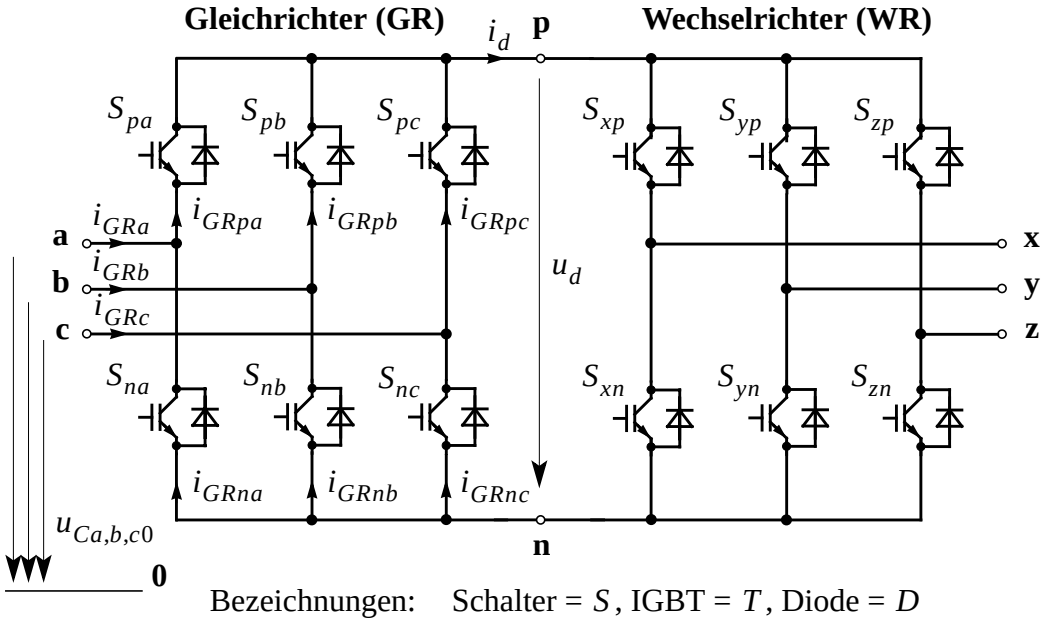
Vorzeichenerfassung in der Nähe eines Nulldurchganges wird hier nicht eingegangen. Nähere Informationen darüber können z.B. in [7],[8] nachgeschlagen werden.

4.3 ZMK mit 2-Q GR bei vorgeschriebener Ansteuerung

In Abschnitt 4.3.1 wird eine Topologie mit eingeschränkter **G**leich**r**ichter-(GR)-Funktion für den **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) vorgestellt **(Variante A)**. Da die Topologie nach einer einfachen, aber streng vorgeschriebenen Logik angesteuert werden muss, fehlen bei dieser Topologie jegliche Schaltfreiheiten des Benutzers wie unter Abschnitt 4.3.2 beschrieben.

4.3.1 Topologie mit 12 IGBT und 12 Dioden (Variante A)

Bei der Topologie nach Figur 4.5 weist der ZMK insgesamt 12 **u**nipolare **S**chalter (US) nach Abschnitt 4.1.1 auf, wovon jeweils gerade sechs zum GR und die anderen sechs zum WR gehören ([28],[20],[34],[18]). Somit hat der GR genau denselben Aufbau wie der WR.



Figur 4.5: Realisierung des ZMK mit stark reduzierter GR-Funktionalität, bestehend aus insgesamt 12 IGBT und 12 Dioden **(Variante A)**.

Die IGBT beim GR stellen eine Ergänzung zu einer B6-Diodenbrücke dar. Sie sind notwendig, um bei generatorischem Lastbetrieb (lastseitige momentane Leistung $p_L < 0$, Gl. (3.95)) auch einen negativen DC-Strom $i_d < 0$ ins Netz zurückführen zu können. Der Betriebsbereich des GR liegt also in den beiden u_d,i_d-Quadranten $(u_d \geq 0)\&\ (i_d \geq 0)$ und $(u_d \geq 0)\&\ (i_d < 0)$.

Es ist wichtig zu erwähnen, dass auch bei im zeitlichen Mittel rein motorischem Lastbetrieb (d.h. mittlere Lastwirkleistung $P_L = p_{L,m} > 0$ gemäss Gl. (3.95) bzw. bei einem Lastphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0}$ im Bereich von $\Delta\varphi_L = [-\pi/2 \ldots \pi/2]$ nach Gl. (5.72) auf Seite 190) der DC-Strom i_d kurzzeitig negativ werden kann (z.B. bei Schwachlast). Deshalb kann auch für rein motorische Anwendungen nicht auf die zu den GR-Dioden antiparallel geschalteten IGBT verzichtet werden, um zu gewährleiten, dass der GR den vom WR aufgeprägten DC-Strom jederzeit sicher ins Netz abführen kann, ohne den Laststrom zu unterbrechen.

4.3.2 Erzeugte GR-Grössen

Die Topologie der Variante A bringt folgende Einschränkungen mit sich:

- **1.)** Der GR ist nur in der Lage, eine **positive DC-Spannung** $(u_d \geq 0)$ zu erzeugen, da sonst bei negativer DC-Spannung die GR-Dioden sofort in Durchlassrichtung stünden. In einem solchen Fall könnte gar keine DC-Spannung aufgebaut werden.
- **2.)** Die IGBT $T_{pa,b,c}$ und $T_{na,b,c}$ des GR müssen synchron zu den Leitintervallen ihrer zugehörigen Dioden $D_{pa,b,c}$ und $D_{na,b,c}$ angesteuert werden, da sonst Netzphasen-Kurzschlüsse entstehen.

Die **erzeugte DC-Spannung** u_d entspricht genau der DC-Spannung einer dreiphasigen ungesteuerten B6-Diodenbrücke, bei der bezüglich der Netz-(GS)-Frequenz $f_N = 50Hz$ in $60°$-Abschnitten immer nur die momentan maximale verkettete GR-Eingangsspannung $\pm u_{Cab,bc,ca}$ auf den Zwischenkreis p,n durchgeschalten wird. Für die DC-Spannung u_d gilt mit Blick auf Gl. (3.30):

$$u_d = max(\pm u_{Cab,bc,ca}) = max(\pm u_{Ca,b,c0}) - min(\pm u_{Ca,b,c0}) \quad (4.1)$$

Diese erzeugte DC-Spannung $u_d = max(abs(u_{Cab,bc,ca}))$ hat einen kontinuierlichen, stetig differenzierbaren Verlauf mit sechs Pulskuppen[1], d.h. sie weist unter idealen Voraussetztungen keine Sprünge auf. Geht man von drei

1) Deshalb wird die Schaltung des GR auch als 6-Puls-GR bezeichnet.

symmetrischen sinusförmigen GR-Eingangsspannungen $u_{Ca,b,c0}$ aus, die jeweils um 120° gegeneinander phasenverschoben sind, so folgt mit der zeitlichen Abfolge der gegebenen Spannungen $u_{Ca,b,c0}$ die daraus abgeleitete notwendige Abfolge für die auf den GR-Ausgang durchgeschalteten DC-Spannungen u_{dp0} und u_{dn0} gemäss Tabelle 4.2. Dabei bedeuten $u_{C,max}$ die maximale, $u_{C,med}$ die mittlere und $u_{C,min}$ die minimale GR-Eingangsspannung zu einem bestimmten Zeitpunkt t. Der Phasenwinkel $\varphi_{uC}(t)$ des nach Gl. (A.5) definierten Spannungsdrehzeigers $\vec{u}_C$ am GR-Eingang gibt Auskunft über die Zeitabfolge:

Grösse	**Zeitliche Abfolge der erzeugten DC-Spannungen**					
φ_{uC} =	0…60°	60…120°	120…180°	150..–150°	–120..–60°	–60..0°
u_{Ca0} =	$u_{C,max}$	$u_{C,med}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,med}$	$u_{C,max}$
u_{Cb0} =	$u_{C,med}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,med}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$
u_{Cc0} =	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,med}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,med}$
u_{dp0} =	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$	$u_{C,max}$
u_{dn0} =	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$	$u_{C,min}$
$SZ_{pn,GR}$	(ac)	(bc)	(ba)	(ca)	(cb)	(ab)

Tabelle 4.2: Fest **vorgegebene Zeitabfolge** der GR-Eingangspannungen $u_{Ca,b,c0}$ mit den erzeugten DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ und den GR-Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ in Abhängigkeit von $u_{C,max}$, $u_{C,med}$ und $u_{C,min}$ bei verschiedenen Winkelwerten φ_{uC} bei **Topologie-Variante A** (Figur 4.5).

Bei den in Tabelle 4.2 aufgezählten GR-Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ sind die drei GR-Nullzustände (aa),(bb),(cc) gemäss Tabelle 2.2 nicht explizit aufgelistet. Werden diese dazugerechnet, dürfen bei Topologie-Variante A zu jedem Zeitpunkt genau *vier* von *neun* möglichen GR-Schaltzuständen benutzt werden.

Der **erzeugte AC-Strom** $i_{GRa,b,c}$ in den Netzphasen a,b,c weist mit dieser Ansteuerung während 120° einer Netzperiode $T_N = 1/f_N$ den positiv durchgeschalteten DC-Strom i_d auf, bleibt während der nachfolgenden 60° auf dem Wert Null und führt während weiterer 120° den negativ durchgeschalteten DC-Strom $-i_d$ u.s.w. (vergleiche B6-Brückenschaltung [29]). Aus

diesen $60°$-Lückphasen kann sofort geschlossen werden, dass mit dieser Topologie unter keinen Umständen ein sinusförmig modulierter GR-Eingangsstrom aufgeprägt werden kann (vergleiche auch Abschnitt 5.1.1).

4.3.3 Zeitpunkte für die Kommutierung

Die Zeitpunkte für die Kommutierung der GR-Zweigströme $i_{GRpa,b,c}$ bzw. $i_{GRna,b,c}$ werden einzig und allein durch die Spannungen $u_{GRpa,b,c}$ bzw. $u_{GRpa,b,c}$ über den GR-Dioden bestimmt ($\cong$ *vorgeschriebene GR-Ansteuerung*). Es handelt sich dabei um die sogenannte *Fremdkommutierung*, ausgelöst durch die Vorzeichenwechsel in den verketteten GR-Eingangsspannungen[2] $u_{Cab,bc,ca}$.
Die IGBT sind also nicht beliebig ansteuerbar. Die Leitintervalle der Dioden diktieren eindeutig die Umschaltzeitpunkte für die IGBT, so dass die Schaltung nur *synchron* zur Netz-(GS)-Frequenz f_N in Grundfrequenztaktung (GFT) angesteuert werden darf (siehe Kapitel 5 "Modulation").

4.3.4 Kommutierungsvorgang

Mit der in Figur 4.5 gezeigten zweistufigen MK-Topologie-Variante A mit reduzierter GR-Funktionalität hat man die Wahl zwischen einem Kommutierungsvorgang, bei dem während der Umschaltphase beide betreffenden IGBT gleichzeitig – d.h. mit zeitlicher Überlappung – *ein*geschaltet oder aber *aus*geschaltet sind. Im Falle einer *überlappenden Ausschaltzeit* könnte ein negativer DC-Strom $i_d < 0$ nicht mehr ins Netz zurückfliessen. Der DC-Strom i_d müsste bei dieser Kommutierungsart zur Sicherheit kurzzeitig zu Null gemacht werden (siehe Unterkapitel 4.6 "ZMK mit 4-Q GR bei stromloser Kommutierung", Seite 136). Um aber diesen Aufwand einzusparen, kann die einfachere Methode mit ***überlappender Einschaltzeit*** angewandt werden. Obwohl dann kurzzeitig zwei Netzphasen kurzgeschlossen sind, geht die Schaltung nicht kaputt, da diese Umschaltphase immer nur in der Nähe der Nulldurchgänge der verketteten GR-Eingangsspannungen $u_{Cab,bc,ca}$ stattfinden, so dass die betreffenden zwei Phasenspannungen (also z.B. u_{Ca0} und u_{Cb0}) gerade etwa gleich gross sind. Es muss einfach dafür gesorgt werden, dass während dieser Kommutierungszeit die Abweichung zwischen den beiden Spannungen u_{Ca0} und u_{Cb0} nicht viel grösser wird als die zusammengezählten Durchlassspannungen eines IGBT und einer Diode – in der Praxis keine leichte Aufgabe ([7],[8])!

---

2) Zählpfeildefinition von $u_{Cab,bc,ca} = u_{GRab,bc,ca}$ siehe in Figur 3.2 auf Seite 72

4.4 ZMK mit 4-Q GR bei freier Ansteuerung

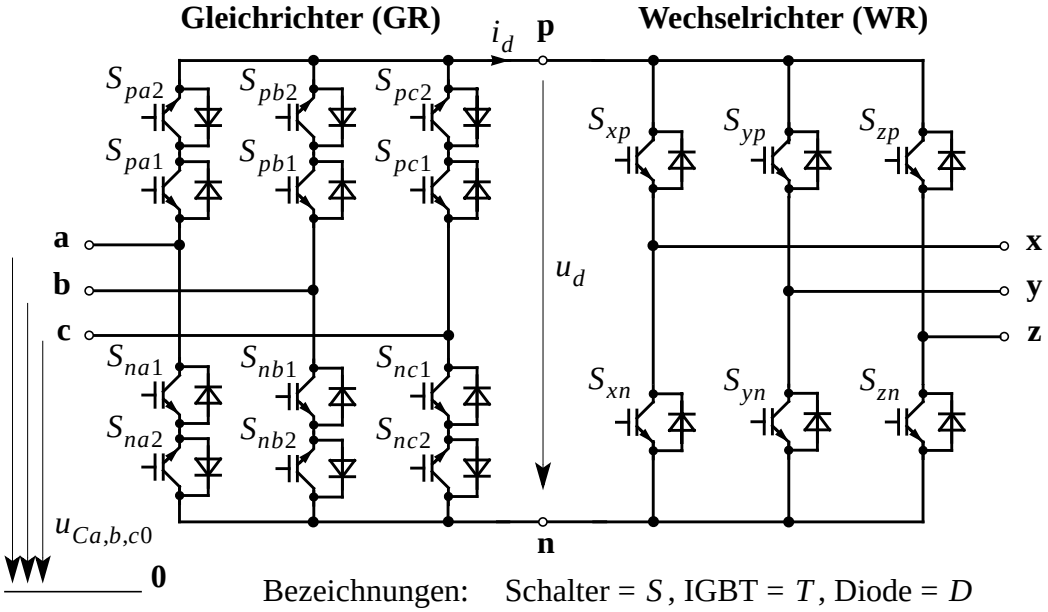
In diesem Unterkapitel wird für den **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) eine Topologie mit vollwertiger Gleichrichter-(GR)-Funktion unter Abschnitt 4.4.1 vorgestellt **(Variante B)**. Diese Topologie wurde neben Simulationen auch für die *Hardware*-Realisierung verwendet (Kapitel 8). Anschliessend werden in Abschnitt 4.4.2 die möglichen Anordnungen der **bid**irektionalen **S**chalter (BDS) zum Aufbau des vorgestellten GR aufgelistet. Abschnitt 4.4.3 geht auf die Erzeugung der GR-Grössen ein. Die Verriegelung[3] beim GR am Beispiel der Stromkommutierung nach dem Netzspannungskriterium (Seite 121), sowie das Ein- und Ausschalten des ZMK werden dann in Abschnitt 4.4.4 ausführlich besprochen.

4.4.1 Topologie mit 18 IGBT und 18 Dioden (Variante B)

Im Gegensatz zur Variante A in Unterkapitel 4.3 besteht der in Figur 4.6 dargestellte ZMK aus 18 unipolaren Schaltern (US), wovon 12 Stück zu dem vollwertigen GR gehören. Der GR nach Variante B setzt sich aus insgesamt sechs BDS zusammen, von denen jeder wiederum aus zwei US – jeweils umgekehrt in Serie geschaltet – aufgebaut ist. Der GR enthält also gerade doppelt soviele Halbleiter (=12) wie der reduzierte GR (=6) nach Variante A (Figur 4.5), ist dafür aber in der Lage, in allen vier u_d,i_d-Quadranten (=4-Q) zu arbeiten (≅ *freie GR-Ansteuerung*). Der GR ist somit *bipolar* und *bidirektional* einsatzfähig. Allerdings lässt der WR bei seiner gewählten Topologie keine negative DC-Spannung u_d zu, so dass man bei der Ansteuerung des GR diese Einschränkung berücksichtigen muss. Dennoch erlaubt die Verdoppelung des Halbleiteraufwandes beim GR – abgesehen vom Einhalten der Bedingung $u_d \geq 0$ im Rahmen der erlaubten Schaltvorschriften (→ Seite 72) – beliebige Schalterstellungsmöglichkeiten, die unabhängig von den Vorzeichen der verketteten GR-Eingangsspanungen $u_{Cab,bc,ca}$ sind, so dass im Vergleich zur Variante A auch eine höherfrequente Taktung erlaubt ist. Bei Variante B weist dabei jeder GR-Zweig einen BDS auf. Dabei kann jeder BDS nach Tabelle 4.1 entweder nach Schaltungsvariante ① oder ② aufgebaut werden. In Figur 4.6 wurde für den p-Umschalter die BDS-Variante ① *(common collector)* und für den n-Umschalter die BDS-Variante ② *(common emitter)* gewählt (Begründung dazu siehe Kapitel 8) [35].

---

3) Der Begriff “Verriegelung” bezeichnet die reale Implementierung für eine sichere Stromkommutierung auf einem geeigneten Logikbaustein, der die Halbleiter in einer korrekten Reihenfolge mit definierten Ein- und Ausschaltzeiten ansteuert.



Figur 4.6: Realisierung des ZMK mit voll bestücktem GR, bestehend aus insgesamt 18 IGBT und 18 Dioden **(Variante B)**.

4.4.2 Mögliche Verschaltungen der BDS beim GR

Berücksichtigt man gerade die ersten beiden BDS-Varianten ① und ② in Tabelle 4.1, so ergeben sich nach Tabelle 4.3 die vier möglichen GR-Konfigurationen mit jeweils unterschiedlicher Anzahl an *Emitter*-Potentialen. Daraus geht direkt die minimale Anzahl notwendiger, gegeneinander isolierter Speisungen aller *Gate*-Ansteuerungen des ZMK hervor.
Da bei der Realisierung dieser Schaltungstopologie andere Topologie-Auswahlkriterien eine stärkere Rolle spielten, ist nicht die GR-Verschaltung mit den minimalen 8 Speisungen gewählt worden, sondern diejenige mit 11 Speisungen gemäss Figur 4.6. Der Grund dafür ist in Figur 8.2 ersichtlich.

BDS-Verschaltung für den GR		**Minimale Anzahl Speisungen für die *Gate*-Ansteuerungen**
p-Umschalter	**n-Umschalter**	
common-collector ①	*common-collector* ①	8
common-collector ①	*common-emitter* ②	11 (≅ Figur 4.6)
common-emitter ②	*common-collector* ①	10
common-emitter ②	*common-emitter* ②	10

Tabelle 4.3: Totale minimale Anzahl unabhängiger Speisungen für alle *Gate*-Ansteuerungen des zweistufigen MK (= GR und WR).

4.4.3 Erzeugte GR-Grössen

Die **erzeugte DC-Spannung** u_d im Zwischenkreis p,n hat einen geschalteten und somit sprungförmigen Verlauf. Sie kann bei der Topologie nach Variante B im Gegensatz zur Variante A mehrere mögliche Werte annehmen (Tabelle 4.4). Die Spannung u_d muss immer positiv sein ($u_d \geq 0$). Damit ergeben sich für die aufgeprägten DC-Spannungen u_{dp0} und u_{dn0} die Werte gemäss Tabelle 4.4. Dabei bedeuten $u_{C,max}$ wieder die maximale, $u_{C,med}$ die mittlere und $u_{C,min}$ die minimale GR-Eingangsspannung zu einem bestimmten Zeitpunkt t. Der Winkel $\varphi_{uC}(t)$ des nach Gl. (A.5) definierten Spannungsdrehzeigers $\vec{u}_C$ gibt Auskunft über die Zeitabfolge.

Bei den in Tabelle 4.4 aufgezählten GR-Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ sind die drei GR-Nullzustände (aa),(bb),(cc) gemäss Tabelle 2.2 bzw. Tabelle 3.1 nicht explizit aufgelistet. Werden diese dazugerechnet, dürfen bei Topologie-Variante B zu jedem Zeitpunkt genau *sechs* von *neun* möglichen GR-Schaltzuständen benutzt werden.

Der **erzeugte AC-Strom** $i_{GRa,b,c}$ in den Netzphasen a,b,c kann mit sinusförmigem Kurzzeitmittelwert $i_{GRa,b,c,km} = I_{GR}\cos(\omega t + \varphi_{iGR} + D)$, mit $D = 0°, -120°, 120°$ aufgeprägt werden, wie in Kapitel 5 noch sehr ausführlich gezeigt wird. Dies ist gegenüber Variante A, bei der im Kurzzeitmittelwert nur ein Rechteckblockform ähnlicher Netzstrom erzeugt werden kann, ein erheblicher Vorteil.

4.4.4 Kommutierung und Verriegelung

Die ***Kommutierung*** des Stromes in den bidirektionalen Schaltern des GR während den Umschaltphasen erfolgt beim Betrieb des ZMK nach dem Netzspannungskriterium, da es weniger aufwendig ist, die GR-Eingangsspannungen $u_{Ca,b,c0}$ über den Kapazitäten[4] C_f zu messen als den DC-Strom i_d im Zwischenkreis. Die Gründe dafür liegen darin, dass

- erstens der DC-Strom sich aufgrund von WR-Schalthandlungen sprunghaft ändert (Gl. (3.62)) und somit auch dessen Vorzeichen sehr schnell ändern kann, was bei den kontinuierlichen – von der Netzseite her aufgeprägten – $50Hz$-Spannungen $u_{Ca,b,c0}$ nicht der Fall ist;
- und zweitens eine messtechnische Erfassung des DC-Stromes nicht ohne eine besondere Integration von Messonden im *"Full Silicon"*-Aufbau des ZMK möglich ist.

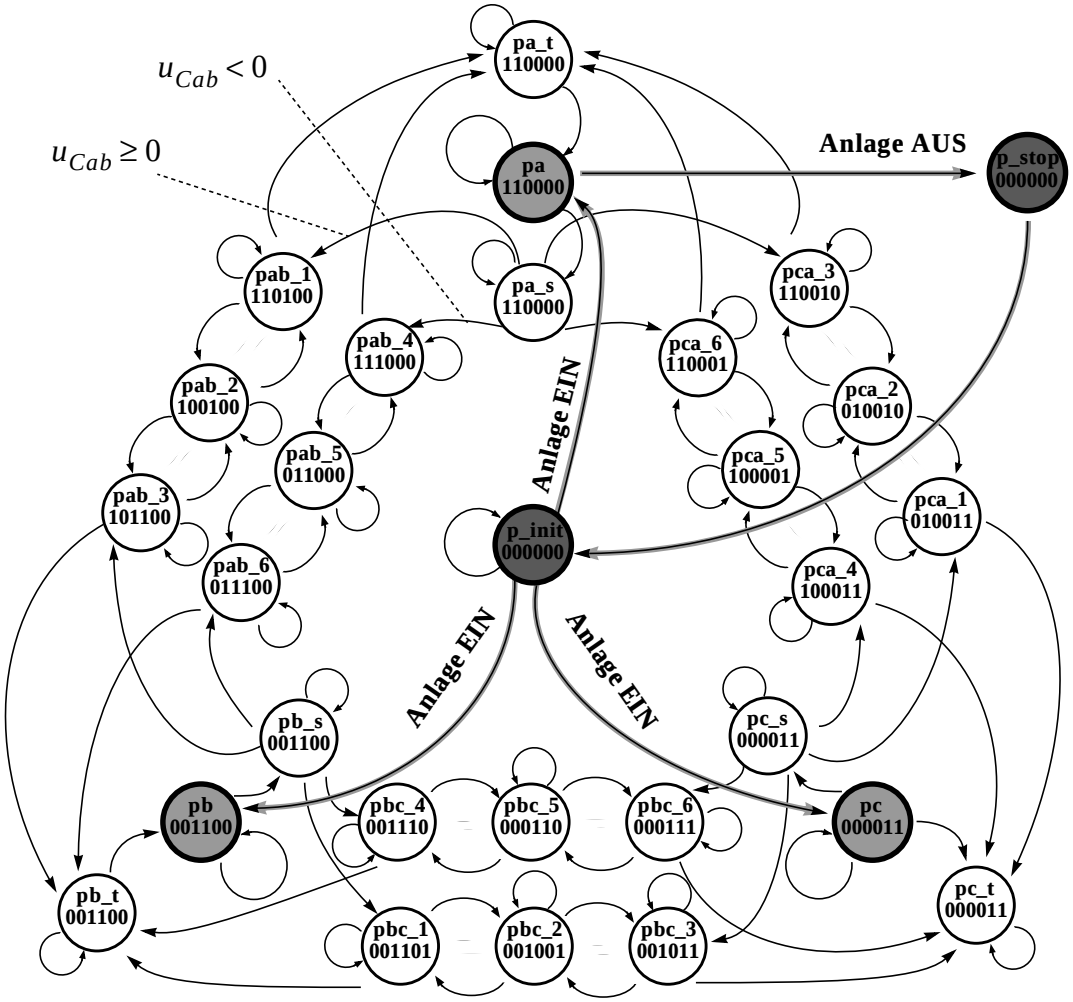
---

4) siehe Kapazitäten C_f des Eingangsfilters gemäss Figur 3.1 auf Seite 66

Phasenwinkel der Eingangsspannungen $u_{Ca,b,c0}$	**Erlaubte *drei* DC-Spannungs-Kombinationen pro aktuellem Phasenwinkel-Intervall in Abhängigkeit der GR-Eingangsspannungen** $u_{Ca,b,c0}$		**Entsprechende GR-Schaltzustände (ohne mögliche Nullzustände)**
φ_{uC}	u_{dp0} =	u_{dn0} =	$SZ_{pn,GR}$ =
0…60°	= $u_{C,max}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cc0}	(ac)
	= $u_{C,max}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,med}$ = u_{Cb0}	(ab)
	= $u_{C,med}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cc0}	(bc)
60…120°	= $u_{C,max}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cc0}	(bc)
	= $u_{C,max}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,med}$ = u_{Ca0}	(ba)
	= $u_{C,med}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cc0}	(ac)
120…180°	= $u_{C,max}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,min}$ = u_{Ca0}	(ba)
	= $u_{C,max}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,med}$ = u_{Cc0}	(bc)
	= $u_{C,med}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,min}$ = u_{Ca0}	(ca)
–180…–120°	= $u_{C,max}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,min}$ = u_{Ca0}	(ca)
	= $u_{C,max}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,med}$ = u_{Cb0}	(cb)
	= $u_{C,med}$ = u_{Cb0}	= $u_{C,min}$ = u_{Ca0}	(ba)
–120…–60°	= $u_{C,max}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cb0}	(cb)
	= $u_{C,max}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,med}$ = u_{Ca0}	(ca)
	= $u_{C,med}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cb0}	(ab)
–60…0°	= $u_{C,max}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cb0}	(ab)
	= $u_{C,max}$ = u_{Ca0}	= $u_{C,med}$ = u_{Cc0}	(ac)
	= $u_{C,med}$ = u_{Cc0}	= $u_{C,min}$ = u_{Cb0}	(cb)

Tabelle 4.4: Erlaubte DC-Spannungskombinationen $u_{dp,n0}$ mit zugehörigen GR-Schaltzuständen $SZ_{pn,GR}$ in Abhängigkeit der Grössen $u_{C,max}$, $u_{C,med}$ und $u_{C,min}$ bzw. $u_{Ca,b,c0}$ bei allen möglichen Winkelwerten φ_{uC} bei **Topologie-Variante B** (Figur 4.6).

Figur 4.7 zeigt die ***Verriegelung*** am Beispiel des Zustandsdiagramms für den p-Umschalters des GR mit allen möglichen Zustandsübergängen:



Figur 4.7: Zustandsdiagramm für den p-Umschalter des Gleichrichters mit den stabilen (=schattiert) und transienten Schaltzuständen der sechs IGBT $[T_{pa1}, T_{pa2}, T_{pb1}, T_{pb2}, T_{pc1}, T_{pc2}]$
(siehe Figur 4.6 sowie Figur D.1 unter Anhang D, Seite 347).

Das Zustandsdiagramm für den p- und n-Umschalter des GR wurde in dieser Arbeit anhand des programmierbaren Logik-Bausteins MACH435 implementiert (siehe auch Kapitel 8 "Laboranlage").
Es wird zwischen den drei Sorten von GR-Betriebszuständen *Einschalten*, *Normalbetrieb* und *Ausschaltvorgang* unterschieden:

- **Einschalten des Gleichrichters (Figur 4.7):**
  Der **Initialzustand** *p_init* des p-Umschalters bildet die Ausgangsposition mit offenen Schalterverbindungen des 3-Pt-Umschalters zwischen den Netzphasenanschlüssen a,b,c und der DC-Klemme p. Von dort aus wird

direkt die erste gewünschte Schalterstellung mit den **stabilen Zuständen** *pa*, *pb* oder *pc* eingestellt, indem beide IGBT des jeweiligen $BDS_{pa,b,c}$ eingeschaltet werden. Da beim Einschalten noch nirgends ein Strom fliesst, spielt es keine Rolle, ob zwischen den beiden Einschalbefehlen für die beiden IGBT eine (kleine) zeitliche Verzögerung auftritt oder nicht.

- **Normalbetrieb des Gleichrichters (Figur 4.7):**
  Bei einem Zustandsübergang von zum Beispiel dem **stabilen Zustand *pa*** in den **stabilen Zustand *pb*** wird eine ganze Kette von transienten Zuständen durchlaufen. Zur Stabilisierung der internen Vorgabesignale der Logik wird zuerst in einen zeitlich sehr kurzen Wartezustand *pa_s* gewechselt, damit nicht zu früh aufgrund kurzzeitiger Bit-Störungen ein unerwünschter Zustandwechsel ausgelöst wird. Erst dann wird in Abhängigkeit des Vorzeichens der GR-Eingangsspannungen u_{Cab} bei $u_{Cab} \geq 0$ die Zustandssequenz *pab_1*, *pab_2*, *pab_3* (Figur 4.4b) und bei $u_{Cab} < 0$ die Zustandssequenz *pab_4*, *pab_5*, *pab_6* (Figur 4.4e) durchlaufen. Am Ende einer solchen Kommutierung wird noch in einen weiteren transienten Zustand *pb_t* mit einer bestimmten Schonzeit gegangen, um zur Vermeidung einer Überbeanspruchung der Halbleiter ein sofortiges, erneutes Umschalten von *pb* in einen anderen Zustand zu verhindern. Ist der neue Zustand *pb* erreicht, verweilt die Zustandsmaschine wieder in einem stabilen Wartezustand solange, bis vom Modulator wieder eine neue Umschalterposition verlangt wird.
- **Ausschalten des Gleichrichters (Figur 4.7):**
  Beim Ausschalten der Anlage muss eine gleichzeitige Impulssperre (=Öffnen) aller IGBT unbedingt vermieden werden, da durch die sofortige Öffnung sämtlicher Strompfade grosse Überspannungen über den Halbleitern auftreten und diese zerstören können. Daher ist es wichtig, dass die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ bis zum Stillstand der Maschine einen Freilauf haben. Ein solcher Freilauf über den GR kann realisiert werden, indem der Zwischenkreisstrom i_d direkt über einen gemeinsamen Phasenzweig a, b oder c des p- und n-Umschalters geführt wird, was mit dem Nullwerden aller kombinierten GR-Schaltfunktionen $s_a = s_b = s_c = 0$ gleichbedeutend ist (siehe Gl. (3.22), Seite 73). Willkürlich wurde der Zustand *pa* als GR-Freilaufzustand ausgewählt. Daraus folgt, dass auch der n-Umschalter beim Ausschalten in den analogen Zustand *na* wechseln muss, bevor dann nach Abklingen der Lastströme in den Zustand *p_stop* bzw. *n_stop* mit Impulssperre gewechselt werden kann.

Verhalten bei falschen Schaltbefehlen

Um auch bei falschen Schaltbefehlen (z.B. aufgrund von Modulationsfehlern bei der Inbetriebnahme) eine negative DC-Spannung u_d zu verhindern, überprüft die Logik (siehe Figur 8.5, Seite 314) vor jedem Schaltvorgang, ob der neu erwünschte Schaltzustand zu einer negativen DC-Spannung u_d führen würde; falls ja, so wird eine **Korrektur** des angestrebten Zustandes durchgeführt, indem garantiert wird, dass beide p,n -Umschalter auf dieselbe Netzphase a,b,c schalten und dadurch die ungefährliche Nullspannung $u_d = 0$ im DC-Zwischenkreis erzeugt wird. Zur Abstimmung der beiden Umschalter in einem solchen Fall nimmt der p- Umschalter die Rolle als *Master* ein, während der n-Umschalter als *Slave* arbeitet.
Erhält der p-Umschalter einen solchen fehlerhaften Umschaltbefehl, so wird für diesen dennoch der Schaltvorgang eingeleitet, während der n-Umschalter auf seiner Schalterposition stehenbleibt. Es wird dafür gesorgt, dass der p-Umschalter die genaue Position seines Nachbarn kennt – deshalb die Bezeichnung *"Master"*. Mit dieser Information geht er dann auf dieselbe Position wie der n-Umschalter – also eine ungefährliche Position – und korrigiert sich in diesem Sinne *selbst* **(≅ Selbst-Korrektur)**.
Erhält jedoch der n-Umschalter einen fehlerhaften Umschaltbefehl, so wird für diesen dennoch der Schaltvorgang eingeleitet, während der p-Umschalter auf dieselbe Schalterposition wie die angestrebte Schaltposition des n-Umschalters wechselt und in diesem Sinne gegenüber dem n-Umschalter nachgibt. Der p-Umschalter *läuft* also *mit* **(≅ Mitläufer-Korrektur)**.
In beiden Korrektur-Fällen ist der p-Umschalter im Gegensatz zum n-Umschalter in der Lage, sich an die Stellung des n-Umschalters anzupassen. Deshalb bekommt der p-Umschalter die Rolle eines *Master* zugesprochen.

An dieser Stelle sei betont, dass solche Korrekturen immer zu Modulationsfehlern und damit zu falschen Pulsmustern führen. Sie vermindern die Qualität der Ansteuerung und dürfen damit im Normalbetrieb eine vom Benutzer definierbare maximale Häufigkeit nicht überschreiten. Falls die Modulation korrekt implementiert wird, sollten solche Korrekturen gar nie auftreten!

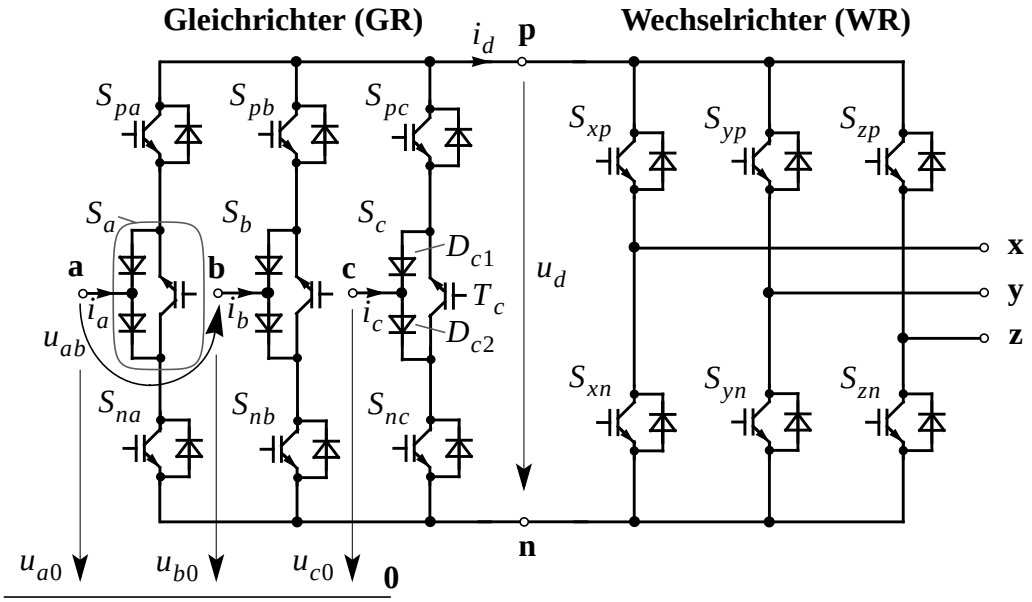
4.5 ZMK mit 2-Q GR bei eingeschränkter Ansteuerung

Unter Abschnitt 4.5.1 wird eine weitere GR-Variante für den **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) vorgestellt **(Variante C)** [21]. Diese Topologie arbeitet zwar wie Variante A im 2-Q Betrieb, besitzt aber dennoch mehr Frei-

heiten in der Ansteuerung. Es wird gezeigt, dass die beschriebene Variante C keine Einbussen in den möglichen Arbeitsbereichen erleidet und dass die vorgesehene Kommutierung wirklich funktioniert (Abschnitt 4.5.3).

4.5.1 Topologie mit 15 IGBT und 18 Dioden (Variante C)

Die Topologie in Figur 4.8 besteht im Vergleich zur vorher präsentierten Variante B aus nur 15 IGBT aber ebenso 18 Dioden. Die **b**i**d**irektionalen **S**chalter (BDS) nach Tabelle 4.1 sind in der Schaltung nicht enthalten. Mit dieser Topologie ist es zwar möglich, einen DC-Strom i_d beider Polaritäten schalten zu können. Hingegen ist aufgrund der **u**nipolaren **S**chalter (US) $S_{pa,b,c}$ beim p-Umschalter und $S_{na,b,c}$ beim n-Umschalter die Erzeugung einer negativen DC-Spannung u_d wie bei Variante B unmöglich. Der GR ist somit in Bezug auf die Spannung *unipolar*, in Bezug auf den Strom jedoch *bidirektional* einsatzfähig und kann also nur in zwei u_d,i_d-Quadranten (=2-Q) arbeiten ($\cong$ *eingeschränkte GR-Ansteuerung*). Allerdings geht durch diese Einschränkung ein Freiheitsgrad verloren, der ohnehin nie eingesetzt



Bezeichnungen: Schalter = S, IGBT = T, Diode = D

Figur 4.8: Realisierung des ZMK mit vereinfachtem GR, bestehend aus insgesamt 15 IGBT und 18 Dioden **(Variante C)**.

werden darf. Denn der WR kann gar keine negative DC-Spannung $u_d < 0$ auf seiner DC-Seite aufnehmen, da dieser selber aus unipolaren Schaltern aufgebaut ist. Die Einschränkung von Variante C gegenüber Variante B bringt also

keine Nachteile in Bezug auf die Erzeugung der DC-Spannung u_d mit sich. Neben der Einsparung von drei IGBT beim Übergang von Variante B auf C muss man sich bewusst sein, dass bei Variante C im Falle eines positiven DC-Stromes i_d doppelt soviele Dioden (= 4 Dioden) stromführend sind wie bei negativem DC-Strom (= 2 Dioden), während bei Variante B in beiden Fällen gerade zwei Dioden bestromt sind.

4.5.2 Erzeugte GR-Grössen

Bei der Variante C gelten in Bezug auf die erzeugten GR-Grössen genau dieselben Eigenschaften wie für Variante B (vergleiche Abschnitt 4.4.3). Der GR-Eingangsstrom kann also im Kurzzeitmittelwert auch sinusförmig aufgeprägt werden (Kapitel 5).

4.5.3 Kommutierung

Zur Illustration des Kommutierungsvorganges sei als Beispiel angenommen, dass der p-Umschalter des GR bei der Variante C von der Netzphase a auf die Netzphase b wechsle, während der n-Umschalter in seiner Position auf Netzphase c stehenbleibe. Dabei werde wie bei der Variante B das Netzspannungskriterium angewandt. Tabelle 4.5 zeigt dazu die möglichen Ansteuersequenzen mit den erzeugten u,i-Grössen und mit der Unterscheidung zwischen **n**atürlicher **K**ommutierung (NK) und **Z**wangs**k**ommutierung (ZK) (Begriffserklärungen siehe Abschnitt 4.2.2).

$u_{ab} \geq 0$		**gültige Schaltsequenz**					$u_{ab} < 0$		**gültige Schaltsequenz**				
T_{pa}		1	1	1	1	0	T_{pa}		1	1	0	0	0
T_a		1	1	0	0	0	T_a		1	1	1	1	0
T_{na}		0	0	0	0	0	T_{na}		0	0	0	0	0
T_{pb}		0	0	0	1	1	T_{pb}		0	1	1	1	1
T_b		0	1	1	1	1	T_b		0	0	0	1	1
T_{nb}		0	0	0	0	0	T_{nb}		0	0	0	0	0
T_{pc}		0	0	0	0	0	T_{pc}		0	0	0	0	0
T_c		1	1	1	1	1	T_c		1	1	1	1	1
T_{nc}		1	1	1	1	1	T_{nc}		1	1	1	1	1
(ZK) $i_d \geq 0$	$i_a =$	i_d	i_d	0	0	0	**(NK)** $i_d \geq 0$	$i_a =$	i_d	i_d	i_d	0	0
	$i_b =$	0	0	i_d	i_d	i_d		$i_b =$	0	0	0	i_d	i_d
	$u_d =$	u_{ab}	u_{ab}	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$		$u_d =$	u_{ab}	u_{ab}	u_{ab}	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$
(NK) $i_d < 0$	$i_a =$	i_d	i_d	i_d	0	0	**(ZK)** $i_d < 0$	$i_a =$	i_d	i_d	0	0	0
	$i_b =$	0	0	0	i_d	i_d		$i_b =$	0	0	i_d	i_d	i_d
	$u_d =$	u_{ab}	u_{ab}	u_{ab}	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$		$u_d =$	u_{ab}	u_{ab}	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$	$-u_{ca}$

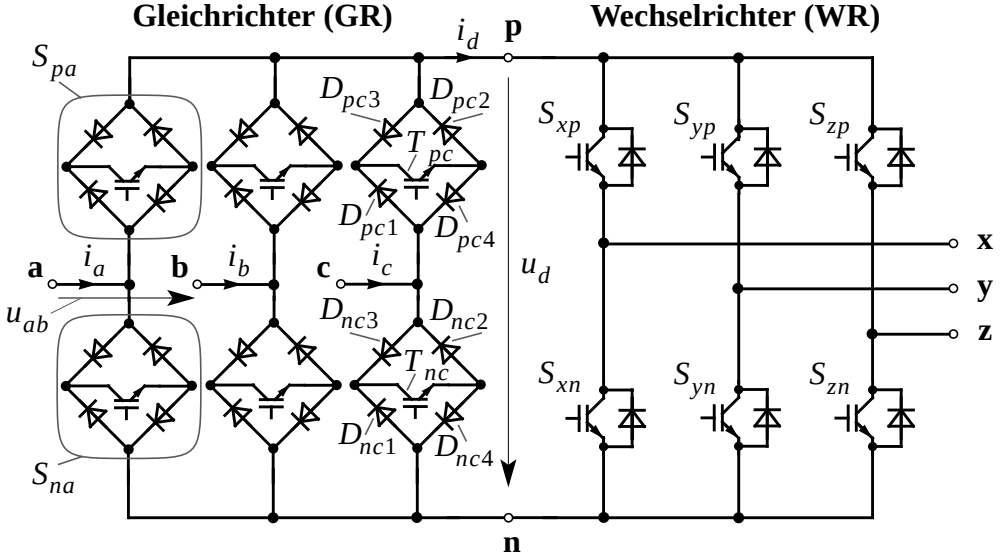
Tabelle 4.5: Kommutierung bei der **Topologie-Variante C** (Figur 4.8) mit den zeitlichen Sequenzen der Schaltbefehle an die 4 aus- und einzuschaltenden IGBT T_{pa}, T_a, T_{pb} und T_b des GR bei einem Schaltvorgang des p-Umschalters von Position *pa* nach *pb.* Der n-Umschalter bleibe dabei auf Position *nc*.

4.6 ZMK mit 4-Q GR bei stromloser Kommutierung

Unter Abschnitt 4.6.1 wird nochmals eine mögliche GR-Variante für den **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) beschrieben **(Variante D)** [21]. Diese Topologie arbeitet zwar wie Variante A im 2-Q Betrieb, besitzt aber dennoch mehr Freiheiten in der Ansteuerung. Es wird gezeigt, dass die beschriebene Variante D keine Einbussen in den möglichen Arbeitsbereichen erleidet. Abschnitt 4.6.3 geht kurz auf die Kommutierung ein.

4.6.1 Topologie mit 12 IGBT und 30 Dioden (Variante D)

Die Variante D nach Figur 4.9 benutzt die BDS-Variante ③ (Tabelle 4.1) mit einem IGBT und vier Dioden. Die GR-Schaltung ist in der Lage, in allen vier u_d,i_d-Quadranten (=4-Q) zu arbeiten. Der GR ist somit *bipolar* und *bidirektional* einsatzfähig. Allerdings ist nur eine unipolare, d.h positive DC-Spannung zulässig, da der WR keine negative DC-Spannung u_d aufnehmen kann.



Bezeichnungen: Schalter = S, IGBT = T, Diode = D

Figur 4.9: Realisierung des ZMK mit vereinfachtem GR, bestehend aus insgesamt 12 IGBT und 30 Dioden **(Variante D)**.

4.6.2 Erzeugte GR-Grössen

Bei der Variante D gelten in Bezug auf die erzeugten GR-Grössen genau dieselben Eigenschaften wie für Variante B und Variante C (vergleiche Abschnitte 4.4.3 und 4.5.2, [34]). Der GR-Eingangsstrom kann also im Kurzzeitmittelwert auch sinusförmig aufgeprägt werden (Kapitel 5).

4.6.3 Kommutierung

Mit der in Figur 4.9 gezeigten zweistufigen MK-Topologie-Variante D kann die GR-Umschaltung von einer Schalterstellung auf die nächste zu einem beliebigen Zeitpunkt erfolgen, im Gegensatz zur Variante A, bei der wegen fehlender BDS beim Umschalten immer $u_{Cab,bc,ca} = 0$ gelten muss. Es besteht die Wahlmöglichkeit zwischen einer Kommutierung, bei der während der Umschaltphase beide betreffenden IGBT gleichzeitig *ein*geschaltet oder

aber *aus*geschaltet sind. Im Falle einer *überlappender Einschaltzeit* würde sofort ein Netzphasen-Kurzschluss auftreten, da die BDS-Variante ③ in eingeschaltetem Zustand in beiden Richtungen stromführend ist. Denn im Vergleich zur Topologie-Variante A (Seite 123) kann die verkettete GR-Eingangsspannung[5] $u_{Cab,bc,ca}$ zwischen zwei vom Kommutierungsvorgang betroffenen Netzphasen beliebig gross sein ($u_{Cab,bc,ca} \neq 0$). Also sollte die Methode mit ***überlappender Ausschaltzeit*** angewandt werden. Dies bedingt aber, dass der DC-Strom i_d mindestens während der Kommutierung auf Null gehalten wird ($i_d = 0$), da der GR eine kurze Zeit lang einen geschlossenen Strompfad zwischen Netz und DC-Zwischenkreis verhindert (≅ *stromlose GR-Kommutierung*). Da nun der lastseitige WR für die Erzeugung des DC-Stromes i_d massgebend ist (Abschnitt 3.3.4, Seite 91), muss dieser mit einem der beiden WR-Nullzuständen (ppp) oder (nnn) den DC-Strom i_d zu Null zwingen (siehe Tabelle 3.2, Seite 85 bzw. auch Gl. (2.6)). Tabelle 4.6 verdeutlicht nochmals in ähnlicher Weise wie Tabelle 4.5 den Kommutierungsablauf beim p-Umschalter von Schaltzustand *pa* nach *pb*:

IGBT	**gültige zeitliche Schaltsequenz**				
T_{pa}	1	1	0	0	0
T_{na}	0	0	0	0	0
T_{pb}	0	0	0	1	1
T_{nb}	0	0	0	0	0
T_{pc}	0	0	0	0	0
T_{nc}	1	1	1	1	1
Resultierende Ströme und Spannungen durch transientes Einstellen eines WR-Nullzustandes (ppp) bzw. (nnn)					
i_d	$\geq 0,\ < 0$	=0	=0	=0	$\geq 0,\ < 0$
$i_a =$	i_d	0	0	0	0
$i_b =$	0	0	0	0	i_d
$u_d =$	u_{ab}	0	0	0	$-u_{ca}$

Tabelle 4.6: Kommutierung bei der **Topologie-Variante D** (Figur 4.9) mit sämtlichen Schaltbefehl-Sequenzen an die 6 IGBT des GR.

5) Zählpfeildefinition von $u_{Cab,bc,ca} = u_{GRab,bc,ca}$ siehe in Figur 3.2 auf Seite 72

4.7 Weitere mögliche Topologien

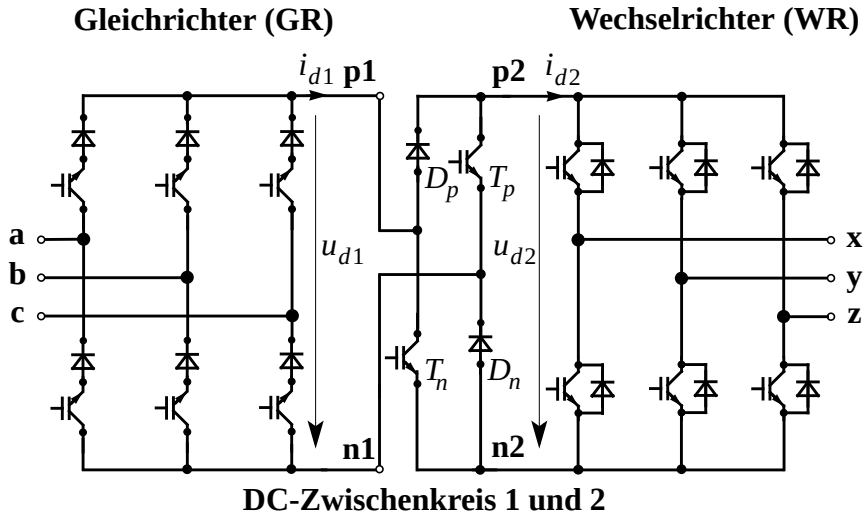
Die Vielfalt an möglichen Topologien könnte in Ergänzung zu den oben näher beschriebenen Varianten A bis D noch erhöht werden. Da aber das Schwergewicht dieser Arbeit nicht auf einem möglichst vielfältigen Topologienvergleich beruht, sollen nur noch zwei weitere mögliche Schaltungstypen kurz vorgestellt werden.

4.7.1 ZMK mit weniger GR-Dioden

Anstelle von Topologie-Variante C (Figur 4.8) mit *einem* IGBT und *zwei* Dioden an jedem Netzanschluss könnten ebensogut *zwei* IGBT und *eine* Diode eingesetzt werden. Auf diese Weise würde die Topologie aus 18 IGBT und 15 Dioden bestehen. Allerdings müssten dann die eingesparten Dioden durch dieselbe Anzahl IGBT ergänzt werden, was keinen wirklichen Vorteil gegenüber Variante C darstellt.

4.7.2 Topologie mit 14 IGBT und 14 Dioden

Eine weitere mögliche Topologie ist in Figur 4.10 dargestellt.



Figur 4.10: Mögliche Realisierung des ZMK mit vereinfachtem GR, bestehend aus insgesamt 14 IGBT und 14 Dioden.

Bei dieser Schaltung gilt aufgrund der unidirektionalen GR-Topologie für den DC-Strom i_{d1} die Bedingung $i_{d1} \geq 0$. Der DC-Strom i_{d2} kann hingegen je nach Schalterstellung des WR beide Vorzeichen annehmen. Dies setzt eine zu den Schalthandlungen des WR synchrone Ansteuerung der IGBT T_p und

T_n voraus, die die beiden Zwischenkreise p1,n1 und p2,n2 in Abhängigkeit des Vorzeichens vom DC-Strom i_{d2} entweder direkt oder überkreuz miteinander verbinden. Damit die DC-Spannung u_{d2} als WR-Eingangsspannung immer positiv gehalten werden kann, muss eine Vorzeichenänderung des Stromes i_{d2} und somit eine Umschaltung der IGBT T_p und T_n direkt mit einem Polaritätswechsel der DC-Spannung u_{d1} verknüpft sein. Dazu muss der GR die Schalterstellungen der zum p1-Pol und der zum n1-Pol zugewandten Seite vertauschen. Aufgrund der eher komplizierten Ansteuerung eignet sich diese Variante nicht zur Nachbildung eines ZMK.

4.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird zuerst auf die Eigenschaften von unipolaren und bidirektionalen Schaltern und auf deren prinzipiellen Unterschiede eingegangen. Danach wird eine mögliche Realisierung für den EMK bestehend aus **b**i**d**irektionalen **S**chaltern (BDS) vorgestellt. In diesem Zusammenhang werden zwei Kommutierungsprinzipien für ein sicheres Umschalten der GR-Zweigströme zwischen zwei BDS beschrieben. Bei beiden Prinzipien wird die Schaltreihenfolge, also die sogenannte Schaltsequenz, für die einzelnen IGBT aus zwei unterschiedlichen Entscheidungskriterien abgeleitet. Diese Kriterien beruhen

- entweder auf der Vorzeichenerfassung der netzseitigen verketteten Eingangsspannungen $u_{ab,bc,ca}$ beim EMK (bzw. $u_{Cab,bc,ca}$ beim ZMK)
  $\Rightarrow$ *Netzspannungskriterium,*
- oder auf der Vorzeichenerfassung der lastseitigen Ausgangsströme $i_{x,y,z}$ beim EMK (bzw. $i_{Lx,y,z}$ beim ZMK)
  $\Rightarrow$ *Laststromkriterium.*

Sie bestimmen die Ein-/Ausschalt-Reihenfolge für die einzelnen Halbleiter. Zur Realisierung eines ZMK werden vier GR-Topologien bezüglich Stromkommutierung und erzeugbaren DC-Spannungen untersucht. Der WR hingegen wird in allen Fällen auf dieselbe konventionelle Art aufgebaut. Zuerst wird eine vereinfachte GR-Topologie präsentiert, die nur aus **u**nipolaren **S**chaltern (US) besteht [28]. Diese vereinfachte Topologie-Variante A erlaubt zwar wohl die Erzeugung einer sinusförmig modulierten WR-Ausgangsspannung, dafür aber nur einen rechteckblockförmig modulierten GR-Eingangsstrom mit 60° -Lückphasen (Näheres zur Modulation siehe Unterkapitel 5.1). In den anschliessenden drei Unterkapiteln werden drei leistungsfähigere GR-Topologien unter den Bezeichnungen Variante B,C bzw. D vorgeschlagen,

die alle einen im Kurzzeitmittelwert sinusförmigen GR-Eingangsstrom ermöglichen (Näheres zur Modulation siehe ebenfalls Kapitel 5). Dabei wird besonders auf die eingehende Beschreibung der Kommutierung Wert gelegt. Alle diese GR-Topologien bilden die Basis für die Untersuchungen in Kapitel 5 wie z.B. die mittlere Strombelastung in den einzelnen Halbleitern.

Tabelle 4.7 zeigt einen groben Vergleich der vier näher besprochenen Topologie-Varianten A bis D in Bezug auf einfach messbare Kriterien.

Topologie-Varianten	**Anzahl IGBT**	**Anzahl Dioden**	$u_d \geq 0$	$u_d < 0$	$i_d \neq 0$	**Anzahl strom-führender GR-IGBT**		**Anzahl strom-führender GR-Dioden**		**Anzahl GR-EIN-/AUS-Befehle**	**Erlaubte GR-Schaltzustände**
A	12	12	√	X (2Q)	√	$i_d \geq 0$	0	$i_d \geq 0$	2	1	4
						$i_d < 0$	2	$i_d < 0$	0		
B	18	18	√	O (4Q)	√	$i_d \geq 0$	2	$i_d \geq 0$	2	2	6
						$i_d < 0$	2	$i_d < 0$	2		
C	15	18	√	X (2Q)	√	$i_d \geq 0$	2	$i_d \geq 0$	4	2	6
						$i_d < 0$	2	$i_d < 0$	2		
D	12	30	√	O (4Q)	E	$i_d \geq 0$	2	$i_d \geq 0$	4	1	6
						$i_d < 0$	2	$i_d < 0$	4		

Tabelle 4.7: Kurze Gegenüberstellung der **Topologie-Varianten A÷D** zum Aufbau eines **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK).
Legende: √ = machbar; X = nicht machbar;
O = machbar, aber nicht erlaubt; E = mit Einschränkungen.

Möchte man die einzelnen Topologie-Varianten näher untersuchen und dann miteinander vergleichen, so müsste man den Blick eher auf den *Hardware*-Aufbau richten, da vor allem die Integration der Halbleiter und die entsprechende Konstruktion des Umrichters (*"Full Silicon" Design*) entscheidende Faktoren sind für deren reales Verhalten. Aus diesem Gesichtspunkt leuchtet es auch ein, dass aus Tabelle 4.7 nicht direkt auf Durchlass- oder Schaltverluste der Halbleiter geschlossen werden kann. Dafür braucht es vor allem die

Information über die mittlere Strombelastung der einzelnen Halbleiter in bestimmten Betriebspunkten des Gesamtsystems und die Kenntnis über die Anzahl Schalthandlungen innerhalb einer Taktperiode (vergleiche dazu Unterkapitel 5.6 "Vergleich der Modulationsverfahren" in Kapitel 5).

Untersuchungen zu Fragen, wie gross zum Beispiel die prozentuale Strombelastung (→ Durchlassverluste) und Schaltbeanspruchung (→ Schaltverluste) der einzelnen Halbleiter in bestimmten Betriebsbereichen bei gegebener Last sind, wird anhand von Simulationen in Kapitel 5 dargelegt.

5 Modulation

Die Ansteuerung des untersuchten **z**weistufigen **M**atrix**k**onverters (ZMK) bildet einen Schwerpunkt dieser Arbeit. Dazu wird eine begrenzte Auswahl an möglichen Ansteuerverfahren vorgestellt und miteinander verglichen. Jedes Konzept, nach dem die einzelnen Halbleiter angesteuert werden, erzeugt ein bestimmtes eigenes Pulsmuster in den erzeugten AC- und DC-Grössen. Diese sogenannten Ansteuerkonzepte fallen unter den Begriff *Modulationsverfahren* [33].

Unterkapitel 5.1 beschreibt ein Modulationsverfahren, bei dem der GR mit **G**rund**f**requenz**t**aktung (GFT) angesteuert wird. Dazu genügt eine Topologie bestehend aus nur 12 anstatt 18 Abschaltelementen (siehe dazu Topologie-Variante A, Figur 4.5). Auf diese Weise können beim GR Halbleiter eingespart und damit vor allem die Durchlassverluste tief gehalten werden, wobei die Schaltverluste bei GR-GFT ohnehin geringer ausfallen als bei **U**nter**s**chwingungs**v**erfahren (USV) [29]. Dafür muss aber ein Netzstrom in Kauf genommen werden, dessen kurzzeitiger Mittelwert nicht mehr eine sinusförmige Grundschwingung, sondern eine rechteckblockähnliche Form aufweist. Dies verlangt wiederum ein grösseres und damit eher teures Eingangsfilter, will man auch die Tief-Harmonischen genügend dämpfen.

Bei dem anschliessend in Unterkapitel 5.2 vorgestellten Prinzip der Drehzeigermodulation soll dafür gesorgt werden, dass neben sinusförmig aufgeprägten Lastspannungen auch für die GR-Eingangsströme sinusförmige Kurzzeitmittelwerte entstehen (siehe dazu Topologie-Varianten B÷D in Kapitel 4). Mit Hilfe der auf Drehzeigern basierten Betrachtung gelingt es, ein allgemeines und strukturiertes Vorgehen zur Berechnung von *Modulationsfunktionen* zu entwickeln. Modulationsfunktionen sind mit Tastverhältnissen vergleichbar und stellen normierte Steuersignale bzw. kontinuierliche Schaltfunktionen dar. Sie tragen die gesamte Information, in welchem Verhältnis die einzelnen Schalterstellungen (Schalter *ein* oder *aus*) zeitlich zueinander stehen. Mit Hilfe des USV können je nach gewähltem Trägersignal aus den berechneten Modulationsfunktionen direkt gültige *Schaltfunktionen* gebildet werden. Je nach definierter Sequenz von Pulsmustern kommen ganz verschiedene Schaltabfolgen – auch Zyklen genannt – in Frage. Mit den Schaltfunktionen ist es möglich, Pulsmustersequenzen zu erzeugen, indem die Schalter in einer vorgeschriebenen Reihenfolge und entsprechend den befohlenen Einschalt- und Ausschaltzeiten angesteuert werden.

Die drei folgenden Unterkapitel 5.3 ÷ 5.5 gehen auf spezifisch nach bestimmten Kriterien ausgelegte Modulationsverfahren ein und beruhen alle auf der in Unterkapitel 5.2 beschriebenen Drehzeigermodulation. Das Hauptkriterium für die Modulation stellt dabei immer der wählbare Verlauf des Kurzzeitmittelwertes (Index km) der DC-Spannung $u_{d,km}$ dar. Dabei werden zuerst zwei Methoden besprochen, von denen die erste eine maximale DC-Spannung $u_{d,km,max}$ (→ *ud,max*-Methode) bewirkt – immer im Kurzzeitmittelwert sinusförmige GR-Eingangsströme vorausgesetzt – und die zweite eine minimale DC-Spannung $u_{d,km,min}$ (→ *ud,min*-Methode) erzeugt. Aus der sogenannten *ud,beliebig*-Methode geht hervor, dass innerhalb bestimmter Grenzen, nämlich für $u_{d,km,max} \geq u_{d,km} \geq u_{d,km,min}$, ein beliebig gewünschter DC-Spannungsverlauf $u_{d,km}$ dem Modulator vorgegeben werden kann.

In Unterkapitel 5.6 werden die verschiedenen Modulationsverfahren zusammen mit den in Kapitel 4 vorgestellten ZMK-Topologien miteinander verglichen. Dazu werden einerseits die ***T**otal **H**armonic **D**istortion* (THD) THD_{iGRa} bzw. THD_{uWRxy} des GR-Eingangsstromes i_{GRa} bzw. der WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} für verschiedene WR-Ausgangsfrequenzen f_L dargestellt. Andererseits sind die mittleren *Strombeanspruchungen* der ZMK-Varianten und des EMK innerhalb eines Taktzyklus T_T von Interesse. Ferner wird unter Berücksichtigung der Äquivalenzbedingungen gemäss Gl. (3.156) gezeigt, dass die auf den EMK angewandte Drehzeigermodulationsverfahren immer dieselbe – über alle Halbleiter zusammengezählte – mittlere Gesamtstrombelastung hervorrufen. Beim ZMK hingegen hängt die Halbleiter-Strombelastung stark von der gewählten Modulationsmethode ab.

Unterkapitel 5.7 stellt eine mögliche Modulationsmethode vor, bei der die Schaltzeitpunkte so generiert werden, dass die Flächenabweichungen zwischen den erzeugten WR-Ausgangsspannungen und den aktuellen Sollwerten in positiver und negativer Richtung über einer Taktperiode jeweils gleich stark abweichen. Es handelt sich bei dieser Modulation um die sogenannte *Methode der Flächenbilanzen*. Da diese Methode jedoch neben der erwünschten $50Hz$-Grundschwingung tieffrequente Harmonische im GR-Eingangsstrom hervorruft, bleibt deren praktischer Nutzen eher klein, so dass sie im einzelnen nicht näher besprochen werden soll.

Unterkapitel 5.8 zeigt, dass der ZMK auch bei unsymmetrischen Netzbedingungen bei allerdings reduzierter Aussteuerbarkeit immernoch sinusförmige Lastspannungen erzeugen kann.

Sämtliche Grössenbezeichnungen für die dargestellten Zeitverläufe stützen sich in diesem Kapitel auf das Übersichtsbild Figur 3.1 (S.66) in Kapitel 3.

5.1 GR-Grundfrequenztaktung (GR-GFT)

Bei dieser Modulationsmethode wird der GR in **G**rund**f**requenz**t**aktung (GFT), d.h. mit Netz-(GS)-Frequenz $f_N = 50Hz$ betrieben. Natürlich wäre auch für den WR die Anwendung der GFT möglich, wie es vor allem bei sehr hohen Ausgangsfrequenzen f_L sinnvoll sein kann, sobald nämlich die geschalteten Halbleiter nahe an der Grenze ihrer möglichen Taktfrequenz f_T betrieben werden. Allerdings wird in dieser Arbeit dieser Anwendungsbereich nicht weiter verfolgt. In den doppelseitigen Figuren 5.2 ÷ 5.4 sind die wesentlichen Systemgrössen bei GFT-Betrieb des GR grafisch systematisch mit den drei Fällen Motorbetrieb, Leerlauf und Generatorbetrieb dargestellt.

5.1.1 Anforderung an die Schaltungstopologie

Wird der Gleichrichter in GFT – nachfolgend auch als GR-GFT benannt – betrieben, so genügt der Einsatz der Topologie-Variante A gemäss Abschnitt 4.3.1. Die Schaltung besteht nur aus 12 unipolaren Schaltern (Figur 4.5). Aufgrund der dort bereits beschriebenen Einschränkungen müssen die IGBT genau so angesteuert werden, dass zu jeder Zeit die jeweils maximale verkettete GR-Eingangsspannung $max(\pm u_{Cab,bc,ca})$ auf den DC-Zwischenkreis p,n durchgeschaltet wird (Gl. (4.1) bzw. Gl. (5.1)). Selbstverständlich können alle in Kapitel 4 vorgestellten GR-Schaltungen mit GFT angesteuert werden. Dies macht aber keinen Sinn, da die Topologie-Varianten B ÷ D bidirektionale Schalter aufweisen und damit für dieses einfache Modulationsverfahren überdimensioniert wären.

5.1.2 Zweistufige Pulsmustererzeugung mit GR-GFT

Die Darstellung in den nachfolgenden **Figuren 5.2 ÷ 5.4** illustriert jeweils auf der linken Seite das Prinzip der ***Spannungs*-Konversion** (linke Bilderfolge a ÷ e, von oben nach unten verlaufend) und das Prinzip der ***Strom*-Konversion** (rechte Bilderfolge f ÷ j, von unten nach oben verlaufend). Damit kommt die Funktionsweise des ZMK erstmals anhand eines konkreten Beispieles besonders gut zum Ausdruck. Als GR-Topologie wird wie bereits erwähnt Topologie-Variante A in Figur 4.5 (Seite 123) verwendet. Die Beschriftungen zu den in den Zeitverlaufsbildern der Figuren 5.2 ÷ 5.4 vorkommenden Ströme und Spannungen sind im Übersichtsbild in Figur 3.1 (Seite 66) vollständig eingetragen. Die einzelnen

Modulationsfunktionen m_{ij} beziehen sich immer auf die jeweiligen Verbindungen, die durch die Drehpunkt-Umschalter eingestellt werden können und gehen ebenfalls klar aus dem Prinzipschaltbild Figur 3.1 hervor.

Die ***Spannungs*-Konversion** für die Betriebsfälle der GR-GFT bei *Motorbetrieb* (Figur 5.2), *Leerlauf* (Figur 5.3) und *Generatorbetrieb* (Figur 5.4) ist jeweils auf der linken Seite entlang der linken vertikalen Bilderreihe a÷e zu erkennen. Der GR erzeugt die DC-Spannung u_d nach der bereits in Kapitel 4 benannten Vorschrift:

$$u_d = max(\pm u_{Cab,bc,ca}) = max(\pm u_{Ca,b,c0}) - min(\pm u_{Ca,b,c0}) \qquad (5.1)$$

Die Ansteuerung des GR erfolgt völlig unabhängig von der Ansteuerung des WR. Dadurch teilt sich die Ansteuerung des ZMK in zwei getrennte Schritte auf. Das heisst ohne Beachtung der gewünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ schaltet der GR die verketteten GR-Eingangsspannungen $\pm u_{Cab,bc,ca} = \pm u_{GRab,bc,ca}$ gemäss Gl. (5.1) in immer derselben Art auf den Zwischenkreis p,n durch. Infolgedessen ist es dem GR auch nicht möglich, die Kurvenform des aufgrund der WR-Modulation entstehenden DC-Stromes i_d so zu berücksichtigen, dass dieser sinusförmig auf die Netzseite moduliert würde. Im Gegenteil, der GR nimmt den aufgeprägten DC-Strom i_d, so wie er durch das Schalten des WR entstanden ist, und prägt ihn ohne Rücksicht auf eine erwünschte Sinusform auf der Netzseite auf. Dabei stellt sich dann heraus, dass der Kurzzeitmittelwert $i_{GRa,b,c,km}$ des entstehenden GR-Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ nicht sinusförmig ist (siehe Figur 5.2 f).

Die ***Strom*-Konversion** für die Betriebsfälle der GR-GFT bei *Motorbetrieb* (Figur 5.2), *Leerlauf* (Figur 5.3) und *Generatorbetrieb* (Figur 5.4) ist jeweils auf der linken Seite entlang der rechten vertikalen Bilderreihe f÷j zu erkennen. Dabei wird von motorischem Betrieb mit einer **As**ynchron**m**aschine (ASM) als Last unter stationären Bedingungen ausgegangen. Der Stromrippel des Statorstromes $i_{sx,y,z}$ bzw. Laststromes $i_{Lx,y,z}$ wird für die Betrachtung der Modulation vernachlässigt. Es werden rein sinusförmige Lastströme simuliert, da die Berücksichtigung eines Rippels keinen Vorteil für das Verständnis bringt. Allerdings wird die Phasenverschiebung $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0}$ zwischen erzeugter Lastspannungs-Grundschwingung $u_{Lx,y,zS,km} = u_{WRx,y,z0,GS}$ und resultierendem sinusförmigem Laststrom $i_{Lx,y,z}$ mit dem elektrischen Modell einer ASM einkalkuliert (Anhang A.1).

Die **Taktfrequenz** f_T wird mit $f_T = 800Hz$ in den **Figuren 5.2 ÷ 5.4** und mit ähnlichen Werten in den nachfolgenden Figuren dieses Kapitels bewusst klein gewählt, damit die erzeugten Pulsmuster möglichst gut erkennbar blei-

ben. Natürlich erlauben heutige abschaltbare Halbleiter eine viel höhere Taktfrequenz, was dann auch bedeutend bessere Resultate in den Spektren der untersuchten Signale zur Folge hat. Bei der vorgestellten GFT wird allerdings nur der Wechselrichter mit der Taktfrequenz $f_T > f_N$ betrieben, da der Gleichrichter selber mit GFT arbeitet. Das Spektrum $I_{GRa}(f)$ des GR-Eingangsstromes und das Spektrum $U_{WRxy}(f)$ der verketteten WR-Ausgangsspannung sind in den **Figuren 5.2 ÷ 5.4** in den Bildern k,n rechts oben zu sehen. In der Mitte in den Bildern l,o folgen dann die Drehzeigerverläufe der Modulationsfunktionen. Ferner zeigen die Bilder m die mittlere Strombelastung in den Halbleitern (Gl. (5.139) ÷ (5.140)) unter Berücksichtigung von **Topologie-Variante A** mit den Schalterbezeichnungen gemäss Figur 4.5.

Ähnlich wie der GR gezwungen ist, den vom WR aufgeprägten DC-Strom i_d so zu akzeptieren, wie er ist, muss auch der WR die allein vom GR aufgeprägte DC-Spannung u_d aufnehmen, um daraus die erwünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,w} = u_{WRx,y,z0,km}$ bzw. die Lastspannungen $u_{Lx,y,zS,w} = u_{WRx,y,z0,km}$ zu erzeugen. Das Ansteuerprinzip bei GFT zwischen dem netzseitigen GR und lastseitigen WR unterscheidet sich jedoch darin, dass der GR nicht auf die netzzugewandte Strom-Konversion – während der WR dual dazu auf die lastzugewandte Lastspannungs-Konversion – sondern ebenfalls auf die Spannungs-Konversion ausgerichtet ist.

Die zur Spannungs-Konversion entgegengesetzt verlaufende Strom-Konversion ergibt sich also bei GFT allein unter der Einhaltung der Leistungsbilanz zwischen Umrichtereingang und -ausgang (Gl. (3.92)) und wird nicht in die Berechnung der Modulationsfunktionen m_{ij} des ZMK miteinbezogen.

Die Pulsmustererzeugung am Ein- und Ausgang des ZMK beruht bei GR-GFT ausschliesslich auf der **Spannungsinformation**:
Der GR erzeugt in einem *ersten Schritt* aus den aufgeprägten GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ die maximal mögliche DC-Spannung u_d,
während der WR in einem *zweiten Schritt* aus den ihm aufgeprägten DC-Spannungen u_d bzw. u_{dp0} und u_{dn0} die gewünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0}$ auf die Lastseite umformt (Grössenbeschriftungen siehe Figur 3.1).

5.1.3 Vorgegebene GR-Modulationsfunktionen

Unter der Voraussetzung eines symmetrischen dreiphasigen Netzes mit den Spanungen $u_{Na,b,c0}$ bzw. $u_{Ca,b,c0}$ kann davon ausgegangen werden, dass genau sechs verschiedene Netzspannungsabschnitte pro Netzperiode T_N in

definierter Reihenfolge gleichgerichtet werden. Dieser Vorgang wird mit den GR-Modulationsfunktionen $m_{pa,b,c}$, $m_{na,b,c}$ (Figur 5.2 b) bzw. $m_{a,b,c}$ (Figur 5.2 g) ausgedrückt. Sie nehmen bei GFT nur diskrete Werte an und entsprechen damit gerade den GR-Schaltfunktionen. Also gilt:

$$m_{ij} = s_{ij} \in \{0,1\}, \qquad (i \in \{p,n\},\ j \in \{a,b,c\}) \tag{5.2}$$

$$m_{j} = s_{j} \in \{-1,0,1\}, \qquad (j \in \{a,b,c\}) \tag{5.3}$$

5.1.4 Analytische Beschreibung der DC-Spannungen

An dieser Stelle sei betont, dass es sich bei GR-GFT aufgrund der Identität zwischen GR-Modulations- und GR-Schaltfunktionen (Abschnitt 5.1.3) neben den eingeprägten GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ auch bei sämtlich erzeugten DC-Spannungen um kontinuierliche 6-pulsige, girlandenförmige Spannungen handelt. Der Einfluss eines Eingangsfilters auf eine Phasenverschiebung zwischen den Netzspannungen $u_{Na,b,c0}$ und den GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ wird in diesem Kapitel nicht beachtet. Die Netzseite sei also direkt, d.h ohne Filter mit dem GR-Eingang verbunden. Die Berücksichtigung eines Filters bringt für die Herleitung und Untersuchung von Modulationsverfahren in diesem Kapitel keinen Nutzen, so dass erst in Kapitel 6 "Eingangsfilter" darauf eingegangen wird. Damit gelte im folgenden $u_{GRa,b,c0} = u_{Na,b,c0}$ bzw. $U_{GR} = U_N$. In diesem Abschnitt sollen nun alle DC-Spannungen analytisch berechnet und anhand der Simulationsverläufe in Figur 5.1 a (oben) bzw. Figur 5.2 c überprüft werden.

Die DC-Spannung u_{dp0} entsteht gerade aus der aufsummierten Gewichtung der drei netzseitigen GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$, indem diese mit den jeweiligen 120°-rechteckblockförmigen, ebenfalls phasenverschobenen GR-Modulationsfunktionen $m_{pa,b,c}$ des p-Umschalters multipliziert werden (siehe Gl. (3.28) und Figur 5.2 b). Drückt man die letzteren durch Fourierreihen aus, so ergibt sich also folgende Formel für u_{dp0}:

$$u_{dp0} = \sum_{i=a,b,c} m_{pi} \cdot u_{GRi0}$$

$$= \sum_{D} U_N \cos(\omega_N t + D) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(k\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos(k(\omega_N t + D)) \right)$$

$$\text{mit } D = 0°, -120°, 120° \text{ und } U_N = U_{GR} \tag{5.4}$$

Nach Verwendung der trigonometrischen Beziehungen und anschliessendem Ausmultiplizieren lässt sich folgende Fourierreihe für u_{dp0} mit alternierendem Vorzeichen anschreiben:

$$u_{dp0} = \frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N\left(1 + \sum_{m=3,6,9,...} \cos\left(m\frac{\pi}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{m+1} - \frac{1}{m-1}\right)\cdot \cos(m\omega_N t)\right)$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N\left(1 + \frac{1}{4}\cos(3\omega_N t) - \frac{2}{35}\cos(6\omega_N t) + \frac{1}{40}\cos(9\omega_N t) - \ldots\right) \tag{5.5}$$

Die Netznull-bezogene DC-Spannung u_{dp0} besteht also neben einem DC-Anteil aus Überlagerungen der 3., 6., 9., u.s.w. **O**ber**s**chwingung (OS) bezogen auf die **G**rund**s**chwingung (GS) mit der Netzfrequenz f_N. Berücksichtigt man zur Berechnung von u_{dn0} die bezüglich einer Netzperiode T_N gegenüber $m_{pa,b,c}$ um 180° phasenverschobenen GR-Modulationsfunktionen $m_{na,b,c}$ des n-Umschalters (Figur 5.2 b), so ergibt sich die Fourierreihe für u_{dn0} in ähnlicher Weise, allerdings ohne alternierendes Vorzeichen für die einzelnen OS:

$$u_{dn0} = -\frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N\left(1 + \sum_{m=3,6,9,...} \left(\frac{1}{m+1} - \frac{1}{m-1}\right)\cdot \cos(m\omega_N t)\right)$$

$$= -\frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N\left(1 - \frac{1}{4}\cos(3\omega_N t) - \frac{2}{35}\cos(6\omega_N t) - \frac{1}{40}\cos(9\omega_N t) - \ldots\right) \tag{5.6}$$

Die Plausibilität der Gl. (5.5) ÷ (5.6) kann einfach anhand der für die GR-GFT dargestellten Spannungsverläufe in Figur 5.1 a (oben) bzw. Figur 5.2 c überprüft werden. Die Vielfachen der 3. Netz-Harmonischen in den DC-Spannungen u_{dp0} und u_{dn0} kommen dabei gut zum Ausdruck. Subtrahiert man die beiden DC-Spannungen in Gl. (5.5) ÷ (5.6) voneinander, so erhält man die Differenzspannung u_d (Gl. (3.30)). Sie beinhaltet nur noch ganzzahlige Vielfache der 6. Netz-Harmonischen (Gl. (5.7)). Auch dieses Resultat stimmt mit deren Sechstel-Netzperiodizität $T_N/6$ überein (Figur 5.1 a).

$$u_d = u_{dp0} - u_{dn0}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_N \left(1 + \sum_{m=6,12,18,\ldots} \left(\frac{1}{m+1} - \frac{1}{m-1} \right) \cdot \cos(m\omega_N t) \right)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_N \left(1 - \frac{2}{35}\cos(6\omega_N t) - \frac{2}{143}\cos(12\omega_N t) - \ldots \right) \qquad (5.7)$$

Der lineare Mittelwert $U_{d,m}$ der DC-Spannung u_d entspricht gerade dem Gleichanteil in Gl. (5.7) und lautet also:

$$U_{d,m} = \frac{1}{T_N} \cdot \int_0^{T_N} u_d(\tau) d\tau = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot U_N \approx 1.654 \cdot U_N \qquad (5.8)$$

Pulsation der DC-Differenzspannung

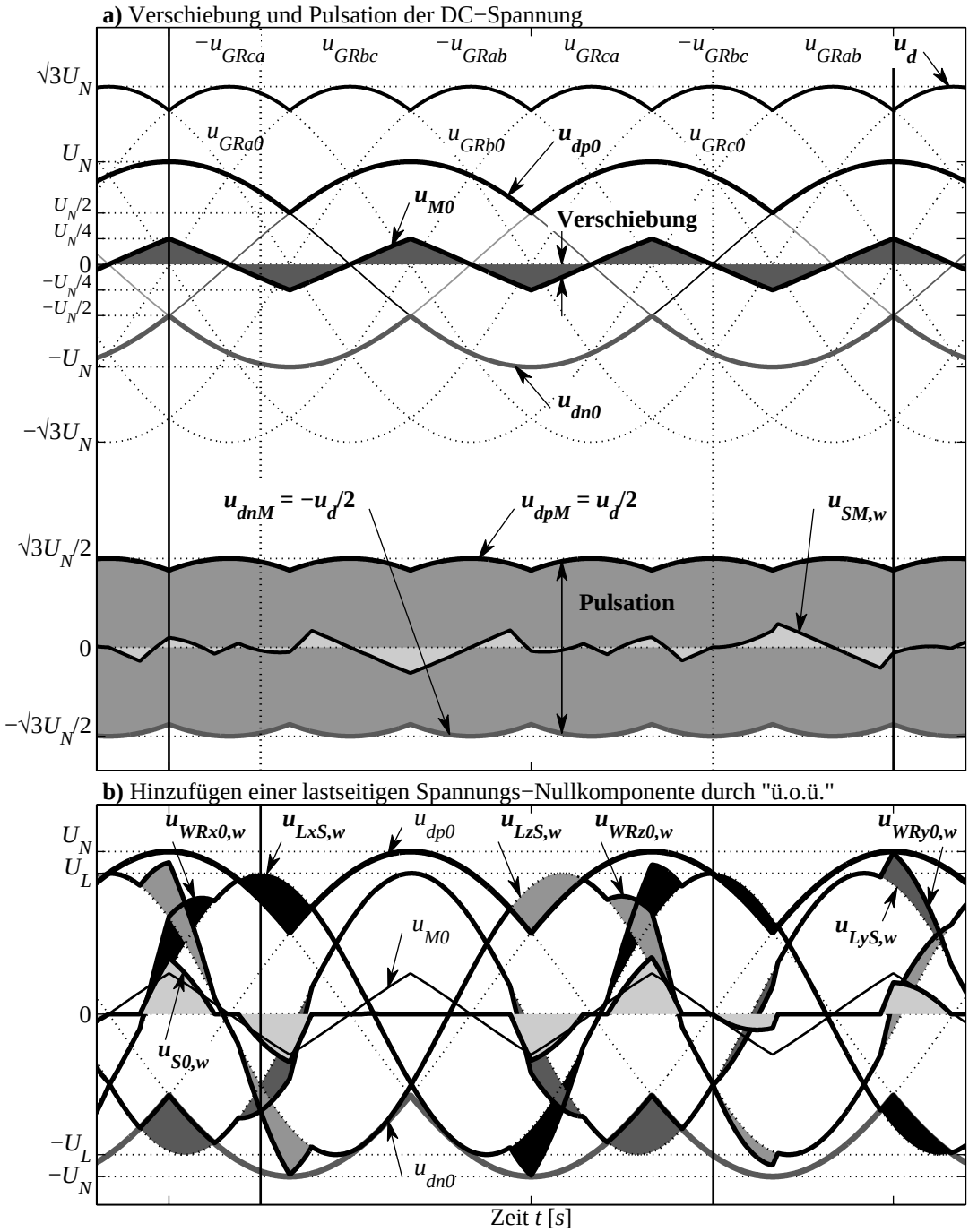
Die DC-Differenzspannung u_d stellt also eine mit $300Hz$ pulsierende Grösse mit kontinuierlichem Zeitverlauf dar. Nimmt man die bereits in Kapitel 3 auf die DC-Mitte M bezogenen Spannungen u_{dpM} und u_{dnM} zu Hilfe, so kommt gut zum Ausdruck, dass der Zwischenkreis bezüglich seiner potentialmässigen Mitte gerade mit der halben DC-Spannung $\pm u_d/2$ pulsiert (siehe Figur 5.1 a (unten) und Gl. (3.34) ÷ (3.35)).

Da der Modulator des WR vollständig entkoppelt ist von demjenigen des GR, wird es zur Einstellung der gewünschten Ausgangsspannungs-GS-Amplitude $U_L = U_{WR}$ notwendig sein, diese Pulsation der DC-Spannung u_d zu berücksichtigen und zu kompensieren.

Das bezüglich der DC-Mitte M nach beiden Seiten symmetrische – in seiner Ausdehnung variierendes – Spannungsband "$(u_{dpM}) - (u_{dnM})$" nimmt bezüglich seiner Mitte die folgenden absoluten Extremalwerte an:

$$max(u_d/2) = \frac{\sqrt{3}}{2} U_N \qquad min(u_d/2) = \frac{3}{4} U_N \qquad (5.9)$$

Diese Werte des Spannungsbandes sind massgebend für die am WR-Ausgang x,y,z maximal zur Verfügung stehenden WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,zM}$.



Figur 5.1: Erzeugung der gewünschten WR-Ausgangsspannungen durch "**Ü**bersteuern **o**hne zu **ü**bersteuern" (ü.o.ü) bei $U_L = \sqrt{3}/2 \cdot U_N$.

- b)Abweichung zwischen $u_{WRx0,w}$ und $u_{LxS,w}$,
- a)**Verschiebung** der DC-Mitte M von Null um u_{M0},
- b)Abweichung zwischen $u_{WRy0,w}$ und $u_{LyS,w}$,
- a)**Pulsation** der DC-Spannung ("Spannungsband"),
- b)Abweichung zwischen $u_{WRz0,w}$ und $u_{LzS,w}$,
- Spannungs-Nullkomponenten $u_{SM,w}$ (a) bzw. $u_{S0,w}$ (b).

Verschiebung der DC-Mittenspannung bezüglich des Netz-Nulleiters

Die DC-Mittenspannung u_{M0} (Figur 5.1a, oben) sagt aus, wie stark die DC-Mitte M vom Nulleiter abweicht und berechnet sich laut Gl. (3.36) aus dem arithmetischen Mittelwert zwischen u_{dp0} und u_{dn0}. Somit folgt direkt aus den Gl. (5.5) ÷ (5.6) die mittelwertfreie Fourierreihe für u_{M0}:

$$u_{M0} = \frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N \sum_{\mathrm{m}=3,9,15,\ldots} \left(\frac{1}{\mathrm{m}-1} - \frac{1}{\mathrm{m}+1}\right) \cdot \cos(\mathrm{m}\omega_N t) \tag{5.10}$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N\left(\frac{1}{4}\cos(3\omega_N t) + \frac{1}{40}\cos(9\omega_N t) + \frac{1}{112}\cos(15\omega_N t) + \ldots\right)$$

Die Spannung u_{M0} weist in ihrer tiefsten Frequenz eine markante 3. Netz-Harmonische bzw. 2. Netz-OS auf, die immer gerade bei den Umschaltzeitpunkten des GR am stärksten ist. Für den Maximalwert dieser OS gilt:

$$u_{M0,3OS,max} = \frac{3}{8}\frac{\sqrt{3}}{\pi}U_N \approx 0.207 \cdot U_N \tag{5.11}$$

Für den gesamten Maximalwert von u_{M0} gilt jedoch nach der Figur 5.1a ein nur wenig von Gl. (5.11) verschiedener Wert, der nämlich genau einen Viertel der GR-Eingangsspannungs-GS-Amplitude U_N (ohne Berücksichtigung des Eingangsfilters gilt nämlich $U_N = U_{GR}$) beträgt:

$$u_{M0,max} = \frac{1}{4}U_N = 0.25 \cdot U_N \tag{5.12}$$

5.1.5 Maximales Spannungsübersetzungsverhältnis

In diesem Abschnitt soll das maximal einstellbare Spannungsübersetzungsverhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung beim **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) zunächst ermittelt werden. Bei der GR-GFT können folgende Aussagen gemacht werden:

- Die DC-Spannung u_d setzt sich direkt aus den dreiphasigen verketteten GR-Eingangsspannungen $\pm u_{GRab,bc,ca}$ mit den gemeinsamen GS-Amplituden $\sqrt{3}U_N$ zusammen.
- Die gewünschten (Index w) verketteten WR-Ausgangsspannungen $\pm u_{WRxy,yz,zx,w}$ mit den GS-Amplituden $\sqrt{3}U_L$ müssen jederzeit aus dem verfügbaren DC-Spannungsband $\pm u_d/2$ gebildet werden können.

Daraus ergeben sich folgende Randbedingungen bei einer variablen DC-Spannung u_d:

$$max(u_d) \quad \leq \quad \sqrt{3}U_N \tag{5.13}$$

$$\sqrt{3}U_L \quad \leq \quad min(u_d)\ ^{1} \tag{5.14}$$

Das heisst die GR-Eingangsspannungs-GS-Amplitude U_N legt nach Gl. (5.13) einen oberen möglichen Maximalwert $max(u_d)$ für die DC-Spannung u_d fest. Gleichzeitig darf bei der GR-GFT die gewünschte verkettete WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude $\sqrt{3}U_L$ nach Gl. (5.14) nie grösser gemacht werden als die jederzeit minimal verfügbare Spannung $min(u_d)$ im DC-Zwischenkreis, um echte Übersteuerungen zu vermeiden und die Ausgangsfrequenz f_L gegenüber der Eingangsfrequenz f_N wirklich frei einstellen zu können.

Zur Herleitung der **allgemein gültigen maximalen Spannungsübersetzung** $U_N \rightarrow U_L$ beim ZMK kann man den DC-Zwischenkreis p,n zur einfacheren Vorstellung auch weglassen und sich verkettete Spannungen am Eingang a,b,c und Ausgang x,y,z vorstellen. Diese haben den Vorteil, dass sie unabhängig von Bezugspotentialen sind. Unter Berücksichtigung, dass der ZMK[2] keine Energiezwischenspeicher aufweist, lässt sich festhalten, dass die erzeugten verketteten WR-Ausgangsspannungen $\pm u_{WRxy,yz,zx} = \pm(u_{WRx,y,z0} - u_{WRy,z,x0})$ sich direkt aus Werten der aufgeprägten verketteten GR-Eingangsspannungen $\pm u_{GRab,bc,ca}$ zusammensetzen. In Bezug auf die gewünschten Spannungen (Index w) bedeutet dies, dass die positive bzw. negative Umhüllende $max(\pm u_{WRxy,yz,zx,w})$ bzw. $min(\pm u_{WRxy,yz,zx,w})$ der verketteten WR-Soll-Ausgangsspannungen $\pm u_{WRxy,yz,zx,w}$ immer Platz haben müssen innerhalb derjenigen Fläche[3], die zwischen den beiden Umhüllenden $max(\pm u_{GRab,bc,ca})$ und $min(\pm u_{GRab,bc,ca})$ der aufgeprägten verketteten Eingangsspannungen $\pm u_{GRab,bc,ca}$ überhaupt zur Verfügung steht. Wird mit Gl. (5.14) wieder die DC-Spannung in die Formulierung miteinbezogen, so folgt, dass für das gewünschte Maximum der verketteten WR-

---

1) Bei der *ud,min*-Modulationsmethode in Unterkapitel 5.4 stellt sich heraus, dass Gl. (5.14) nicht mehr gilt, sobald die kurzzeitige (Index km) DC-Spannung $u_{d,km}$ sich genau den positiven Umhüllenden $max(\pm u_{WRxy,yz,zx,w})$ der WR-Soll-Ausgangsspannungen $\pm u_{WRxy,yz,zx,w}$ anpasst (siehe Figur 5.21). Dort gilt $\sqrt{3}U_L = max(u_{d,km})$.

2) zur Beschreibung der möglichen Spannungswerte beim GR siehe Gl. (3.26)÷(3.27) und analog dazu beim WR siehe Gl. (3.49) in Kapitel 3

3) siehe Figur 5.12 zur Veranschaulichung der jeweils positiven Umhüllenden

Ausgangsspannungen $max(max(\pm u_{WRxy,yz,zx,w}))$ höchstens das Minimum $min(max(\pm u_{GRab,bc,ca}))$ der maximal erzeugbaren DC-Spannung $u_d = max(\pm u_{GRab,bc,ca})$ (nach Gl. (5.1)) zulässig ist.

Folgende Ungleichung muss sowohl bei der GR-GFT als auch in allen anderen Fällen *immer* erfüllt sein:

$$\begin{array}{ccc} max(max(\pm u_{WRxy,yz,zx,w})) & \leq & min(max(\pm u_{GRab,bc,ca})) \\ = & & = \\ \sqrt{3}U_L & \leq & 3/2 \cdot U_N \end{array} \qquad (5.15)$$

$$\text{Allgemein gilt also: } U_{L,max} = \sqrt{3}/2 \cdot U_N \approx 0.866 \cdot U_N \qquad (5.16)$$

Damit ergibt sich das für den ZMK typische maximale Spannungsübersetzungsverhältnis von **86.6%**. Dasselbe gilt auch für den EMK ([1],[2]).

5.1.6 “Übersteuern ohne zu übersteuern” auf der WR-Seite

Die gewünschten (Index w) verketteten Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx,w}$ bilden die Grundlage zur Entwicklung eines WR-seitigen Modulationsverfahrens. Sie sind unabhängig von einem Bezugspotential und lauten:

$$u_{WRxy,yz,zx,w} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} + \pi/6) \\ \sqrt{3}U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} + \pi/6 - 2\pi/3) \\ \sqrt{3}U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} + \pi/6 + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

mit der Amplitudengleichheit $U_L = U_{WR}$ (5.17)

Dabei müssen die Lastspannungs-GS-Amplitude U_L, die Last-(GS)-Frequenz $f_L = \omega_L/(2\pi)$ und der Anfangsphasenverschiebungswinkel φ_{uL0} vorgegeben werden. Allerdings kommt man nicht darum herum, sich Gedanken über die Wahl der physikalisch auftretenden **S**pannungs-**N**ull**k**omponente (SNK) u_{SM} (Figur 5.1 a (unten), auch WR-SNK genannt) bzw. u_{S0} (Figur 5.1 b und Figur 5.2 e (unten), auch Last-SNK genannt) zu machen. Sie tritt bei der Formulierung der gewünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ zwangsläufig in Erscheinung. Bei symmetrischer Last – wie es

in dieser Arbeit immer vorausgesetzt wird – lassen sich die Sternpunkts-bezogenen Lastphasenspannungen $u_{Lx,y,zS,w}$ ähnlich wie nach Gl. (5.17) durch (Co-)Sinusfunktionen ansetzen:

$$u_{Lx,y,zS,w} = \begin{bmatrix} U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0}) \\ U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} - 2\pi/3) \\ U_L \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{mit } U_L = U_{WR})$$

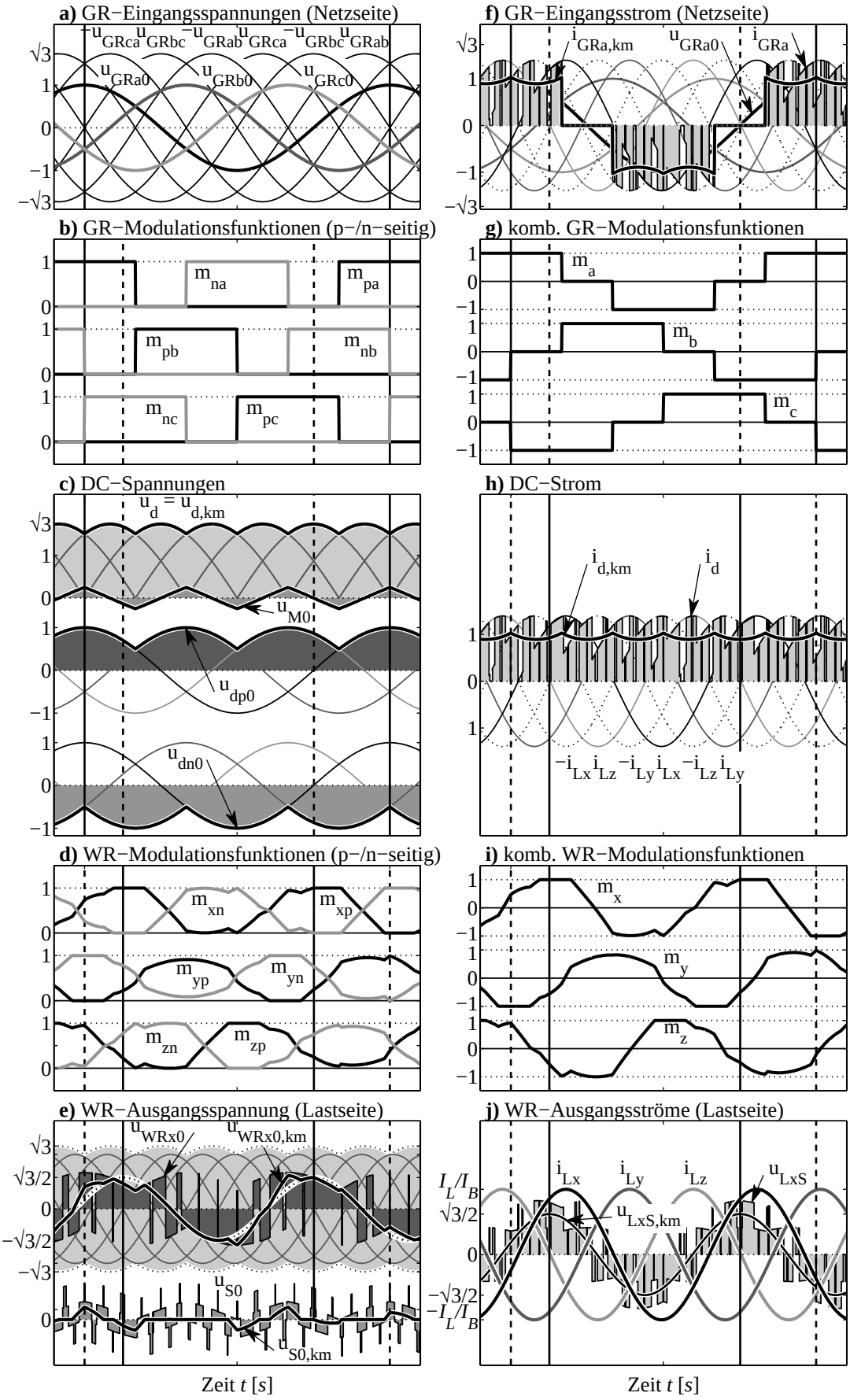
$$= u_{WRx,y,z0,w} - u_{S0,w} \tag{5.18}$$

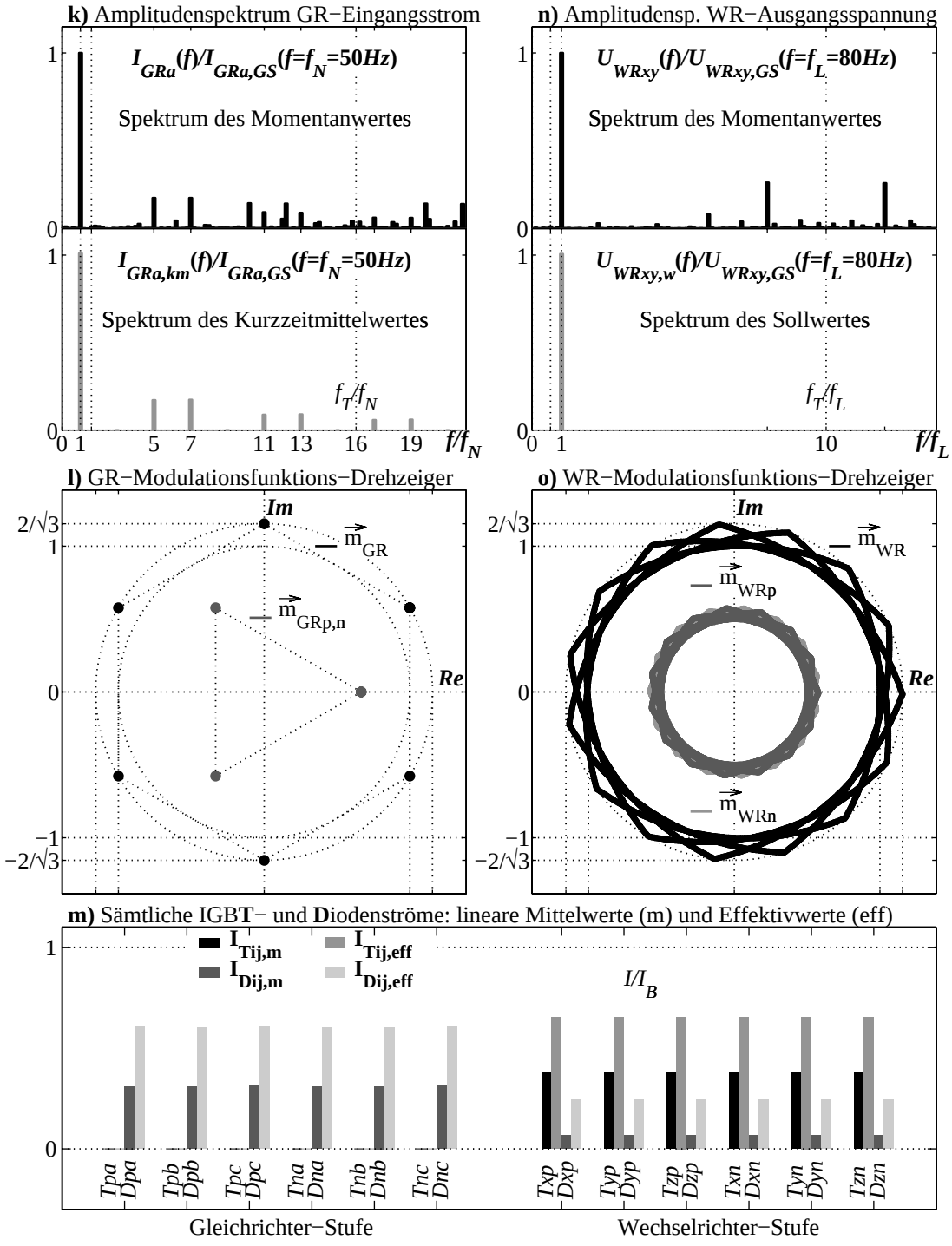
Betrachtet man nun Gl. (5.18), so steht man vor der Frage, wie die Spannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ bzw. $u_{S0,w}$ nun am besten gewählten werden sollen. Die Figur 5.1 b gibt darauf Antwort: Die auf den Nulleiter bezogenen WR-Soll-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ werden identisch wie die gleichtaktfreien Lastspannungen $u_{Lx,y,zS,w}$ gewählt, solange alle drei Sollspannungen in dem durch u_{dp0} und u_{dn0} bezüglich der DC-Mitte M aufgespannten Spannungsband $\pm u_d/2$ Platz haben. Sobald eine der drei Spannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ grösser als u_{dp0} bzw. kleiner als u_{dn0} wird, subtrahiert der WR-Modulator den über das Spannungsband "$(u_{dp0}) - (u_{dn0})$" hinausragende Teil bei allen drei Phasen gleichzeitig. Deshalb wird diese Methode auch *beidseitiges Coupieren* genannt [29]. Bei diesem abgeschnittenen Signalteil handelt es sich definitionsgemäss um die gesuchte SNK $u_{S0,w}$. Es ist also möglich, diese gewünschte (Index w) Last-SNK durch folgende logische Vergleichs-Operationen zu bestimmen:

$$\begin{aligned} u_{S0,w} = \; - \; [\; & (u_{LxS,w} - u_{dp0}) \{\text{falls } (u_{LxS,w} > u_{dp0})\} \\ + \; & (u_{LxS,w} - u_{dn0}) \{\text{falls } (u_{dn0} > u_{LxS,w})\} \\ + \; & (u_{LyS,w} - u_{dp0}) \{\text{falls } (u_{LyS,w} > u_{dp0})\} \\ + \; & (u_{LyS,w} - u_{dn0}) \{\text{falls } (u_{dn0} > u_{LyS,w})\} \\ + \; & (u_{LzS,w} - u_{dp0}) \{\text{falls } (u_{LzS,w} > u_{dp0})\} \\ + \; & (u_{LzS,w} - u_{dn0}) \{\text{falls } (u_{dn0} > u_{LzS,w})\} \quad] \end{aligned} \tag{5.19}$$

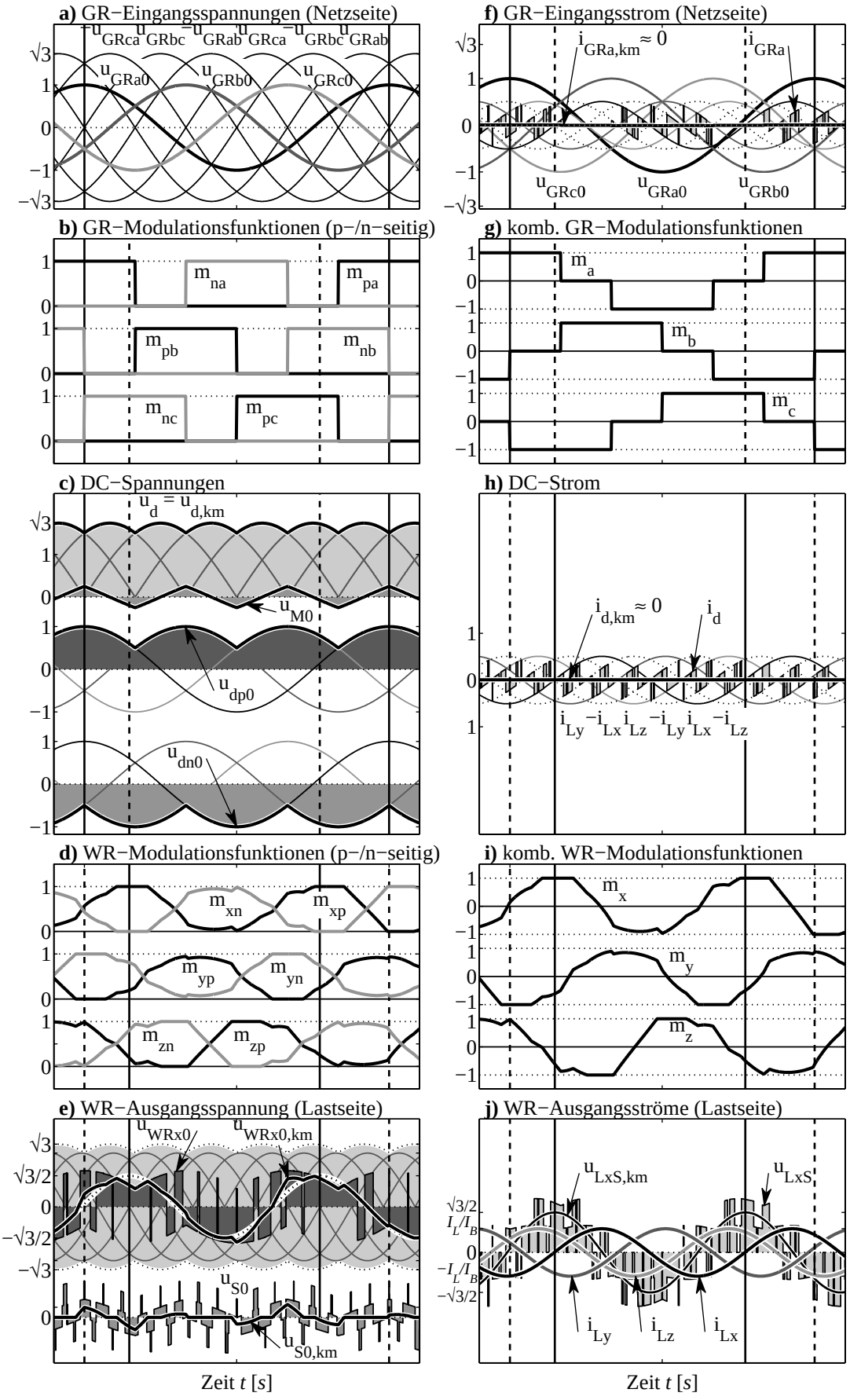
Auf diese Weise erhält man die korrigierte WR-Soll-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0,w}$:

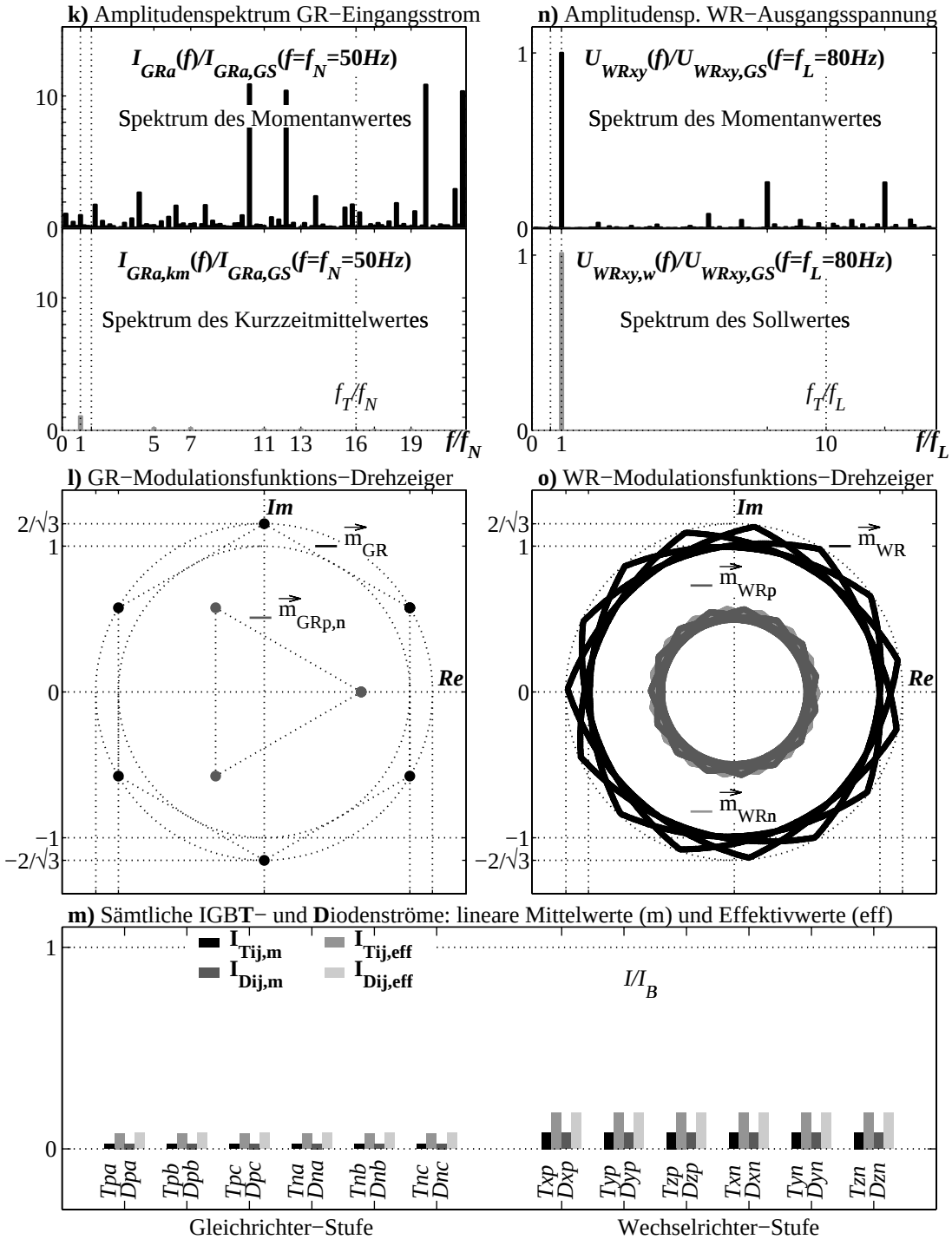
$$u_{WRx,y,z0,w} = u_{Lx,y,zS,w} + u_{S0,w} \tag{5.20}$$


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
c) DC−Spannungen
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]

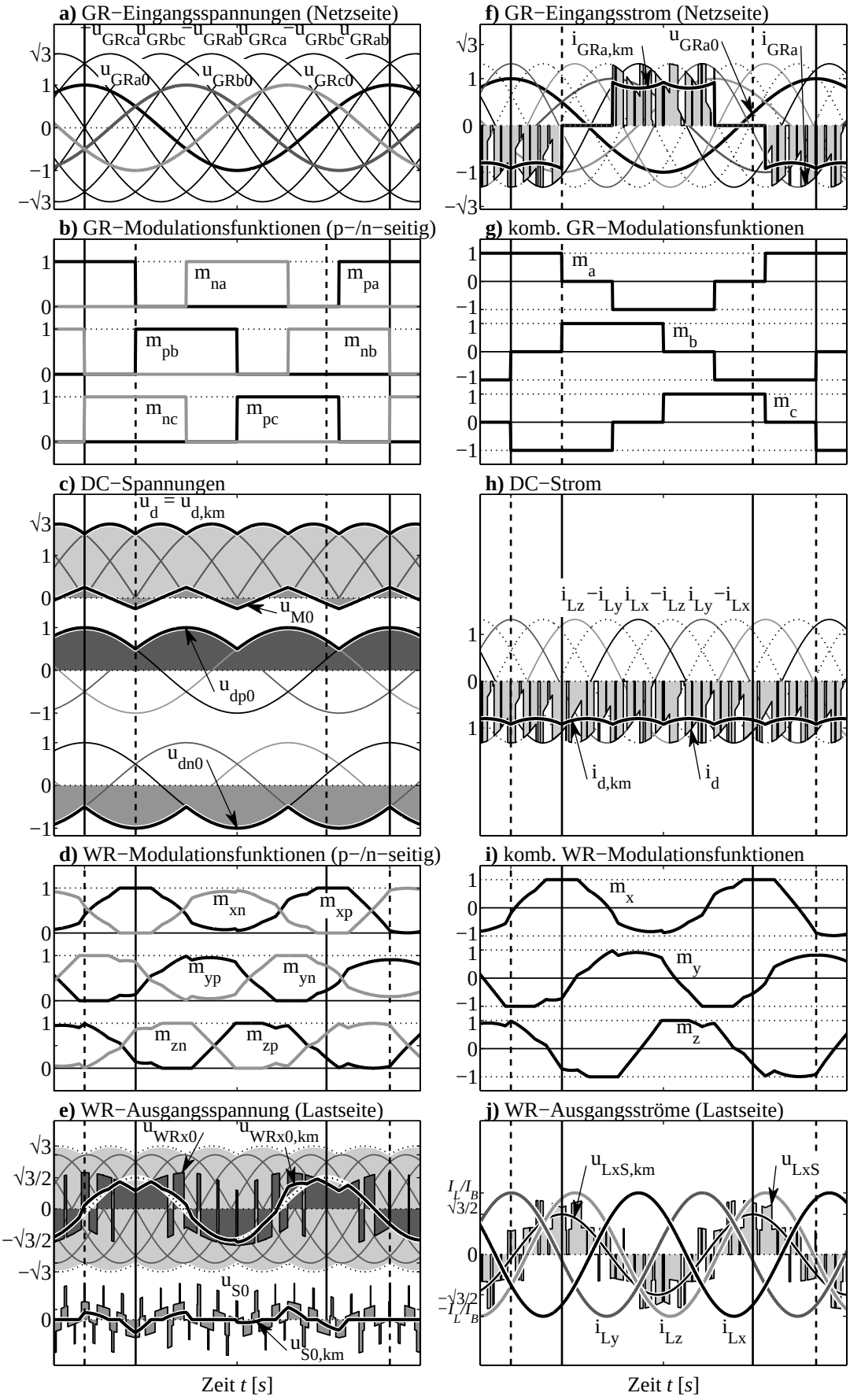


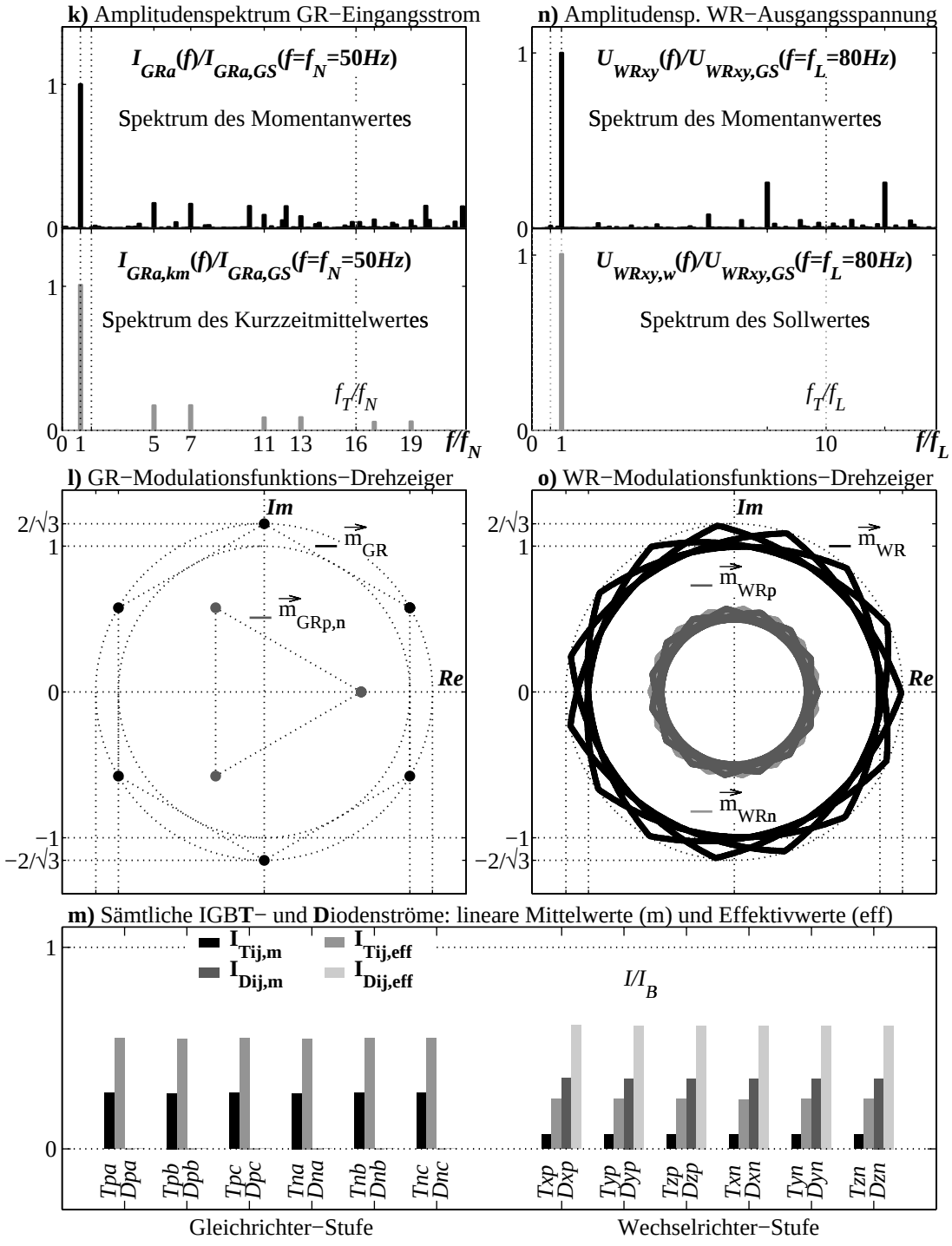
Figur 5.2: GR in **Grundfrequenztaktung (GFT)**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante A** (Figur 4.5). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 800Hz$, $P_N = 1.16$, $m_d = 0.5$,
$\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
u_GRca u_GRbc u_GRab u_GRca u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa m_pb m_nb m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d = u_d,km
u_M0 u_dp0 u_dn0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp m_yp m_yn m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km u_S0 u_S0,km
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km ≈ 0 i_GRa
u_GRc0 u_GRa0 u_GRb0
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_d,km ≈ 0 i_d
i_Ly −i_Lx i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
u_LxS,km u_LxS
i_Ly i_Lz i_Lx
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.3: GR in **Grundfrequenztaktung (GFT)**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(Leerlauf)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante A** (Figur 4.5). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 800Hz$, $P_N = 0.008$, $m_d = 0$,
$\Psi_{r,w,pu} = 0.562$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 89°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
u_GRca u_GRbc u_GRab u_GRca u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa m_pb m_nb m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d = u_d,km
u_M0 u_dp0 u_dn0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp m_yp m_yn m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km u_S0 u_S0,km
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km u_GRa0 i_GRa
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz i_Ly −i_Lx
i_d,km i_d
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
u_LxS,km u_LxS
I_L/I_B
i_Ly i_Lz i_Lx
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.4: GR in **Grundfrequenztaktung (GFT)**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(generatorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante A** (Figur 4.5). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 800Hz$, $P_N = -1.035$, $m_d = -0.5$,
$\Psi_{r,w,pu} = 0.574$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 144.4°$.

Dabei muss aber die Bedingung Gl. (5.16) des maximalen Spannungsübersetzungsverhältnisses stets eingehalten werden, da nur so mit der Methode des beidseitigen Coupierens "**ü**bersteuert" werden kann "**o**hne wirklich zu **ü**bersteuern" (ü.o.ü.). Ansonsten entstehen Verzerrungen in den erzeugten Lastspannungen $u_{Lx,y,zS}$, die dann keinen sinusförmigen Kurzzeitmittelwert $u_{Lx,y,zS,km}$ mehr ergeben. Das heisst es gilt dann $u_{Lx,y,zS,km} \neq u_{Lx,y,zS,w}$, was unbedingt zu vermeiden ist.

5.1.7 Resultierende WR-Modulationsfunktionen

Die resultierenden WR-Modulationsfunktionen $m_{x,y,zp}$, $m_{x,y,zn}$ (siehe Figur 5.2 d) bzw. $m_{x,y,z}$ (siehe Figur 5.2 i) sorgen neben der Kompensation der DC-Verschiebung und der DC-Pulsation (siehe Abschnitt 5.1.4) auch für die Erzeugung der gewünschten SNK $u_{S0,km} = u_{S0,w}$. Die Werte von $m_{x,y,z}$ sind im Gegensatz zum GR kontinuierlich (vergleiche Gl. (3.50) ÷ (3.52)). Für die kombinierten WR-Modulationsfunktionen $m_{x,y,z}$ findet man anhand der Maschenbeziehungen gemäss Figur 3.1 (Seite 66) mit $u_{WRx,y,zM(,w)}$ in Kapitel 3:

$$m_{x,y,z} = \frac{u_{WRx,y,zM,w}}{u_d/2} = \frac{u_{Lx,y,zS,w} + u_{SM,w}}{u_d/2}$$

$$= \frac{u_{Lx,y,zS,w} + u_{S0,w} - u_{M0}}{u_d/2} \qquad (5.21)$$

$$= \frac{u_{WRx,y,z0,w} - u_{M0}}{u_d/2}$$

In Gl. (5.21) lässt sich gut erkennen, dass neben der DC-SNK u_{M0} gemäss Gl. (3.82) (im Zähler) als Mass für die DC-Mittenverschiebung und der Pulsation mit $u_d/2$ (im Nenner) zusätzlich die aus Gl. (5.19) vorzeitig ermittelte Last-SNK $u_{S0,w}$ gemäss Gl. (3.84) bei der Berechnung der WR-Modulationsfunktionen $m_{x,y,z}$ im Zähler auftaucht.

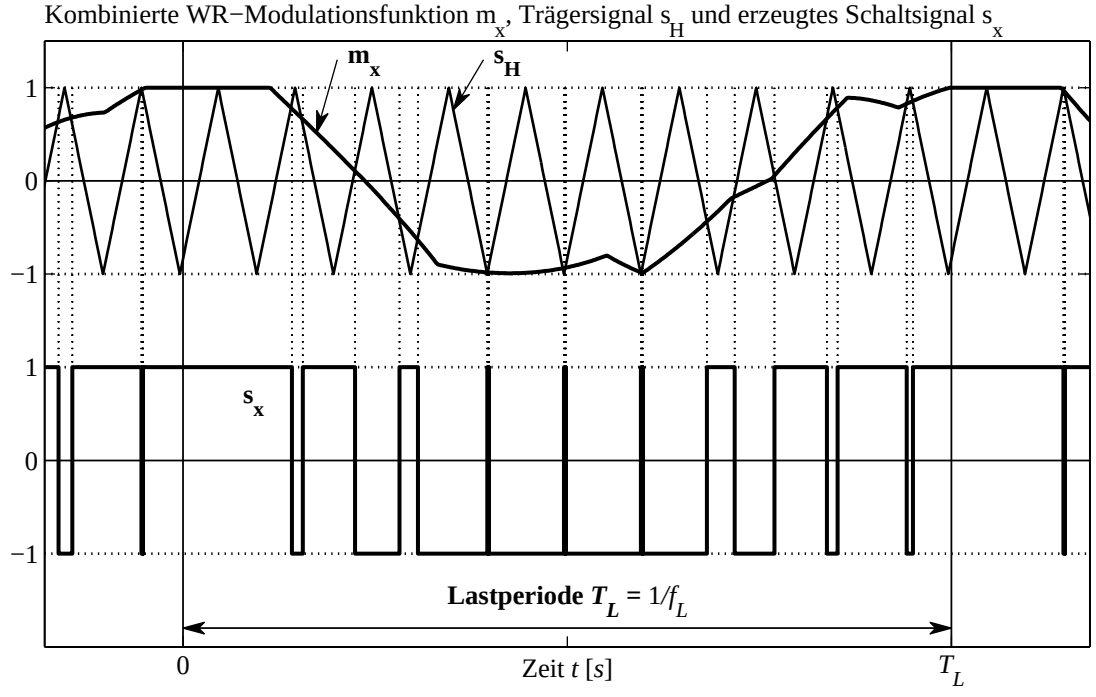
Weiter lassen sich unter Zuhilfenahme der Gl.(3.45) ÷ (3.48) die einzelnen p- und n-WR-Modulationsfunktionen bestimmen. Die folgenden Zusammenhänge sind auch allgemein gültig:

$$m_{x,y,zp} = \frac{1 + m_{x,y,z}}{2} \quad \text{und} \quad m_{x,y,zn} = \frac{1 - m_{x,y,z}}{2} \qquad (5.22)$$

Das in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 dargestellte Beispiel für die GR-GFT zeigt den Fall der Sinus-Vollaussteuerung mit $U_L = U_{L,max} = \sqrt{3}/2 \cdot U_N$. Sobald eine der drei WR-Ausgangsspannungs-Sollwerte $u_{WRx,y,z0,w}$ in das realisierbare Spannungsband zurück-"coupiert" wird, bleibt die Modulationsfunktion der betreffenden Phase am Anschlag (Figur 5.2 ÷ 5.4 d,i bzw. Figur 5.5) und damit genau an der Grenze des erlaubten Bereiches $[-1 \ldots 1]$.

5.1.8 WR-Ansteuerung mit USV

Der WR wird mit dem gewöhnlichen **U**nter**s**chwingungs**v**erfahren (USV) angesteuert. Dabei wird für jeden WR-Halbbrückenzweig die entsprechende kombinierte Modulationsfunktion $m_{x,y,z}$ mit einem allen drei Ausgangsphasen x,y,z gemeinsamen dreieckförmigen Trägersignal s_H verglichen, um daraus die Schaltsignale $s_{x,y,z}$ abzuleiten [29]. In Figur 5.5 ist das Prinzip dazu dargestellt. Da zwischen Schaltfunktionen s_{ij} dieselben Beziehungen gelten wie zwischen Modulationsfunktionen m_{ij}, können zur Berechnung der Umschalter-bezogenen Schaltfunktionen $s_{x,y,zp}$ und $s_{x,y,zn}$ die Beziehungen in Gl. (5.22) herangezogen werden.



Figur 5.5: Übergang vom WR-Modulationssignal m_x zum Schaltsignal s_x mit USV bei einer Taktfrequenz von $f_T = 10 \cdot f_L = 800Hz$ und beidseitig symmetrischem dreieckförmigem Trägersignal s_H.

5.1.9 Modulationsgrade des ZMK

Die Bilder auf der rechten Seite in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 l,o zeigen ferner die Drehzeiger aller Modulationsfunktionen $\vec{m}_{GR}$, $\vec{m}_{GRp}$, $\vec{m}_{GRn}$, $\vec{m}_{WR}$, $\vec{m}_{WRp}$ und $\vec{m}_{WRn}$, die bereits in den Gl. (3.100) ÷ (3.105) in Kapitel 3 für die Schaltfunktionen definiert wurden. Für die gezeigte Simulation wird WR-Vollaussteuerung vorausgesetzt (d.h. $m = 1$ gemäss Definition Gl. (3.26)), bei der in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 l,o die Absolutwerte der beiden entsprechenden Drehzeiger bei GR-GFT sich in folgenden Wertebereichen bewegen:

$$\left|\vec{m}_{GR}\right| = 2/\sqrt{3} = konst \qquad \text{und} \qquad \left|\vec{m}_{WR}\right| = [1\ldots 2/\sqrt{3}] \tag{5.23}$$

Da der GR bei GFT ohnehin die jederzeit maximal zur Verfügung stehende Eingangsspannung gleichrichtet, handelt es sich bei $\left|\vec{m}_{GR}\right| = 2/\sqrt{3}$ um das Maximum jeder denkbaren Modulationsmethode. Ähnliches gilt auch für den WR, denn dieser befindet sich für den in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 l,o gezeigten Fall ebenfalls in Vollaussteuerung. Es gilt $\left|\vec{m}_{WR}\right|_{max} = 2/\sqrt{3}$ mit dem einzigen Unterschied, dass dort $\left|\vec{m}_{WR}\right|$ variiert im Gegensatz zu $\left|\vec{m}_{GR}\right| = konst$ (Gl. (5.23)).

Es ist zweckmässig, die beiden Betragswerte der GR- und WR-Modulationsfunktionsdrehzeiger $\left|\vec{m}_{GR}\right|$ und $\left|\vec{m}_{WR}\right|$ gerade so zu skalieren, dass sich ein **dynamischer Modulationsgrad** $m_{GR}(t)$ bzw. $m_{WR}(t)$ ergibt, der prinzipiell in einem normierten Intervall zwischen Null und eins zu liegen kommt.

$$m_{GR}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|\vec{m}_{GR}\right| = [0\ldots 1] \tag{5.24}$$

$$m_{WR}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|\vec{m}_{WR}\right| = [0\ldots 1]^{4} \tag{5.25}$$

Ferner eignet sich der in Gl. (5.26) definierte **(Gesamt-)Modulationsgrad** $m = [0\ldots 1]$ besonders, um das Übersetzungsverhältnis des ZMK aus Gl. (5.16) je nach Aussteuerung zu skalieren. Er stellt ebenfalls eine normierte Grösse dar. Eine etwas andere Definition für denselben Modulationsgrad m wird dann in Unterkapitel 5.3 in Gl. (5.89) noch besprochen.

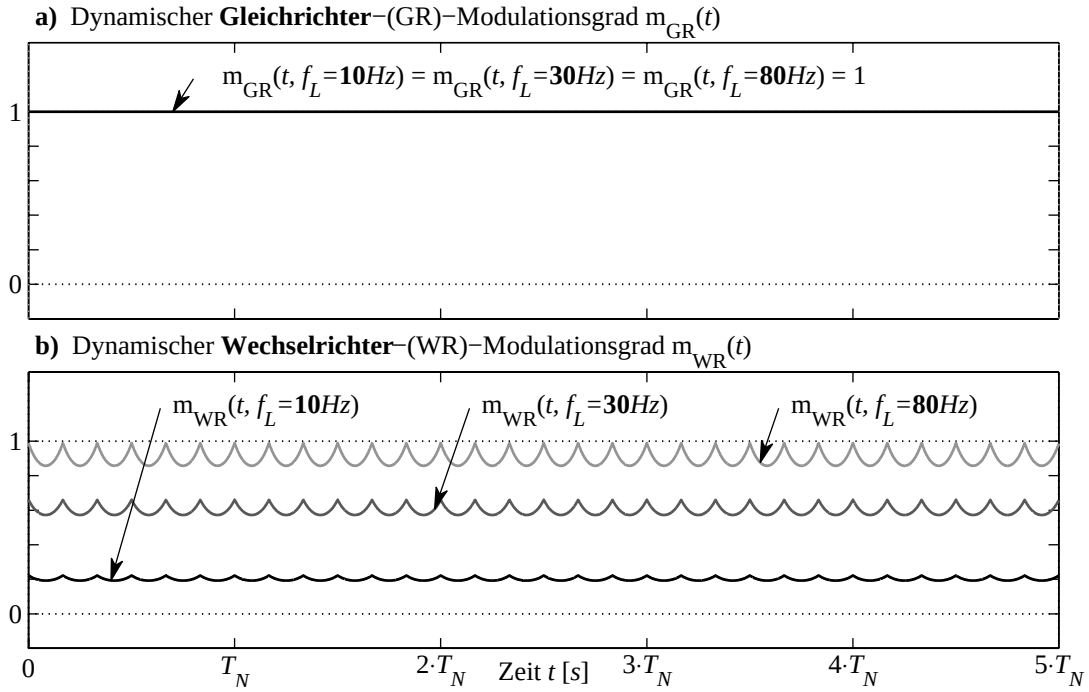
$$U_L = \sqrt{3}/2 \cdot m \cdot U_N \qquad\qquad m = [0\ldots 1] \tag{5.26}$$

---

4) zur Erweiterung des in Gl. (5.25) angegebenen Wertebereiches von m_{WR} auf $m_{WR} = [0\ldots 2/\sqrt{3}]$ bei Drehzeigermodulation siehe Abschnitt 5.4.4, Seite 225

Wie später noch gezeigt, gilt Gl. (5.26) neben der GR-GFT nur für jene Modulationsverfahren, bei denen die Grundschwingung $i_{GRa,b,c,GS}$ des aufgeprägten GR-Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ gerade in Phase zur anliegenden GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ liegt, also $\Delta\varphi_N = \Delta\varphi_{GR} = \varphi_{uGR0} - \varphi_{iGR0} = 0°$ gilt. Bei der GR-GFT gilt wegen der vereinfachten GR-Topologie-Variante A (Figur 4.5) immer die Beziehung $\Delta\varphi_{GR} = 0°$.

In Ergänzung zur Drehzeiger-Darstellung der Modulationsfunktionen gemäss den Figuren 5.2 ÷ 5.4 l,o sind in Figur 5.6 die dynamischen Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ gemäss den Gl. (5.24) ÷ (5.25) für verschiedene Ausgangsfrequenzen f_L abgebildet. Dabei wird auf die lineare



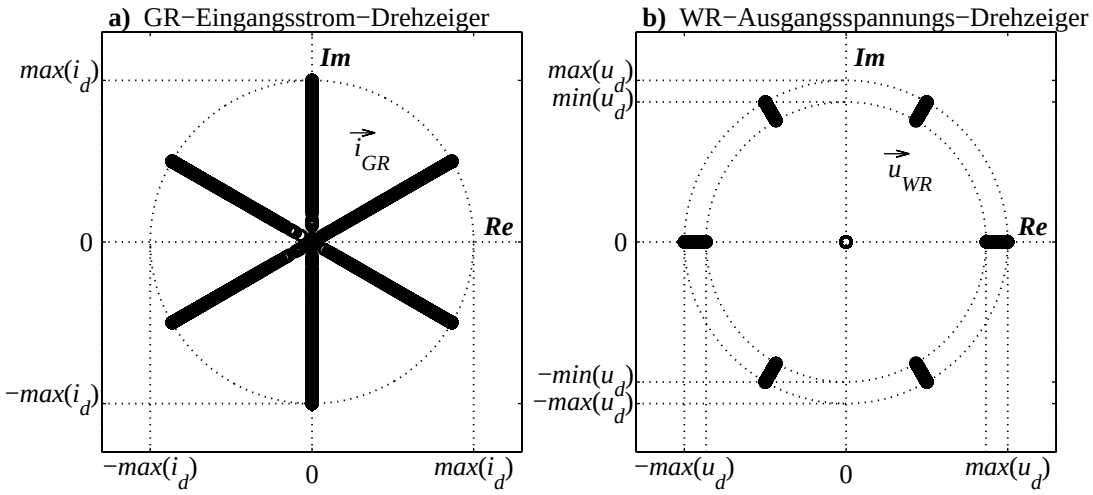
Figur 5.6: Dynamische Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ bei GR-GFT im Leerlauf und bei Last-(GS)-Frequenzen von f_L={ 10, 30, 80*Hz*} und linearer SFK: Rotorflusswerte $\Psi_{r,pu}$ = { 1.0, 1.0, 0.562 } .

Spannungs-**F**requenz-**K**ennlinie (SFK) der ASM Rücksicht genommen, indem bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz f_{Lg} die GS-Amplitude der Rotorflussverkettung Ψ_r konstant gehalten wird. Übersteigt die Ausgangsfrequenz f_L diese Grenzfrequenz f_{Lg}, so ist der Modulationsgrad m des Umrichters beim Maximum m = 1 angelangt, so dass für höhere Ausgangs-

frequenzen $f_L > f_{Lg}$ die ASM mit Feldschwächung betrieben werden muss (Näheres siehe [5]). Bei Belastung der ASM steigt diese Grenzfrequenz f_{Lg} leicht an. Sie beträgt für die in dieser Arbeit benutzte ASM ca. $f_{Lg} \approx 45Hz$.

5.1.10 Resultierende Drehzeiger

Die Drehzeiger $\vec{i}_{GR}$ und $\vec{u}_{WR}$ des GR-Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ und der WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0}$ sind in Figur 5.7 für motorischen Betrieb (entsprechend zur Figur 5.2) für den Spezialfall der GR-GFT abgebildet.



Figur 5.7: Typische Drehzeigerpositionen des Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ und der Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0}$ bei GR-GFT am Beispiel des motorischen Betriebes gemäss Figur 5.2.

Die einzelnen **Positionen des GR-Eingangsstromdrehzeigers** $\vec{i}_{GR}$ hängen direkt von der Grösse des geschalteten DC-Stromes i_d ab, der ganz verschiedene – für den gezeigten motorischen Betriebsfall positive – Momentanwerte annehmen kann. Dies ergibt eine strahlenförmige Verteilung derselben Werte in die sechs verschiedenen Winkelrichtungen des Drehzeigers (Figur 5.7 a).
Analog dazu hängen auch die einzelnen **Positionen des WR-Ausgangsspannungsdrehzeigers** $\vec{u}_{WR}$ direkt von der Grösse der kontinuierlich sich ändernden DC-Spannung u_d ab, die aber – im Vergleich zum DC-Strom i_d – nur Werte zwischen $min(u_d) = 3/2 \cdot U_N$ und $max(u_d) = \sqrt{3} \cdot U_N$ annimmt (siehe auch Figur 5.1 a). Auch dies ergibt eine strahlenförmige Verteilung der Werte in die sechs verschiedenen Winkelrichtungen im möglichen Bereich der DC-Spannungswerte (Figur 5.7 b).

5.1.11 Frequenzanalyse

Mittels Frequenzanalyse sollen die erzeugten Frequenzspektren der verketteten WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} und des resultierenden Eingangsstromes i_{GRa} untersucht werden. Die Amplituden der (Frequenz-)Spektren sind in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 k,n für Frequenzen im Bereich $f = [0 \ldots 1.1kHz]$ bei einer Taktfrequenz f_T von $f_T = 800Hz$ abgebildet. In der oberen Hälfte der Bilder k,n sind jeweils die Spektren der realen Grössen u_{WRxy} bzw. i_{GRa} zu sehen, während zum Vergleich die untere Hälfte das Spektrum der entsprechenden Kurzzeitmittelwerte (Index km) $u_{WRxy,km}$ bzw. $i_{GRa,km}$ mit derselben Skalierung zeigt. Die Taktfrequenz wurde absichtlich so tief gewählt, um erstens eine Übereinstimmung mit den zeitlichen Simulationen gemäss Figuren 5.2 ÷ 5.4 (links) zu gewährleisten und zweitens um zu zeigen, dass die rein taktfrequenzbedingten **O**ber**s**chwingungen (OS) im Vergleich zur **G**rund**s**chwingung (GS) immernoch gering erscheinen und der gezeigte Frequenzabstand zwischen GS und OS je nach Anwendung ausreichen kann.

Das Amplitudenspektrum $\mathrm{I_{GRa}}(f)$ **des GR-Eingangsstromes** i_{GRa} ist in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 k für Motor-, Leerlauf- und Generatorbetrieb auf die GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude $I_{GRa,GS} = I_{GR}$ normiert dargestellt.
Bei Motor- bzw. Generatorbetrieb bei jeweils halbem Nenndrehmoment $\pm m_{d,n}/2$ und positiver Drehzahl n der ASM lassen sich die netzfrequenten Harmonischen mit den ganzzahligen Vielfachen von 5, 7, 11, 13, u.s.w. bezüglich der GS aus dem (Frequenz-)Spektrum $\mathrm{I_{GRa,km}}(f)$ des Kurzzeitmittelwertes $i_{GRa,b,c,km}$ gut herauslesen. Der Strom $i_{GRa,b,c,km}$ bzw. $i_{GRa,b,c}$ weist eine rechteckblock-ähnliche Form auf, die aufgrund der blockförmigen Konversion des DC-Stromes $i_{d,km}$ bzw. i_d bei GR-GFT entsteht (Abschnitt 5.1.3). Dabei weist der DC-Strom $i_{d,km}$ bzw. i_d ähnlich wie die DC-Spannung $u_d = u_{d,km}$ ganzzahlige Vielfache der 6. Netz-Harmonischen auf (vergleiche Gl. (5.7)).
Bei Leerlauf müssen nur gerade die Verluste der ASM gedeckt werden, so dass in diesem Fall die GS $i_{GRa,b,c,GS}$ praktisch verschwindet. Im Verhältnis zu dieser winzigen GS dominieren die aufgrund der (absichtlich tief gewählten) Taktfrequenz f_T immer vorhandenen Strom-OS (siehe Figur 5.3 k).
Allgemein gilt, dass je höher die Taktfrequenz f_T gewählt wird, desto hochfrequenter werden die daraus hervorgerufenen Strom-OS $i_{GRa,b,c,OS}$ und umso leichter sind sie mit einem kleinen Eingangsfilter wegzufiltern.

Das Amplitudenspektrum $\mathrm{U_{WRxy}}(f)$ **der verketteten WR-Ausgangsspannung** u_{WRxy} ist in den Figuren 5.2 ÷ 5.4 n für Motor-, Leerlauf- und Generatorbetrieb auf die WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude

$U_{WRxy,GS} = U_{WR}$ normiert dargestellt. Dabei wird der WR immer voll ausgesteuert ($m = max(m_{WR}) = 1$), um die ASM bei der jeweils gezeigten Ausgangsfrequenz von $f_L = 80Hz$ zu betreiben. Aus diesem Grund sind die gezeigten Spektren – abgesehen von geringfügigen Abweichungen, die von den leicht unterschiedlichen Anfangsphasenwinkeln φ_{uL0} herrühren – praktisch identisch. Diese kleine Phasenverschiebung erkennt man, wenn man in allen Figuren 5.2 ÷ 5.4 e die Lage der eingezeichneten Lastperiode $T_L = 1/f_L$ miteinander vergleicht. Das Spektrum $U_{WRxy}(f)$ weist im Vergleich zum Spektrum $I_{GRa}(f)$ des Eingangsstromes nur taktfrequenzbedingte Komponenten auf, da das Amplitudenspektrum $U_{WRxy,w}(f)$ des zu erzeugenden Kurzzeitmittelwertes $u_{WRxy,w}$ nur die Last-(GS)-Frequenz $f = f_L$ enthält.

Um eine Frequenzanalyse korrekt durchzuführen, muss das zu untersuchende Signal x über eine bestimmte Periode T berücksichtigt werden [31]. Da bei dem untersuchten ZMK die erzeugten Grössen immer mit beiden Dreiphasensystemen gekoppelt sind, muss die Frequenzanalyse über eine Zeitdauer $T_{Frequenzanalyse}$ nach Gl. (5.27), also mit dem **k**leinsten **g**emeinsamen **V**ielfachen (kgV) der aktuellen Netz- (T_N), Last- (T_L) und Taktperiodendauer (T_T) durchgeführt werden. Gleichbedeutend dazu lässt sich dieselbe Bedingung für die Signaldauerbetrachtung auch mit dem **g**rössten **g**emeinsamen **T**eiler (ggT) der auftretenden Frequenzen nach Gl. (5.28) ausdrücken:

$$T_{Frequenzanalyse} = T_{ZMK} = kgV(T_N, T_L, T_T) \tag{5.27}$$

$$f_{Frequenzanalyse} = f_{ZMK} = ggT(f_N, f_L, f_T) \tag{5.28}$$

5.1.12 Zusammenfassung

Ein **Vorteil** der **G**leich**r**ichter-**G**rund**f**requenz**t**aktung (GR-GFT) liegt darin, dass man mit der reduzierten Schaltungstopologie-Variante A gemäss Figur 4.5 auskommt. Sie benötigt die kleinste Anzahl an Halbleitern. Einen anderen Vorteil stellen die zum **U**nter**s**chwingungs**v**erfahren (USV) vergleichsweise geringen Schaltverluste auf der GR-Seite dar.

Der grosse **Nachteil** der GR-GFT besteht eindeutig darin, dass keine sinusförmigen Kurzzeitmittelwerte $i_{GRa,b,c,km}$ für die GR-Eingangsströme $i_{GRa,b,c}$ erzeugt werden können. Der Grund dafür liegt darin, dass durch die speziell vorgeschriebene Wechselspannungs-Gleichrichtung ($u_{GRa,b,c0} \rightarrow u_{dp0}, u_{dn0}$) nicht gleichzeitig die in umgekehrter Richtung verlaufende Gleichstrom-Wechselrichtung ($i_d \rightarrow i_{GRa,b,c}$) berücksichtigt werden kann

(Abschnitt 5.1.2). Um dies zu erreichen, müsste die Logik des WR miteinbezogen werden. Der GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ beinhaltet Tief-Harmonische mit den ganzzahligen Vielfachen von 5, 7, 11, 13, u.s.w., die auch mit nachfolgender Filterung im geglätteten Netzstrom $i_{Na,b,c}$ bestehen bleiben.

Der Einsatz der beschriebenen Schaltungstopologie-Variante A (Figur 4.5) kann vor allem bei höheren Leistungen durchaus interessant sein, sobald nämlich die Schaltverluste wegen zu hohen Schaltfrequenzen ins Gewicht fallen (Beispiel eines praktischen Einsatzes: Reihenschaltung zweier 6-Puls-GR[5] nach Figur 4.5 zu einem 12-Puls GR mit besserer Eingangsstromform).

Im folgenden werden ausschliesslich Modulationsmethoden untersucht, bei denen *beide* Stufen des ZMK nach dem USV angesteuert werden (siehe Unterkapitel 5.2 ÷ 5.5). Dies kommt einer gleichmässigeren Schaltbelastung der Halbleiterventile zu Gute, da alle Halbleiter ähnlich oft ein- und ausgeschaltet werden (vergleiche dazu Gl. (5.141), Seite 263).

5.2 Drehzeigermodulation zur Erzeugung von sinusförmigen Ein- und Ausgangsgrössen

In diesem Unterkapitel wird ein allgemeines Drehzeigerverfahren vorgestellt, um neben der Erzeugung eines sinusförmigen Spannungskurzzeitmittelwertes am WR-Ausgang ebenso einen sinusförmigen Stromkurzzeitmittelwert am GR-Eingang garantieren zu können ([14],[16],[17]). Um dies zu erreichen, muss im Unterschied zur GR-GFT (Unterkapitel 5.1) nicht nur die Spannungs-Konversion sondern *auch die Strom-Konversion* bei der Auslegung des Modulationsverfahrens berücksichtigt werden. Daher erscheint eine Synchronisierung beider Stufen zweckmässig, indem GR und WR mit denselben Taktfrequenzen f_T betrieben werden, um innerhalb derselben Zeitdauer (= 1 Taktperiode) die vorgegebenen Sollwerte am Ein- und Ausgang des ZMK einzustellen. In diesem Fall bedeutet dies, dass die Modulationsfunktionen von GR und WR nicht mehr unabhängig voneinander – wie bei der GR-GFT – berechnet werden, sondern innerhalb eines Taktintervalles aufeinander abgestimmt sein müssen. Unterschiedliche Taktfrequenzen für die GR- und WR-Stufe und daraus resultierende Pulsmuster wurden abgesehen von der GR-GFT in dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

---

5) siehe auch den Zusammenhang zur Bemerkung unter [1] auf Seite 124 in Kapitel 4

Das in Abschnitt 5.2.1 vorgestellte Prinzip der Drehzeigermodulation gibt eine mögliche Vorstellung zur grafischen Interpretation der Modulationsfunktionen, aus denen sich die Tastverhältnisse τ_{ij} für die einzelnen (Dreh-)Zeigerpositionen der GR- und WR-Stufe ermitteln lassen (Abschnitte 5.2.2 ÷ 5.2.3). Dabei muss die eindeutige Wahl der Nullzustände (siehe Abschnitt 2.2.4 (Seite 61)) im voraus festgelegt werden, um für die Tastverhältnisse eine eindeutige Lösung zu erhalten.
Die in Abschnitt 5.2.4 beschriebene zyklische Vertauschung der Modulations- bzw. Schaltfunktionen gilt für jedes Drehzeigermodulationsverfahren und ist ganz allgemein gültig.
Abschnitt 5.2.5 zeigt sämtliche erzeugbaren Drehzeigerkombinationen des ZMK mit den entsprechenden Tastverhältnissen τ_{ij}, die direkt aus den einzelnen Tastverhältnissen $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$ auf der GR-Seite und $\tau_{\mu,\nu,\xi}$ auf der WR-Seite bestimmt werden. Jede Drehzeigerkombination mit zugehörigem Tastverhältnis stellt einen bestimmten Schaltzustand $SZ_{1,\ldots,72}$ des ZMK dar (vergleiche Abschnitt 2.2.4). Ein Tastverhältnis stellt eine auf die Taktperiode normierte Zeit dar. Durch eine festgelegte Aneinanderreihung von möglichen Drehzeigerkombinationen entsteht eine definierte Schaltsequenz.
Abschnitt 5.2.6 geht auf den Einfluss einer gewählten Schaltsequenz auf die Anzahl Schalthandlungen ein. Es werden zwei Schaltsequenzen vorgestellt, die es erlauben, den ZMK mit einer minimaler Anzahl an Umschaltungen anzusteuern.

5.2.1 Eingangsstrom- und Ausgangsspannungsdrehzeiger

Auf der Lastseite soll mit dem ZMK – ***basierend auf der Spannungs-Konversion*** – eine **As**ynchron**m**aschine (ASM) mit einstellbarer Drehzahl angesteuert werden. Die Lastregelung sorgt dafür, dass die ASM im Betrieb mit genügender Spannung versorgt wird, um die gewünschte Drehzahl erreichen zu können und ohne dabei zu grosse Statorströme in den Wicklungen zu verursachen. Eine Rotorflussregelung sorgt dafür, dass die ASM magnetisch falls möglich immer voll ausgenutzt bleibt und in den Feldschwächbereich übergeht, sobald die Spannung aufgrund einer höheren Drehzahl bei maximaler ZMK-Aussteuerung am Anschlag angekommen ist (siehe dazu Abschnitt 5.1.5). Die kaskadierte Lastregelung[6] bestimmt ausgehend vom äusseren Drehzahl- und Rotorflussregler über den inneren Statorstromregler die Sollwerte zur Erzeugung der Lastphasenspannung $u_{Lx,y,zS}$ mit GS-Amplitude U_L, Ausgangsfrequenz f_L und Phasenlage φ_{uL0}. Die Lastspan-

6) Die Anordnung der Lastregelung ist in Figur 8.11 auf Seite 326 abgebildet.

nung $u_{Lx,y,zS}$ ist direkt von der netzseitig aufgeprägten GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ abhängig und bewirkt lastseitig in der ASM je nach Belastung einen bestimmten Laststrom $i_{Lx,y,z}$ mit einer von der Belastung abhängigen GS-Amplitude I_L und einer der Strom-GS $i_{Lx,y,z,GS}$ zugeordneten Phasenlage φ_{iL0} mit derselben Last-(GS)-Frequenz f_L.

Auf der Netzseite kann – ***basierend auf der Strom-Konversion*** – je nach Betriebsmodus (d.h. Regelung oder Steuerung)

- entweder mit einem **Netzstromregler** der Netz-Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_N = \varphi_{uN0} - \varphi_{iN0}$ zwischen der rein sinusförmig angenommenen Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ und der gefilterten Netzstrom-GS $i_{Na,b,c,GS}$,
- oder aber **gesteuert** direkt als Stellgrösse der Phasenwinkel $\varphi_{iGR0} = \varphi_{uGR0} - \Delta\varphi_{GR}$ der erzeugten GR-Eingangsstrom-GS $i_{GRa,b,c,GS}$ in Bezug auf die GR-Eingangsspannungs-GS $u_{GRa,b,c0,GS}$

eingestellt werden. Der erzeugte GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ ergibt sich aufgrund der Strom-Konversion des ZMK. Er ist gleich wie der Laststrom $i_{Lx,y,z}$ von der bezogenen Leistung abhängig, so dass sich bei einem entweder durch die Netzregelung oder Steuerung vorgegebenen Phasenwinkel φ_{iGR0} am GR-Eingang eine bestimmte GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude I_{GR} ergibt. Diese hängt ganz von der Belastung ab und kann nicht frei gewählt werden.

Für die Modulation des ZMK sind folgende elektrische Grössen jederzeit und *unabhängig vom Modulationsverfahren* als **vorgegeben** zu betrachten:

Netzseite: $u_{GRa,b,c0}$, $\omega_N t$, φ_{uGR0}, φ_{iGR0},

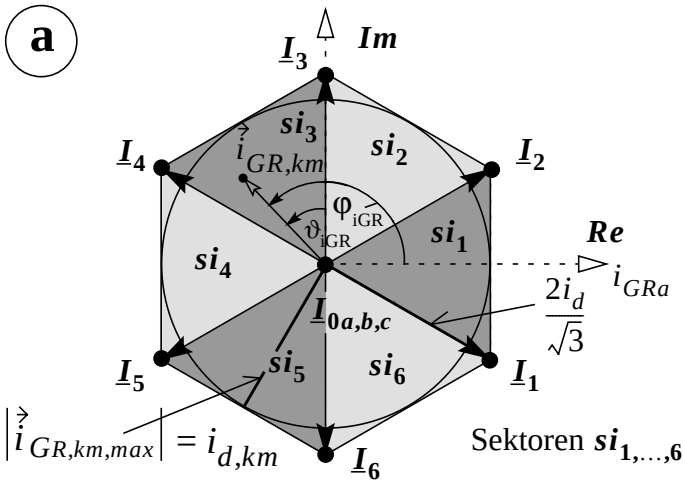
Lastseite: $u_{Lx,y,zS,w}$, $i_{Lx,y,z}$, $\omega_L t$, φ_{uL0}, $\varphi_{iL0} = \varphi_{iWR0}$.

Da die Auslegung der Modulation ohne Betrachtung des Eingangsfilters erfolgen kann, werde in diesem Kapitel überall $\varphi_{uGR0} = 0°$ angenommen.

Im folgenden sollen nun aufbauend auf den oben beschriebenen vorgegebenen Grössen im Hinblick auf die Drehzeigermodulation die erzeugbaren Strom- und Spannungsdrehzeiger erklärt werden:

Der **GR-Eingangsstromdrehzeiger** $\vec{i}_{GR}$ nimmt immer entweder eine der sechs strombildenden komplexen Zeigerpositionen $\underline{I}_{1,\ldots,6}$ oder einen der drei möglichen Nullzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ an (Figur 5.8 a).

Der **WR-Ausgangsspannungsdrehzeiger** $\vec{u}_{WR}$ nimmt immer entweder eine der sechs spannungsbildenden komplexen Zeigerpositionen $\underline{U}_{1,\ldots,6}$ oder einen der zwei möglichen Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ an (Figur 5.8 b).

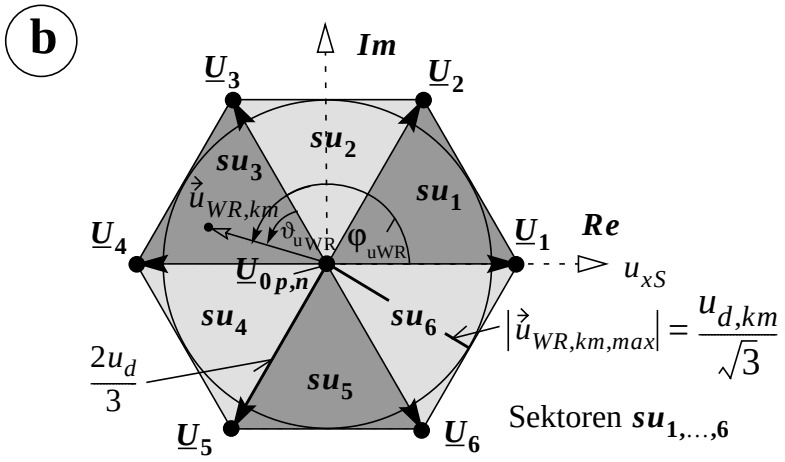


$\underline{I}_i$	≅	(pn)
$\underline{I}_1$	≅	(ab)
$\underline{I}_2$	≅	(ac)
$\underline{I}_3$	≅	(bc)
$\underline{I}_4$	≅	(ba)
$\underline{I}_5$	≅	(ca)
$\underline{I}_6$	≅	(cb)
$\underline{I}_{0a}$	≅	(aa)
$\underline{I}_{0b}$	≅	(bb)
$\underline{I}_{0c}$	≅	(cc)

Phasenwinkel: $\varphi_{iGR} = \omega_N t + \varphi_{iGR0}$

Sektorwinkel: $\vartheta_{iGR} = \left(\varphi_{iGR} + \frac{\pi}{6}\right) mod \frac{\pi}{3}$

$$\left(0 \le \vartheta_{iGR} \le \frac{\pi}{3}\right)$$



$\underline{U}_i$	≅	(xyz)
$\underline{U}_1$	≅	(pnn)
$\underline{U}_2$	≅	(ppn)
$\underline{U}_3$	≅	(npn)
$\underline{U}_4$	≅	(npp)
$\underline{U}_5$	≅	(nnp)
$\underline{U}_6$	≅	(pnp)
$\underline{U}_{0p}$	≅	(ppp)
$\underline{U}_{0n}$	≅	(nnn)

Phasenwinkel: $\varphi_{uWR} = \omega_L t + \varphi_{uWR0}$

Sektorwinkel: $\vartheta_{uWR} = \varphi_{uWR} \; mod \; \frac{\pi}{3}$

$$\left(0 \le \vartheta_{uWR} \le \frac{\pi}{3}\right)$$

Figur 5.8: Drehzeiger-Hexagon des GR-Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ mit Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ und grau hinterlegten Sektoren $si_{1,\ldots,6}$ (a); Drehzeiger-Hexagon der WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0}$ mit Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ und grau hinterlegten Sektoren $si_{1,\ldots,6}$ (b).

Die zeitliche Sequenz verschiedener Zeigerpositionen soll durch den Modulator so erfolgen, dass im Kurzzeitmittelwert – d.h. über eine Taktperiode T_T betrachtet – sinusförmige Dreiphasengrössen mit einem entsprechend kreisförmig und mit konstanter Geschwindigkeit umlaufenden Sollwert-Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ entsteht. Die momentanen Zeigeramplituden können sich während einer bestimmten Position $\underline{I}_i$ bzw. $\underline{U}_i$ sprunghaft verändern, nämlich genau dann, wenn z.B. der DC-Strom i_d bzw. die DC-Spannung u_d ihren Wert sprunghaft ändert. Analog zu den Momentanwerten $\underline{I}_i$ bzw. $\underline{U}_i$ kann man sich auch Kurzzeitmittelwerte (Index km) $\underline{I}_{i,km}$ bzw. $\underline{U}_{i,km}$ vorstellen. Dabei beträgt die momentane Zeigeramplitude $I_{1,\ldots,6} = \left|\underline{I}_{1,\ldots,6}\right|$ des GR-Eingangsstromes stets

$$I_{1,\ldots,6} = 2i_d/\sqrt{3} \quad \text{bzw.} \quad I_{1,\ldots,6,km} = 2i_{d,km}/\sqrt{3}, \tag{5.29}$$

während für die momentane Zeigeramplitude $U_{1,\ldots,6} = \left|\underline{U}_{1,\ldots,6}\right|$ der WR-Ausgangsspannung

$$U_{1,\ldots,6} = 2u_d/3 \quad \text{bzw.} \quad U_{1,\ldots,6,km} = 2u_{d,km}/3 \tag{5.30}$$

gilt. Beide Gl. (5.29) ÷ (5.30) können leicht überprüft werden, indem jeweils eine der sechs möglichen Zeigerpositionen $\underline{I}_i$ bzw. $\underline{U}_i$ gemäss Figur 5.8 in Gl. (3.115) bzw. Gl. (3.130) in den Tafeln 3.1 ÷ 3.2 mit den entsprechenden Schaltfunktionen eingesetzt und in ihrer Länge berechnet wird.

Der dynamische Phasenwinkel φ_{iGR} bzw. φ_{uWR} von $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ und die zugeordneten Sektorwinkel υ_{iGR} bzw. υ_{uWR} sind in der Figur 5.8 abgebildet. Sie liefern dem Modulator die zentrale Information auf der GR- und auf der WR-Seite, um aus der aktuellen Position des Sollwert-Drehzeigers $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ auf den momentan gültigen Stromsektor $si_{1,\ldots,6}$ bzw. Spannungssektor $su_{1,\ldots,6}$ schliessen zu können.

5.2.2 Stromdrehzeiger-Tastverhältnisse des GR

Anhand von Figur 5.8 a soll die Berechnung der sektorbezogenen Tastverhältnisse $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$ für die einzelnen Zeigerpostionen des GR-Eingangsstromes gezeigt und in Funktion der GR-Modulationsfunktionen m_{ij} ausgedrückt werden. Dabei wird als Beispiel angenommen, der Sollwert-Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ befinde sich gerade innerhalb des ersten Stromsektors si_1. Es lässt sich – wie nachfolgend erklärt – erkennen, dass in diesem Sektor der Nullzustand $\underline{I}_{0a}$ von den drei möglichen Nullzuständen $\underline{I}_{0a,b,c}$ zur geringsten Anzahl Schalthandlungen für den GR führt und daher optimal ist. Auf diese

Weise muss nämlich der p-Umschalter innerhalb einer Taktperiode T_T zur Erzeugung der Zustände $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ und $\underline{I}_{0a}$ gar nie umgeschaltet werden, so dass $m_{pa} = 1$ und $m_{pb} = m_{pc} = 0$ gilt. Jeder Nullzustand hat ja physikalisch dieselbe Wirkung auf das Input-Output-Verhalten des ZMK. Deshalb erweist sich das Kriterium der minimalen Anzahl Schalthandlungen bei der Auswahl eines optimalen Nullzustandes innerhalb eines Stromsektors $si_{1,\ldots,6}$ als gerechtfertigt. Diese Festlegung ist in Tabelle 5.1 (Seite 179) bereits berücksichtigt, was an den 0- und 1-Werten auf der GR-Seite zu erkennen ist. Die Tabelle gibt an, wie die einzelnen Modulationsfunktionen m_{ij} je nach gültigem Sektor zyklisch vertauscht werden müssen. Es genügt also, die m_{ij} einmal für einen bestimmten Stromsektor $si_{1,\ldots,6}$ zu berechnen, da es sich bei den Lösungen für die restlichen Sektoren immer nur um eine zyklische Vertauschung von bereits berechneten Lösungen handelt.

Unter diesen Voraussetzungen bewegt sich innerhalb eines Stromsektors $si_{1,\ldots,6}$ nur einer der beiden GR-Umschalter. Dies führt unter Berücksichtigung der drei Zeigerpositionen $\underline{I}_1(\mathrm{ab})$, $\underline{I}_2(\mathrm{ac})$ und $\underline{I}_{0a}(\mathrm{aa})$ (Figur 5.8 a) zu einem besonders einfachen Resultat für die zugehörigen Tastverhältnisse τ der einzelnen Drehzeigerpositionen innerhalb des Stromsektors si_1:

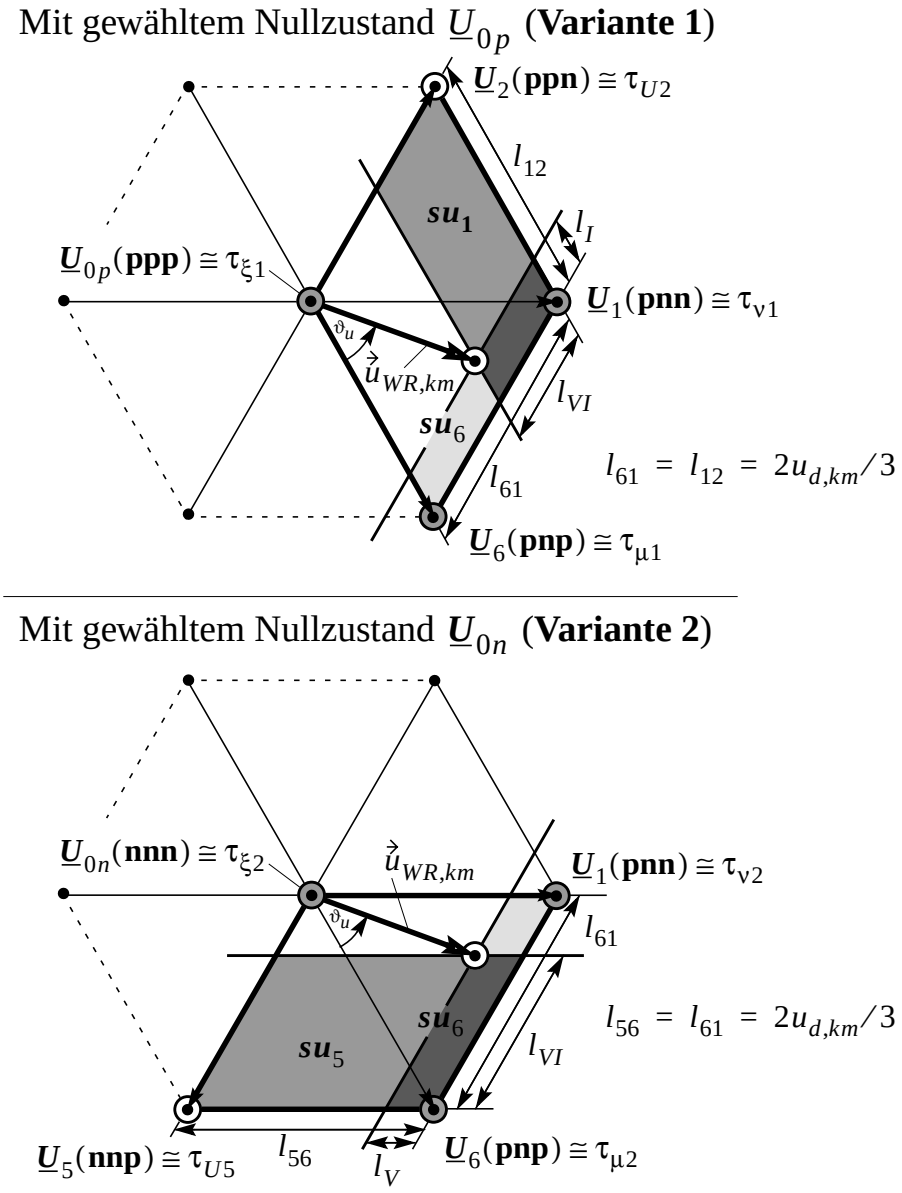
$$\tau_\alpha = m_{nb}, \qquad \tau_\beta = m_{nc}, \qquad \tau_\gamma = m_{na} \tag{5.31}$$

Die Tastverhältnisse der drei an den jeweils aktuellen Sektor si_x ($x \in \{1\ldots6\}$) angrenzenden Zeigerpositionen hängen also direkt von den Modulationsfunktionen m_{ij} ab. Man beachte die immer konstante Summe aller drei GR-Eingangsstromdrehzeiger-Tastverhältnisse $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$:

$$\tau_\alpha + \tau_\beta + \tau_\gamma = 1 \tag{5.32}$$

5.2.3 Spannungsdrehzeiger-Tastverhältnisse des WR

Anhand von Figur 5.9 soll nun die etwas aufwendigere Berechnung der sektorbezogenen Tastverhältnisse $\tau_{\mu,\upsilon,\xi}$ für die einzelnen Zeigerpostionen der WR-Ausgangsspannung hergeleitet und gezeigt werden. Diese Tastverhältnisse sollen ähnlich wie beim GR in Abschnitt 5.2.2 in Funktion der WR-Modulationsfunktionen m_{ij} ausgedrückt werden. Dabei wird als Beispiel willkürlich angenommen, der Sollwert-Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ befinde sich gerade innerhalb des sechsten Spannungssektors su_6 gemäss der Beschriftung in Figur 5.8 b.



Figur 5.9: Zwei Ansätze zur Berechnung der sektorbezogenen Tastverhältnisse $\tau_{\mu,\upsilon,\xi}$ bei unterschiedlichen WR-Nullzuständen $\underline{U}_{0p,n}$.

Im Gegensatz zum GR ist es beim WR nicht auf Anhieb klar, welcher Nullzustand $\underline{U}_{0p,n}$ zur geringsten Anzahl Schalthandlungen für den WR führt, bevor die Ablaufreihenfolge der einzelnen Zeigerpositionen innerhalb eines Spannungssektors su_x ($x \in \{1 \ldots 6\}$) nicht festgelegt worden ist. Deshalb werden im folgenden zwei Varianten vorgestellt, von denen sich je nach gewähltem Nullzustand $\underline{U}_{0p}$ oder $\underline{U}_{0n}$ die eine oder die andere Variante besser eignet, um die Tastverhältnisse $\tau_{\mu,\upsilon,\xi}$ aus den WR-Modulationsfunktionen m_{ij} zu ermitteln. Es wird anhand zwei verschiedener Ansätze gezeigt, dass unabhängig vom gewählten Nullzustand in beiden Fällen dasselbe Tastverhältnis τ_ξ die Dauer eines Nullzustandes $\underline{U}_{0p}$ bzw. $\underline{U}_{0n}$ beschreibt.

Tastverhältnisse $\tau_{\mu 1,\upsilon 1,\xi 1}$ mit Nullzustand $\underline{U}_{0p}$ für den *U*-Sektor su_6

Bei der **Variante 1** (Figur 5.9 oben) wird in einem ersten Schritt als Beispiel davon ausgegangen, dass sich der Sollwert-Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ aus den vier Zeigerpositionen $\underline{U}_6(\mathrm{pnp})$, $\underline{U}_1(\mathrm{pnn})$, $\underline{U}_2(\mathrm{ppn})$ und dem Nullzustand $\underline{U}_0$ zusammensetze. Der durch die vier Zeiger aufgespannte Bereich hat die Form eines Rhombus, dessen gleich langen Kanten in Figur 5.9 hervorgehoben sind. Damit nun eine einfache Interpretation der Modulationsfunktionen m_{ij} möglich ist, wird der Spannungs-Nullzustand $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0p}(\mathrm{ppp})$ gewählt. Dann gilt nämlich gerade $\mathrm{m}_{xp} = 1$, während m_{yp} und m_{zp} direkt grafisch interpretierbar sind. Innerhalb der umrandeten Rhombusfläche mit den Spannungssektoren su_6 und su_1 können die Modulationsfunktionen m_{yp} und m_{zp} in Abhängigkeit der in Figur 5.9 (oben) eingezeichneten Kantenlängen definiert werden:

$$\mathrm{m}_{yp} = \frac{l_I}{l_{12}} \qquad \text{und} \qquad \mathrm{m}_{zp} = \frac{l_{VI}}{l_{61}} \qquad \text{(bei Variante 1)} \tag{5.33}$$

Je näher der Sollwert-Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ an der Aussenkante des Spannungssektors su_6 liegt, desto kleiner wird die Modulationsfunktion m_{yp} und umso stärker kommen die Tastverhältnisse $\tau_{\mu 1}$ und $\tau_{\nu 1}$ zum Ausdruck (siehe Beschriftungen in Figur 5.9 oben). Ähnliche Überlegungen gelten auch für den Zusammenhang zwischen m_{zp}, $\tau_{\nu 1}$ und τ_{U2}, nämlich dann, wenn man sich der Aussenkante des Spannungssektors su_1 nähert. Daraus entsteht mit Gl. (5.34) folgendes unterbestimmtes Gleichungssystem mit drei Gleichungen und den vier Unbekannten $\tau_{\mu 1}$, $\tau_{\nu 1}$, τ_{U2} und $\tau_{\xi 1}$:

$$\left|\begin{array}{rcl} \tau_{\mu 1} + \tau_{\nu 1} + \tau_{U2} + \tau_{\xi 1} &=& 1 \\ (\tau_{\mu 1} + \tau_{\nu 1}) \cdot \mathrm{m}_{yp} &=& (\tau_{U2} + \tau_{\xi 1}) \cdot \mathrm{m}_{yn} \\ (\tau_{\nu 1} + \tau_{U2}) \cdot \mathrm{m}_{zp} &=& (\tau_{\xi 1} + \tau_{\mu 1}) \cdot \mathrm{m}_{zn} \end{array}\right| \tag{5.34}$$

Gl. (5.35) zeigt ein Beispiel einer immer möglichen Lösung dieses nicht eindeutig lösbaren Gleichungssystems:

$$\tau_{\mu 1} = \mathrm{m}_{yn} \cdot \mathrm{m}_{zp} \qquad \tau_{\nu 1} = \mathrm{m}_{yn} \cdot \mathrm{m}_{zn}$$

$$\tau_{U2} = \mathrm{m}_{yp} \cdot \mathrm{m}_{zn} \qquad \tau_{\xi 1} = \mathrm{m}_{yp} \cdot \mathrm{m}_{zp} \tag{5.35}$$

Trotzdem ist es vor allem im Hinblick auf eine minimale Anzahl Zeigerpositionen sinnvoll, wenn man eines der vier Tastverhältnisse explizit vorgibt, um dann eine eindeutige Lösung aus Gl. (5.34) herzuleiten. Um den im Span-

nungssektor su_6 liegenden Sollwert-Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ mit verschiedenen Zeigerpositionen über einer Taktperiode T_T nachzubilden, genügt es nämlich, sich auf die drei Zeiger $\underline{U}_6$, $\underline{U}_1$ und $\underline{U}_{0p}$ zu beschränken. Dies erreicht man, indem das Tastverhältnis $\tau_{U2} = 0$ gesetzt wird. Man erhält dann als eindeutige Lösung von Gl. (5.34):

$$\begin{aligned} \tau_{\mu 1} &= \tau_{\mu} = 1 - m_{yp} - m_{zn} \\ \tau_{\nu 1} &= \tau_{\nu} = m_{zn} \\ \tau_{\xi 1} &= \tau_{\xi} = m_{yp} \end{aligned} \qquad (5.36)$$

Tastverhältnisse $\tau_{\mu 2,\upsilon 2,\xi 2}$ mit Nullzustand $\underline{U}_{0n}$ für den *U*-Sektor su_6

Bei der **Variante 2** (Figur 5.9 unten) wird in einem ersten Schritt davon ausgegangen, dass sich der Sollwert-Drehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ aus den vier Zeigerpositionen $\underline{U}_5$(nnp), $\underline{U}_6$(pnp), $\underline{U}_1$(pnn) und dem Nullzustand $\underline{U}_0$ zusammensetze. Der durch die vier Zeiger aufgespannte Bereich hat wieder die Form eines Rhombus wie bei Variante 1. Zugunsten einer einfachen Interpretation der Modulationsfunktionen m_{ij} wird diesmal der Spannungs-Nullzustand $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0n}$(nnn) gewählt. Dann gilt nämlich gerade $m_{yn} = 1$, während m_{zn} und m_{xn} direkt grafisch bestimmbar sind. Innerhalb der Rhombusfläche mit den Sektoren su_5 und su_6 können die Modulationsfunktionen m_{zn} und m_{xn} analog wie Gl. (5.33) in Abhängigkeit der in Figur 5.9 (unten) eingezeichneten Kantenlängen definiert werden:

$$m_{zn} = \frac{l_{VI}}{l_{61}} \qquad \text{und} \qquad m_{xn} = \frac{l_V}{l_{56}} \qquad \text{(bei Variante 2)} \qquad (5.37)$$

Mit denselben Überlegungen kann analog zu Gl. (5.34) bei der Nullzustands-Variante 1 folgendes Gleichungssystem Gl. (5.38) aufgestellt werden:

$$\left| \begin{aligned} \tau_{U5} + \tau_{\mu 2} + \tau_{\nu 2} + \tau_{\xi 2} &= 1 \\ (\tau_{\mu 2} + \tau_{\nu 2}) \cdot m_{xn} &= (\tau_{U5} + \tau_{\xi 2}) \cdot m_{xp} \\ (\tau_{\nu 2} + \tau_{\xi 2}) \cdot m_{zp} &= (\tau_{U5} + \tau_{\mu 2}) \cdot m_{zn} \end{aligned} \right| \qquad (5.38)$$

Um auch Gl. (5.38) einer eindeutigen Lösung zuzuführen, werde nun ebenfalls diejenige Zeigerposition eliminiert, die nicht an den aktuellen Sektor su_6 grenzt, d.h. es werde $\tau_{U5} = 0$ gesetzt. In diesem Fall erhält man analog zu Gl. (5.36) (siehe Beschriftungen in Figur 5.9 unten):

$$\begin{aligned} \tau_{\mu 2} &= \tau_{\mu} = m_{zp} \\ \tau_{\nu 2} &= \tau_{\nu} = 1 - m_{xn} - m_{zp} \\ \tau_{\xi 2} &= \tau_{\xi} = m_{xn} \end{aligned} \tag{5.39}$$

Da es sich bei Gl. (5.36) von Variante 1 und Gl. (5.39) von Variante 2 um die eindeutige Lösung zur Einmittelung desselben Spannungsdrehzeigers $\vec{\hat{u}}_{WR,km}$ handelt, soll mal vorderhand $\tau_{i1} = \tau_{i2}$ ($i \in \{\mu,\nu,\xi\}$) angenommen werden. Ein Vergleich der jeweils zweiten Gleichung zwischen Gl. (5.34) und Gl. (5.38) zeigt dann, dass $m_{xn} = m_{yp}$ und folglich zusammen mit Gl. (3.46) ÷ (3.48) auch $m_{xp} = m_{yn}$ gilt. Dies ist als Bestätigung auch aus der Figur 5.9 erkennbar durch Vergleich der beiden parallel zur Aussenkante des Spannungssektors su_6 liegenden hell-/dunkelgrau schraffierten Flächen, deren Breite $l_I = l_V$ beträgt (Figur 5.9 oben / unten). Berücksichtigt man, dass alle Kanten des Hexagons gleich lang sind ($l_{56} = l_{61} = l_{12}$), so folgt mit Gl. (5.33) und Gl. (5.37) wiederum $m_{xn} = m_{yp}$. Somit ist die Identität des Nullzustands-Tastverhältnisses anhand der jeweils letzten Gleichung in Gl. (5.36) bzw. Gl. (5.39) grafisch gezeigt worden. Es gilt also:

$$\tau_{\xi} = \tau_{\xi 1} = \tau_{\xi 2} \tag{5.40}$$

Dieses Resultat leuchtet ein, da es keine Rolle spielt, welcher der beiden möglichen Spannungs-Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ benutzt wird: Beide haben dieselbe Wirkung, da beide keine Spannung über der Last erzeugen.

Auch die Identitäten $\tau_{\mu 1} = \tau_{\mu 2}$ und $\tau_{\nu 1} = \tau_{\nu 2}$ könnten bei einer vorgängig definierten Modulationsmethode mit jeweils berechneten Modulationsfunktionen m_{ij} für beide WR-Nullzustands-Varianten überprüft werden, was zum selben Resultat führt. Allerdings ergeben sich dann auch unterschiedliche Modulationsfunktionen, d.h. es gilt zum Beispiel $m_{yp,\text{Variante 1}} \neq m_{yp,\text{Variante 2}}$. Auf diese parallele Rechnung wird aber bei den in den folgenden Unterkapiteln vorgestellten Drehzeigermodulationsmethoden aus Platzgründen verzichtet. Dort wird nur von *einem* sinnvollen WR-Nullzustand innerhalb eines Sektors ausgegangen.

Schliesslich gilt analog zur Gl. (5.32) die in Gl. (5.36) bzw. Gl. (5.39) immer konstante Summe aller drei WR-Ausgangsspannungsdrehzeiger-Tastverhältnisse $\tau_{\mu,\nu,\xi}$:

$$\tau_{\mu} + \tau_{\nu} + \tau_{\xi} = 1 \tag{5.41}$$

5.2.4 Zyklische Vertauschung der Modulationsfunktionen

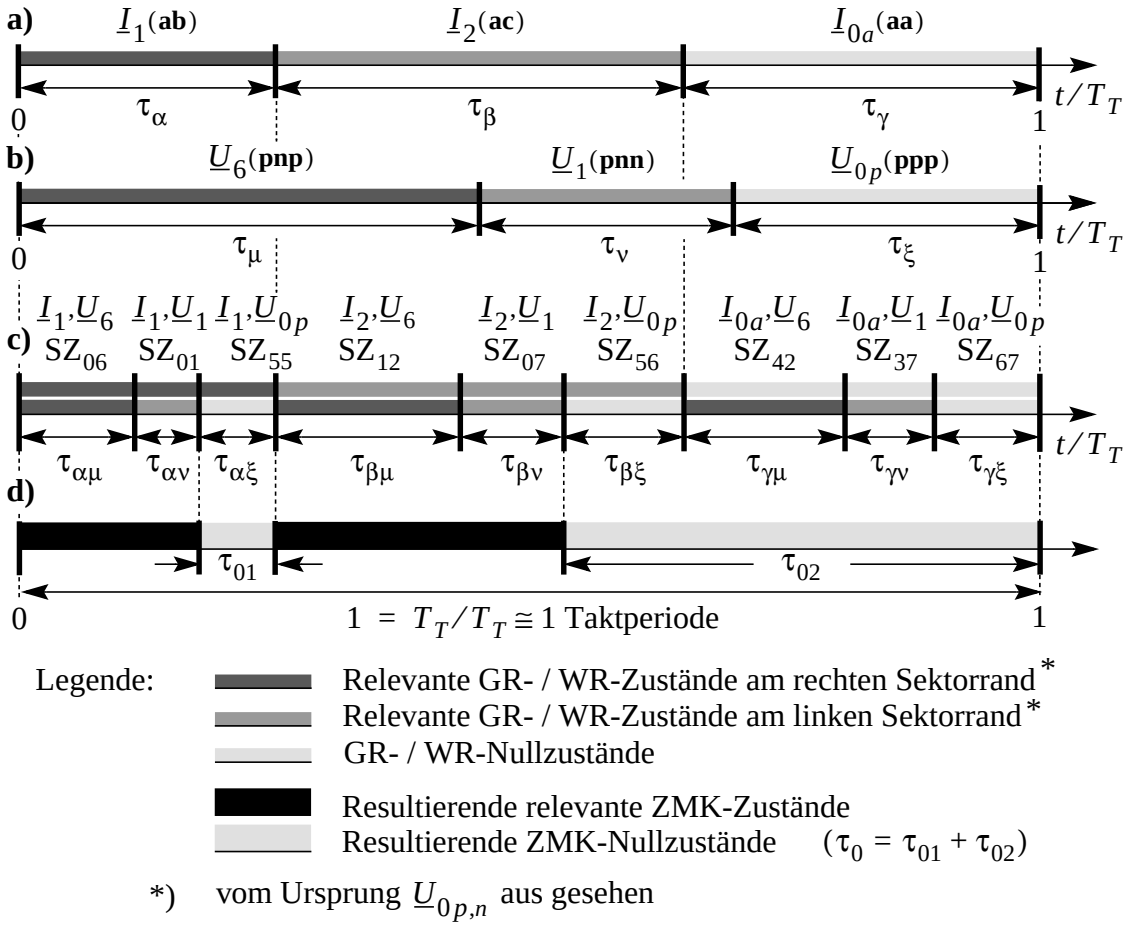
Die bisherigen Berechnungen im ersten Stromsektor si_1 und im sechsten Spannungssektor su_6 können gemäss Tabelle 5.1 auf die restlichen fünf Sektoren der jeweiligen Drehzeiger übertragen werden. Dies geschieht durch fortlaufendes Springen von einem Sektor zum nächsten im jeweiligen Hexagon (vergleiche Figur 5.8), so dass die entsprechenden Variablen nur noch richtig vertauscht werden müssen.

***I*-sektor**	si_1	si_2	si_3	si_4	si_5	si_6
$\mathbf{m_{pa}}$	1	□	0	∅	0	Δ
$\mathbf{m_{pb}}$	0	Δ	1	□	0	∅
$\mathbf{m_{pc}}$	0	∅	0	Δ	1	□
$\mathbf{m_{na}}$	∅	0	Δ	1	□	0
$\mathbf{m_{nb}}$	□	0	∅	0	Δ	1
$\mathbf{m_{nc}}$	Δ	1	□	0	∅	0
***U*-sektor**	su_1	su_2	su_3	su_4	su_5	su_6
$\mathbf{m_{xp}}$	∇	Λ	Φ	⊥	V	Θ
$\mathbf{m_{xn}}$	⊥	V	Θ	∇	Λ	Φ
$\mathbf{m_{yp}}$	V	Θ	∇	Λ	Φ	⊥
$\mathbf{m_{yn}}$	Λ	Φ	⊥	V	Θ	∇
$\mathbf{m_{zp}}$	Φ	⊥	V	Θ	∇	Λ
$\mathbf{m_{zn}}$	Θ	∇	Λ	Φ	⊥	V

Tabelle 5.1: Zyklische Vertauschung der Modulationsfunktionen m_{ij} in Abhängigkeit der aktuellen Stromsektoren si_x $(x \in 1,\ldots,6)$ bzw. Spannungssektoren su_y $(y \in 1,\ldots,6)$. Jedes Zeichnungssymbol stellt den Platzhalter einer Modulationsfunktion m_{ij} dar.

5.2.5 Darstellung aller möglichen Drehzeigerkombinationen

Als Beispiel werde wieder das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ angenommen. Für diesen Fall sollen die Sollwert-Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ aus den drei diskreten Zeigerpositionen $\underline{I}_1(\mathrm{ab})$, $\underline{I}_2(\mathrm{ac})$, $\underline{I}_{0a}(\mathrm{aa})$ bzw. $\underline{U}_6(\mathrm{pnp})$,



Figur 5.10: Sämtliche Drehzeigerkombinationen **(c)** bei gegebenem Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ mit frei wählbarer Schaltsequenz der Schaltzustände $\text{SZ}_{\text{pn xyz,ZMK}}$ gemäss Tabelle 2.2. In **(a)** und **(b)** ist die Gültigkeitsdauer der einzelnen Drehzeiger von GR und WR abgebildet. **(d)**: Zeitabschnitte, in denen Leistung im ZMK übertragen wird.

$\underline{U}_1$(pnn), $\underline{U}_{0p}$(ppp) zusammengesetzt werden (vergleiche dazu Figur 5.8). Bedenkt man, dass die Nullzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ und $\underline{U}_{0p,n}$ dieselbe Wirkung auf die Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ haben, so ergeben sich $3^2 = 9$ prinzipiell mögliche Drehzeigerkombinationen zwischen dem GR-Eingangsstrom und der WR-Ausgangsspannung. Für die Nullzustände gelte zum Beispiel $\underline{I}_0 = \underline{I}_{0a}$ und $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0p}$. Figur 5.10 c zeigt diese Kombinationen.

Von den gezeigten neun Drehzeigerkombinationen bilden lediglich vier davon relevante Zustände für den ZMK, d.h. Zustände, bei denen eine bestimmte Leistung p durch den Matrixkonverter fliesst. Bei den restlichen fünf Zuständen handelt es sich um sogenannte ZMK-Nullzustände, bei denen keine Leistung p durch den Umrichter fliesst. Es gilt dann $p = 0$. Die relative Zeitdauer τ_0 aller ZMK-Nullzustände kann mit Gl. (5.42) wie folgt auf die Taktperiode T_T normiert dargestellt werden (siehe auch Figur 5.10 d):

$$\tau_0 = \tau_{\alpha\xi} + \tau_{\beta\xi} + \tau_{\gamma\mu} + \tau_{\gamma\nu} + \tau_{\gamma\xi} \tag{5.42}$$

Die Schaltsequenz, d.h. die Reihenfolge aller möglichen Drehzeigerpositionen bzw. Schaltzustände gemäss Abschnitt 2.2.4 wurde in Figur 5.10 c willkürlich gewählt. Die Tastverhältnisse für den jeweiligen Schaltzustand des ZMK können unabhängig von der Sequenz wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned}
\tau_{\alpha\mu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\mu & \tau_{\alpha\nu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\nu & \tau_{\alpha\xi} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\xi \\
\tau_{\beta\mu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\mu & \tau_{\beta\nu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\nu & \tau_{\beta\xi} &= \tau_\beta \cdot \tau_\xi \\
\tau_{\gamma\mu} &= \tau_\gamma \cdot \tau_\mu & \tau_{\gamma\nu} &= \tau_\gamma \cdot \tau_\nu & \tau_{\gamma\xi} &= \tau_\gamma \cdot \tau_\xi
\end{aligned} \tag{5.43}$$

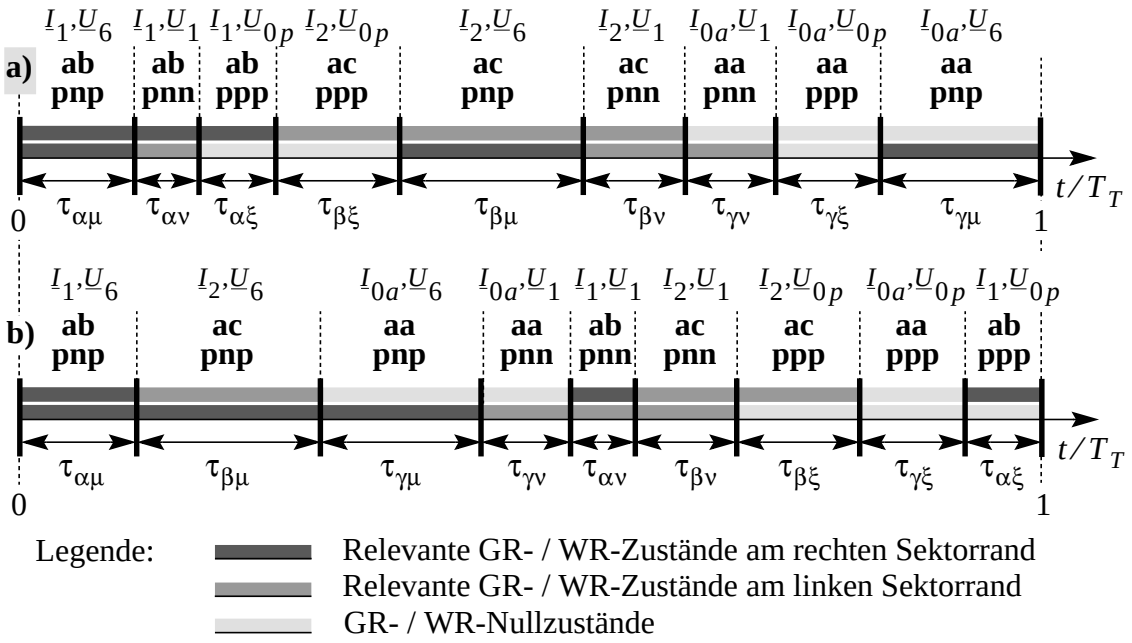
5.2.6 Einfluss der Sequenz auf die Anzahl Schalthandlungen

Werden alle neun Schaltzustände $SZ_{\text{pn xyz,ZMK}}$ benötigt, so können von den insgesamt $9!/2 = 181'440$ möglichen Drehzeigersequenzen (Spiegelungen ausgenommen) ähnlich zur Sequenz in Figur 5.10 c mindestens zwei Sequenzen mit minimaler Anzahl Umschaltungen für die einzelnen Halbleiter gefunden werden. Durch geschickte Wahl der Schaltsequenz innerhalb einer ZMK-Taktperiode T_T gelingt es nämlich, die Schaltverluste klein zu halten. Figur 5.11 zeigt zwei solche Schaltsequenzen, die sich in diesem allgemeinsten Fall für eine minimale Anzahl Schalthandlungen anbieten.

Die folgenden Unterkapitel werden klar zeigen, dass es ganz von der Strategie der gewählten Modulationsmethode abhängt, welche von den neun zur Verfügung stehenden Drehzeigerkombinationen innerhalb eines Sektorpaares $\{si_x, su_y\}$ überhaupt gebraucht werden. Es wird sich herausstellen, dass einige Schaltzustände gar nicht vorkommen, so dass die Sequenzen oftmals kleiner werden. Dies hilft zudem, die Schaltverluste eher klein zu halten.

Die auf dem Prinzipschaltbild in Figur 3.1 bzw. Figur 2.4 (Seite 56) beruhende Darstellung des ZMK mit Drehpunkt-Umschaltern erlaubt, die totale **Anzahl der Umschalterstellungswechsel** innerhalb einer Taktperiode T_T anzugeben. Diese sind von der Realisierung des ZMK völlig unabhängig. Erst die in Kapitel 4 verschiedenen eingeführten GR-Schaltungstopologien wecken das Interesse, mehr über die genaue **Anzahl der Schalthandlungen** aller vorkommenden Halbleiter innerhalb einer Taktperiode T_T zu erfahren.

Ein näherer Vergleich zwischen Figur 5.10 und Figur 5.11 mit Blick auf die Umschalter in Figur 2.4 zeigt anhand der **Tabelle 5.2**, dass unabhängig von der Wahl eines der beiden Spannungs-Nullzustände $\underline{U}_{0p}$ oder $\underline{U}_{0n}$ bei der gezeigten Schaltsequenz in Figur 5.10 c wesentlich mehr solcher Umschal-



Figur 5.11: Spezielle Schaltsequenz-Varianten unter Benutzung sämtlicher Drehzeigerkombinationen bei gegebenem Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ zur Reduzierung der Anzahl Schalthandlungen.

terstellungswechsel während einer Taktperiode T_T stattfinden als bei den beiden Schaltsequenzen in Figur 5.11. Betrachtet man zur Bestimmung der Anzahl Schalthandlungen die GR-Topologie-Varianten B (Figur 4.6) oder GR-Variante C (Figur 4.8) aus Kapitel 4, so fällt auf, dass bei beiden Schaltungen mit den Schaltsequenzen nach Figur 5.11 nur gerade 14 (Variante a in Figur 5.11 a) bzw. 16 (Variante b in Figur 5.11 b) IGBT ein- und ausgeschaltet werden müssen. Bei der GR-Variante D (Figur 4.9) muss hingegen bei jedem Umschaltvorgang des GR kurzzeitig ein WR-Nullzustand $\underline{U}_{0p,n}$ – falls nicht schon vorhanden – erzeugt werden, um innerhalb der GR-Kommutierungsphase einen verschwindenden DC-Strom $i_d = 0$ zu gewährleisten (siehe Abschnitt 4.6.3 bzw. Tabelle 4.6). Diese zusätzlich zu erzeugenden transienten WR-Nullzustände müssen deshalb genau bei den Übergängen $\tau_{\beta\nu} \rightarrow \tau_{\gamma\nu}$ und $\tau_{\gamma\mu} \rightarrow \tau_{\alpha\mu}$ in Figur 5.11 a bzw. an den Stellen $\tau_{\alpha\mu} \rightarrow \tau_{\beta\mu}$, $\tau_{\beta\mu} \rightarrow \tau_{\gamma\mu}$, $\tau_{\gamma\nu} \rightarrow \tau_{\alpha\nu}$ und $\tau_{\alpha\nu} \rightarrow \tau_{\beta\nu}$ in Figur 5.11 b zum bestehenden Schaltmuster hinzugefügt werden. Sie führen im ersten Fall auf 15 und im zweiten Fall auf 18 Ein-/Ausschaltvorgänge. Natürlich soll dabei jeweils derjenige transiente WR-Nullzustand $\underline{U}_{0p,n}$ gewählt werden, bei dem die kleinste Anzahl der Schalthandlungen auftritt.

Die Tabelle 5.2 fasst das Gesagte zusammen. Die GR-Variante A (Figur 4.5) kommt zwar für die GR-GFT (Unterkapitel 5.1), nicht aber für die Drehzeigermodulation in Frage, da der GR dort keine Zwischentaktung erlaubt.

Topologie	**GR-Typ A** (Figur 4.5)	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1)**			
Figur 5.11 **a**	(nur GFT)	3 (GR) + 8 (WR) = 11 (ZMK)		
Figur 5.11 **b**	(nur GFT)	6 (GR) + 4 (WR) = 10 (ZMK)		
Sequenz	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK**			
Figur 5.11 **a**	(nur GFT)	6 + 8 = 14	6 + 8 = 14	3 + 12 = 15
Figur 5.11 **b**	(nur GFT)	12 + 4 = 16	12 + 4 = 16	6 + 12 = 18

Tabelle 5.2: Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T je nach GR-Topologie in Kapitel 4 und Sequenz-Variante gemäss Figur 5.11 a oder b.

Aufgrund der Ergebnisse in Tabelle 5.2 ist die Schaltsequenz nach Figur 5.11 a zu bevorzugen, um die Schaltverluste möglichst tief zu halten. Eine solche Schaltsequenz ist aber nur sinnvoll, wenn alle neun Drehzeigerkombinationen gemäss Figur 5.10 c innerhalb einer Taktperiode T_T benötigt werden. In den folgenden Unterkapiteln wird sich nämlich herausstellen, dass nicht immer alle diese neun Drehzeigerkombinationen benötigt werden.

5.3 Die *ud,max*-Modulationsmethode

Da beim ZMK keine Energiespeicher auf der DC-Seite vorhanden sind, können prinzipiell sowohl die DC-Spannung als auch der DC-Strom ohne zeitliche Verzögerung[7] durch den Modulator in ihrer Grösse direkt verstellt werden. Dies ist bei konventionellen Spannungs-Zwischenkreisumrichtern nicht möglich, weil dort ein Kondensator auf der DC-Seite zuerst langsam auf- bzw. entladen werden muss, um eine Spannungsänderung zu ermöglichen. Analoges gilt auch für Induktivitäten bei Strom-Zwischenkreisumrichtern, bei denen der DC-Strom nur träge verstellt werden kann.

Im Gegensatz zur netzseitig praktisch fest vorgegebenen GR-Eingangsspannung kann der lastseitig sich einstellende WR-Ausgangsstrom je nach Belastung der ASM stark ändern. Folglich lässt sich die aus der GR-

7) von Zeitverzögerungen aufgrund der endlichen Taktfrequenz f_T und aufgrund vorhandener Streukapazitäten sowie Streuinduktivitäten abgesehen

Eingangsspannung erzeugte DC-Spannung einfacher vorhersagen als der aus dem Laststrom erzeugte DC-Strom. Aus diesem Grund eignet sich die DC-Spannung besonders gut, um anhand eines gewünschten Verlaufes daraus ein entsprechendes Modulationsverfahren abzuleiten, bei dem die DC-Spannung das Hauptkriterium darstellt.

Zwei einfache mögliche Anforderungen an den Modulator können sein,

- entweder eine **maximal mögliche DC-Spannung**
  (→ ***ud,max***-Modulationsmethode in Unterkapitel 5.3)
- oder eine – von der Last her gesehen – **minimal nötige DC-Spannung**
  (→ ***ud,min***-Modulationsmethode in Unterkapitel 5.4)

zu erzeugen.
Bei der sogenannten *ud,max*-Modulationsmethode (oder kurz einfach als *ud,max*-Methode bezeichnet) erzeugt der netzseitige GR die im kurzzeitigen Mittelwert maximale DC-Spannung $u_{d,km,max}$ und zwar gerade so, dass gleichzeitig ein im kurzzeitigen Mittelwert sinusförmiger GR-Eingangsstrom entsteht (im Gegensatz zur GR-GFT in Unterkapitel 5.1). Dabei erzeugt der WR bei einer vorgegebenen Leistung einen im Kurzzeitmittelwert minimalen DC-Strom.
Bei der sogenannten *ud,min*-Modulationsmethode (oder kurz einfach als *ud,min*-Methode bezeichnet) erzeugt der netzseitige GR nur gerade die von der Last im kurzzeitigen Mittelwert minimal benötigte DC-Spannung $u_{d,km,min}$, ebenfalls mit sinusförmigem GR-Eingangsstrom. Bei dieser Methode erzeugt der WR bei einer bestimmten Leistung einen im Kurzzeitmittelwert maximalen DC-Strom.

Da die *ud,max*-Methode mit *maximaler* DC-Spannung und einer bestimmten Leistung einen minimalen DC-Strom hervorruft, scheint sie im Hinblick auf eine Minimierung der Verluste in den Halbleitern des GR günstiger zu sein und soll hier deshalb zuerst besprochen werden, bevor dann in Unterkapitel 5.4 auf die *ud,min*-Methode eingegangen wird. Zum Schluss wird in Unterkapitel 5.5 eine Modulationsmethode vorgestellt, bei der eine ganz beliebige DC-Spannung erzeugt werden kann.

Alle drei in den Unterkapiteln $5.3 \div 5.5$ vorgestellten Modulationsverfahren beruhen auf dem in Unterkapitel 5.2 besprochenen Drehzeigermodell für GR-Eingangsstrom und WR-Ausgangsspannung (Figur 5.8). Letztlich geht es in allen Verfahren darum, durch Auflösen eines nichtlinearen Gleichungssystems die einzelnen Modulationsfunktionen m_{ij} analytisch zu berechnen. Diese stellen für den Modulator die wichtigste Informationsgrösse dar.

Abschnitt 5.3.1 beschreibt ausführlich das Gleichungssystem mit den gefundenen Lösungen für den Fall einer Ansteuerung mit der *ud,max*-Methode.
Abschnitt 5.3.2 geht auf die vom GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$ abhängige DC-Spannung $u_{d,km}$ ein und zeigt deren typische, *nach **oben** geöffnete Girlandenform* (Figur 5.12, Seite 194). Ebenfalls wird auf die Spannungseinbusse gegenüber dem Fall mit GR-GFT (Unterkapitel 5.1) eingegangen.
In Abschnitt 5.3.3 wird eine optimale Schaltsequenz mit geeigneter Nullzustandsreduktion vorgestellt (Figur 5.14). Damit gelingt es, für die GR-Topologie-Varianten B und C (gemäss Kapitel 4) mit acht Schalthandlungen und nur gerade mit fünf von neun möglichen Schaltsequenzen je Taktperiode T_T auszukommen (vergleiche auch Abschnitt 5.2.5).
Abschnitt 5.3.4 veranschaulicht die Pulsmustererzeugung für den ZMK unter Benutzung eines sägezahnförmigen oder eines dreieckförmigen Trägersignals, deren unterschiedliche Wirkung in Bezug auf die Schaltsequenzen besprochen wird (Figur 5.15).
Abschnitt 5.3.5 beschreibt die Berechnung des Modulationsgrades des ZMK.
Abschnitt 5.3.6 visualisiert die Zeitverläufe der *ud,max*-Methode anhand der doppelseitigen Figuren 5.17 ÷ 5.20. Daraus sind die typischen *ud,max*-spezifischen Kurzzeitmittelwerte mit den geschalteten Grössen zu erkennen.

Um bei der *ud,max*-Methode die verlangte *maximale* DC-Spannung erzeugen zu können, werden alle möglichen GR-Nullzustände vermieden; der GR darf sich nie in einem der Freilaufzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ befinden (d.h. $\tau_\gamma = 0$). Dadurch reduziert sich die in Figur 5.10 abgebildete Anzahl möglicher Drehzeigerkombinationen von neun auf sechs, so dass mit Blick auf Gl. (5.42) von fünf möglichen Nullzuständen nur noch die beiden Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\beta\xi}$ übrig bleiben. Wegen $\tau_\gamma = 0$ folgt also:

$$\tau_{\gamma\mu} = 0 \qquad \tau_{\gamma\nu} = 0 \qquad \tau_{\gamma\xi} = 0 \tag{5.44}$$

Mit den Nebenbedingungen in Gl. (5.44) wird dafür gesorgt, dass der GR mit seinem Modulator die grösst mögliche DC-Spannung $u_{d,km}$ erzeugt.
Der Sollwert des GR-Eingangsstromdrehzeigers $\vec{i}_{GR,km}$ bewegt sich entlang der Kanten des Strom-Hexagons und setzt sich innerhalb einer Taktperiode T_T je Sektor $si_{1,\ldots,6}$ nur aus den Tastverhältnissen τ_α und τ_β zusammen (siehe Figur 5.8 a und Figur 5.13 unten). Allerdings muss der GR-Eingangsstromdrehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ einen kreisförmigen Verlauf beschreiben, um kurzzeitig sinusförmige Eingangsströme zu erzeugen (siehe Abschnitt 5.2.1). Dies bedingt, dass die Kurzzeitmittelwerte $\underline{I}_{i,km}$ der Stromzeiger $\underline{I}_i$ und daher die Zeiger selber in ihrer Länge entsprechend variieren.

5.3.1 Bestimmung des Gleichungssystems

In Tabelle 5.3 seien die wesentlichen Gleichungen aus Kapitel 3 zusammengefasst. Sie sind unabhängig vom verwendeten Modulationsverfahren gültig.

ZMK-Gleichungen (mit der jeweiligen *Anzahl* Gleichungen)		**Nr.**
Hauptgleichungen	# Gl.	
$u_{dp,n0,km} = m_{p,na} u_{Ca0} + m_{p,nb} u_{Cb0} + m_{p,nc} u_{Cc0}$	2	(5.45)
$u_{d,km} = u_{dp0,km} - u_{dn0,km}$	1	(5.46)
$i_{GRa,b,c,w} = (m_{pa,b,c} - m_{na,b,c}) \cdot i_{d,km}$	3	(5.47)
$m_{p,na} + m_{p,nb} + m_{p,nc} = 1$	2	(5.48)
$m_{a,b,c} = m_{pa,b,c} - m_{na,b,c}$	3	(5.49)
$p_{km} = u_{d,km} \cdot i_{d,km}$	1	(5.50)
$u_{WRx,y,z0,km} = m_{x,y,zp} \cdot u_{dp0,km} + m_{x,y,zn} \cdot u_{dn0,km}$	3	(5.51)
$u_{WRx,y,z0,km} = u_{Lx,y,zS,w} + u_{S0,km}$	3	(5.52)
$i_{d,km} = 1/2 \cdot (m_x \cdot i_{Lx} + m_y \cdot i_{Ly} + m_z \cdot i_{Lz})$	1	(5.53)
$m_{x,y,zp} + m_{x,y,zp} = 1$	3	(5.54)
$m_{x,y,z} = m_{x,y,zp} - m_{x,y,zn}$	3	(5.55)
Nebengleichungen		
$u_{GRa0} + u_{GRb0} + u_{GRc0} = 0 \quad (\Leftrightarrow u_{K0} = 0)$	1	(5.56)
$i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} = 0 \quad (\Leftrightarrow i_{N0} = 0)$	1	(5.57)

Tabelle 5.3: Vollständiges Gleichungssystem mit den Kurzzeitmittelwert-Gleichungen für den ZMK als Grundlage zur Herleitung eines beliebigen Modulationsverfahrens.

Es handelt sich in Tabelle 5.3 um ein *nichtlineares* Gleichungssystems bestehend aus insgesamt 25 Gleichungen. Die vorgegebenen und die gesuchten Grössen müssen im Hinblick auf eine Auflösung des Systems für jedes der 36 Sektorpaare $\{si_{1,\ldots,6}, su_{1,\ldots,6}\}$ klar unterschieden werden. Dabei genügt es allerdings, die Lösung ein einziges Mal für ein bestimmtes Sektorpaar – z.B. für das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ – zu berechnen, indem dann diese einmal

berechneten Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} des ZMK anschliessend mit Hilfe der Tabelle 5.1 zyklisch vertauscht werden können, um auf diese Weise für die restlichen Sektorpaare $\{si_{2,3,4,5,6}, su_{1,2,3,4,5}\}$ gültige Lösungen zu erhalten.

Die Tabelle 5.3 zeigt im oberen Teil die oben erwähnten 25 Gleichungen (5.45) ÷ (5.55) (sogenannte **Hauptgleichungen**), während im unteren Teil in Gl. (5.56) ÷ (5.57) zusätzlich noch die zwei Nebenbedingungen (sogenannte **Nebengleichungen**) für die netzseitigen GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ und die lastseitigen WR-Ausgangsströme $i_{Lx,y,z}$ aufgelistet sind.

Die Nebengleichungen werden bei der Vorgabe von $u_{GRa,b,c0}$ und $i_{Lx,y,z}$ gemäss den nachfolgend aufgelisteten Gl. (5.58) ÷ (5.61) in den Hauptgleichungen bereits berücksichtigt, so dass nur die letzteren zur Lösung des Systems herangezogen werden. Neben den Grössen für $u_{GRa,b,c0}$ und $i_{Lx,y,z}$ werden auch die Sollwerte $u_{Lx,y,zS,w}$ der ASM-Statorwicklungsspannungen $u_{Lx,y,zS}$ bzw. die Sollwerte $i_{GRa,b,c,w}$ der GR-Eingangsströme $i_{GRa,b,c}$ als sinusförmig vorgegeben[8]:

$$u_{GRa,b,c0} = U_{GR} \cdot \cos(\omega_N t + D) \tag{5.58}$$

$$u_{Lx,y,zS,w} = U_L \cdot \cos(\omega_L t + \varphi_{uL0} + D) \tag{5.59}$$

$$i_{GRa,b,c,w} = I_{GR} \cdot \cos(\omega_N t + \varphi_{iGR0} + D) \tag{5.60}$$

$$i_{Lx,y,z} = I_L \cdot \cos(\omega_L t + \varphi_{iL0} + D) \tag{5.61}$$

mit $D = 0°, -120°, 120°$

Der Phasenwinkel φ_{uGR0} der GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ wird hier als $\varphi_{uGR0} = 0°$ angenommen[9], da in diesem Kapitel das Eingangsfilter nicht berücksichtigt wird. Daher gilt insbesondere die Beziehung $\varphi_{uGR0} = \varphi_{uN0}$.

Tabelle 5.4 verschafft einen Überblick über die vorgegebenen Grössen sowie die 22 Unbekannten (=Variablen). Dabei wird wieder als Beispiel vom Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ ausgegangen und für diesen konkreten Fall der Spannungs-Nullzustand $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0p}(ppp)$ vorausgesetzt, da gemäss Gl. (5.40)

8) Siehe auch Bemerkungen zu den vorgegebenen Grössen auf Seite 171 unter Abschnitt 5.2.1 und beachte, dass für $i_{GRa,b,c,w}$ nur φ_{iGR0} wirklich vorgebbar ist.

9) vergleiche ebenfalls den vorgegebenen Phasenwinkel φ_{uGR0} auf Seite 171

das resultierende Spannungs-Nullzustands-Tastverhältnis τ_ξ eine beliebige Auswahl eines der beiden in Frage kommenden Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ erlaubt. Die DC-Spannung $u_{d,km}$ soll dabei maximal werden ($u_{d,km} = u_{d,km,max}$). Somit setzen sich die Sollwert-Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ genau aus den zwei bzw. drei Zeigerpositionen $\underline{I}_1$(ab) und $\underline{I}_2$(ac) bzw. $\underline{U}_6$(pnp), $\underline{U}_1$(pnn) und $\underline{U}_{0p,n}$ zusammen.

***vorgegebene* Systemgrössen**
$u_{GRa,b,c0}$, $u_{Lx,y,zS,w}$, $i_{Lx,y,z}$, $\omega_N t$, $\omega_L t$, φ_{iGR0}, φ_{uL0}, φ_{iL0} $m_{pa} = 1$, $m_{pb} = m_{pc} = m_{na} = 0$, $m_{xp} = 1$, $m_{xn} = 0$ (5.62)
22 *unbekannte* Systemgrössen
$u_{dp0,km}$, $u_{dn0,km}$, $u_{d,km}$, $u_{WRx,y,z0,km}$, $u_{S0,km}$, I_{GR}, $i_{d,km}$, p_{km}, m_{nb}, m_{nc}, m_a, m_b, m_c, m_{yp}, m_{yn}, m_{zp}, m_{zn}, m_x, m_y, m_z

Tabelle 5.4: Vorgegebene und unbekannte Grössen bei der ***ud,max*-Methode**. Für nähere Erläuterungen zu den in der ersten Zeile von Gl. (5.62) vorgegebenen Grössen siehe Abschnitt 5.2.1.

Modulationsfunktionen bei der *ud,max*-Methode

Es lässt sich zeigen, dass das nichtlineare Gleichungssystem gemäss Tabelle 5.3 eindeutig lösbar ist und analytisch bestimmt werden kann. Berücksichtigt man von den 25 Gleichungen in Tabelle 5.3 nur diejenigen, welche mindestens eine Unbekannte enthalten, so bleiben unter Berücksichtigung von Tabelle 5.4 gerade noch 23 relevante Gleichungen übrig. Diese können dann entweder analytisch oder numerisch aufgelöst werden.

Die analytischen Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} und die daraus resultierenden Kurzzeitmittelwerte für die gesuchten elektrischen Grössen seien nachfolgend in Abhängigkeit der bereits in Figur 5.8 definierten sektorbezogenen Sektorwinkel ϑ_{iGR} und ϑ_{uWR} mit *Modulo*-Funktionen angegeben. Letztere sind für jedes Drehzeiger-Modulationsverfahren gültig.

$$\vartheta_{iGR}(t) = \left(\omega_N t + \varphi_{iGR0} + \frac{\pi}{6}\right) mod\ \frac{\pi}{3} \quad \text{mit} \left(0 \le \vartheta_{iGR} \le \frac{\pi}{3}\right) \tag{5.63}$$

$$\vartheta_{uWR}(t) = (\omega_L t + \varphi_{uWR0})\ mod\ \frac{\pi}{3} \quad \text{mit} \left(0 \le \vartheta_{uWR} \le \frac{\pi}{3}\right) \tag{5.64}$$

Werden die Phasenwinkel $\varphi_{iGR} = \omega_N t + \varphi_{iGR0} = [-\pi/6 \ldots \pi/6]$ bzw. $\varphi_{uWR} = \omega_L t + \varphi_{uWR0} = [-\pi/3 \ldots 0]$ im momentan betrachteten Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ mit deren angegebenen Bereichen auf die periodisch immer identisch lautenden Bereiche der Sektorwinkel $\vartheta_{iGR} = [0 \ldots \pi/3]$ bzw. $\vartheta_{uWR} = [0 \ldots \pi/3]$ abgebildet, so gelten für das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ folgende Zusammenhänge zwischen dem Phasenwinkel φ_{iGR0} bzw. φ_{uWR0} und dem entsprechenden Sektorwinkel ϑ_{iGR} bzw. ϑ_{uWR} (Figur 5.8):

$$\vartheta_{iGR} - \frac{\pi}{6} = \omega_N t + \varphi_{iGR0} \quad \text{bzw.} \quad \vartheta_{uWR} - \frac{\pi}{3} = \omega_L t + \varphi_{uWR0} \tag{5.65}$$

Dies ergibt nach längerer Rechnung für die gesuchten Modulationsfunktionen m_{ij} für das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ bei der *ud,max*-Methode:

$$\mathbf{m_{nb}} = \frac{-i_{GRb,w}}{i_{GRa,w}} = \frac{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} + \pi/\mathbf{6})}{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{6})} = 1 - m_{nc} \tag{5.66}$$

$$\mathbf{m_{nc}} = \frac{-i_{GRc,w}}{i_{GRa,w}} = \frac{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{2})}{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{6})} = 1 - m_{nb} \tag{5.67}$$

$$\mathbf{m_{yn}} = \frac{u_{WRxy,w} \cdot i_{GRa,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{u_{WRxy,w} \cdot i_{GRa,w}}{p_{km}}$$

$$= \mathbf{m} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6}) \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{6}) = 1 - m_{yp} \tag{5.68}$$

$$\mathbf{m_{zn}} = \frac{-u_{WRzx,w} \cdot i_{GRa,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{u_{WRzx,w} \cdot i_{GRa,w}}{p_{km}}$$

$$= \mathbf{m} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{2}) \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{6}) = 1 - m_{zp} \tag{5.69}$$

Dabei stellt m in den Gl. (5.68) ÷ (5.69) gerade den **Modulationsgrad** des ZMK dar. Dieser hängt u.a. vom GR-Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR} = \varphi_{uGR0} - \varphi_{iGR0} = -\varphi_{iGR0}$ zwischen GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ und erzeugter GR-Eingangsstrom-Grundschwingung $i_{GRa,b,c,GS}$ ab:

$$m = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_L}{U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})} \tag{5.70}$$

Im Gegensatz zur früheren Gl. (5.26) berücksichtigt Gl. (5.70) nun beliebige GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$. Das heisst also, dass mit der *ud,max*-Modulationsmethode diese Phasenverschiebung

$$\Delta\varphi_{GR} = -\varphi_{iGR0} \tag{5.71}$$

bewusst vorgegeben werden kann (siehe Gl. (5.60)). Sie dient vor allem zur Einstellung der eingangsseitigen Blindleistungsaufnahme (siehe Kapitel 6).

Die Lösungen für die restlichen Kurzzeitmittelwertgrössen lassen sich im betrachteten Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ wie folgt anschreiben:

Leistung (allgemein gültig)

$$\begin{aligned} p_{km} &= 3/2 \cdot U_{GR} \cdot I_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR}) = p_{GR,km} \\ &= 3/2 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\Delta\varphi_L) = p_{WR,km} = p_{L,km} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{GR}}{m} = P \end{aligned} \tag{5.72}$$

Die Zusammenhänge in Gl. (5.72) erhält man durch Einsetzen der Gl. (5.58) ÷ (5.61) in die Leistungsdefinitionen Gl. (3.87) ÷ (3.88) unter Benutzung der trigonometrischen Beziehung $\cos(x) \cdot \cos(y) = 1/2 \cdot (\cos(x+y) + \cos(x-y))$ und Einsetzen von Gl. (5.70).
Auf der Lastseite bezeichnet $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0}$ den Phasenverschiebungswinkel zwischen der Phasenlage der gewünschten Lastphasenspannung $u_{Lx,y,zS,w}$ $(\rightarrow \varphi_{uL0})$ und der Phasenlage der resultierenden Laststrom-GS $i_{Lx,y,z,GS}$ $(\rightarrow \varphi_{iL0})$.

GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude (*ud,max*-Methode)

$$\begin{aligned} I_{GR} &= \frac{p_{km}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot (i_{GRi,w}/I_{GR})} = konst \\ &= \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx,w} \cdot i_{Lz}}{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})} \end{aligned} \tag{5.73}$$

(vergleiche auch Gl. (3.90) und Gl. (3.92) in Kapitel 3)

DC-Grössen (*ud,max*-Methode)

$$\boldsymbol{u_{d,km}} = \frac{p_{km}}{i_{GRa,w}} = \frac{\mathbf{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})}}{\mathbf{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)}} \tag{5.74}$$

$$= \frac{\mathbf{\sqrt{3} \cdot U_L}}{\mathbf{m \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)}} \tag{5.75}$$

$$u_{dp0,km} = u_{GRa0} = U_{GR} \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \varphi_{iGR0} - \pi/6) \tag{5.76}$$

$$u_{dn0,km} = u_{dp0,km} - u_{d,km} \tag{5.77}$$

$$i_{d,km} = \frac{p_{km}}{u_{d,km}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx,w} \cdot i_{Lz}}{u_{d,km}}$$

$$= I_{GR} \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6) \tag{5.78}$$

Stern-Nullpunktsspannung (*ud,max*-Methode)

$$u_{S0,km} = u_{GRa0} - u_{LxS,w} \tag{5.79}$$

Die restlichen Grössen wie zum Beispiel die WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,km}$ ergeben sich direkt aus der Gl. (5.52) und Gl. (5.79). Auch die kombinierten Modulationsfunktionen $m_{a,b,c}$ und $m_{x,y,z}$ können durch Einsetzen von Gl. (5.66)÷(5.69) in Gl. (5.49) sowie Gl. (5.55) unter Berücksichtigung von Gl. (5.62) in Tabelle 5.4 leicht berechnet werden.

Bei der ***ud,max*-Methode** soll der Kurzzeitmittelwert der DC-Spannung maximal gemacht werden, so dass der GR das Maximum aus der ihm aufgeprägten GR-Eingangsspannung erzeugt, ohne auf die Spannungserzeugung am WR-Ausgang achten zu müssen. Deshalb leuchtet es ein, dass bei der *ud,max*-Methode die **GR-Modulationsfunktionen $\mathbf{m_{ij}}$** (Gl. (5.66)÷(5.67)) lediglich von dem in Figur 5.8 a dargestellten Sektorwinkel ϑ_{iGR} abhängen und **von der Lastseite völlig entkoppelt** sind.
Der WR hingegen erzeugt aus der lediglich von der Netz-(GS)-Frequenz abhängigen DC-Spannung eine gewünschte lastfrequente WR-Ausgangsspannung mit einstellbarer GS-Amplitude. Dies erklärt, weshalb die **WR-Modulationsfunktionen $\mathbf{m_{ij}}$** (Gl. (5.68)÷(5.69)) neben beiden Sektorwinkeln ϑ_{uWR} und ϑ_{iGR} noch den Modulationsgrad m zur Anpassung der WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude enthalten.

Nun sind also alle unbekannten Grössen aus Tabelle 5.4 bestimmt, so dass für jedes aktuelle Sektorpaar $\{si_{1,\ldots,6}, su_{1,\ldots,6}\}$ (von den insgesamt 36 möglichen Kombinationen) die Modulationsfunktionen m_{ij} durch zyklische Vertauschung gemäss Tabelle 5.1 gefunden werden können. Damit ist die Logik für den Modulator definiert. Die soeben berechneten Lösungen sind in den Zeitverlaufsbildern der Figur 5.12 sowie der Figuren 5.17 ÷ 5.20 dargestellt.

5.3.2 Verlauf der erzeugten DC-Spannung

Wie bereits zu Beginn dieses Unterkapitels festgehalten, wird bei der *ud,max*-Modulationsmethode der momentan *maximal mögliche*[10] Kurzzeitmittelwert $u_{d,km,max}$ für die DC-Spannung $u_{d,km}$ erzeugt. Dies wird durch eine konsequente Vermeidung der GR-Nullzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ sichergestellt. Das entsprechende Nullzustands-Tastverhältnis für die GR-Eingangsstromzeiger wird also Null gesetzt ($\tau_\gamma = 0$, siehe Gl. (5.44)).

Es sei folgendes nochmals festgehalten:

Bei der *ud,max*-Modulationsmethode werden die Null- bzw. Stromfreilaufzustände ausschliesslich mit dem WR erzeugt. Auf diese Weise sorgt der Modulator für eine *maximale* DC-Spannung $u_{d,km}$ und gleichzeitig für einen *minimalen* DC-Strom $i_{d,km}$ bei einer bestimmen Leistung p_{km}. Die DC-Spannung u_d nimmt jederzeit den Wert einer der sechs netzseitigen verketteten GR-Eingangsspannungen $\pm u_{GRab,bc,ca}$ an und es gilt $u_d \neq 0$.
Die WR-Freilaufzustände $\underline{U}_{0\,p,n}$ sind für die erzeugten DC-Strom-Nullsprünge ($i_d = 0$) verantwortlich (Figuren 5.17 ÷ 5.20 c,h).

Durch die Nebenbedingungen für die verbotenen GR-Freilaufzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ in Gl. (5.44) wird der GR vom Modulator gezwungen, die grösst mögliche DC-Spannung $u_{d,km}$ bei gleichzeitig sinusförmigem Kurzzeitmittelwert für den GR-Eingangsstrom-GS $i_{GRa,b,c}$ im DC-Zwischenkreis aufzuprägen. Dabei ist die DC-Spannung $u_{d,km}$ – von der GR-Eingangsspannungs-GS-Amplitude U_{GR} abgesehen – folgenden zwei Abhängigkeiten unterworfen:

- Gemäss Gl. (5.74) hängt die DC-Spannung $u_{d,km}$ u.a. vom momentanen Stromsektorwinkel ϑ_{iGR} ab. Befindet sich der gewünschte GR-Eingangsstromdrehzeiger $\hat{\underline{i}}_{GR,km}$ gerade in der Mitte eines Sektors

10) immer unter der Voraussetzung sinusförmiger Kurzzeitmittelwerte $i_{GRa,b,c,km}$ für die GR-Eingangsströme

($\vartheta_{iGR} = \pi/6$), so erreicht die DC-Spannung $u_{d,km}$ ihr Minimum, während sie an den Sektorübergängen jeweils an das Maximum gelangt (Figur 5.8 a). Dies ergibt für $u_{d,km}$ eine nach *oben* geöffnete Girlandenform (Figur 5.12 und Figuren 5.17 ÷ 5.20 c). Für den linearen Mittelwert $U_{d,m}$ ergibt sich aus Gl. (5.74) nach kurzer Rechnung folgende Abhängigkeit:

$$U_{d,m} = U_{d,km,m} = \frac{1}{(\pi/3)} \cdot \int_0^{\pi/3} u_{d,km}(\vartheta_{iGR}) d\vartheta_{iGR} = \frac{9}{\pi} \cdot \ln(\sqrt{3}) \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR}) \tag{5.80}$$

und für den maximalen linearen Spannungsmittelwert $U_{d,m,max}$ (siehe auch Figur 5.12)

$$U_{d,m,max} = max(U_{d,m}) = U_{d,km,m}\big|_{\Delta\varphi_{GR} = 0°} \approx 1.574 \cdot U_{GR} \tag{5.81}$$

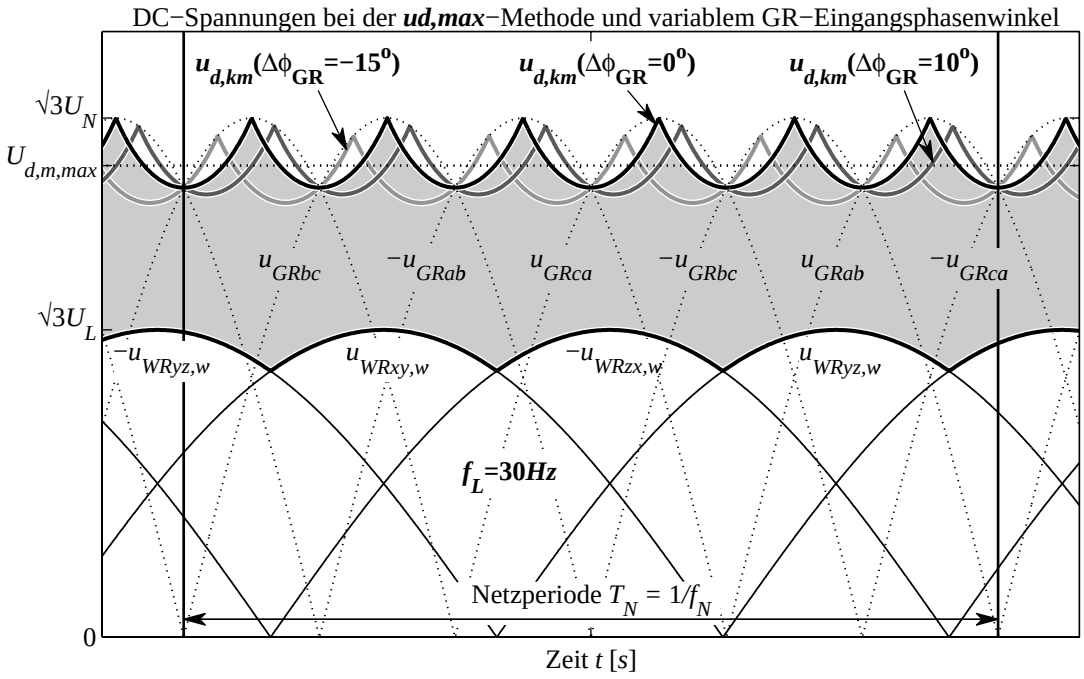
Ein Vergleich von Gl. (5.81) mit dem linearen Mittelwert $U_{d,m}$ ($\cong 100\%$) bei GR-Grundfrequenztaktung (Unterkapitel 5.1) in Gl. (5.8) zeigt, dass bei der *ud,max*-Methode der maximale lineare Spannungsmittelwert $U_{d,m,max}$ nur noch ca. 95.1% beträgt. Allerdings wirkt sich diese scheinbare Einbusse bei $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ auf die Spannungsübersetzung des ZMK nicht verschlechternd aus. Dies kann durch Vergleichen der Modulationsgrade m in Gl. (5.26) und Gl. (5.70) leicht verifiziert werden. Die "geopferte" Spannungszeitfläche zwischen $max(\pm u_{GRab,bc,ca})$ und $u_{d,km}$ rührt von der GR-Zwischentaktung zwischen jeweils zwei Umschalterpositionen innerhalb eines Stromsektors her und muss im Hinblick auf eine im Kurzzeitmittelwert sinusförmige Aufprägung der GR-Eingangsströme $i_{GRa,b,c,km}$ in Kauf genommen werden.

- Ebenfalls gemäss Gl. (5.74) verkleinert sich die DC-Spannung $u_{d,km}$ mit zunehmendem GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$. Allerdings muss das explizit vorgegebene $\Delta\varphi_{GR}$ theoretisch auf Werte

$$-\pi/6 \le \Delta\varphi_{GR} \le \pi/6 \tag{5.82}$$

begrenzt werden, um momentan nie negative DC-Spannungswerte u_d zu erzeugen ([11] Seite 194). Wegen der endlichen Taktfrequenz $f_T \ll \infty$ muss jedoch ein genügender Respektabstand zu Gl. (5.82) eingehalten werden, um nicht doch in diesen unerlaubten Modus zu gelangen (vergleiche

"Polarität der DC-Spannung", Seite 79 unten). Diese ist auch aufgrund ihrer verzögernden Wirkung für die leichte Unsymmetrie im Pulsmuster der DC-Spannung u_d bei einem in den Figuren 5.17 ÷ 5.20 c gewählten Wert von $f_T = 2kHz$ verantwortlich.



Figur 5.12: DC-Spannung $u_{d,km}$ bei der ***ud,max*-Methode** in Abhängigkeit der Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR} = -15, 0, 10°$: Die grau hinterlegte Fläche gibt für $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ den Bereich an, um den der WR die DC-Spannung "herabmoduliert", um die gewünschten verketteten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx,w}$ zu erzeugen.

In Figur 5.12 sind die erzeugten Kurzzeitmittelwerte $u_{d,km}(\Delta\varphi_{GR})$ der DC-Spannung u_d für die folgenden drei Fälle dargestellt, nämlich

- *kapazitiver* GR-Eingangsstrom mit $\Delta\varphi_{GR} = -15°$;
- *rein ohmscher* GR-Eingangsstrom mit $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ (auch sichtbar in den Figuren 5.17 ÷ 5.19 c,f);
- *induktiver* GR-Eingangsstrom mit $\Delta\varphi_{GR} = 10°$ (auch sichtbar in der Figur 5.20 c,f).

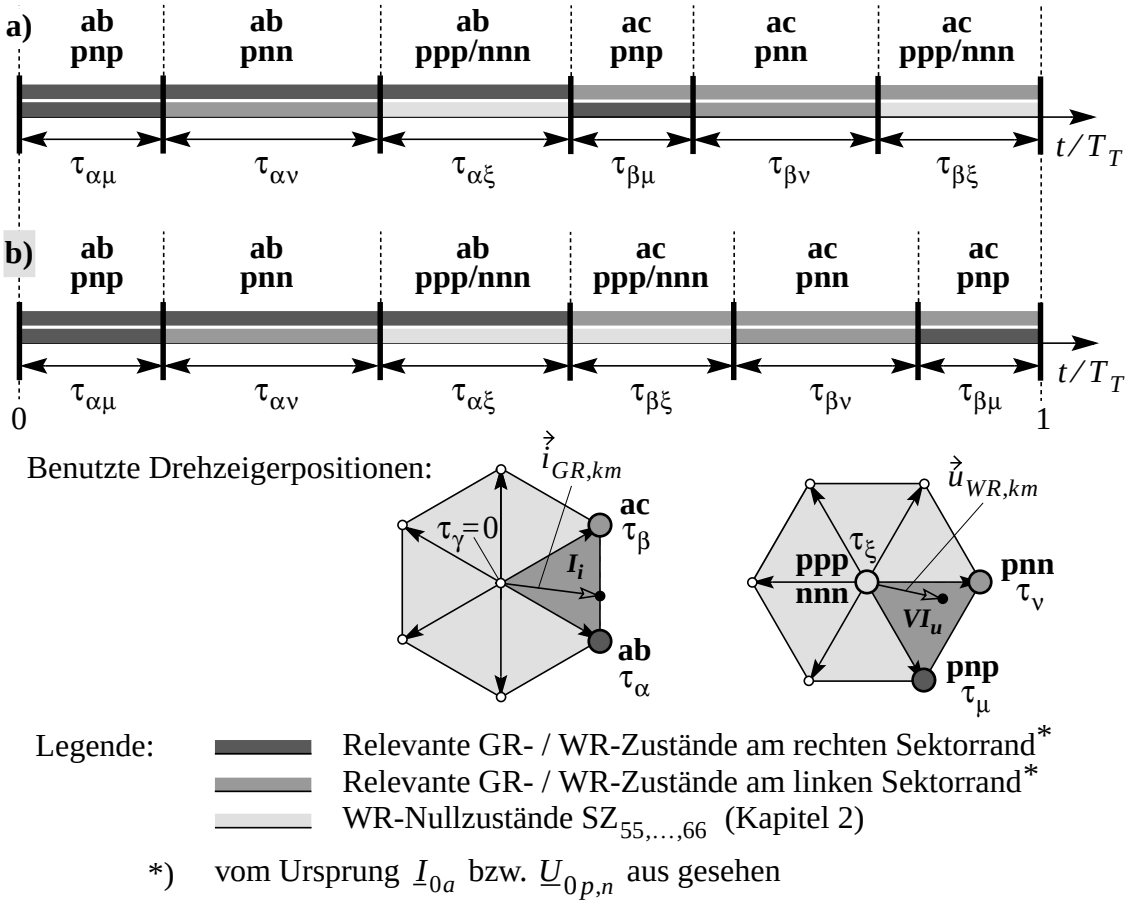
---

11) Durch Vertauschen der Schaltfunktionen $s_{pa,b,c} \leftrightarrow s_{na,b,c}$ und $s_{x,y,zp} \leftrightarrow s_{x,y,zn}$ kann bei $u_d < 0$ die Polarität von u_d positiv gemacht werden, sobald für $\Delta\varphi_{GR}$ die Bedingung in Gl. (5.82) verletzt wird. Nähere Untersuchungen werden hier weggelassen.

Der grau hinterlegte Bereich in Figur 5.12 zeigt, um wieviel der WR die DC-Spannung u_d für den besonderen Fall $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ "herabmodulieren" muss, um an seinem Ausgang aus der DC-Spannung $u_{d,km}$ die erwünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx,w}$ erzeugen zu können. Je grösser also die Differenz zwischen $u_{d,km}$ und $u_{WRxy,yz,zx,w}$ ist, desto länger gültige Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ muss der WR erzeugen.

5.3.3 Auswahl einer optimalen Schaltsequenz

Die Schaltsequenz mit den sechs zur Verfügung stehenden Tastverhältnissen τ_{ij} soll zu möglichst wenigen Schalthandlungen führen. Zur Erreichung dieses Zieles werden in Figur 5.13 zwei geeignete Varianten vorgeschlagen, von denen die Schaltsequenz-Variante b ausgewählt werde, da diese gemäss Tabelle 5.5 zur kleinsten Anzahl Schalthandlungen führt. Der Trick dabei besteht darin, dass die Sequenz für die WR-Ausgangsspannung innerhalb einer Taktperiode T_T spiegelsymmetrisch angeordnet wird.



Figur 5.13: Auswahl der Schaltsequenz-Variante b für eine minimale Anzahl Schalthandlungen. Benutzte Drehzeigerpositionen bei der ***ud,max*-Modulationsmethode** im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$.

Die Zahlenwerte in Tabelle 5.5 basieren auf den analogen Überlegungen wie in Abschnitt 5.2.6. Im Unterschied zur Schaltsequenz mit allen neun Drehzeigerkombinationen in Figur 5.11 kommt es jedoch bei der *ud,max*-Methode am Beispiel der Schaltsequenz-Variante b anstatt auf die GR-Topologie nur auf die Wahl eines der beiden WR-Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ innerhalb des aktuellen Spannungssektors an, um die Anzahl ein- und auszuschaltender Halbleiter pro Taktperiode T_T minimal zu halten. Die Unterscheidung der besprochenen Topologien spielt bei dieser Variante keine Rolle. Die Variante a stellt sich im Vergleich zur Variante b als nachteilig heraus.

Topologie	**GR-Typ A** (Figur 4.5)	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1)**			
Figur 5.13 **a**	(nur GFT)	2 (GR) + 8 (WR) = 10 (ZMK)		
Figur 5.13 **b**	(nur GFT)	2 (GR) + 6 (WR) = 8 (bei $U_0 = U_{0p}$)		
		2 (GR) + 4 (WR) = 6 (bei $U_0 = U_{0n}$)		
Sequenz	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK**			
Figur 5.13 **a**	(nur GFT)	4 + 8 = 12	4 + 8 = 12	2 + 8 = 10
Figur 5.13 **b**	(nur GFT)	4 + 6 = 10 bei $U_0 = U_{0p}$	4 + 6 = 10 bei $U_0 = U_{0p}$	2 + 8 = 10 bei $U_0 = U_{0p}$
		4 + 4 = 8 bei $U_0 = U_{0n}$	4 + 4 = 8 bei $U_0 = U_{0n}$	2 + 6 = 8 bei $U_0 = U_{0n}$

Tabelle 5.5: Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T je nach GR-Topologie, Schaltsequenz-Variante a und b und WR-Nullzustand $U_{0p,n}$ gemäss Figur 5.13. GR-Topologien siehe Kapitel 4, angesteuert mit der *ud,max*-Modulationsmethode.

Die Drehzeiger-Tastverhältnisse bei der *ud,max*-Methode

Die Lösung für die Drehzeiger-spezifischen Tastverhältnisse kann mit Hilfe der Gl. (5.31) und Gl. (5.36) direkt angeschrieben werden.

Für die **GR-Tastverhältnisse** $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$ folgt somit aus Gl. (5.66) ÷ (5.67):

$$\tau_\alpha \quad = \quad m_{nb} \quad = \quad \frac{\cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6)}{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)}$$

$$\begin{aligned}
\tau_\beta &= m_{nc} = \frac{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)}{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)} = 1 - m_{nb} \\
\tau_\gamma &= m_{na} = 1 - \tau_\alpha - \tau_\beta = 0
\end{aligned} \tag{5.83}$$

Die **WR-Tastverhältnisse** $\tau_{\mu,\nu,\xi}$ hängen zudem vom ZMK-Modulationsgrad m gemäss Gl. (5.70) ab. Sie folgen analog aus Gl. (5.68) ÷ (5.69):

$$\begin{aligned}
\tau_\mu &= 1 - m_{yp} - m_{zn} = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6) \\
\tau_\nu &= m_{zn} = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6) \\
\tau_\xi &= m_{yp} = 1 - \tau_\mu - \tau_\nu
\end{aligned} \tag{5.84}$$

Mit Benutzung der Gl. (5.43) sollen nun die **Drehzeiger-Tastverhältnisse** angegeben werden. Die Lösungen für die vier (leistungs-)relevanten Tastverhältnisse lauten:

$$\begin{aligned}
\tau_{\alpha\mu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\mu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
\tau_{\alpha\nu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\nu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
\tau_{\beta\mu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\mu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2) \\
\tau_{\beta\nu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\nu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)
\end{aligned} \tag{5.85}$$

Die Lösungen für die beiden übrigbleibenden Nullzustände ergeben:

$$\begin{aligned}
\tau_{\alpha\xi} &= \frac{\cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6)}{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)} - m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)\ \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
\tau_{\beta\xi} &= \frac{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)}{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)} - m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)\ \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)
\end{aligned} \tag{5.86}$$

Nun ist die Dauer der einzelnen Schaltzyklen der in Figur 5.13 dargestellten Schaltsequenz-Variante b bestimmt. Natürlich könnten die einzelnen Schaltzustände auch in einer ganz anderen Reihenfolge aneinandergehängt werden.

Reduktion der Anzahl Nullzustandszyklen

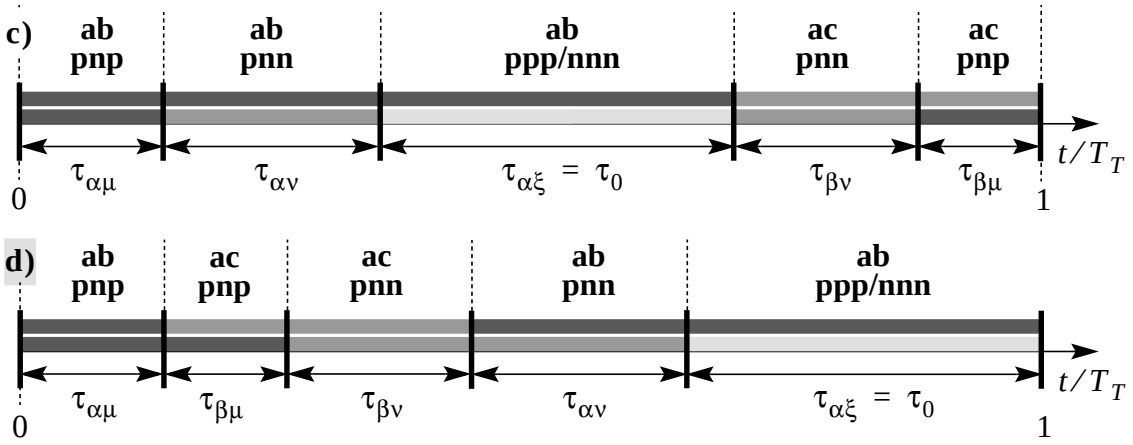
Jeder Nullzustand bewirkt dasselbe Input-Output-Verhalten des ZMK, bei dem während diesen Zeitabschnitten keine Leistung übertragen wird ($p = 0$). So haben beispielsweise bei der *ud,max*-Methode beide Nullzu-

stands-Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\beta\xi}$ von aussen gesehen dieselbe Wirkung. Deshalb kommt es nur darauf an, dass die resultierende Summe der ZMK-Nullzustände τ_0 immer eingehalten wird, nicht aber wie gross die einzelnen Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\xi}$, $\tau_{\beta\xi}$, $\tau_{\gamma\mu}$, $\tau_{\gamma\nu}$ und $\tau_{\gamma\xi}$ gewählt werden (siehe Gl. (5.42)). So ist es auch völlig gleichgültig, wie die WR-Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ gebildet werden, da sich dadurch das Input-Output-Verhalten ohnehin nicht verändert.

Das einfachste Vorgehen besteht somit darin, entweder das gesamte Nullzustands-Tastverhältnis τ_0 des ZMK in Funktion der leistungsrelevanten Tastverhältnisse zu berechnen

$$\tau_0 = 1 - \tau_{\alpha\mu} - \tau_{\alpha\nu} - \tau_{\beta\mu} - \tau_{\beta\nu} \qquad (= \tau_\xi) \qquad (5.87)$$

oder einfach die Summe aus der obigen Gl. (5.86) zu bestimmen, obschon nachträglich $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\beta\xi}$ auch anders gewichtet werden können. Es liegt nun nahe, eine weitere, noch einfachere Schaltsequenz-Variante in Ergänzung zu Figur 5.13 b vorzuschlagen, bei der nun mit $\tau_{\beta\xi} = 0$ eines der beiden Nullzustands-Tastverhältnisse willkürlich Null gesetzt wird (siehe Figur 5.14 c). Auf diese Weise sind im Vergleich zu Figur 5.13 b nur noch fünf Schaltzyklen vorhanden. Allerdings hat bei $\tau_{\beta\xi} = 0$ der direkte Übergang $\tau_{\alpha\xi} \rightarrow \tau_{\beta\nu}$ ein gleichzeitiges Umschalten von GR und WR zur Folge. Dies sollte aber aufgrund der Schaltflanken und transienten Zustände während der Kommutierung besser vermieden werden. Deshalb liegt es nahe, die Schaltsequenz gemäss Figur 5.14 c in ihrer zeitlichen Abfolge entsprechend zu ändern. Figur 5.14 d zeigt diesbezüglich einen besseren Vorschlag.



Figur 5.14: Schaltsequenz-Variante c mit nur noch fünf Schaltzyklen gegenüber Figur 5.13 b durch Festlegen von $\tau_{\beta\xi} = 0$. Dabei verhindert Schaltsequenz-Variante d ein gleichzeitiges Umschalten von GR und WR (Legende wie in Figur 5.13).

Die aus Figur 5.14 d resultierenden Anzahl Umschaltungen je Halbleiter zeigen anhand der Tabelle 5.6, dass im Gegensatz zur Figur 5.13 b und Tabelle 5.5 nur bei der Topologie-Variante D ein kleiner Unterschied besteht. Bei ihr muss ein stromloses Umschalten des GR mit dem jeweils günstigsten transienten WR-Nullzustand $U_{0p,n}$ sichergestellt werden. Dies erhöht wiederum die Anzahl der WR-Schaltvorgänge und wirkt sich bei dieser Schaltsequenz-Variante für die Topologie-Variante D zwar ungünstiger aus als bei Schaltsequenz-Variante b in Figur 5.13 b, reduziert aber einen Schaltzyklus und trägt damit zu einer höheren Übersichtlichkeit bei.

Topologie	**GR-Typ A** (Figur 4.5)	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1)**			
Figur 5.14 **d**	(nur GFT)	2 (GR) + 4 (WR) = 6 (ZMK)		
Sequenz	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK**			
Figur 5.14 **d**	(nur GFT)	4 + 4 = 8	4 + 4 = 8	2 + 8 = 10

Tabelle 5.6: Minimale Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T, abhängig von der GR-Topologie (Kapitel 4) bei beliebig gewähltem WR-Nullzustand $\underline{U}_{0p,n}$ für Schaltsequenz in Figur 5.14 d, angesteuert mit der *ud,max*-Modulationsmethode.

Alle vorgestellten Varianten zeigen klar auf, dass es verschiedene Kriterien gibt, wie eine Schaltsequenz festzulegen ist und dass dabei bezüglich der Anzahl umschaltender Halbleiter für die verschiedenen GR-Topologien teilweise gar keine Unterschiede bestehen. Im allgemeinen ist es wichtig, dass ein möglichst auf das jeweils eingesetzte Modulationsverfahren und zusätzlich auf die Schaltungstopologie-Variante individuell abgestimmtes Pulsmuster verwendet wird, um überflüssige Umschaltungen zu vermeiden. Auch die Minimierung der Anzahl Nullzustandszyklen von zwei auf eins bei der *ud,max*-Methode durch Elimination des einen Nullzustandes (z.B. $\tau_{\beta\xi} = 0$) vereinfacht die Vorstellung eines bestimmten Pulsmusters. Zusammenfassend lässt sich folgendes festhalten:

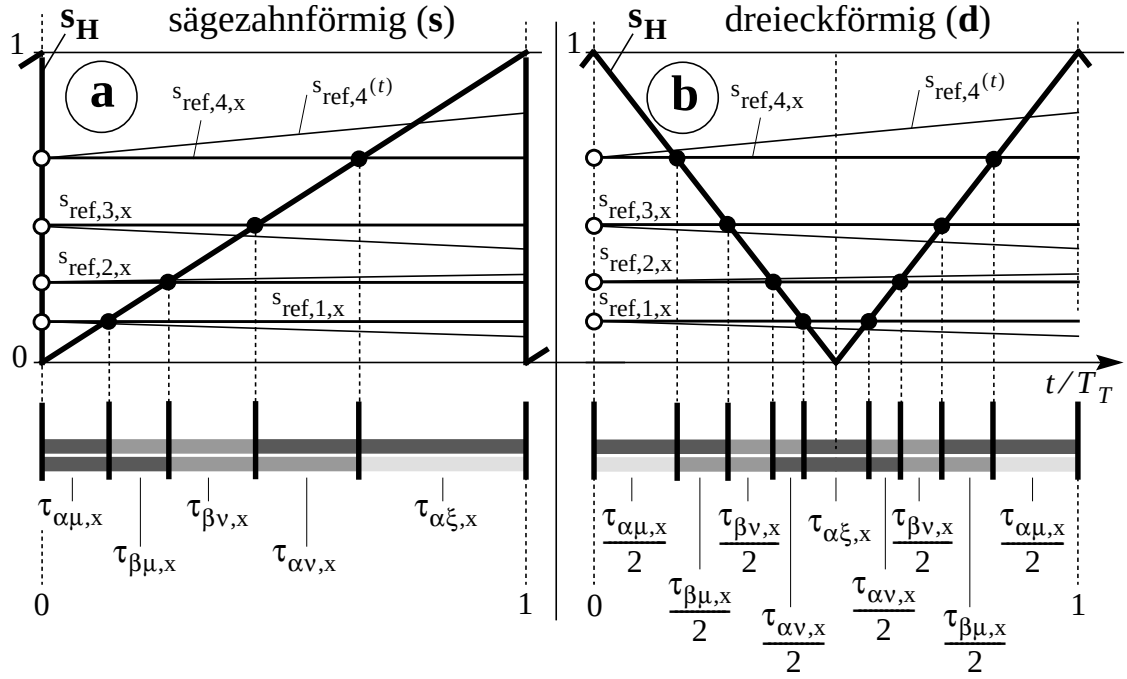
Im Vergleich zur optimalen allgemeinen Schaltsequenz a (Figur 5.11, Tabelle 5.2) ist es möglich, bei der ***ud,max*-Methode** (Tabelle 5.6) Schaltsequenzen mit nur **8 bis 10 Ein-/Aus-Schaltvorgängen** für alle besprochenen Topologie-Varianten B, C und D zu definieren.

5.3.4 Erzeugung und Abtastung der Referenzsignale

Zur Erzeugung der Schaltsequenz-Variante d in Figur 5.14 mit dem **U**nter-**s**chwingungs**v**erfahren (USV) erscheint die Benutzung der folgenden zwei Trägersignaltypen am naheliegendsten:

- **sägezahnförmiges** Trägersignal s_H;
- beidseitig symmetrisches **dreieckförmiges** Trägersignal s_H
  - mit *einmaliger* Abtastung der Referenzsignale pro Taktperiode T_T (*Single Edge Sampling* [19], entsprechend Figur 5.15);
  - mit *doppelter* Abtastung der Referenzsignale pro Taktperiode T_T bzw. mit Abtastung nach jeder halben Taktperiode $T_T/2$ (*Double Edge Sampling* [19]).

Obwohl in dieser Arbeit sämtliche auf der Drehzeigermodulation beruhenden Simulationen stets mit sägezahnförmigen Trägersignalen s_H (Figur 5.15 links) durchgeführt wurden, ist die Verwendung eines dreieckförmigen Trägersignales s_H (Figur 5.15 rechts) genauso denkbar. Ein wichtiger Unterschied liegt darin, dass bei einem dreieckförmigen Trägersignal eine $T_T/2$-



Figur 5.15: Übergang von den abgetasteten (Index x) Referenzsignalen $s_{ref,i,x}$ zu den taktperiodisch erzeugten Pulsmustersequenzen mit den einzelnen abgetasteten (Index x) Drehzeiger-Tastverhältnissen $\tau_{ij,x}$ bei **s**ägezahnförmigem **(Bild a)** und **d**reieckförmigem **(Bild b)** Trägersignal s_H.

periodische Spiegelung der Pulsmusterabfolge auftritt, welche im Vergleich zur Sägezahntaktung einer doppelten Anzahl Schalthandlungen je Taktperiode T_T entspricht. Systematische Untersuchungen zu diesem Thema wurden in dieser Arbeit allerdings nicht weiter vertieft.

In Figur 5.15 ist der Übergang von den abgetasteten Referenzsignalen $s_{ref,i,x}$ zu den erzeugten Drehzeiger-Schaltsequenzen mit den (auf die Zeit normierten) Tastverhältnissen $\tau_{ij,x}$ für das Beispiel in Figur 5.14 mit der Schaltsequenz-Variante d abgebildet. Die abgetasteten Referenzsignale $s_{ref,i,x}$ setzen sich direkt aus den einzelnen Tastverhältnissen τ_{ij} zusammen. Sie lassen sich nach Gl. (5.88) auf rekursive Weise einfach berechnen. Die Zusammenhänge folgen direkt aus Figur 5.15.

$$\begin{aligned} s_{ref,1} &= \tau_{\alpha\mu} & \qquad s_{ref,2} &= \tau_{\beta\mu} + s_{ref,1} \\ s_{ref,3} &= \tau_{\beta\nu} + s_{ref,2} & \qquad s_{ref,4} &= \tau_{\alpha\nu} + s_{ref,3} \\ s_{ref,5} &= \tau_{\alpha\xi} + s_{ref,4} \end{aligned} \tag{5.88}$$

Sind die Referenzsignale gemäss Gl. (5.88) einmal bekannt, so können sie zu Beginn einer Taktperiode T_T abgetastet werden, um die Schnittpunkte mit dem jeweiligen Trägersignal s_H in der in Figur 5.15 dargestellten Art zu finden. Dieser Vorgang entspricht genau einer Vergleichsoperation zwischen den abgetasteten Referenzsignalen $s_{ref,i,x}$ und dem Trägersignal s_H. Damit sind die gesuchten realisierbaren Tastverhältnisse τ_{ij} für die verschiedenen Schalterstellungen des ZMK eindeutig bestimmt.

Ein Vergleich in Tabelle 5.7 der beiden Schaltsequenz-Varianten mit sägezahnförmigem Trägersignal gemäss Figur 5.13 b und Figur 5.14 d mit der jeweils dreieckförmigen Trägersignal-Variante zeigt, dass für beide gezeigten Fälle die sägezahnförmigen Trägersignale bei allen GR-Schaltungstopologien dieselbe minimale Anzahl von 8 Schalthandlungen erzeugen.

5.3.5 Beschreibung der Modulationsgrade

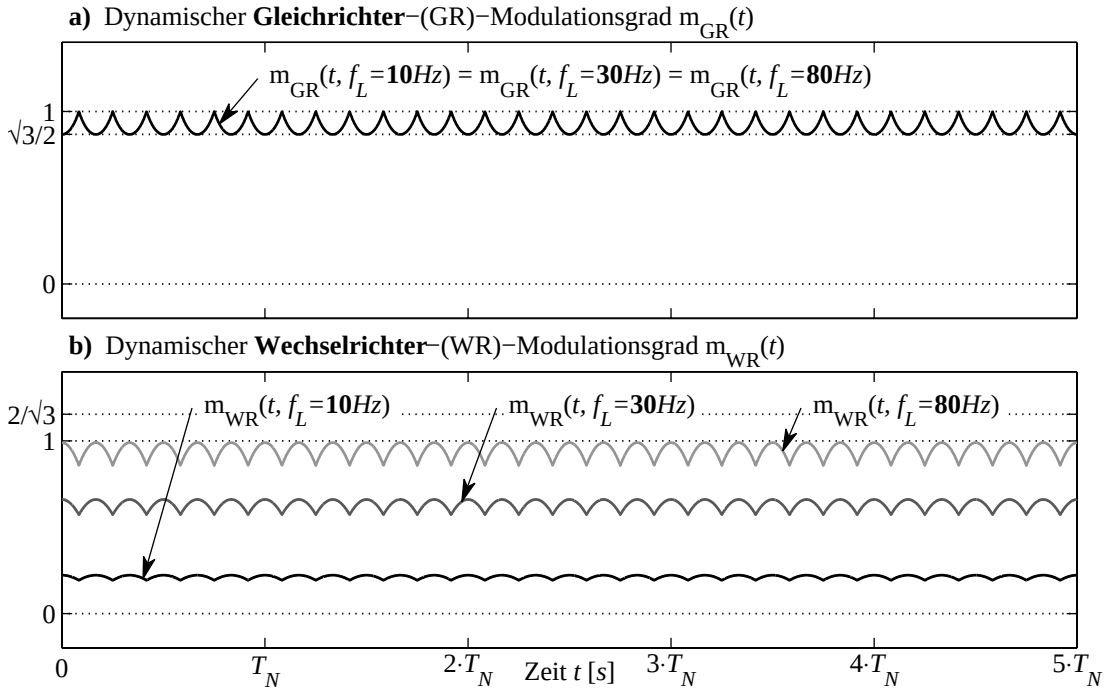
Der **(Gesamt-)Modulationsgrad** m des ZMK – bereits in Gl. (5.26) sowie Gl. (5.70) definiert – lässt sich auf der Basis der Drehzeigermodulation auch als Produkt zwischen dem minimalen GR-Modulationsgrad $m_{GR}(t)$ und dem maximalen WR-Modulationsgrad $m_{WR}(t)$ (Gl.(5.24) ÷ (5.25)) anschreiben. Er stellt eine sehr praktische (normierte) Rechengrösse dar.

$$m = 2/\sqrt{3} \cdot min(m_{GR}) \cdot max(m_{WR}) = [0 \ldots 1] \tag{5.89}$$

GR-Topologie	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz-Variante	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1) bei der *ud,max*-Methode**		
Fig. 5.13 b (s)	2 **(GR)** + 4 **(WR)** = 6 **(ZMK)**		
Fig. 5.13 b (d)	2 **(GR)** + 8 **(WR)** = 10 **(ZMK)**		
Fig. 5.14 d (s)	2 **(GR)** + 4 **(WR)** = 6 **(ZMK)**		
Fig. 5.14 d (d)	2 **(GR)** + 4 **(WR)** = 6 **(ZMK)**		
Sequenz-Variante	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK bei der *ud,max*-Modulationsmethode**		
Fig. 5.13 b (s)	4 + 4 = 8	4 + 4 = 8	2 + 6 = 8
Fig. 5.13 b (d)	4 + 8 = 12	4 + 8 = 12	2 + 8 = 10
Fig. 5.14 d (s)	4 + 4 = 8	4 + 4 = 8	2 + 8 = 10
Fig. 5.14 d (d)	8 + 4 = 12	8 + 4 = 12	4 + 12 = 16

Tabelle 5.7: Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T, abhängig von der GR-Topologie (Kapitel 4), Schaltsequenz und vom Trägersignal, das entweder **(s)**ägezahnförmig oder **(d)**reiecksförmig ist.

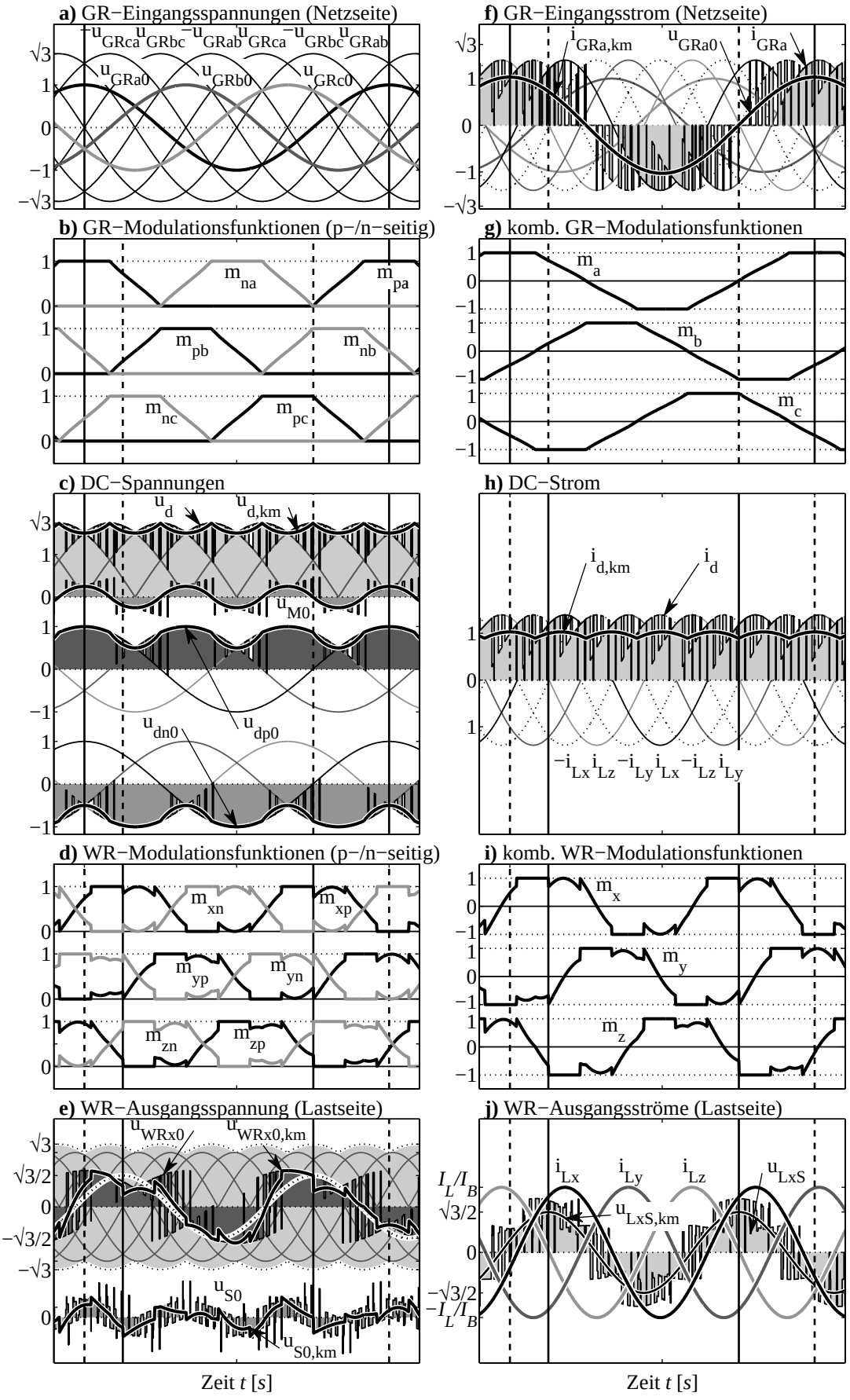
Der Informationsgehalt von Gl. (5.89) lässt sich so interpretieren:
Um im stationären Zustand jederzeit die gewünschte WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,zS,w}$ garantieren zu können, muss der Modulationsgrad m gerade so gross sein, dass auch die während einer Periode $T_N = 1/f_N$ bzw. $T_L = 1/f_L$ momentan minimal ($\rightarrow min(\mathrm{m_{GR}})$) zur Verfügung stehende DC-Spannung $u_{d,km}$ auch bei WR-Vollaussteuerung ($\rightarrow max(\mathrm{m_{WR}})$) für die Last ausreicht. Allerdings gilt Gl. (5.89) nicht für den Fall der GR-GFT. Trotz des grösseren Minimalwertes $min(\mathrm{m_{GR}})$ ($min(\mathrm{m_{GR}}) = 1$) des GR-Modulationsgrades bei GR-GFT (Figur 5.6 a, Seite 165) als bei der *ud,max*-Methode (Figur 5.16 a, Seite 203), lässt sich die minimal verfügbare DC-Spannung $min(u_{d,km}) = 3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})$ (Figuren 5.2 ÷ 5.4 c) im Vergleich zur *ud,max*-Methode (Figuren 5.17 ÷ 5.20 c) nicht weiter erhöhen. Deshalb muss bei der *ud,max*-Methode trotz des kleineren minimalen GR-Modulationsgrades $min(\mathrm{m_{GR}}) = \sqrt{3}/2$ keine Spannungseinbusse gegenüber der GR-GFT in Kauf genommen werden (Figur 5.16).

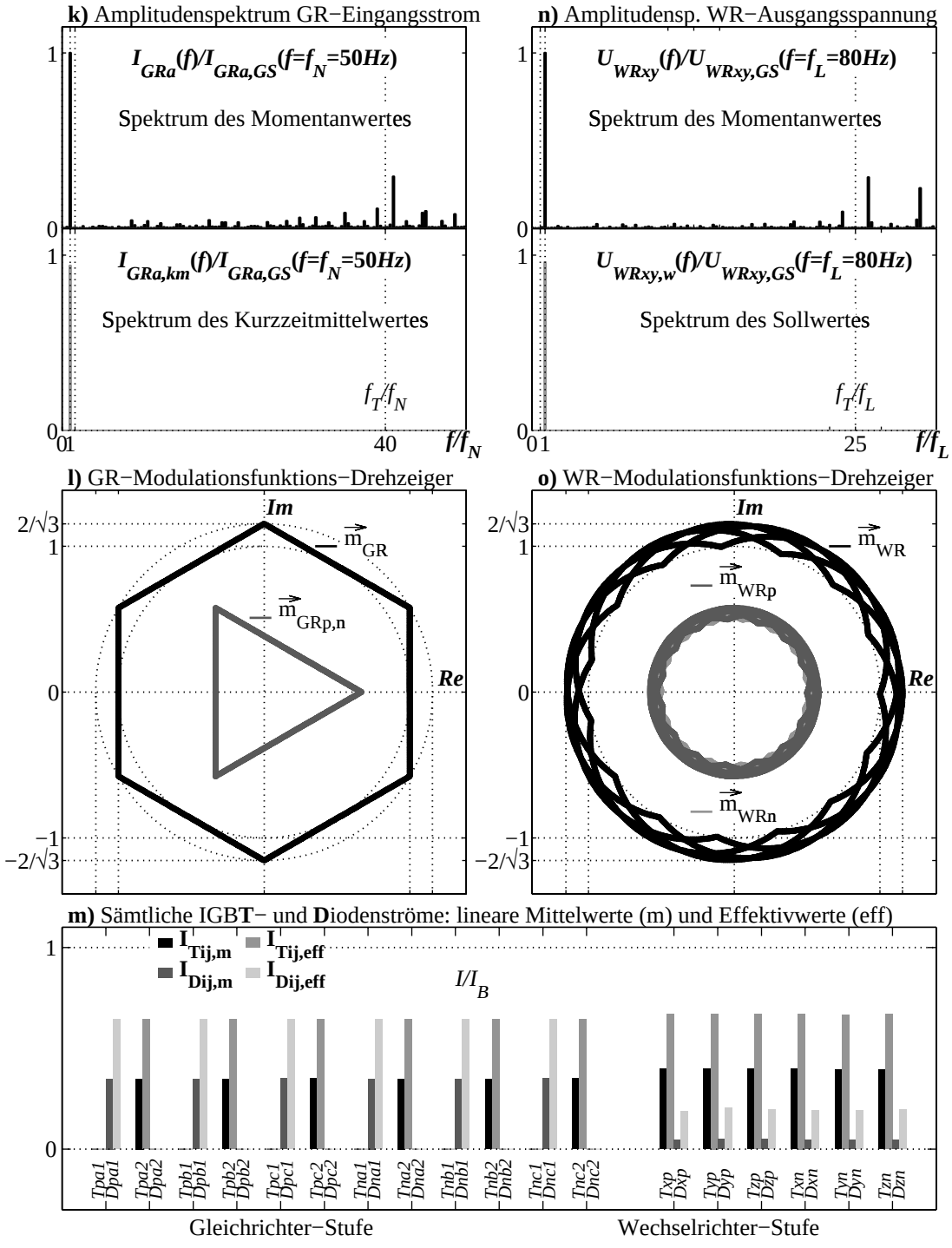


Figur 5.16: Dynamische Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ als Grundlage zur Berechnung des ZMK-Modulationsgrades $m = 2/\sqrt{3} \cdot min(m_{GR}) \cdot max(m_{WR})$ bei der *ud,max*-Methode im Leerlauf, bei Last-(GS)-Frequenzen von $f_L = 10, 30, 80 Hz$, mit linearer SFK und $\Delta\varphi_{GR} = 0$. Es gilt $max(m_{WR}) = 1$ bei $m = 1$.

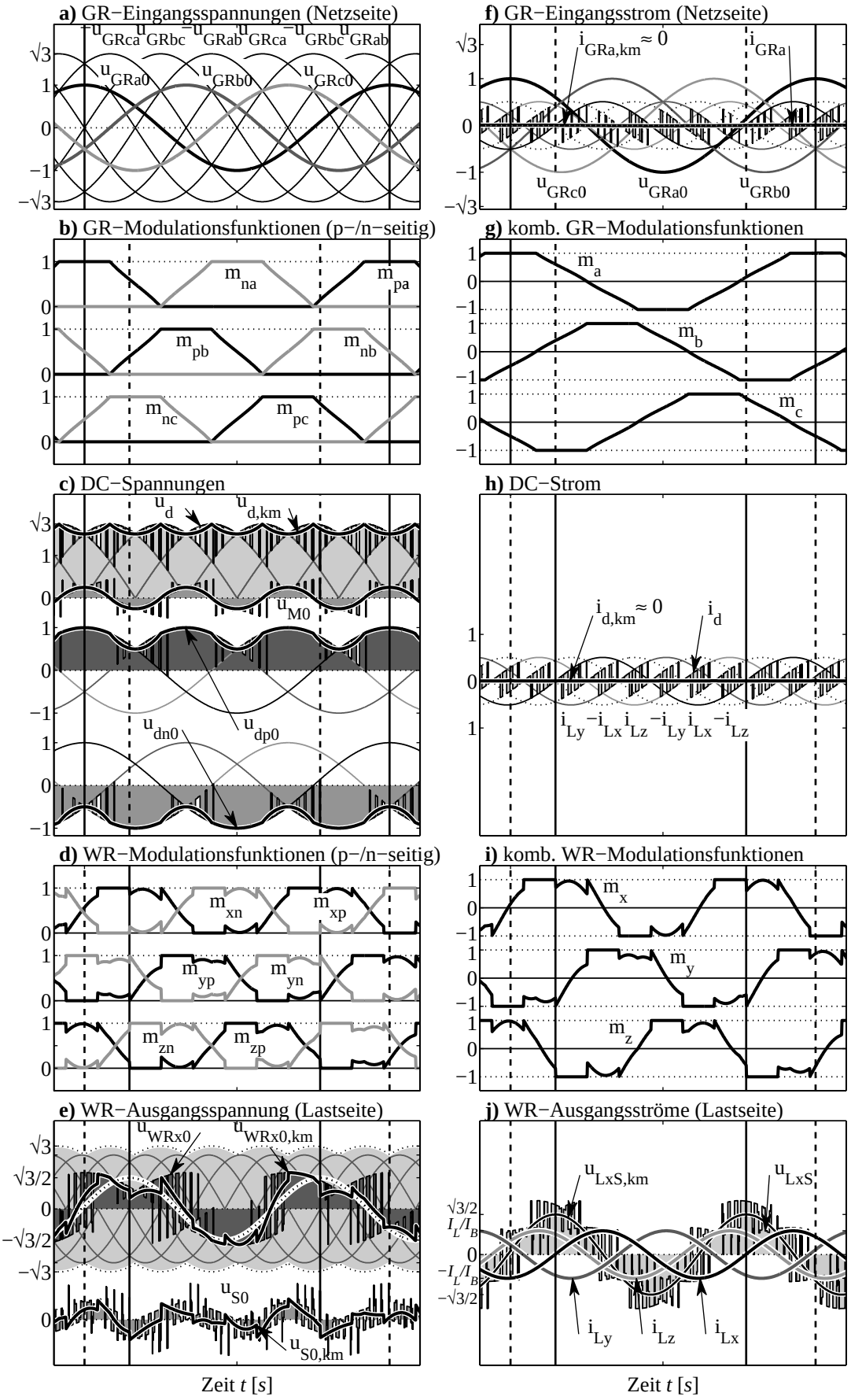
5.3.6 Übersichtsbilder zur *ud,max*-Methode

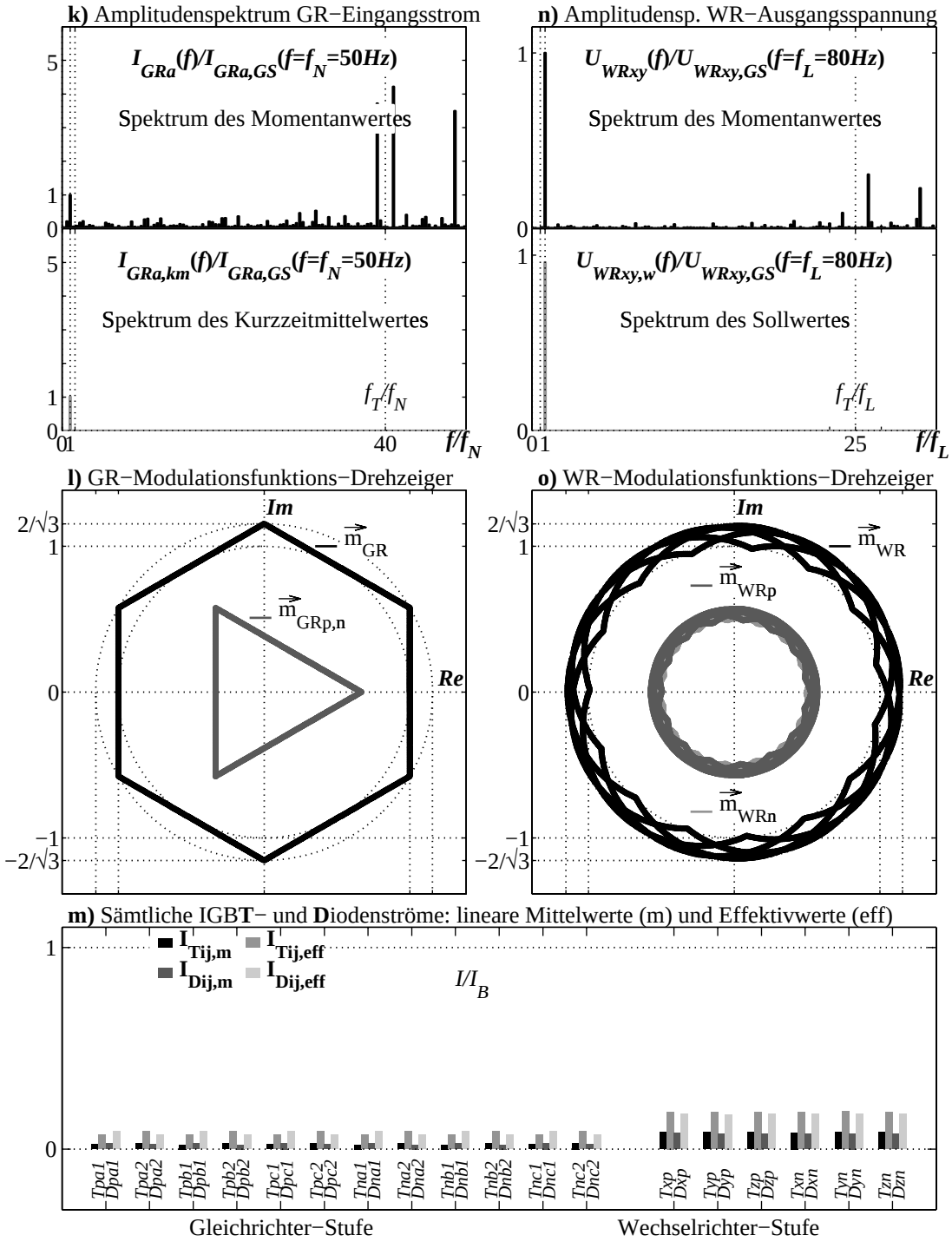
Die folgenden **Figuren 5.17 ÷ 5.20** sind in derselben Art aufgebaut wie die Figuren 5.2 ÷ 5.4 bei der GR-GFT aus Unterkapitel 5.1: Während auf der jeweils linken Seite in den Bildern a ÷ e von oben nach unten – d.h zur Last hin verlaufend – der ***Spannungs*-Konversionspfad** zu erkennen ist, heben – auch auf der linken Seite – die Bilder f ÷ j den von unten nach oben zum Netz zurück orientierten ***Strom*-Konversionspfad** hervor. Zur Ergänzung sind jeweils die zeitlichen Verläufe der Modulationsfunktionen abgebildet: Im oberen Teil (Bilder b,g) für den GR, der die Eingangsseite a,b,c mit dem DC-Zwischenkreis p,n verbindet und im unteren Teil (Bilder d,i) für den WR, der die Ausgangsseite x,y,z mit demselben DC-Zwischenkreis p,n zusammenführt. Die jeweils rechte Seite der Figuren 5.17 ÷ 5.20 zeigt oben (Bilder k,n) die Amplitudenspektren $I_{GRa}(f)$ am GR-Eingang bzw. $U_{WRxy}(f)$ am WR-Ausgang, in der Mitte die Modulationsfunktionsdrehzeiger von GR und WR (Bilder l,o) und unten die auf den Bezugsstrom I_B normierte mittlere Strombeanspruchung in den Halbleitern (Bilder m), immer unter der Annahme von **Topologie-Variante B** (Schalterbezeichnungen siehe Figur 4.6).


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
−u_GRca u_GRbc −u_GRab u_GRca −u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
√3
1
0
−1
−√3
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa
m_pb m_nb
m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d u_d,km
u_M0
u_dn0 u_dp0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp
m_yp m_yn
m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km
u_S0 u_S0,km
√3
√3/2
0
−√3/2
−√3
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km u_GRa0 i_GRa
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_d,km i_d
−i_Lx i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz i_Ly
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
i_Lx i_Ly i_Lz u_LxS u_LxS,km
I_L/I_B
−I_L/I_B
Zeit t [s]
Zeit t [s]

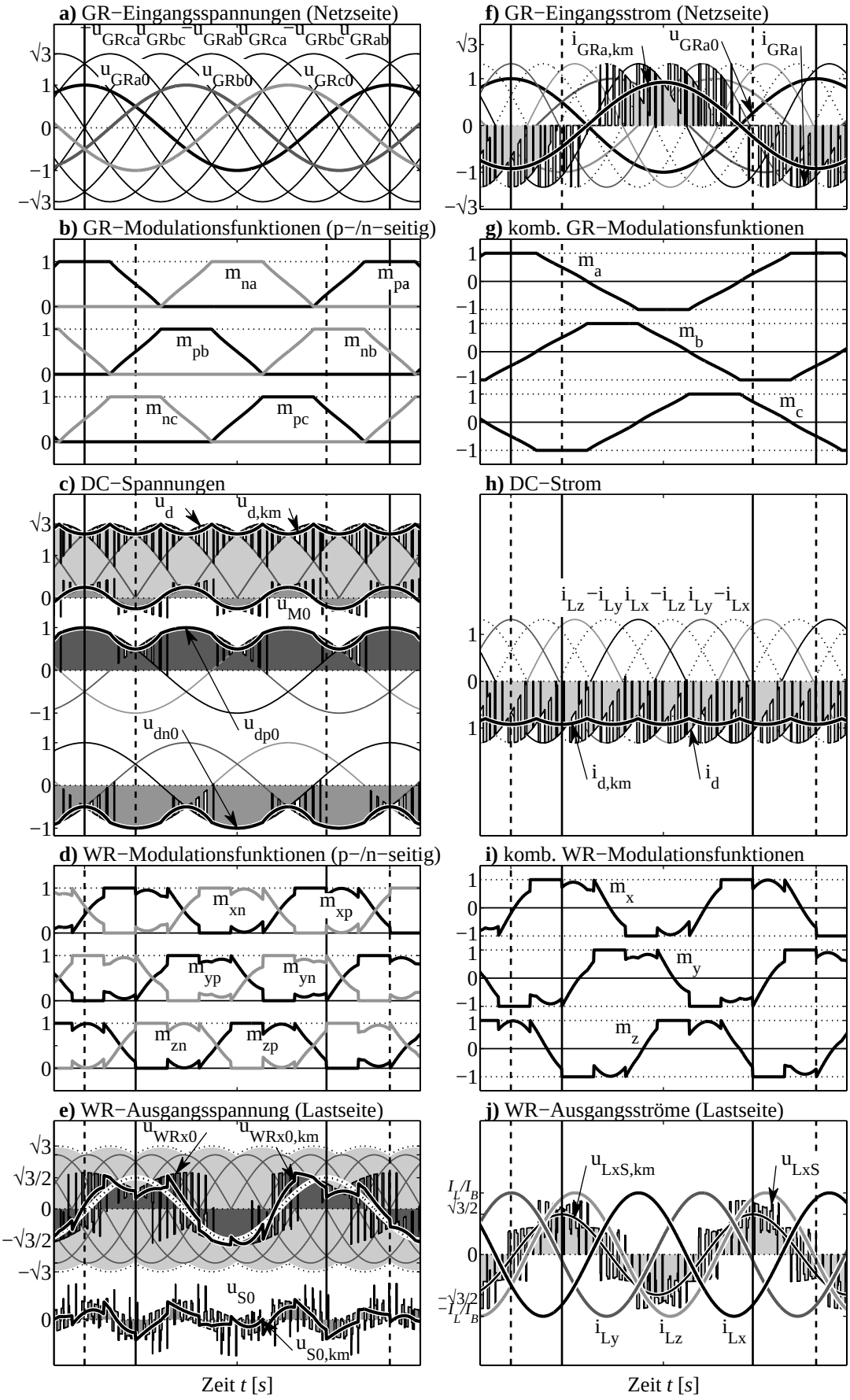


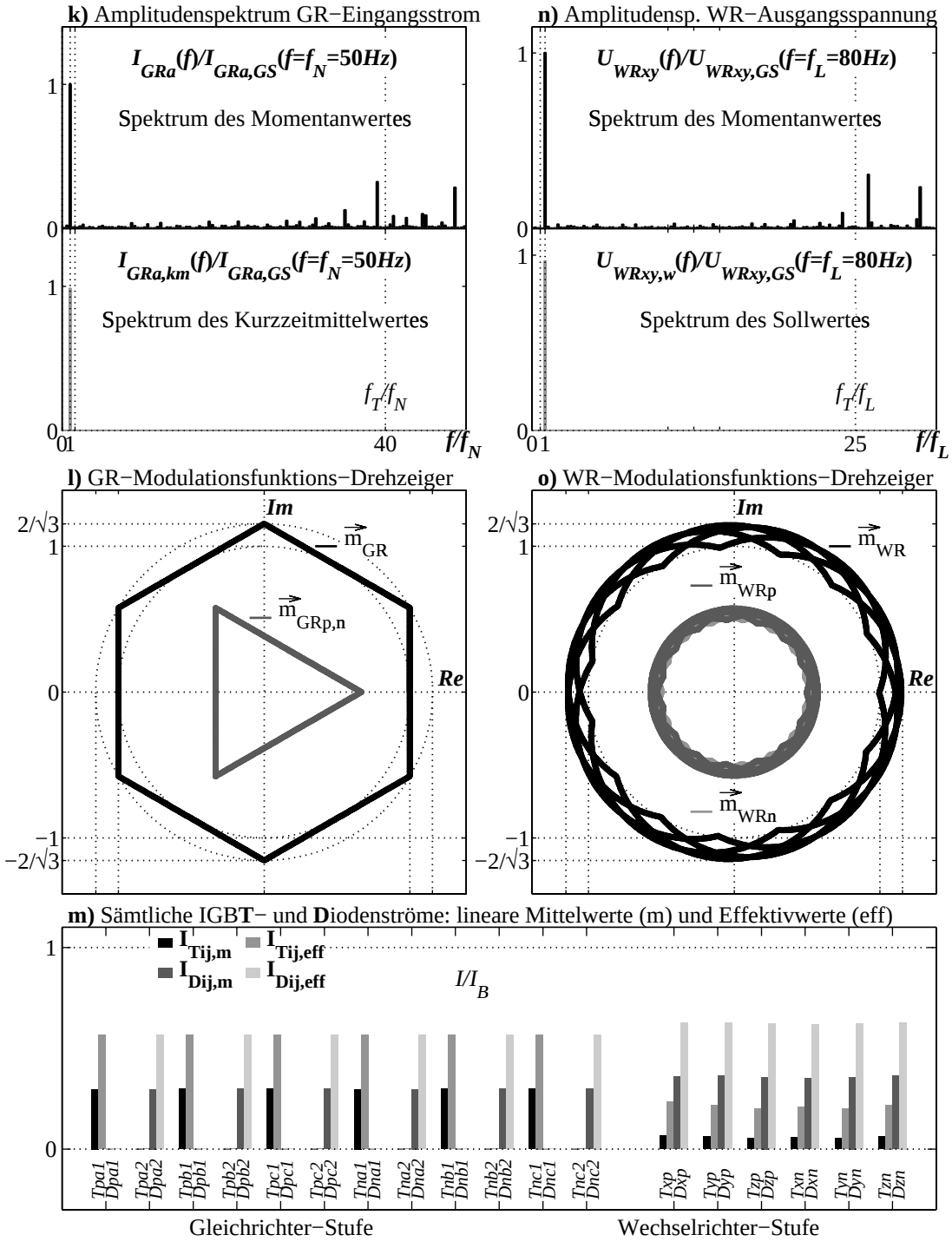
Figur 5.17: ***ud,max*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 1.16$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$,
$m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
u_GRca u_GRbc u_GRab u_GRca u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa m_pb m_nb m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d u_d,km u_M0 u_dn0 u_dp0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp m_yp m_yn m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km u_S0 u_S0,km
Zeit t [s]
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km ≈ 0 i_GRa u_GRc0 u_GRa0 u_GRb0
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_d,km ≈ 0 i_d i_Ly −i_Lx i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
u_LxS,km u_LxS i_Ly i_Lz i_Lx
Zeit t [s]

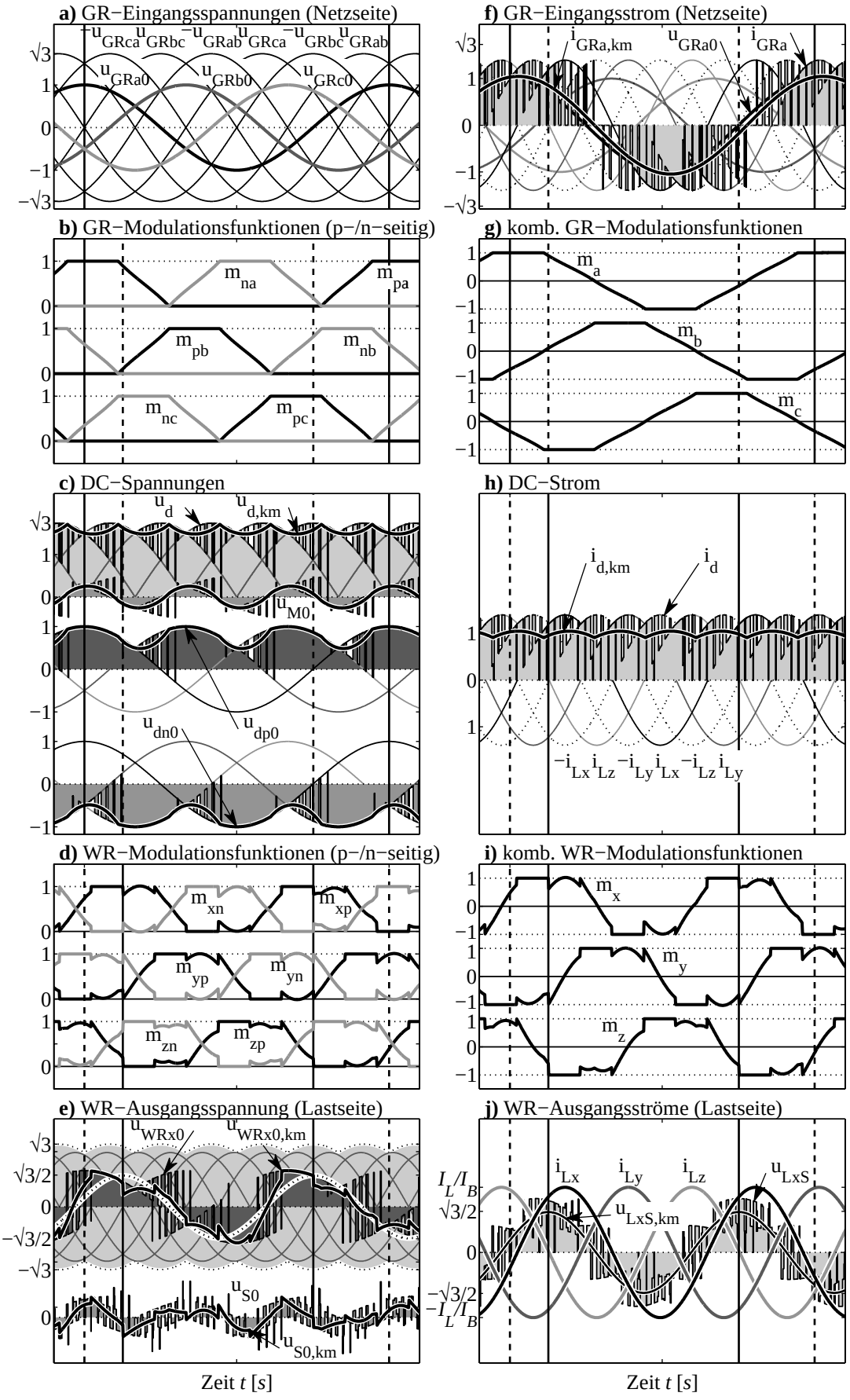


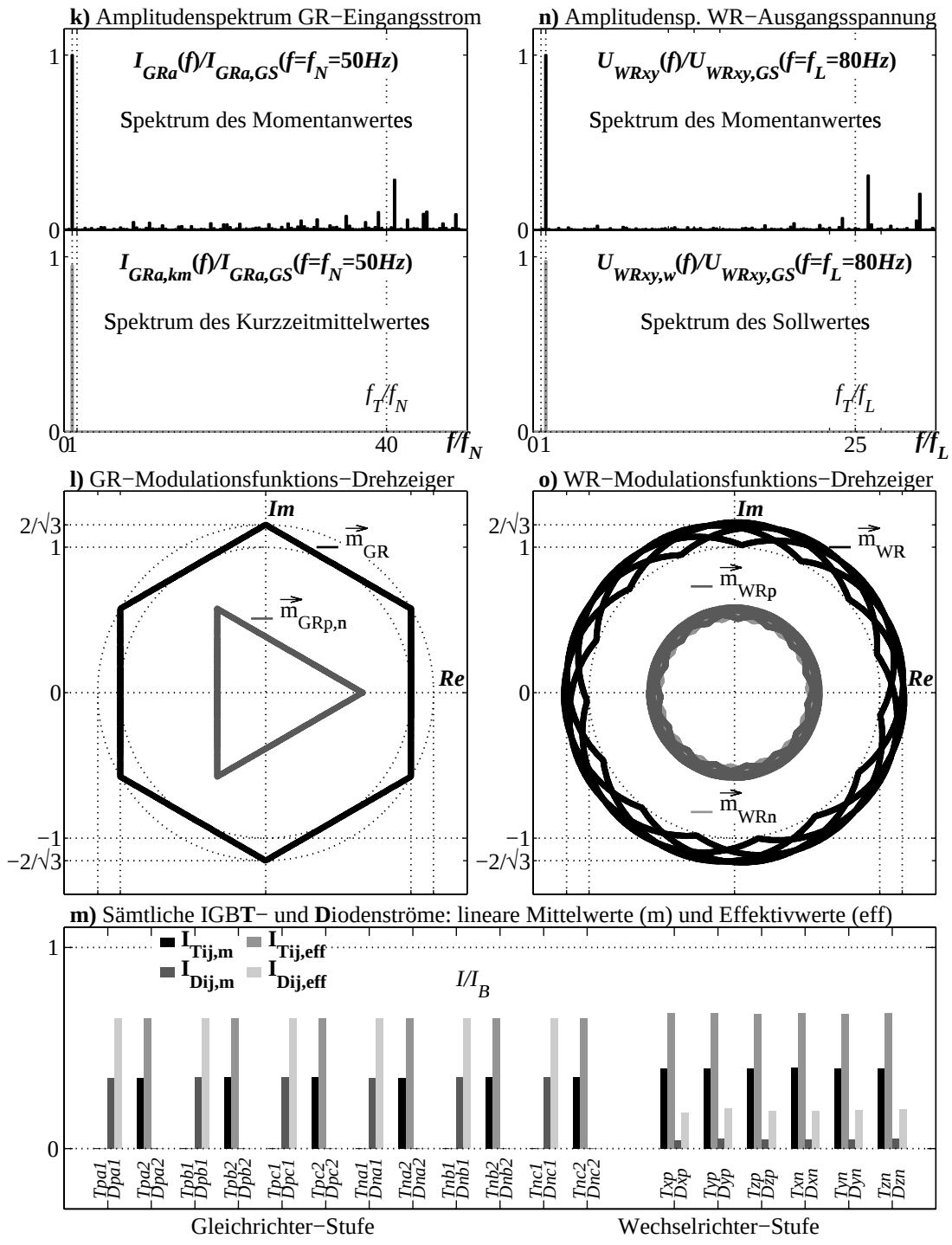
Figur 5.18: ***ud,max*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(Leerlauf)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 0.008$, $\Delta\varphi_{GR} = \mathbf{0}°$,
$m_d = 0$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.562$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 89°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
u_GRca u_GRbc u_GRab u_GRca u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa m_pb m_nb m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d u_d,km u_M0 u_dn0 u_dp0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp m_yp m_yn m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km u_S0 u_S0,km
Zeit t [s]
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km u_GRa0 i_GRa
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz i_Ly −i_Lx
i_d,km i_d
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
u_LxS,km u_LxS
I_L/I_B
i_Ly i_Lz i_Lx
Zeit t [s]



Figur 5.19: ***ud,max*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(generatorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = -1.035$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$,
$m_d = -0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.574$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 144.4°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
c) DC−Spannungen
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.20: ***ud,max*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 1.16$, $\Delta\varphi_{GR} = 10°$,
$m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.

Der ZMK wird immer im stationären Zustand betrieben und mit der *ud,max*-Modulationsmethode für die Fälle *Motorbetrieb* (Figuren 5.17 und 5.20), *Leerlauf* (Figur 5.18) und *Generatorbetrieb* (Figur 5.19) angesteuert. Dazu wird hier als Beispiel immer die **Sequenz-Variante in Figur 5.14 d** benutzt.
Der Zusammenhang zwischen der erzeugten DC-Spannung $u_{d,km}$ bzw. u_d und dem entsprechenden Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$ zwischen GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ und GR-Eingangsstrom-GS $i_{GRa,b,c,GS}$ kann den Figuren 5.17 ÷ 5.19 c,f für den Fall $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ und der Figur 5.20 c,f für $\Delta\varphi_{GR} = 10°$ entnommen werden.
Die Ausgangsfrequenz f_L wurde der Übersichtlichkeit halber mit $f_L = 80Hz$ in allen Bildern identisch angenommen. Bei diesem Betriebsmodus wird wiederum eine drehzahlgeregelte ASM mit linearer **S**pannungs-**F**requenz-**K**ennlinie (SFK) vorausgesetzt, so dass der Umrichter bei der gewählten Last-(GS)-Frequenz $f_L = 80Hz$ in Vollaussteuerung ($m = 1$) arbeitet. Dabei müssen die (normierten) Sollwerte $\Psi_{r,w,pu}$ [12] für die Rotorflussverkettung den Figurenbeschriftungen entsprechend reduziert werden[13] ($\rightarrow$ Feldschwächbereich).

In Ergänzung zur Drehzeiger-Darstellung der Modulationsfunktionen gemäss den Figuren 5.17 ÷ 5.20 l,o sowie zur Veranschaulichung der Bemerkungen in Abschnitt 5.3.5 sind in der Figur 5.16 (Seite 203) die gemäss Abschnitt 5.1.9 nach Gl. (5.24) ÷ (5.25) definierten dynamischen Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ für die drei verschiedenen Ausgangsfrequenzen $f_L \in \{10Hz, 30Hz, 80Hz\}$ über einen Zeitraum von fünf Netzperioden $5T_N$ abgebildet. Dabei wird ebenfalls auf die lineare SFK der ASM Rücksicht genommen.

Bei einem Vergleich fällt auf, dass bei der *ud,max*-Methode

- **gemeinsam** zur GR-GFT je nach Aussteuerung des ZMK der WR mit grösserem oder kleinerem Modulationsgrad m_{WR} angesteuert wird, um die WR-Ausgangsspannung korrekt zu variieren. Es gilt in beiden Fällen für die (maximalen) Modulationsgrade gerade $max(m_{GR}) = 1$ und $m = max(m_{WR})$. Zudem kommen sowohl im dynamischen GR- als auch WR-Modulationsgrad nur die sechsfache Netz-(GS)-Frequenz $6f_N$ vor. Zur Ausgangsfrequenz f_L proportionale Girlanden treten keine auf.
- **unterschiedlich** zur GR-GFT der von der Last-(GS)-Frequenz f_L unabhängige dynamische GR-Modulationsgrad $m_{GR}(t)$ zeitlich ändert.

---

12) normierter Sollwert gemäss den Bemerkungen in Anhang C.2.2 auf Seite 344 unten
13) siehe entsprechende Ausführungen zur linearen **S**pannungs-**F**requenz-**K**ennlinie (SFK) auf Seite 165 unter Abschnitt 5.1.9 "Modulationsgrade des ZMK"

5.4 Die *ud,min*-Modulationsmethode

Wie bereits zu Beginn von Unterkapitel 5.3 erwähnt, kann mit dem ZMK auf der DC-Seite eine beliebige Spannung und ein bei einer bestimmten Belastung sich ergebender DC-Strom beinahe verzögerungsfrei eingestellt und auch jederzeit – beispielsweise durch eine Regelung – dynamisch verstellt werden. Diese für Umrichtersysteme ungewöhnliche Eigenschaft verdankt der ZMK dem überflüssig gewordenen Energiezwischenspeicher auf seiner DC-Seite (siehe Figur 2.4, Seite 56).

Die zweistufige Spannungserzeugung beim ZMK mit dem GR und dem WR ermöglichen die Einstellung einer beliebigen DC-Spannung, immer unter der Voraussetzung, dass dadurch die Last wie erwünscht betrieben werden kann. In Unterkapitel 5.3 ist die *ud,max*-Methode als ein Spezialfall bereits vorgestellt worden, mit der eine maximale DC-Spannung erreicht wird. Deshalb sei an dieser Stelle als dualer Spezialfall die *ud,min*-Methode erläutert, mit der die DC-Spannung nur gerade so gross wie nötig, also *minimal* im DC-Zwischenkreis aufgeprägt wird.

Ähnlich wie bei der besprochenen *ud,max*-Methode wird die mathematische Analyse der *ud,min*-Methode ausführlich in Abschnitt 5.4.1 beschrieben. Die Lösungen für die einzelnen Modulationsfunktionen m_{ij} bilden die Grundlage zur Ansteuerung des Modulators.
Abschnitt 5.4.2 stellt die erzeugte DC-Spannung $u_{d,km}$ grafisch dar und zeigt deren typische, *nach **unten** geöffnete Girlandenform* (Figur 5.21) entlang der Kuppen der gewünschten verketteten WR-Ausgangsspannungen.
In Abschnitt 5.4.3 wird eine optimale Schaltsequenz mit geeigneter Nullzustandsreduktion vorgestellt (Figur 5.22). Damit gelingt es wie bei der *ud,max*-Methode, für die GR-Topologie-Varianten B und C (gemäss Kapitel 4) mit acht Schalthandlungen – das sei hier vorweggenommen – und nur gerade mit fünf von neun möglichen Schaltsequenzen je Taktperiode T_T auszukommen (vergleiche auch Abschnitt 5.3.3).
Schliesslich rundet Abschnitt 5.4.4 mit den Figuren 5.23 ÷ 5.24 die Beschreibung der *ud,min*-Methode ab. Daraus sind die *ud,min*-spezifischen Kurzzeitmittelwerte mit den geschalteten Grössen zu erkennen.

Um bei der *ud,min*-Methode die verlangte *minimale* DC-Spannung erzeugen zu können, werden alle möglichen WR-Nullzustände vermieden; der WR darf sich nie in einem der Freilaufzustände $\underline{U}_{0\,p,n}$ befinden (d.h. $\tau_\xi = 0$). Dadurch reduziert sich die in Figur 5.10 abgebildete Anzahl möglicher Drehzeigerkombinationen von neun auf sechs, so dass mit Blick

auf Gl. (5.42) von fünf möglichen Nullzuständen nur noch die beiden Tastverhältnisse $\tau_{\gamma\mu}$ und $\tau_{\gamma\nu}$ übrig bleiben. Dieses Ausschliessen von WR-Nullzuständen ist völlig dual zur *ud,max*-Methode nach Gl. (5.44). Es gilt:

$$\tau_{\alpha\xi} = 0 \qquad \tau_{\beta\xi} = 0 \qquad \tau_{\gamma\xi} = 0 \tag{5.90}$$

Mit den Nebenbedingungen in Gl. (5.90) wird dafür gesorgt, dass der WR mit seinem Modulator aus der zwischen seinen Klemmen p,n zur Verfügung stehenden DC-Spannung $u_{d,km}$ jederzeit AC-seitig die maximale dreiphasige verkettete WR-Ausgangsspannung $u_{WRxy,yz,zx,km}$ erzeugt. Der WR arbeitet also in Vollaussteuerung, d.h. es gilt immer der Bereich $m_{WR} = [1\ldots 2/\sqrt{3}]$ (vergleiche Figur 5.25 b). Gleichzeitig sorgt der Modulator dafür, dass der GR im Zwischenkreis nur eine für die Last minimal gerade noch ausreichende DC-Spannung $u_{d,km}$ erzeugt. Würde die DC-Spannung $u_{d,km}$ noch weiter reduziert, dann könnte nicht mehr die von der ASM-Regelung geforderte WR-Ausgangsspannung $u_{WRxy,yz,zx,w}$ sichergestellt werden (Figur 5.25 a). Der Sollwert des WR-Ausgangsspannungsdrehzeigers $\vec{u}_{WR,km}$ bewegt sich entlang der Kanten des Spannungs-Hexagons und setzt sich innerhalb einer Taktperiode T_T je Sektor $su_{1,\ldots,6}$ nur aus den Tastverhältnissen τ_μ und τ_ν zusammen (siehe Figur 5.8 b und Figur 5.22 unten). Allerdings muss der WR-Ausgangsspannungsdrehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ einen kreisförmigen Verlauf beschreiben, um im Kurzzeitmittelwert sinusförmige Ausgangsspannungen erzeugen zu können (siehe Abschnitt 5.2.1). Dies bedingt, dass die Kurzzeitmittelwerte $\underline{U}_{i,km}$ der Spannungszeiger $\underline{U}_i$ und daher die Zeiger selber in ihrer Länge entsprechend variieren. Dies wiederum bewirkt die erwähnte Girlandenform von $u_{d,km}$ gemäss Figur 5.21.

5.4.1 Bestimmung des Gleichungssystems

Mit Blick auf die nichtlinearen Umrichtergleichungen in Tabelle 5.3 (Seite 186) können alle Variablen analog zur *ud,max*-Methode in vorgegebene und unbekannte Grössen gemäss Tabelle 5.8 aufgeteilt werden. In Tabelle 5.3 sind alle wesentlichen Gleichungen des zweistufigen Matrixkonverters aus Kapitel 3 zusammengefasst. Sie sind unabhängig vom verwendeten Modulationsverfahren gültig. Es handelt sich um ein *nichtlineares* Gleichungssystem bestehend aus insgesamt 25 Gleichungen. Die vorgegebenen und die gesuchten Grössen müssen im Hinblick auf eine Auflösung des Systems für jedes der 36 Sektorpaare $\{si_{1,\ldots,6}, su_{1,\ldots,6}\}$ klar unterschieden werden. Dabei genügt es allerdings, die Lösung für ein bestimmtes Sektorpaar – z.B. für das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ – zu berechnen, indem dann diese

einmal berechneten Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} des ZMK anschliessend mit Hilfe der Tabelle 5.1 zyklisch vertauscht werden, um auf diese Weise für die restlichen Sektorpaare $\{si_{2,3,4,5,6}, su_{1,2,3,4,5}\}$ gültige Lösungen zu erhalten.

Die Unterscheidung zwischen Haupt- und Nebengleichungen erfolgt nach denselben Gesichtspunkten wie unter Abschnitt 5.3.1 (Seite 186) bereits beschrieben wurde. Ebenfalls sollen in diesem Zusammenhang die bereits besprochenen Gl. (5.58) ÷ (5.61) berücksichtigt werden.

Tabelle 5.8 verschafft einen Überblick über die vorgegebenen Grössen sowie die 21 Unbekannten (=Variablen). Dabei wird wieder als Beispiel vom Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ ausgegangen und für diesen konkreten Fall der Strom-Nullzustand $\underline{I}_0 = \underline{I}_{0a}(\mathrm{aa})$ vorausgesetzt[14]. Die DC-Spannung $u_{d,km}$ wird dabei minimal ($u_{d,km} = u_{d,km,min}$), so dass der WR im Vergleich zum GR keine weiteren Nullzustände erzeugen darf. Somit setzen sich die Sollwert-Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ genau aus den drei bzw. zwei Zeigerpositionen $\underline{I}_1(\mathrm{ab})$, $\underline{I}_2(\mathrm{ac})$ und $\underline{I}_{0a}(\mathrm{aa})$ bzw. $\underline{U}_6(\mathrm{pnp})$ und $\underline{U}_1(\mathrm{pnn})$ zusammen.

***vorgegebene* Systemgrössen**	
$u_{GRa,b,c0}$, $u_{Lx,y,zS,w}$, $i_{Lx,y,z}$, $\omega_N t$, $\omega_L t$, φ_{iGR0}, φ_{uL0}, φ_{iL0} $m_{pa} = 1$, $m_{pb} = m_{pc} = 0$, $m_{xp} = 1$, $m_{xn} = 0$, $m_{yp} = 0$, $m_{yn} = 1$	(5.91)
21 *unbekannte* Systemgrössen	
$u_{dp0,km}$, $u_{dn0,km}$, $u_{d,km}$, $u_{WRx,y,z0,km}$, $u_{S0,km}$, I_{GR}, $i_{d,km}$, p_{km}, m_{na}, m_{nb}, m_{nc}, m_a, m_b, m_c, m_{zp}, m_{zn}, m_x, m_y, m_z	

Tabelle 5.8: Vorgegebene und unbekannte Grössen bei der ***ud,min*-Methode**. Für nähere Erläuterungen zu den in der ersten Zeile von Gl. (5.91) vorgegebenen Grössen siehe Abschnitt 5.2.1.

Modulationsfunktionen der *ud,min*-Methode

Es lässt sich zeigen, dass das nichtlineare Gleichungssystem gemäss Tabelle 5.3 auch für die *ud,min*-Methode eindeutig lösbar ist und analytisch bestimmt werden kann. Berücksichtigt man von den 25 Gleichungen in

14) Begründung dafür siehe Bemerkungen unter Abschnitt 5.2.2 "Stromdrehzeiger-Tastverhältnisse des GR" auf Seite 173

Tabelle 5.3 (Seite 186) nur diejenigen, welche mindestens eine Unbekannte enthalten, so bleiben unter Berücksichtigung von Tabelle 5.8 gerade noch 22 relevante Gleichungen übrig. Diese können dann entweder analytisch oder numerisch aufgelöst werden, um die 21 Unbekannten zu bestimmen.

Die analytischen Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} und die daraus resultierenden Kurzzeitmittelwerte für die gesuchten elektrischen Grössen seien nachfolgend in Abhängigkeit der bereits in Gl. (5.63) ÷ (5.64) auf Seite 188 definierten sektorbezogenen Sektorwinkel ϑ_{iGR} und ϑ_{uWR} angegeben. Letztere sind für jedes Drehzeiger-Modulationsverfahren gültig.

Werden die Winkelbereiche $\varphi_{iGR} = \omega_N t + \varphi_{iGR0} = [-\pi/6 \ldots \pi/6]$ bzw. $\varphi_{uWR} = \omega_L t + \varphi_{uWR0} = [-\pi/3 \ldots 0]$ innerhalb des momentan betrachteten Sektorpaars $\{si_1, su_6\}$ auf die periodisch immer identisch lautenden Bereiche der Sektorwinkel $\vartheta_{iGR} = [0 \ldots \pi/3]$ bzw. $\vartheta_{uWR} = [0 \ldots \pi/3]$ abgebildet, so lauten unter Berücksichtigung von Gl. (5.65) für die gesuchten Modulationsfunktionen m_{ij} im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ nach längerer Rechnung bei der *ud,min*-Methode:

$$\mathbf{m_{na}} = 1 - \frac{u_{WRxy,w} \cdot i_{GRa,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = 1 - \frac{u_{WRxy,w} \cdot i_{GRa,w}}{p_{km}}$$
$$= 1 - \mathbf{m} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6}) \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{6}) \qquad (5.92)$$

$$\mathbf{m_{nb}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{GRb,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{GRb,w}}{p_{km}}$$
$$= \mathbf{m} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6}) \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} + \pi/\mathbf{6}) \qquad (5.93)$$

$$\mathbf{m_{nc}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{GRc,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{GRc,w}}{p_{km}}$$
$$= \mathbf{m} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6}) \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{iGR}} - \pi/\mathbf{2}) \qquad (5.94)$$

$$\mathbf{m_{zp}} = \frac{-u_{WRyz,w}}{u_{WRxy,w}} = \frac{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} + \pi/\mathbf{6})}{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6})} = 1 - m_{zn} \qquad (5.95)$$

$$\mathbf{m_{zn}} = \frac{-u_{WRzx,w}}{u_{WRxy,w}} = \frac{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{2})}{\mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6})} = 1 - m_{zp} \qquad (5.96)$$

Dabei stellt m in den Gl. (5.92) ÷ (5.94) gerade den nach Gl. (5.70) bereits definierten Modulationsgrad des ZMK dar. Dieser hängt u.a. vom GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR} = \varphi_{uGR0} - \varphi_{iGR0} = -\varphi_{iGR0}$ zwischen der sinusförmig angenommenen GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ und erzeugter GR-Eingangsstrom-**G**rund**s**chwingung (GS) $i_{GRa,b,c,GS}$ ab. Wie bei der *ud,max*-Methode kann auch bei der *ud,min*-Methode der GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$ bewusst beeinflusst werden, indem die relative Phasenlage φ_{iGR0} der erwünschten (Index w) GR-Eingangsstrom-GS $i_{GRa,b,c,w}$ zur GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ ebenfalls unter Einhaltung der Bedingung in Gl. (5.82) vorgegeben wird (siehe Gl. (5.60)).

Damit lassen sich im folgenden die Lösungen für die restlichen (Kurzzeitmittelwert-)Grössen im betrachteten Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ auflisten. Im Gegensatz zur *ud,max*-Methode ist hier die DC-Spannung $u_{d,km}$ unabhängig vom ZMK-Modulationsgrad m (vergleiche Gl. (5.75) mit Gl. (5.98)).

GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude (*ud,min*-Methode)

$$I_{GR} = \frac{p_{km}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot (i_{GRi,w}/I_{GR})} = konst$$

$$= \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx,w} \cdot i_{Lz}}{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})} \qquad (5.97)$$

(vergleiche auch Gl. (3.90) und Gl. (3.92) in Kapitel 3 sowie Gl. (5.73))

DC-Grössen (*ud,min*-Methode)

$$\boldsymbol{u_{d,km}} = u_{WRxy,w} = \sqrt{\mathbf{3}} \cdot \boldsymbol{U_L} \cdot \mathbf{cos}(\vartheta_{\mathbf{uWR}} - \pi/\mathbf{6}) \qquad (5.98)$$

$$u_{dp0,km} = u_{GRa0} = U_{GR} \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \varphi_{iGR0} - \pi/6) \qquad (5.99)$$

$$u_{dn0,km} = u_{dp0,km} - u_{d,km} \qquad (5.100)$$

$$i_{d,km} = \frac{p_{km}}{u_{d,km}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx,w} \cdot i_{Lz}}{u_{d,km}}$$

$$= \frac{I_{GR}}{m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)} \qquad (5.101)$$

Stern-Nullpunktsspannung (*ud,min*-Methode)

$$u_{S0,km} = u_{GRa0} - u_{LxS,w} \tag{5.102}$$

Die restlichen Grössen wie zum Beispiel die WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,km}$ oder die kombinierten Modulationsfunktionen $m_{a,b,c}$ und $m_{x,y,z}$ können analog zu den Bemerkungen unter Abschnitt 5.3.1 auf Seite 191 explizit ausgerechnet werden. Auf diese Weise sind nun alle unbekannten Grössen aus Tabelle 5.8 bestimmt, so dass für jedes aktuelle Sektorpaar (von den insgesamt 36 möglichen Kombinationen) die Modulationsfunktionen m_{ij} durch zyklische Vertauschung gemäss Tabelle 5.1 gefunden werden können. Damit ist die Logik für den Modulator definiert.

Bei der ***ud,min*-Methode** soll der Kurzzeitmittelwert der DC-Spannung minimal gemacht werden, so dass der GR gerade das Minimum aus der ihm aufgeprägten GR-Eingangsspannung erzeugt. Dies setzt voraus, dass der GR die gewünschte WR-Ausgangsspannung kennt. Deshalb leuchtet es ein, dass bei der *ud,min*-Methode die **WR-Modulationsfunktionen $\mathbf{m_{ij}}$** (Gl. (5.95) ÷ (5.96)) lediglich von dem in Figur 5.8 b dargestellten Sektorwinkel ϑ_{uWR} abhängen und **von der Netzseite völlig entkoppelt** sind.
Der GR hingegen erzeugt aus den ihm aufgeprägten – von der Netz-(GS)-Frequenz abhängigen – Eingangsspannungen eine DC-Spannung, die bereits die Umhüllende der gewünschten lastfrequenten WR-Ausgangsspannung darstellt. Dies erklärt, weshalb die **GR-Modulationsfunktionen $\mathbf{m_{ij}}$** (Gl. (5.92) ÷ (5.94)) neben den beiden Sektorwinkeln ϑ_{uWR} und ϑ_{iGR} noch den Modulationsgrad m zur Anpassung der WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude enthalten.

5.4.2 Verlauf der erzeugten DC-Spannung

Wie bereits zu Beginn dieses Unterkapitels festgehalten, wird bei der *ud,min*-Modulationsmethode der momentan *minimal notwendige* Kurzzeitmittelwert $u_{d,km,min}$ für die DC-Spannung $u_{d,km}$ erzeugt. Dies wird durch eine konsequente Vermeidung der WR-Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ sichergestellt. Das entsprechende Nullzustands-Tastverhältnis für die WR-Ausgangsspannungszeiger wird Null gesetzt ($\tau_\xi = 0$, siehe Gl. (5.90)).

Es sei nochmals folgendes festgehalten:

Bei der *ud,min*-Modulationsmethode werden die Null- bzw. Stromfreilaufzustände ausschliesslich mit dem GR erzeugt. Auf diese Weise sorgt der Modulator für eine *minimale* DC-Spannung $u_{d,km}$ und gleichzeitig für einen *maximalen* DC-Strom $i_{d,km}$ bei einer bestimmen Leistung p_{km}. Der DC-Strom i_d nimmt jederzeit den Wert einer der sechs lastseitigen WR-Ausgangsströme $\pm i_{Lx,y,z}$ an und es gilt $i_d \neq 0$.
Die GR-Freilaufzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ sind für die erzeugten DC-Spannungs-Nullsprünge ($u_d = 0$) verantwortlich (Figuren 5.23 ÷ 5.24 c,h).

Durch die Nebenbedingungen für die verbotenen WR-Freilaufzustände $\underline{U}_{0p,n}$ in Gl. (5.90) wird der GR vom Modulator gezwungen, die kleinst erlaubte DC-Spannung $u_{d,km}$ zu erzeugen. Für diese gilt folgendes:

- Gemäss Gl. (5.98) hängt die DC-Spannung $u_{d,km}$ – von der WR-Ausgangsspannungs-GS-Amplitude U_L abgesehen – lediglich vom momentanen Spannungssektorwinkel ϑ_{uWR} ab. Befindet sich der gewünschte WR-Ausgangsspannungsdrehzeiger $\vec{u}_{WR,km}$ gerade in der Mitte eines Sektors ($\vartheta_{\text{uWR}} = \pi/6$), so erreicht die DC-Spannung $u_{d,km}$ ihr Maximum, während sie an den Sektorübergängen jeweils an das Minimum gelangt (Figur 5.8 b). Dies ergibt für $u_{d,km}$ eine nach *unten* geöffnete Girlandenform (Figur 5.21 und Figuren 5.23 ÷ 5.24 c). Für den linearen Mittelwert $U_{d,m}$ ergibt sich aus Gl. (5.98) in Analogie zum Ergebnis von Gl. (5.8) bzw. Gl. (5.80):

$$U_{d,m} = U_{d,km,m} = \frac{1}{(\pi/3)} \cdot \int_0^{\pi/3} u_{d,km}(\vartheta_{\text{uWR}})\, d\vartheta_{\text{uWR}}$$

$$= \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot U_L \approx 1.654 \cdot U_L \qquad (5.103)$$

  Der maximal erzeugbare lineare Mittelwert $U_{d,m,max} = max(U_{d,m})$ ist vom GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{\text{GR}}$ völlig unabhängig und ergibt bei ZMK-Vollaussteuerung m ($m_{max} = 1$):

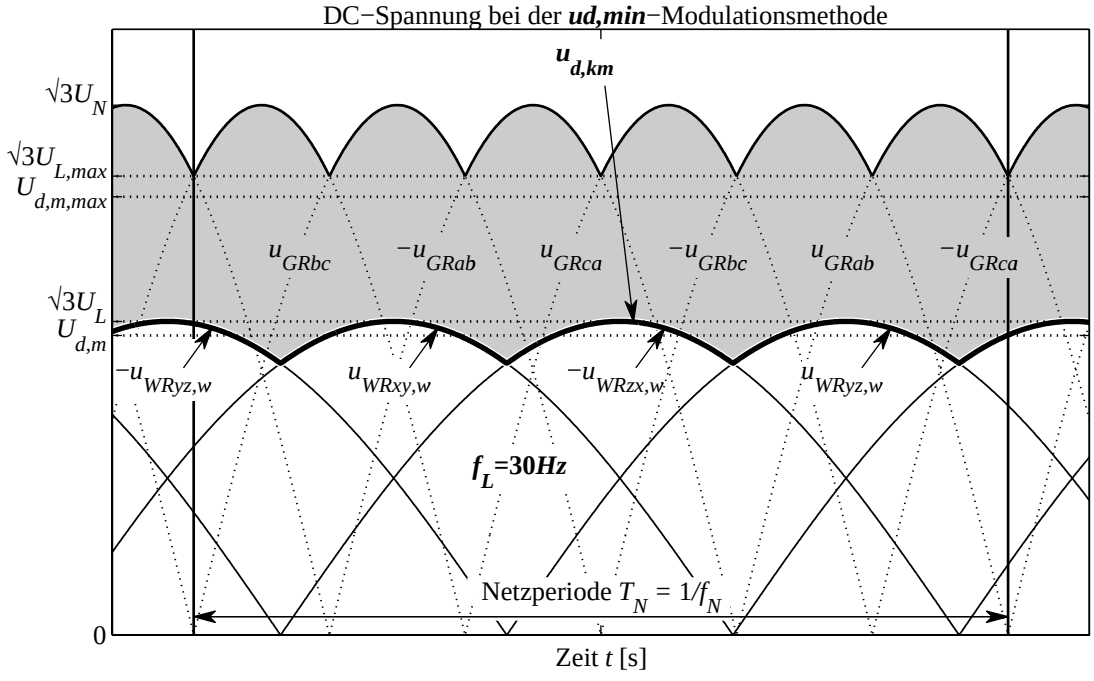
$$U_{d,m,max} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot U_{L,max} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m_{max} \cdot U_{GR}$$

$$= \frac{9}{2 \cdot \pi} \cdot U_{GR} \approx 1.432 \cdot U_{GR} \qquad (5.104)$$

Ein Vergleich von Gl. (5.104) mit dem maximalen linearen Mittelwert $U_{d,m,max}$ bei der *ud,max*-Methode in Gl. (5.81) zeigt, dass dieser bei der *ud,min*-Methode, ebenfalls bei Vollaussteuerung des ZMK, nur noch ca. 91% so gross wird. Im Vergleich zur GR-Grundfrequenztaktung (Gl. (5.8), Unterkapitel 5.1) sind es gerade noch 86.6%. Dieses Resultat ist einleuchtend, da es sich – abgesehen von der Frequenz – um dieselbe Girlandenform wie bei GR-GFT handelt und die genannte Differenz gerade dem maximalen Spannungsübersetzungsverhältnis des ZMK entspricht (siehe Gl. (5.16), Abschnitt 5.1.5).

- Die DC-Spannung $u_{d,km}$ ist unabhängig vom GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$.

Figur 5.21 zeigt, um wieviel der GR die DC-Spannung u_d "herabmodulieren" muss, damit der WR auch mit permanenter Vollaussteuerung $max(m_{WR}) = 2/\sqrt{3}$ (siehe Figur 5.25) arbeiten und die erwünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx,w}$ erzeugen kann. Je grösser die Differenz zwischen $u_{GRab,bc,ca}$ und $u_{d,km}$ ist, desto längere Nullzustände $\underline{I}_{0a,b,c}$ muss der GR erzeugen.



Figur 5.21: DC-Spannung $u_{d,km}$ bei der ***ud,min*-Methode**: Die grau hinterlegte Fläche gibt den Bereich an, um den der GR die verketteten GR-Eingangsspannungen $u_{GRab,bc,ca}$ "herabmoduliert", um die gewünschte DC-Spannung $u_{d,km}$ zu erzeugen.

5.4.3 Drehzeiger-Tastverhältnisse und Schaltsequenz

Die Lösung für die Drehzeiger-spezifischen Tastverhältnisse kann mit Hilfe der Gl. (5.31) und Gl. (5.36) direkt angeschrieben werden.

Für die **GR-Tastverhältnisse** $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$ folgt somit aus Gl. (5.92) ÷ (5.94):

$$\begin{aligned}
\tau_\alpha &= m_{nb} = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
\tau_\beta &= m_{nc} = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2) \\
\tau_\gamma &= m_{na} = 1 - \tau_\alpha - \tau_\beta
\end{aligned} \tag{5.105}$$

Die **WR-Tastverhältnisse** $\tau_{\mu,\nu,\xi}$ hängen zudem vom ZMK-Modulationsgrad m gemäss Gl. (5.70) ab. Sie folgen analog aus Gl. (5.95) ÷ (5.96):

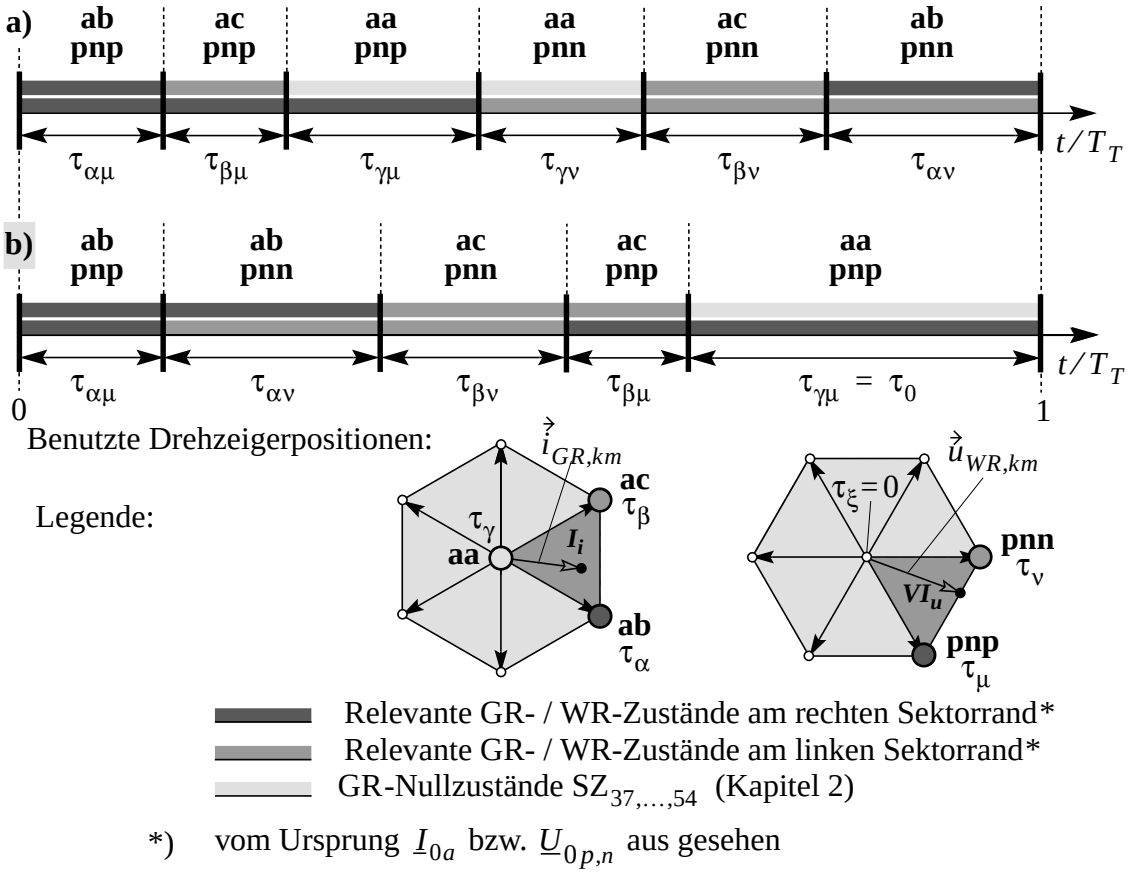
$$\begin{aligned}
\tau_\mu &= 1 - m_{yp} - m_{zn} = \frac{\cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6)}{\cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)} \\
\tau_\nu &= m_{zn} = \frac{\cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2)}{\cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)} \\
\tau_\xi &= m_{yp} = 1 - \tau_\mu - \tau_\nu = 0
\end{aligned} \tag{5.106}$$

Mit Benutzung der Gl. (5.43) sollen nun die **Drehzeiger-Tastverhältnisse** angegeben werden. Die vier (leistungs-)relevanten Tastverhältnisse lauten [14]:

$$\begin{aligned}
\tau_{\alpha\mu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\mu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
&= m \cdot \sin(\pi/3 - \vartheta_{uWR}) \cdot \sin(\pi/3 - \vartheta_{iGR}) \\
\tau_{\alpha\nu} &= \tau_\alpha \cdot \tau_\nu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6) \\
&= m \cdot \sin(\vartheta_{uWR}) \cdot \sin(\pi/3 - \vartheta_{iGR}) \\
\tau_{\beta\mu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\mu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} + \pi/6) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2) \\
&= m \cdot \sin(\pi/3 - \vartheta_{uWR}) \cdot \sin(\vartheta_{iGR}) \\
\tau_{\beta\nu} &= \tau_\beta \cdot \tau_\nu = m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2) \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2) \\
&= m \cdot \sin(\vartheta_{uWR}) \cdot \sin(\vartheta_{iGR})
\end{aligned} \tag{5.107}$$

Ein Vergleich von Gl. (5.107) mit den Lösungen für die *ud,max*-Methode in Gl. (5.85) zeigt, dass die Lösungen für die vier leistungsrelevanten Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\mu}$, $\tau_{\alpha\nu}$, $\tau_{\beta\mu}$ und $\tau_{\beta\nu}$ in beiden Fällen identisch sind. Entscheidend für die Form der DC-Grössen im Zwischenkreis sind also nur die Aufteilung der Nullzustände auf die beiden Stromrichterstufen. Die Lösungen für die beiden übrigbleibenden (Gl. (5.90)) Nullzustände unterscheiden sich im Vergleich zur *ud,max*-Methode (Gl. (5.86)) nur durch vertauschte Winkel und verschiedene Nullzustandszyklen.

$$\begin{aligned}\tau_{\gamma\mu} &= \frac{\cos(\vartheta_{uWR}+\pi/6)}{\cos(\vartheta_{uWR}-\pi/6)} - m\cdot\cos(\vartheta_{uWR}+\pi/6)\ \cos(\vartheta_{iGR}-\pi/6)\\ \tau_{\gamma\nu} &= \frac{\cos(\vartheta_{uWR}-\pi/2)}{\cos(\vartheta_{uWR}-\pi/6)} - m\cdot\cos(\vartheta_{uWR}-\pi/2)\ \cos(\vartheta_{iGR}-\pi/6)\end{aligned} \qquad (5.108)$$



Figur 5.22: Schaltsequenz-Variante a für minimale Anzahl Schalthandlungen. Variante b mit nur fünf Schaltzyklen gegenüber Variante a ($\tau_{\gamma\nu} = 0$) und Verhinderung von gleichzeitigem Umschalten von GR und WR. Benutzte Drehzeigerpositionen bei der ***ud,min*-Modulationsmethode** im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$.

Nun ist die Dauer der einzelnen Schaltzyklen der in Figur 5.22 dargestellten Schaltsequenz-Variante a bestimmt. Diese Schaltsequenz mit den sechs zur Verfügung stehenden Tastverhältnissen τ_{ij} soll zu möglichst wenigen Schalthandlungen führen. Zur Erreichung dieses Zieles werden in Figur 5.22 die zwei zur *ud,max*-Methode völlig dualen Schaltsequenz-Varianten vorgeschlagen (siehe Variante b in Figur 5.13 und Variante d in Figur 5.14). Diese Dualität ist erkennbar, wenn bei den Pulsmusterzeichnungen aus Tabelle 5.7 links jeweils die obere GR-Sequenz mit der unteren WR-Sequenz vertauscht wird. Damit ergeben sich die in Tabelle 5.9 zusammengefassten Sequenz-Varianten a und b. Um auf die Schaltsequenz-Variante b zu gelangen, wird analog zur *ud,max*-Methode der eine Nullzustand $\tau_{\gamma\nu} = 0$ der Einfachheit halber willkürlich eliminiert. Somit gilt für den resultierenden Nullzustand des ZMK:

$$\tau_0 = \tau_\gamma = \tau_{\gamma\mu} \tag{5.109}$$

Tabelle 5.9 beziffert die totale Anzahl von Halbleiter-Umschaltvorgängen (vergleiche Abschnitt 5.3.3). Gleich wie bei der allgemeinen Schaltsequenz bestehend aus sämtlichen Drehzeigerkombinationen (Figur 5.11, Seite 182) kommt es bei der *ud,min*-Methode – wie auch bei der *ud,max*-Methode – am Beispiel der Schaltsequenzen in Figur 5.22 auf die ZMK-Topologie an. Allerdings macht eine nähere Untersuchung der Anzahl Schalthandlungen pro Taktperiode T_T für die beiden alternativen GR-Nullzustände $\underline{I}_{0b,c}$ aufgrund der offensichtlich zusätzlichen Anzahl Umschaltungen sowohl des p- als auch des n-Umschalters keinen Sinn. Dabei werden die beiden in Figur 5.15 (Seite 200) definierten Trägersignaltypen analog zur Tabelle 5.7 auch bei der *ud,min*-Methode unterschieden und miteinander verglichen.

Im Vergleich zur optimalen allgemeinen Schaltsequenz a (Figur 5.11, Tabelle 5.2) ist es möglich, bei der ***ud,min*-Methode** (Tabelle 5.9) Schaltsequenzen mit nur **8 bis 11 Ein-/Aus-Schaltvorgängen** für alle besprochenen Topologie-Varianten B, C und D zu definieren. Dies sind sehr ähnliche Verhältnisse wie bei der *ud,max*-Methode (vergleiche Seite 199).

Es fällt auf, dass sowohl bei der *ud,max*- als auch bei der *ud,min*-Methode das sägezahnförmige Trägersignal s_H im Vergleich zum dreieckförmigen Trägersignal die kleinere Anzahl IGBT-Umschaltungen bewirkt. Allerdings muss beachtet werden, dass die Anzahl Umschaltungen nicht direkt proportional zu den Schaltverlusten oder der – aufgrund der ASM-Statorinduktivi-

GR-Topologie	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz-Variante	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1) bei der *ud,min*-Methode**		
Fig. 5.22 a (s)	4 **(GR)** + 2 **(WR)** = 6 **(ZMK)**		
Fig. 5.22 a (d)	8 **(GR)** + 2 **(WR)** = 10 **(ZMK)**		
Fig. 5.22 b (s)	3 **(GR)** + 2 **(WR)** = 5 **(ZMK)**		
Fig. 5.22 b (d)	4 **(GR)** + 4 **(WR)** = 8 **(ZMK)**		
Sequenz-Variante	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK bei der *ud,min*-Modulationsmethode**		
Fig. 5.22 a (s)	8 + 2 = 10	8 + 2 = 10	4 + 10 = 14
Fig. 5.22 a (d)	16 + 2 = 18	16 + 2 = 18	8 + 18 = 26
Fig. 5.22 b (s)	6 + 2 = 8	6 + 2 = 8	3 + 8 = 11
Fig. 5.22 b (d)	8 + 4 = 12	8 + 4 = 12	4 + 12 = 16

Tabelle 5.9: Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T, abhängig von der GR-Topologie (Kapitel 4), Schaltsequenz und vom Trägersignal, das entweder **(s)**ägezahnförmig oder **(d)**reiecksförmig ist.

tät L_S auftretenden – Verzerrungsblindleistung im Laststromrippel sein muss. Nähere Vergleiche dazu wurden in dieser Arbeit nicht untersucht und bleiben Gegenstand zukünftiger Forschung.

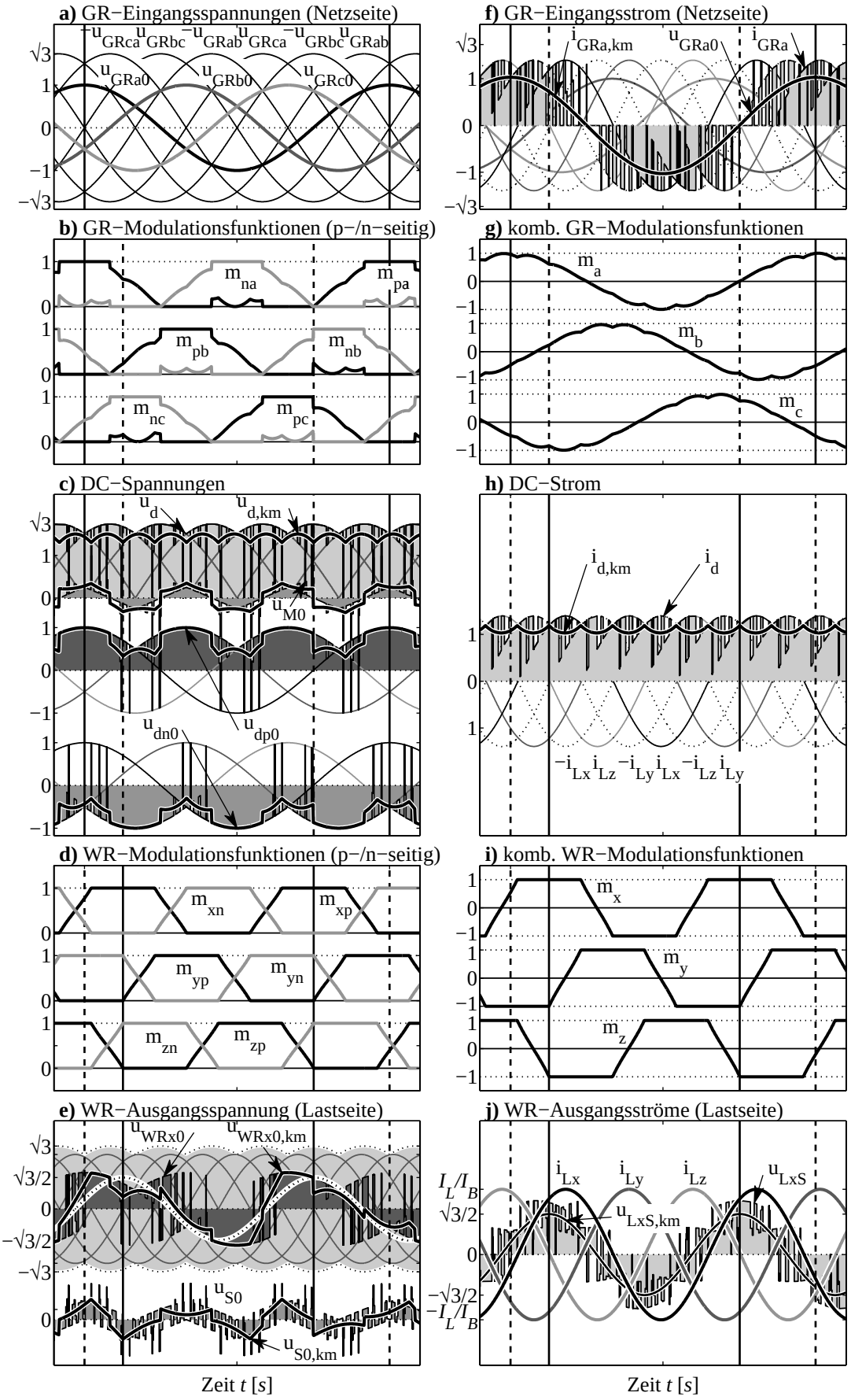
5.4.4 Übersichtsbilder zur *ud,min*-Methode

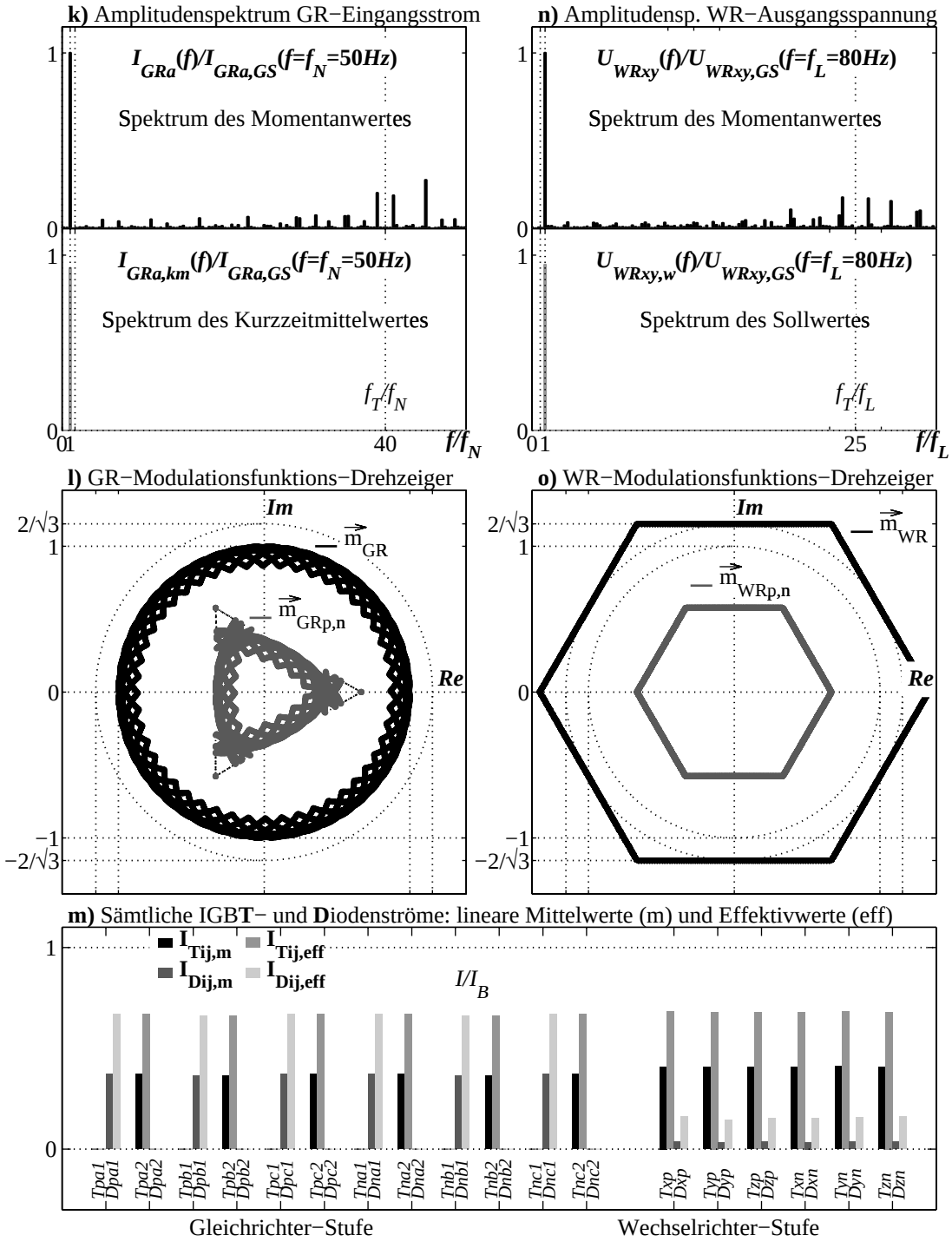
In den folgenden **Figuren 5.23 ÷ 5.24** wird ähnlich zu den Figuren 5.17 und 5.20 bei der *ud,max*-Methode (Unterkapitel 5.3) das Funktionsprinzip des ZMK bei stationärer Ansteuerung am Beispiel der *ud,min*-Methode für den *Motorbetriebsfall* dargestellt: Die linke Seite veranschaulicht den vom Netz (oben) zur Last (unten) hin verlaufenden ***Spannungs*-Konversionspfad** (Bilder a ÷ e). Ebenfalls ist der entgegengesetzt gerichtete ***Strom*-Konversionspfad** zu erkennen (Bilder f ÷ j). Die zeitlichen Verläufe der Modulationsfunktionen (Bilder b,d,g,i) ergänzen die Darstellung der zeitlichen Strom- und Spannungsverläufe. Der *Leerlauf*- und *Generatorbetrieb* seien hier der

Kürze halber weggelassen. Auf der rechten Seite der Figuren 5.23 ÷ 5.24 sind wieder die Amplitudenspektren der erzeugten AC-Grössen (Bilder k,n), die Modulationsfunktionen als Drehzeiger (Bilder l,o) und in Bild m die auf den Bezugsstrom I_B (Anhang C.2, Seite 344) normierte mittlere Stromaufteilung über alle Halbleiter bezogen auf die **Topologie-Variante B** (Schalterbezeichnungen gemäss Figur 4.6) aufgetragen. Bei der Ansteuerung wird als Beispiel ein Pulsmuster gemäss der **Sequenz-Variante in Figur 5.22 b** mit sägezahnförmigem Trägersignal verwendet.

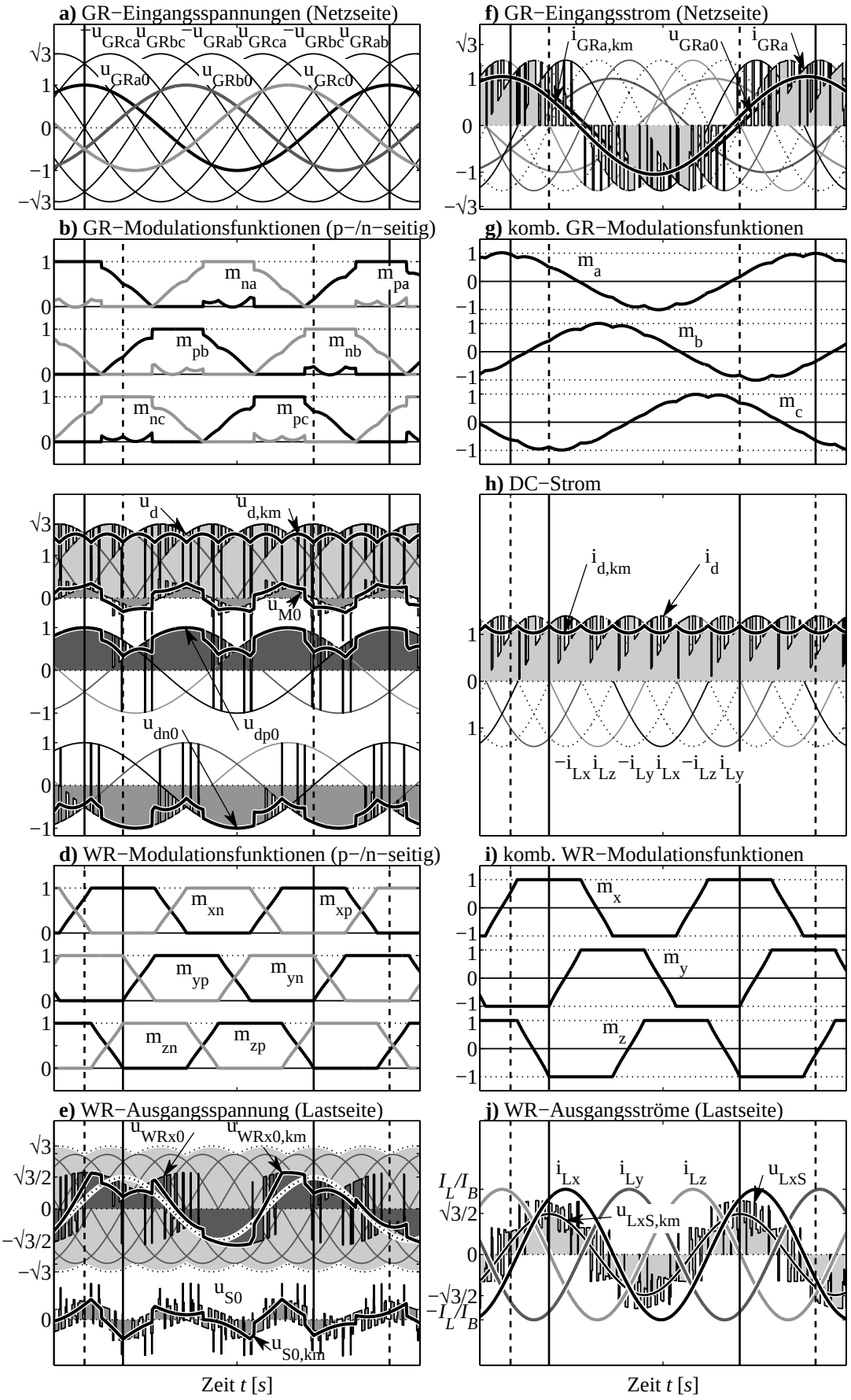
Die Verstellung des GR-Eingangsphasenverschiebungswinkels $\Delta\varphi_{GR}$ vom ohmschen Fall $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ (Figur 5.23) hin zum kapazitiven Fall $\Delta\varphi_{GR} = -10°$ (Figur 5.24) zeigt, dass abgesehen von der erwünschten Änderung der Phasenlage der Strom-GS $i_{GRa,b,c,km}$ die DC-Spannung $u_{d,km}$ dadurch keine Änderung ihres Verlaufes erfährt.
Die Ausgangsfrequenz f_L wurde wieder der Vergleichbarkeit halber mit $f_L = 80Hz$ in allen Bildern identisch angenommen. Wie bereits bei den besprochenen Modulationsverfahren arbeitet auch hier der ZMK in Vollaussteuerung $m_{max} = max(m) = 1$.

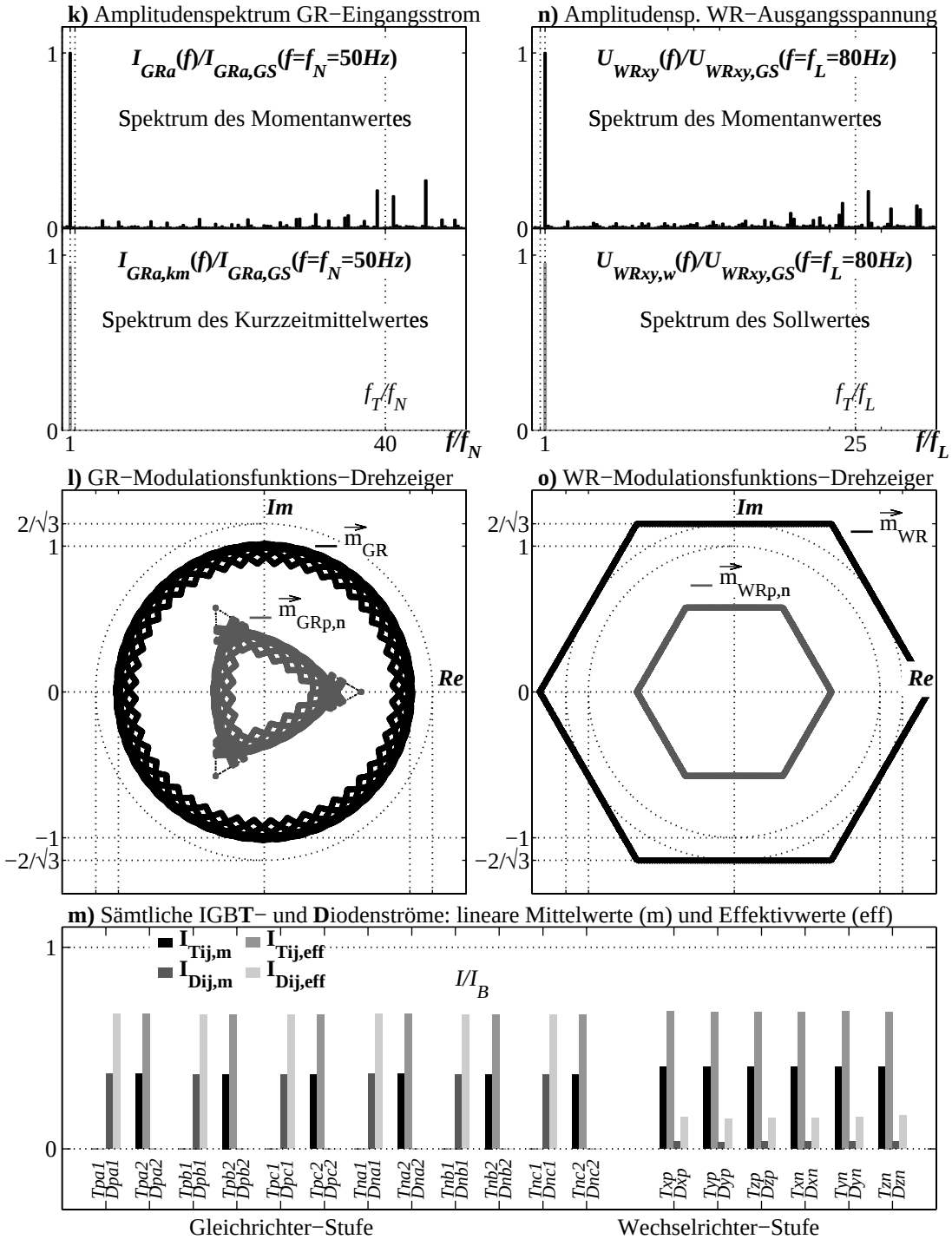
In Ergänzung zur Drehzeiger-Darstellung der Modulationsfunktionen gemäss den Figuren 5.23 ÷ 5.24 l,o sind in Figur 5.25 die gemäss Abschnitt 5.1.9 definierten dynamischen Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ für verschiedene Ausgangsfrequenzen f_L abgebildet. Es ist dabei bemerkenswert, dass bei der *ud,min*-Methode der minimale GR-Modulationsgrad $min(m_{GR})$ nur gerade $min(m_{GR}) = 3/4$ beträgt, während der maximale WR-Modulationsgrad $max(m_{WR})$ auf den konstanten Wert $max(m_{WR}) = 2/\sqrt{3} > 1$ ansteigt (vergleiche auch Gl. (5.24) ÷ (5.25) und [4] auf Seite 164). Der Grund liegt darin, dass bei der *ud,min*-Methode der GR gezwungen wird, die verketteten GR-Eingangsspannungen $u_{GRab,bc,ca}$ mit der GS-Amplitude $\sqrt{3}U_{GR}$ mindestens auf die maximal gerade noch mögliche GS-Amplitude $\sqrt{3}U_{L,max} = \sqrt{3}/2 \cdot \sqrt{3}U_{GR}$ der verketteten WR-Ausgangsspannung $u_{WRxy,yz,zx}$ herabzumodulieren. Um bei ZMK-Vollaussteuerung aber gemäss Gl. (5.89) immernoch $m = 2/\sqrt{3} \cdot min(m_{GR}) \cdot max(m_{WR}) = 1$ garantieren zu können, hebt sich dafür das Maximum des WR-Modulationsgrades auf $max(m_{WR}) = 2/\sqrt{3}$ an. Das heisst wiederum auch, dass WR-Nullzustände $\underline{U}_{0p,n}$ nicht erlaubt sind und sich die Kuppen der verketteten Sollwerte der WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx,w}$ gerade aus der DC-Spannung $u_{d,km}$ zusammensetzen.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
c) DC−Spannungen
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]

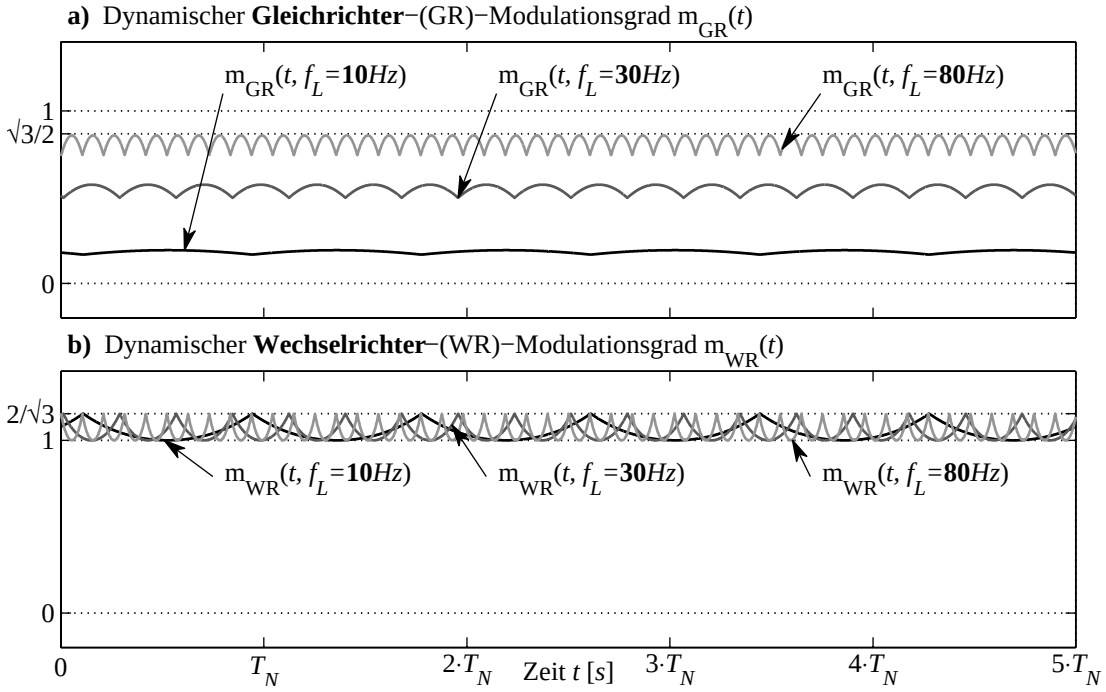


Figur 5.23: ***ud,min*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 1.16$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$,
$m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.24: ***ud,min*-Modulationsmethode**,
links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**,
rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter:
$m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 1.16$, $\Delta\varphi_{GR} = -10°$,
$m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.



Figur 5.25: Dynamische Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ als Grundlage zur Berechnung des ZMK-Modulationsgrades $m = 2/\sqrt{3} \cdot min(m_{GR}) \cdot max(m_{WR})$ bei der *ud,min*-Methode im Leerlauf, bei Last-(GS)-Frequenzen von $f_L = 10, 30, 80 Hz$, mit linearer SFK und $\Delta\varphi_{GR} = 0$. Es gilt $min(m_{GR}) = 3/4$ bei $m = 1$.

5.5 Die *ud,beliebig*-Modulationsmethode

An dieser Stelle sei nochmals betont, dass mit dem ZMK sich auf der DC-Seite eine beliebige Spannung – von Modulator-bedingten Totzeiten abgesehen – verzögerungsfrei und innerhalb bestimmter Grenzen aufprägen lässt. Diese Grenzen sind gerade durch die in den beiden Unterkapiteln 5.3 ÷ 5.4 ausführlich beschriebenen *ud,max*- und *ud,min*-Methoden festgelegt (vergleiche Figuren 5.12 und 5.21).

Als weitere Modulationsmethode sei hier die sogenannte *ud,beliebig*-Methode vorgestellt. Sie beruht auf dem Prinzip, dass ein beliebiger DC-Spannungs-Kurzzeitmittelwert $u_{d,km} = u_{d,w}$ als Sollwert (Index w) innerhalb gewisser Grenzen vorgegeben werden kann. Dies ermöglicht anschliessend die Bestimmung der vom Modulator benötigten Modulationsfunktionen m_{ij}. Der mögliche Bereich dieser DC-Spannung entspricht für den Fall $\Delta\varphi_{GR} = 0°$ genau der in Figur 5.12 grau hinterlegten Fläche, die zwischen den Extremwerten $u_{d,km,max}$ und $u_{d,km,min}$ liegt (vergleiche Figur 5.21).

Während bei der *ud,max*- und *ud,min*-Methode jeweils nur gerade zwei mögliche Drehzeigerkombinationen zur Erzeugung der Nullzustände zur Verfügung stehen, kommen bei der *ud,beliebig*-Methode sämtliche fünf davon gemäss Gl. (5.42) in Frage.

In Abschnitt 5.5.1 wird das Vorgehen zur Lösung des Gleichungssystems gemäss Tabelle 5.3 (Seite 186) kurz dargelegt und anschliessend das Ergebnis für ein beliebiges und erlaubtes $u_{d,km}$ präsentiert.
In Abschnitt 5.5.2 wird ein Beispiel mit *maximal bzw. minimal konstanter* DC-Spannung gezeigt. Die Kurvenverläufe zu beiden Fällen sind in den doppelseitigen Figuren 5.28 ÷ 5.29 zu erkennen.
Um auch die Erzeugung einer zeitabhängigen DC-Spannung zu zeigen, wird in Abschnitt 5.5.3 als Beispiel eine DC-Spannung mit sinusförmig überlagertem AC-Anteil beliebiger Frequenz f_d angenommen. Die Kurvenverläufe für ein konkretes Beispiel sind in der doppelseitigen Figur 5.30 abgebildet.

Bei der *ud,beliebig*-Modulationsmethode wird anstelle der Elimination von GR- oder WR-Freilaufzuständen – τ_γ = 0 bei der *ud,max*-Methode bzw. τ_ξ = 0 bei der *ud,min*-Methode – ein wählbarer Verlauf für die DC-Spannung $u_{d,km}$ vorgeschrieben, der sich allerdings innerhalb des erzeugbaren Maximums $u_{d,km,max}$ (Unterkapitel 5.3) und des notwendigen Minimums $u_{d,km,min}$ (Unterkapitel 5.4) bewegen muss.

5.5.1 Bestimmung des Gleichungssystems

Mit Hilfe der nichtlinearen Umrichtergleichungen in Tabelle 5.3 (Seite 186) können erneut alle Variablen in vorgegebene Grössen und 22 Unbekannte gemäss Tabelle 5.10 unterteilt werden. Zur Bestimmung der Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} des ZMK wird wieder vom selben Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ wie bisher ausgegangen und für den GR immer der Strom-Nullzustand $\underline{I}_{0a}(\mathrm{aa})$ vorausgesetzt. Innerhalb des Spannungssektors su_6 könnte zur Erzeugung der WR-Nullzustände entweder von $\underline{U}_{0p}(\mathrm{ppp})$, $\underline{U}_{0n}(\mathrm{nnn})$ oder von beiden ausgegangen werden. Um die Modulation zu vereinfachen, soll jedoch nur vom WR-Nullzustand $\underline{U}_{0p}$ ausgegangen werden. Die gefundenen Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} des ZMK lassen sich dann mit Hilfe der Tabelle 5.1 zyklisch für die restlichen 35 Sektorpaare $\{si_{2,3,4,5,6}, su_{1,2,3,4,5}\}$ anpassen.

***vorgegebene* Systemgrössen**
$u_{GRa,b,c0}$, $u_{Lx,y,zS,w}$, $u_{d,km}$, $i_{Lx,y,z}$, $\omega_N t$, $\omega_L t$, φ_{iGR0}, φ_{uL0}, φ_{iL0} $m_{pa} = 1$, $m_{pb} = m_{pc} = 0$, $m_{xp} = 1$, $m_{xn} = 0$ (5.110)
22 *unbekannte* Systemgrössen
$u_{dp0,km}$, $u_{dn0,km}$, $u_{WRx,y,z0,km}$, $u_{S0,km}$, I_{GR}, $i_{d,km}$, p_{km}, m_{na}, m_{nb}, m_{nc}, m_a, m_b, m_c, m_{yp}, m_{yn}, m_{zp}, m_{zn}, m_x, m_y, m_z

Tabelle 5.10: Vorgegebene und gesuchte Grössen bei der ***ud,beliebig*-Methode**. Für nähere Erläuterungen zu den in der ersten Zeile von Gl. (5.110) vorgegebenen Grössen siehe Abschnitt 5.2.1.

Modulationsfunktionen der *ud,beliebig*-Methode

Auch für die *ud,beliebig*-Methode lässt sich zeigen, dass das nichtlineare Gleichungssystem gemäss Tabelle 5.3 analytisch eindeutig lösbar ist. Berücksichtigt man nämlich gemäss Tabelle 5.10 von den 25 Gleichungen in Tabelle 5.3 nur diejenigen, welche mindestens eine Unbekannte enthalten, so bleiben noch 23 relevante nichtlineare Gleichungen zum Auflösen übrig.

Die unten berechneten analytischen Lösungen für die Modulationsfunktionen m_{ij} und die daraus resultierenden Kurzzeitmittelwerte für die gesuchten Grössen seien in Abhängigkeit der vorgegebenen Grössen in Tabelle 5.10 angegeben. Zuerst seien die Modulationsfunktionen m_{ij} allgemein in Abhängigkeit der gewählten DC-Spannung $u_{d,km}$ ausgedrückt (Gl. (5.111) ÷ (5.115)). Erst in den konkreten Beispielen, bei denen ein speziell gewünschter Verlauf für die DC-Spannung $u_{d,km}$ in den Abschnitten 5.5.2 und 5.5.3 vorgeschrieben wird, folgen spezifischere Resultate.

Die Modulationsfunktionen m_{ij} im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ lauten also für die *ud,beliebig*-Methode in Abhängigkeit der im voraus festzulegenden DC-Spannung $u_{d,km} = u_{d,w}$ (Index w steht für Sollwert):

$$\mathbf{m_{na}} = 1 - \frac{u_{d,km} \cdot i_{GRa,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = 1 - \frac{u_{d,km} \cdot i_{GRa,w}}{p_{km}}$$

$$= 1 - \frac{u_{d,km} \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)}{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})} \qquad (5.111)$$

$$\mathbf{m_{nb}} = \frac{-u_{d,km} \cdot i_{GRb,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{-u_{d,km} \cdot i_{GRb,w}}{p_{km}}$$

$$= \frac{u_{d,km} \cdot \cos(\vartheta_{\mathrm{iGR}} + \pi/6)}{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{\mathrm{GR}})} \quad (5.112)$$

$$\mathbf{m_{nc}} = \frac{-u_{d,km} \cdot i_{GRc,w}}{\sum_{i=a,b,c} u_{GRi0} \cdot i_{GRi,w}} = \frac{-u_{d,km} \cdot i_{GRc,w}}{p_{km}}$$

$$= \frac{u_{d,km} \cdot \cos(\vartheta_{\mathrm{iGR}} - \pi/2)}{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{\mathrm{GR}})} \quad (5.113)$$

$$\mathbf{m_{yn}} = \frac{u_{WRxy,w}}{u_{d,km}} = 1 - \mathrm{m_{yp}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \cos(\vartheta_{\mathrm{uWR}} - \pi/6)}{u_{d,km}} \quad (5.114)$$

$$\mathbf{m_{zn}} = \frac{-u_{WRzx,w}}{u_{d,km}} = 1 - \mathrm{m_{zp}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \cos(\vartheta_{\mathrm{uWR}} - \pi/2)}{u_{d,km}} \quad (5.115)$$

Damit lassen sich die Lösungen für die restlichen Kurzzeitmittelwertgrössen im betrachteten Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ wie folgt angeben:

DC-Grössen (*ud,beliebig*-Methode)

$$u_{dp0,km} = u_{GRa0} = U_{GR} \cdot \cos(\vartheta_{\mathrm{iGR}} - \varphi_{\mathrm{iGR0}} - \pi/6) \quad (5.116)$$

$$u_{dn0,km} = u_{dp0,km} - u_{d,km} \quad (5.117)$$

$$i_{d,km} = \frac{p_{km}}{u_{d,km}} = \frac{-u_{WRxy,w} \cdot i_{Ly} + u_{WRzx,w} \cdot i_{Lz}}{u_{d,km}} \quad (5.118)$$

Stern-Nullpunktsspannung (*ud,beliebig*-Methode)

$$u_{S0,km} = u_{GRa0} - u_{LxS,w} \quad (5.119)$$

Die GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude I_{GR} bestimmt sich nach derselben Beziehung wie in Gl. (5.73) bzw. Gl. (5.97). Die restlichen Grössen wie zum Beispiel die WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,km}$ oder die kombinierten

Modulationsfunktionen $m_{a,b,c}$ und $m_{x,y,z}$ können analog zu den Bemerkungen unter Abschnitt 5.3.1 auf Seite 191 explizit ausgerechnet werden. Auf diese Weise sind nun alle unbekannten Grössen aus Tabelle 5.10 bestimmt, so dass für jedes der 36 Sektorpaare $\{si_{1,\ldots,6}, su_{1,\ldots,6}\}$ die Modulationsfunktionen m_{ij} durch zyklische Vertauschung gemäss Tabelle 5.1 gefunden werden können. Damit ist die Logik für den Modulator vollständig definiert.

5.5.2 Konstante DC-Spannung

Soll zum Beispiel eine im Kurzzeitmittelwert konstante DC-Spannung $u_{d,km}$ erzeugt werden, so lassen sich der maximal (erzeugbare) und auch minimal (noch ausreichende) konstante Wert für die DC-Spannung $u_{d,km,konst}$ wie folgt aus der bereits untersuchten *ud,max*- und *ud,min*-Methode ableiten. Unter Berücksichtigung von Gl. (5.74) bei der *ud,max*-Methode gilt:

$$\begin{aligned} u_{d,km,konst,max} &= max(u_{d,km,konst}) = min(u_{d,km,max}) \\ &= 3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR}) \end{aligned} \tag{5.120}$$

Der Wert $u_{d,km} = 3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})$ werde im folgenden für die sogenannte *ud,konst,max*-Methode verwendet. Weiter gilt mit Hilfe von Gl. (5.98) bei der *ud,min*-Methode:

$$\begin{aligned} u_{d,km,konst,min} &= min(u_{d,km,konst}) = max(u_{d,km,min}) \\ &= \sqrt{3} \cdot U_L \end{aligned} \tag{5.121}$$

Der Wert $u_{d,km} = \sqrt{3} \cdot U_L$ werde im folgenden für die sogenannte *ud,konst,min*-Methode verwendet.

Entsprechendes Einsetzen der Spannungswerte gemäss Gl. (5.120) ÷ (5.121) in die Gl. (5.111) ÷ (5.115) zur analytischen Bestimmung der Modulationsfunktionen m_{ij} liefert die Lösungen gemäss Tabelle 5.11.

Die Modulationsfunktionen sind dort in Funktion der bereits in Gl. (5.63) ÷ (5.64) auf Seite 188 definierten Sektorwinkel ϑ_{iGR} und ϑ_{uWR} angegeben und nur im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ gültig, können aber ebenfalls mit Hilfe von Tabelle 5.1 (Seite 179) zyklisch für die restlichen Lösungen berechnet werden. Die Umrechnung zwischen den absoluten Phasenwinkel und den Sektorwinkel geschieht dabei mit Gl. (5.65). Die restlichen Systemgrössen können ebenfalls mit den Gl. (5.116) ÷ (5.119) ermittelt werden.

Es fällt auf, dass sowohl bei der *ud,konst,max*-Methode als auch bei der *ud,konst,min*-Methode *die GR-Modulationsfunktionen* (Gl. (5.111) ÷ (5.113)) nur vom ***netzseitigen*** **Sektorwinkel** $\vartheta_{\mathbf{iGR}}$ und *die WR-Modulationsfunktionen* (Gl. (5.114) ÷ (5.115)) nur vom ***lastseitigen*** **Sektorwinkel** $\vartheta_{\mathbf{uWR}}$ abhängen. Eine konstante DC-Spannung $u_{d,km}$ entkoppelt also beide Seiten voneinander und vereinfacht dadurch die Modulationsfunktionen (Tabelle 5.11).

Modulations-funktion	*ud,konst,max*-Methode	*ud,konst,min*-Methode
m_{nb} =	$\cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6)$ = $\sin(\pi/3 - \vartheta_{iGR})$	$m \cdot \cos(\vartheta_{iGR} + \pi/6)$ = $m \cdot \sin(\pi/3 - \vartheta_{iGR})$
m_{nc} =	$\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)$ = $\sin(\vartheta_{iGR})$	$m \cdot \cos(\vartheta_{iGR} - \pi/2)$ = $m \cdot \sin(\vartheta_{iGR})$
m_{yn} =	$m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)$ = $m \cdot \sin(\vartheta_{uWR} + \pi/3)$	$\cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6)$ = $\sin(\vartheta_{uWR} + \pi/3)$
m_{zn} =	$m \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2)$ = $m \cdot \sin(\vartheta_{uWR})$	$\cos(\vartheta_{uWR} - \pi/2)$ = $\sin(\vartheta_{uWR})$

Tabelle 5.11: Modulationsfunktionen m_{ij} bei der *ud,konst,max*- und der *ud,konst,min*-Methode im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$.

Drehzeiger-Tastverhältnisse

Die Lösung für die Drehzeiger-spezifischen Tastverhältnisse kann mit Hilfe der Gl. (5.31) und Gl. (5.36) direkt angeschrieben werden.

Für die **GR-Tastverhältnisse** $\tau_{\alpha,\beta,\gamma}$ gilt gemäss Gl. (5.31) immernoch:

$$\tau_\alpha = m_{nb} \qquad \tau_\beta = m_{nc} \qquad \tau_\gamma = m_{na} \tag{5.122}$$

und analog folgt für die **WR-Tastverhältnisse** $\tau_{\mu,\nu,\xi}$ gemäss Gl. (5.36):

$$\tau_\mu = 1 - m_{yp} - m_{zn} \qquad \tau_\nu = m_{zn} \qquad \tau_\xi = m_{yp} \tag{5.123}$$

Laut Tabelle 5.11 unterscheiden sich die GR- und WR-spezifischen Tastverhältnisse bei den beiden Modulationsmethoden nur in ihrer Skalierung um den ZMK-Modulationsgrad m.

Die **Drehzeiger-Tastverhältnisse** berechnen sich analog zu dem Vorgehen in Gl. (5.105) ÷ (5.107). Das Resultat zeigt, dass auch bei diesen Modulationsmethoden die vier (leistungs-)relevanten Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\mu}$, $\tau_{\alpha\nu}$, $\tau_{\beta\mu}$ und $\tau_{\beta\nu}$ identisch sind zu den Lösungen in Gl. (5.85) für die *ud,max*-Methode bzw. Gl. (5.107) für die *ud,min*-Methode. Dies führt zur Erkenntnis:

Einzig und allein die *Aufteilung der Nullzustände* auf die beiden Stromrichterstufen ist für die Form der DC-Grössen im Kurzzeitmittelwert massgebend.

Die beiden Teilstromrichter-Nullzustände τ_γ und τ_ξ hängen wie folgt mit den fünf möglichen Nullzustands-Tastverhältnissen zusammen:

$$\tau_\gamma = \tau_{\gamma\mu} + \tau_{\gamma\nu} + \tau_{\gamma\xi} \tag{5.124}$$

$$\tau_\xi = \tau_{\alpha\xi} + \tau_{\beta\xi} + \tau_{\gamma\xi} \tag{5.125}$$

Variante mit doppeltem Nullzustand $\tau_{\gamma\xi}$ (Figur 5.26 a)

Um die Nullzustände eindeutig festzulegen, sollen von den drei Gleichungen (5.87), (5.124) ÷ (5.125) die beiden Nullzustände $\tau_{\gamma\nu}$ und $\tau_{\beta\xi}$ Null gesetzt werden, um das resultierende Gleichungssystem mit den 3 Unbekannten $\tau_{\gamma\mu}$, $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\gamma\xi}$ zu lösen. Für sämtliche Nullzustände ergibt sich dann:

$$\tau_{\gamma\xi} = (\tau_\gamma + \tau_\xi + \tau_{\alpha\mu} + \tau_{\alpha\nu} + \tau_{\beta\mu} + \tau_{\beta\nu}) - 1 \tag{5.126}$$

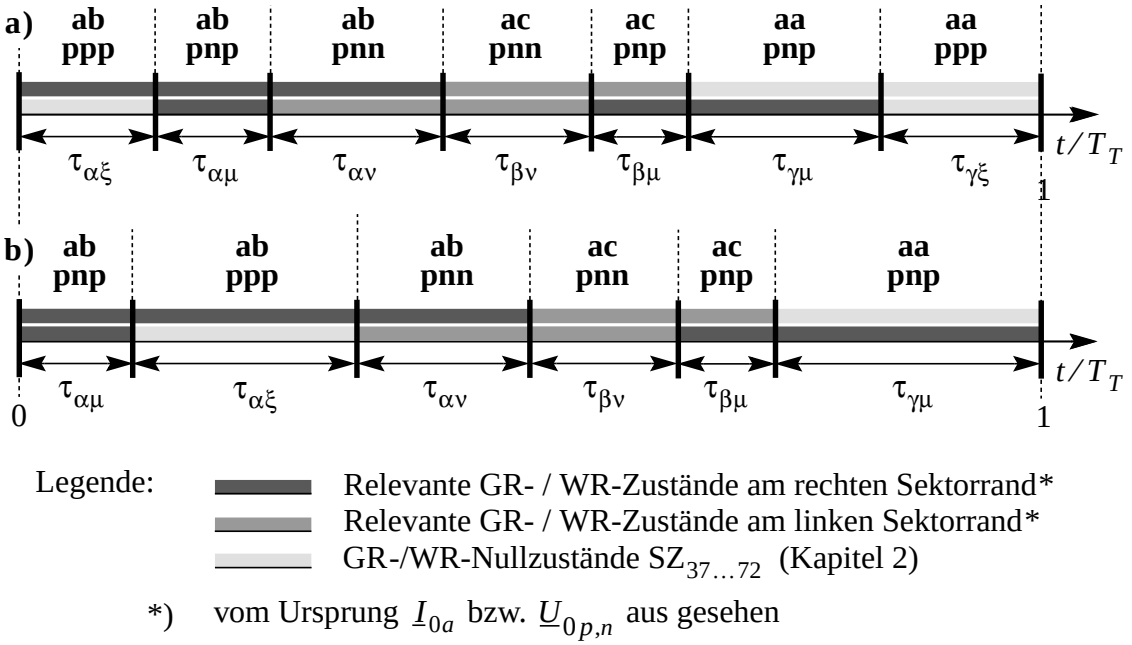
$$\tau_{\gamma\mu} = \tau_\gamma - \tau_{\gamma\xi} = 1 - (\tau_\xi + \tau_{\alpha\mu} + \tau_{\alpha\nu} + \tau_{\beta\mu} + \tau_{\beta\nu}) \tag{5.127}$$

$$\tau_{\alpha\xi} = \tau_\xi - \tau_{\gamma\xi} = 1 - (\tau_\gamma + \tau_{\alpha\mu} + \tau_{\alpha\nu} + \tau_{\beta\mu} + \tau_{\beta\nu}) \tag{5.128}$$

$$\tau_{\gamma\nu} = \tau_{\beta\xi} = 0 \tag{5.129}$$

Die Lösung in Gl. (5.126) ÷ (5.128) ist eindeutig im Gegensatz zu den Lösungen in Gl. (5.86) bei der *ud,max*-Methode bzw. in Gl. (5.108) bei der *ud,min*-Methode. Dort ist nur die Summe der beiden Nullzustände vorgeschrieben. Hier hingegen ist eine andere Gewichtung unter den drei Nullzuständen $\tau_{\gamma\mu}$, $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\gamma\nu}$ wegen des fehlenden Freiheitsgrades nicht mehr möglich.

Bei der Zusammensetzung eines geeigneten Schaltmusters mit den oben sieben berechneten Zyklen $\tau_{\alpha\mu}$, $\tau_{\alpha\nu}$, $\tau_{\alpha\xi}$, $\tau_{\beta\mu}$, $\tau_{\beta\nu}$, $\tau_{\gamma\mu}$ und $\tau_{\gamma\xi}$ wird darauf geachtet, dass keine GR- und WR-Umschaltungen gleichzeitig stattfinden. Figur 5.26 a zeigt einen Vorschlag, der diese Bedingung erfüllt.



Figur 5.26: Schaltsequenz-Variante a mit und Schaltsequenz-Variante b ohne doppelten Nullzustand $\tau_{\gamma\xi}$ bei der ***ud,beliebig*-Modulationsmethode** im Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$.

Variante ohne doppelten Nullzustand $\tau_{\gamma\xi}$ ($\tau_{\gamma\xi} = 0$) (Figur 5.26 b)

Wird neben $\tau_{\gamma\nu}$ und $\tau_{\beta\xi}$ auch der doppelte Nullzustand $\tau_{\gamma\xi}$ – gültig für GR *und* WR – Null gesetzt, so ergibt sich direkt aus Gl. (5.124) ÷ (5.125) für die beiden verbleibenden Nullzustände die einfache Lösung:

$$\tau_{\gamma\mu} = \tau_{\gamma}, \qquad \tau_{\alpha\xi} = \tau_{\xi} \tag{5.130}$$

Figur 5.26 b zeigt eine mögliche Schaltsequenz für diese Variante.

Damit sind bei beiden vorgestellten Varianten alle Schaltzyklen bestimmt. Beide Sequenzen sind sehr ähnlich zum Schaltmuster in Figur 5.22 b bei der *ud,min*-Methode und stellen dessen Ergänzung um die zusätzlichen Nullzustände $\tau_{\alpha\xi}$, $\tau_{\gamma\mu}$ und $\tau_{\gamma\xi}$ (*mit* doppeltem Nullzustand) bzw. $\tau_{\alpha\xi}$ und $\tau_{\gamma\mu}$ (*ohne* doppelten Nullzustand) dar. Sie können allgemein zur Erzeugung einer beliebigen – auch nicht konstanten – DC-Spannung $u_{d,km,beliebig}$ verwendet werden (als Beispiel siehe Abschnitt 5.5.3, Figur 5.27).

Solange die DC-Spannung sich zwischen den beiden Extrema $u_{d,km,max}$ und $u_{d,km,min}$ bewegt, muss sowohl der GR als auch der WR mindestens einen Nullzustand erzeugen: Für den GR sind dies mindestens $\tau_{\gamma\mu}$ oder $\tau_{\gamma\nu}$, für den WR hingegen mindestens $\tau_{\alpha\xi}$ oder $\tau_{\beta\xi}$. Es genügt zum Beispiel nicht, für den GR nur gerade den doppelten Nullzustand $\tau_{\gamma\xi}$ als Freilaufzustand zu wählen, da sonst jederzeit die Bedingung $\tau_\xi > \tau_\gamma$ eingehalten werden müsste, was abhängig von den aktuellen Drehzeigerpositionen $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$ nicht immer stimmt.

Tabelle 5.12 zeigt die nötige Anzahl Schalthandlungen für die *ud,beliebig*-Methode unter Einsatz der drei Schaltungstopologien B ÷ D (Kapitel 4) in Abhängigkeit der beiden in Figur 5.26 besprochenen Schaltsequenz-Varianten a und b. Dabei weisen wie immer auch hier die Schaltungstopologien B und C genau dieselben Anzahl Schalthandlungen auf.

Topologie	**GR-Typ B** (Figur 4.6)	**GR-Typ C** (Figur 4.8)	**GR-Typ D** (Figur 4.9)
Sequenz-Variante	**Anzahl Umschalterstellungswechsel (Figur 3.1) bei der *ud,beliebig*-Methode**		
Fig. 5.26 a (s)	3 **(GR)** + 4 **(WR)** = 7 **(ZMK)**		
Fig. 5.26 a (d)	4 **(GR)** + 8 **(WR)** = 12 **(ZMK)**		
Fig. 5.26 b (s)	3 **(GR)** + 4 **(WR)** = 7 **(ZMK)**		
Fig. 5.26 b (d)	4 **(GR)** + 8 **(WR)** = 12 **(ZMK)**		
Sequenz-Variante	**Anzahl Schalthandlungen für GR, WR und ZMK bei der *ud,beliebig*-Methode**		
Fig. 5.26 a (s)	6 + 4 = 10	6 + 4 = 10	3 + 8 = 11
Fig. 5.26 a (d)	8 + 8 = 16	8 + 8 = 16	4 + 16 = 20
Fig. 5.26 b (s)	6 + 4 = 10	6 + 4 = 10	3 + 10 = 13
Fig. 5.26 b (d)	8 + 8 = 16	8 + 8 = 16	4 + 16 = 20

Tabelle 5.12: Anzahl Umschalterstellungswechsel (oben) und Anzahl Schalthandlungen (unten) pro Taktperiode T_T, abhängig von der GR-Topologie (Kapitel 4), Schaltsequenz und vom Trägersignal, das entweder **(s)**ägezahnförmig oder **(d)**reiecksförmig ist.

Die minimale Anzahl IGBT-Umschaltungen wird wieder bei sägezahnförmigem Trägersignal s_H erreicht (vergleiche Figur 5.15 und siehe [15] auf S. 239).

Aus den kreisförmigen Verläufen der Modulationsfunktionsdrehzeiger in Figur 5.28 l,o (*ud,konst,max*-Methode) bzw. in Figur 5.29 l,o (*ud,konst,min*-Methode) geht hervor, dass im Gegensatz zur *ud,max*-Methode (Figur 5.16) und zur *ud,min*-Methode (Figur 5.25) die dynamischen Modulationsgrade $m_{GR}(t)$ und $m_{WR}(t)$ bei der *ud,beliebig*-Methode bei konstanter DC-Spannung $u_{d,km,konst}$ im stationären Zustand zeitlich nicht ändern. Diese erfüllen auch in jedem Fall Gl. (5.89) und betragen für den Bereich $m = [0\ldots1]$:

$$m_{GR} = \sqrt{3}/2, \qquad m_{WR} = m \qquad (\textit{ud,konst,max}\text{-Methode}) \tag{5.131}$$

$$m_{GR} = \sqrt{3}/2 \cdot m, \qquad m_{WR} = 1 \qquad (\textit{ud,konst,min}\text{-Methode}) \tag{5.132}$$

5.5.3 DC-Spannung mit sinusförmigem AC-Anteil

Bezogen auf das Sektorpaar $\{si_1, su_6\}$ muss die festzulegende DC-Spannung $u_{d,km}$ im Bereich zwischen $u_{max} = u_{d,km,max}$ (Gl. (5.74)) und $u_{min} = u_{d,km,min}$ (Gl. (5.98)) liegen, d.h.

$$\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \cos(\vartheta_{uWR} - \pi/6) \quad \leq \quad u_{d,km} \quad \leq \quad \frac{3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})}{\cos(\vartheta_{iGR} - \pi/6)}. \tag{5.133}$$

Es ist durchaus möglich, zum Beispiel eine DC-Spannung $u_{d,km,sinus}$ mit sinusförmig überlagertem AC-Anteil beliebiger Frequenz f_d und entsprechend frei wählbarer Phasenverschiebung φ_d im DC-Zwischenkreis zu fordern:

$$u_{d,km,sinus} = \frac{u_{max} + u_{min}}{2} + \frac{u_{max} - u_{min}}{2} \cdot \cos(\omega_d t + \varphi_d) \tag{5.134}$$

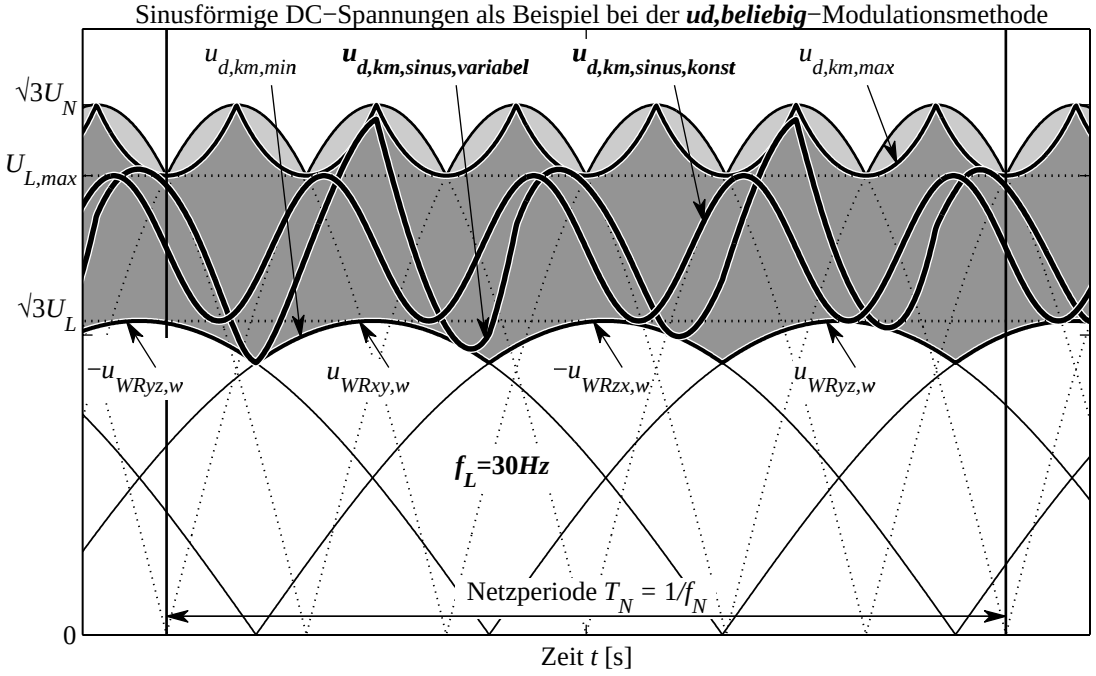
Dabei nutzt die in Gl. (5.134) definierte DC-Spannung $u_{d,km}$ den nach Gl. (5.133) definierten verfügbaren Bereich innerhalb der zeitlich variablen Anschlägen u_{max} und u_{min} voll aus ($\rightarrow u_{d,km} = u_{d,km,sinus,variabel}$), so dass unabhängig vom ZMK-Modulationsgrad m sowohl die GR- als auch die WR-Modulationsfunktionen m_{ij} regelmässig bis zu ihrem Maximalwert $m_{ij} = 1$ ausgenutzt werden (Figur 5.30 b,d,g,i). Der gewünschte Sollwert für $u_{d,km} = u_{d,w}$ kann nun direkt in den Gl. (5.111)÷(5.115) eingesetzt werden, um die Modulationsfunktionen m_{ij} zu bestimmen.

---

15) Es gelten die analogen Überlegungen wie unter Abschnitt 5.4.3 auf Seite 223.

Selbstverständlich kann die Amplitude $(u_{max} - u_{min})/2$ des AC-Anteils von $u_{d,km}$ auch konstant gehalten werden ($\rightarrow u_{d,km} = u_{d,km,sinus,konst}$), indem in Gl. (5.134) z.B. eine konstante obere Grenze $u_{max} = u_{d,km,konst,max} = 3/2 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\Delta\varphi_{GR})$ (siehe Gl. (5.120)) und eine konstante untere Grenze $u_{min} = u_{d,km,konst,min} = \sqrt{3} \cdot U_L$ (siehe Gl. (5.121)) festgelegt werden.

In Figur 5.27 sind die beiden Fälle für $u_{d,km} = u_{d,km,sinus,variabel}$ und $u_{d,km} = u_{d,km,sinus,konst}$ mit den entsprechenden Zeitverläufen als zwei mögliche Beispiele für die *ud,beliebig*-Methode abgebildet. Zur Ergänzung sind dort auch der untere (von der *ud,min*-Methode her stammende minimale) bzw. der obere (von der *ud,max*-Methode her stammende maximale) Anschlag $u_{d,km,max}$ bzw. $u_{d,km,sinus}$ nach Gl. (5.133) eingetragen.



Figur 5.27: Zwei Varianten von DC-Spannungen $u_{d,km,sinus}$ mit AC-Anteil bei der ***ud,beliebig*-Methode** mit $u_{d,km,min} \le u_{d,km,sinus} \le u_{d,km,max}$:
$u_{d,km} = u_{d,km,sinus,variabel}$ mit $f_d = \omega_d/2\pi = 200Hz$, $\varphi_d = \pi/6$,
$u_{d,km} = u_{d,km,sinus,konst}$ mit $f_d = \omega_d/2\pi = 200Hz$, $\varphi_d = \pi/2$.

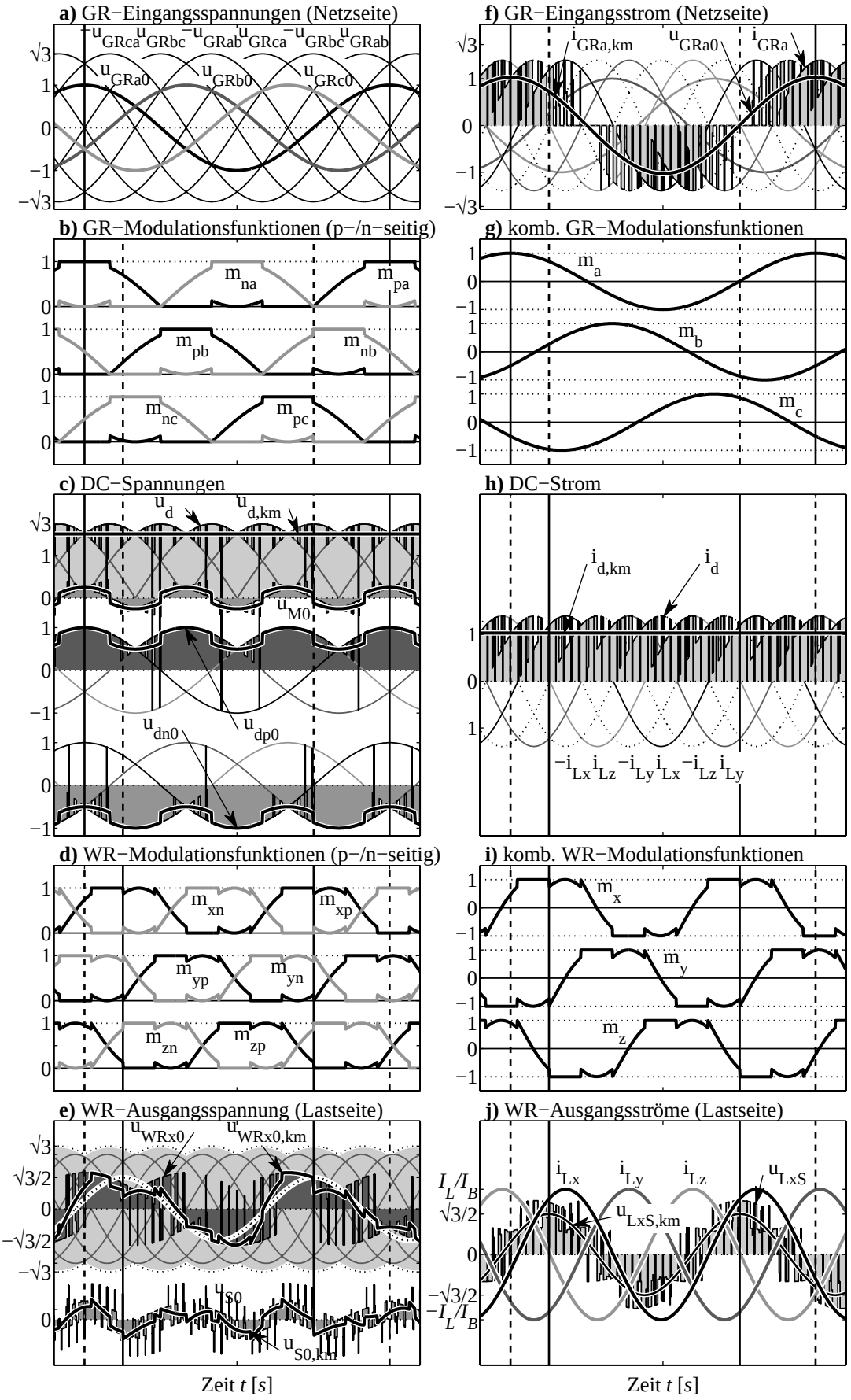
Drehzeiger-Tastverhältnisse

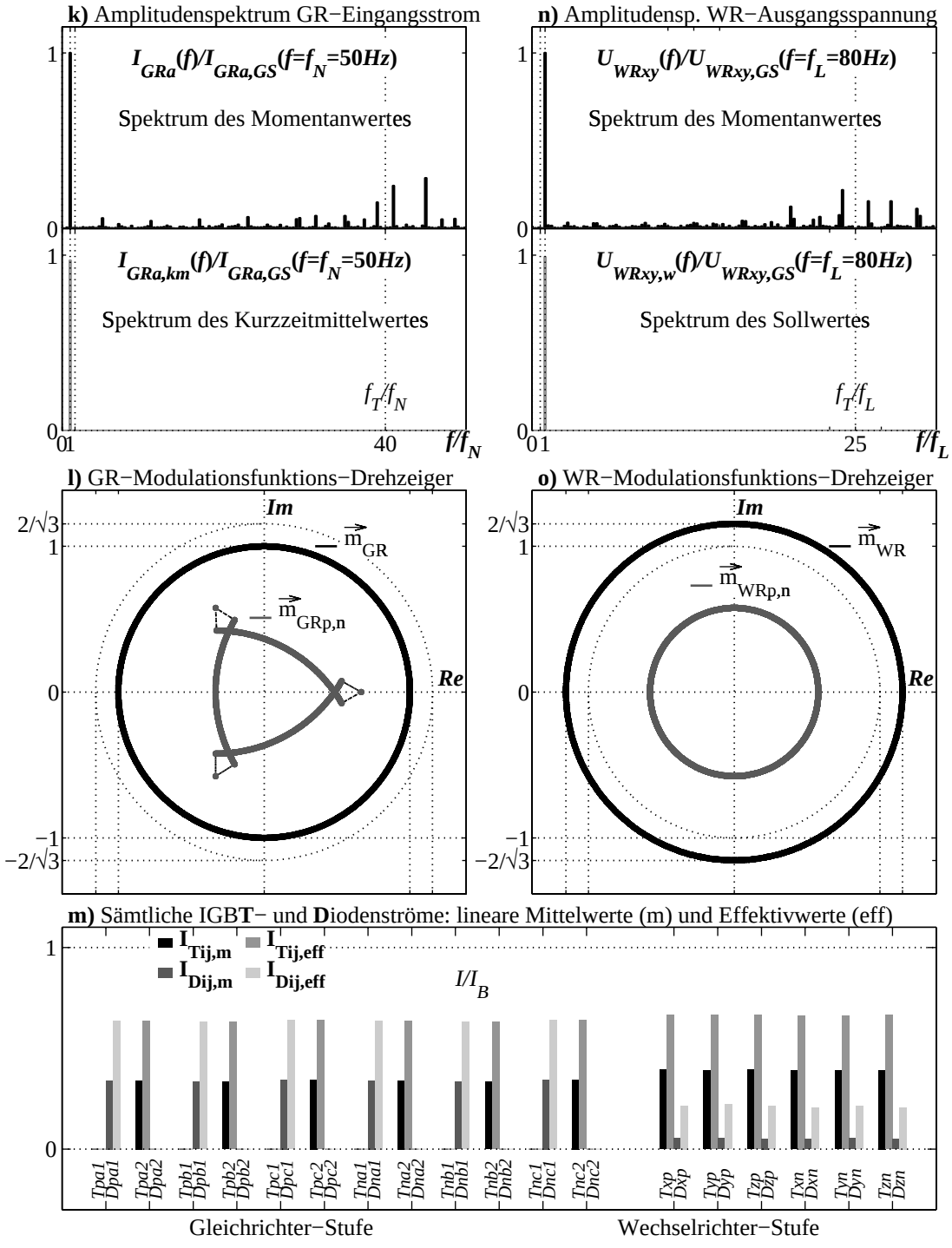
Ausmultiplizieren der GR- und WR-spezifischen Drehzeiger-Tastverhältnisse $\tau_{\alpha\mu}$, $\tau_{\alpha\nu}$, $\tau_{\beta\mu}$ und $\tau_{\beta\nu}$ ergibt nach Gl. (5.43) wieder exakt die vier selben (leistungs-)relevanten Tastverhältnisse wie in Gl. (5.85) bzw. Gl. (5.107) (siehe auch Seite 236 oder [14]).

Die Nullzustands-Tastverhältnisse $\tau_{\gamma\mu}$, $\tau_{\alpha\xi}$, (bzw. $\tau_{\gamma\nu}$, $\tau_{\beta\xi}$) und $\tau_{\gamma\xi}$ berechnen sich analog nach den Erläuterungen unter Abschnitt 5.5.2.

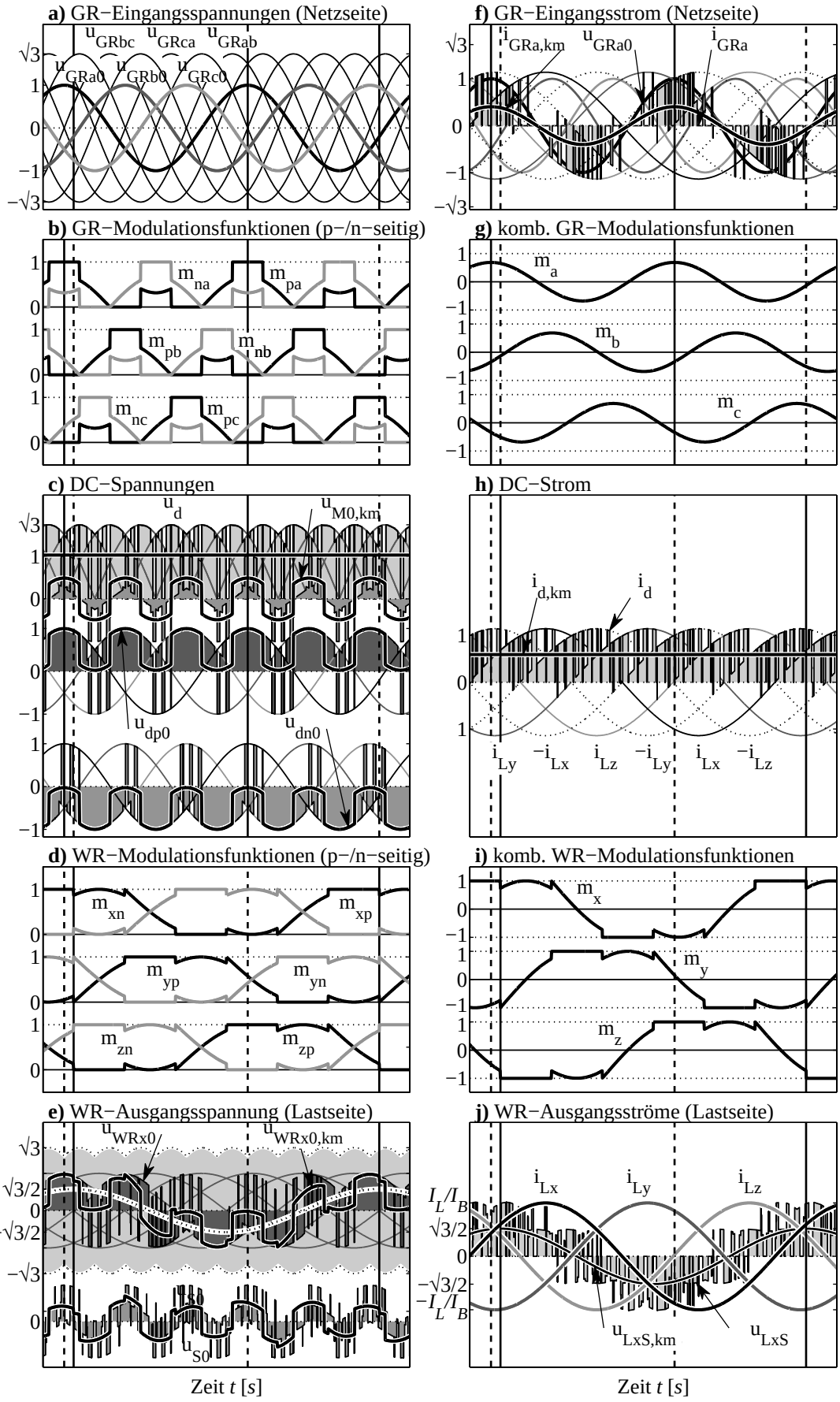
5.5.4 Übersichtsbilder zur *ud,beliebig*-Methode

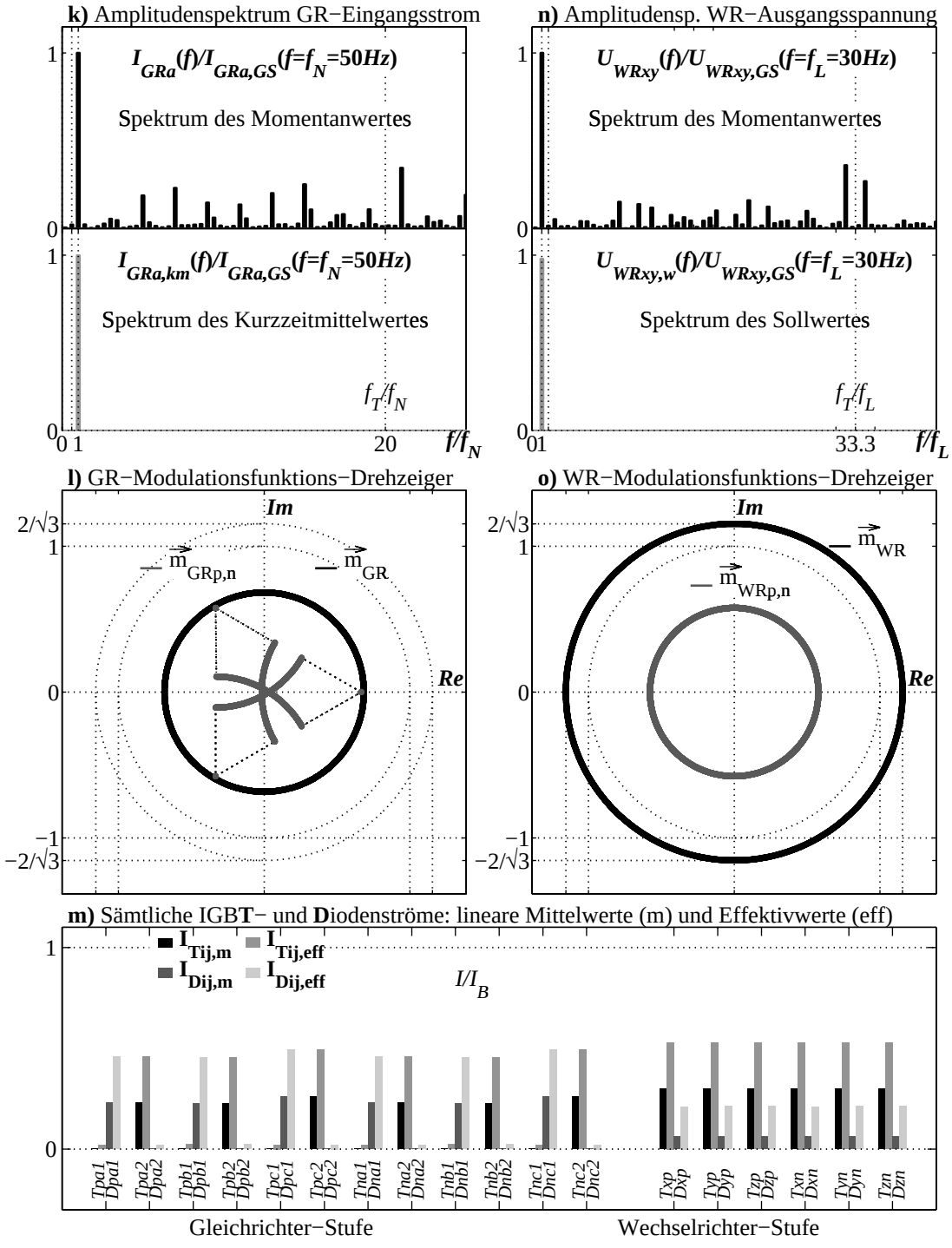
In den **Figuren 5.28 ÷ 5.30** kommt analog zu den Übersichtsbildern bei der *ud,max*- bzw. *ud,min*-Methode (Abschnitte 5.3.6 und 5.4.4) das Funktionsprinzip des ZMK bei stationärer Ansteuerung am Beispiel der *ud,beliebig*-Methode für den *Motorbetriebsfall* einmal mehr zum Ausdruck: Die linke Seite veranschaulicht wiederum den vom Netz (oben) zur Last (unten) hin verlaufenden ***Spannungs*-Konversionspfad** (Bilder a ÷ e). Ebenfalls ist der entgegengesetzt dazu gerichtete ***Strom*-Konversionspfad** zu erkennen (Bilder f ÷ j). Die zeitlichen Verläufe der Modulationsfunktionen ergänzen die Darstellung der zeitlichen u,i-Verläufe (Bilder b,d,g,i). Der *Leerlauf*- und *Generatorbetrieb* seien hier der Kürze halber weggelassen. Auf der rechten Seite der Figuren 5.28 ÷ 5.30 sind wieder die Amplitudenspektren der erzeugten AC-Grössen (Bilder k,n), die Modulationsfunktionen als Drehzeiger (Bilder l,o) und in Bild m die auf den Bezugsstrom I_B (Anhang C.2, Seite 344) normierte mittlere Stromaufteilung über alle Halbleiter bezogen auf die **Topologie-Variante B** mit den entsprechenden Schalterbezeichnungen gemäss Figur 4.6 aufgetragen. Bei der Ansteuerung wird als Beispiel ein Pulsmuster gemäss der **Sequenz-Variante in Figur 5.26 a** verwendet.
Um die Vielfalt der möglichen DC-Spannungsverläufe einzuschränken, wurden in den Figuren 5.28 ÷ 5.30 besonders einfache Zeitverläufe gewählt:
Figur 5.28 zeigt die *ud,beliebig*-Methode am Beispiel der *maximal konstanten* DC-Spannung $u_{d,km,konst,max}$ (auch *ud,konst,max*-Methode genannt) bei einem Modulationsgrad $m = 1$, einer Ausgangsfrequenz $f_L = 80Hz$ und einem GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel von $\Delta\varphi_{GR} = 0$.
Figur 5.29 zeigt die *ud,beliebig*-Methode am Beispiel der *minimal konstanten* DC-Spannung $u_{d,km,konst,min}$ (auch *ud,konst,min*-Methode genannt) bei einem reduziertem Modulationsgrad $m = 0.68$, einer Ausgangsfrequenz $f_L = 30Hz$, aber mit demselben Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR} = 0$.
Figur 5.30 veranschaulicht die Methode mit *sinusformähnlich voll ausgesteuertem* AC-Anteil in der DC-Spannung $u_{d,km,sinus,variabel}$ mit variabler Amplitude (auch *ud,sinus,variabel*-Methode genannt) mit den Parametern $m = 0.68$, $f_L = 30Hz$ und $\Delta\varphi_{GR} = 0$. Durch die variable Amplitude $(u_{max} - u_{min})/2$ des überlagerten AC-Anteils in Gl. (5.134) wird dafür gesorgt, dass die Kuppen der sinusformähnlichen DC-Spannung die erlaubten variablen Grenzen $u_{d,km,max}$ und $u_{d,km,min}$ gemäss Gl. (5.133) jeweils gerade berühren.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
−u_GRca u_GRbc −u_GRab u_GRca −u_GRbc u_GRab
u_GRa0 u_GRb0 u_GRc0
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_na m_pa m_pb m_nb m_nc m_pc
c) DC−Spannungen
u_d u_d,km u_M0 u_dn0 u_dp0
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m_xn m_xp m_yp m_yn m_zn m_zp
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u_WRx0 u_WRx0,km u_s0 u_S0,km
Zeit t [s]
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i_GRa,km u_GRa0 i_GRa
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m_a m_b m_c
h) DC−Strom
i_d,km i_d −i_Lx i_Lz −i_Ly i_Lx −i_Lz i_Ly
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m_x m_y m_z
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
i_Lx i_Ly i_Lz u_LxS u_LxS,km
I_L/I_B
Zeit t [s]

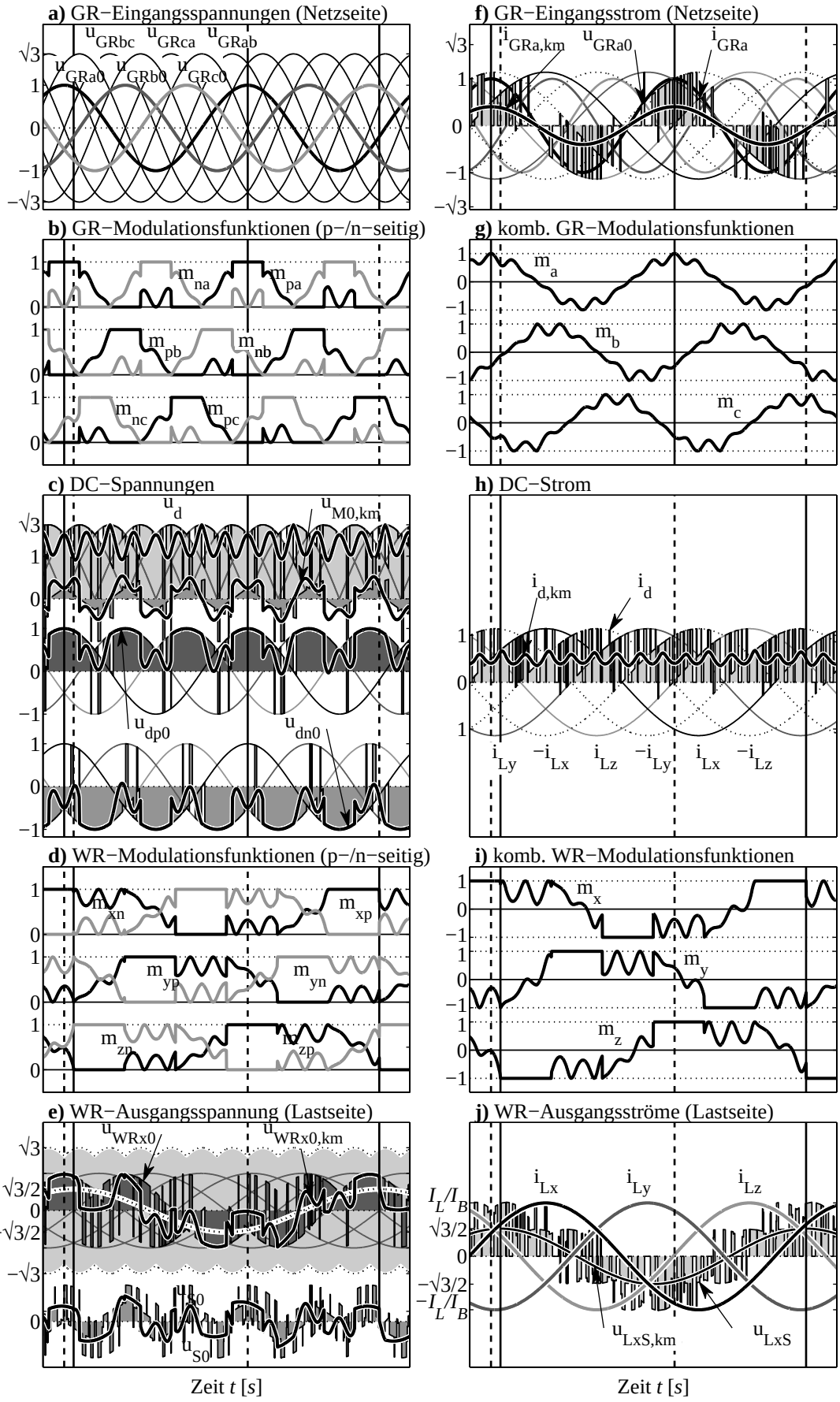


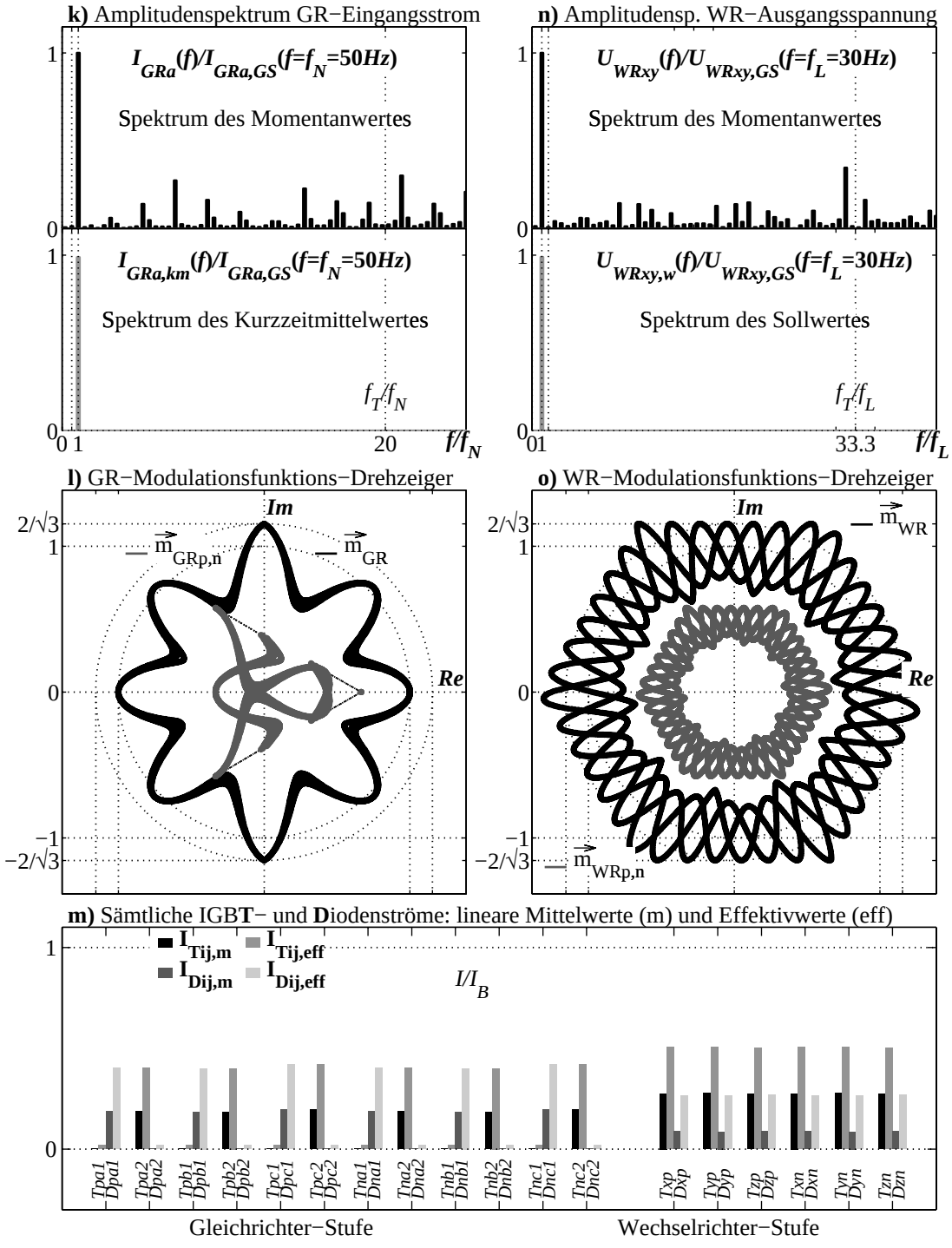
Figur 5.28: ***ud,beliebig*-Modulationsmethode** (auch *ud,konst,max*-Methode genannt) mit der erzeugten DC-Spannung $u_{d,km,konst,max}$, links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**, rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter: $m = 1$, $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $P_N = 1.16$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$, $m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.532$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 31.38°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
u GRbc
u GRca
u GRab
u GRa0
u GRb0
u GRc0
√3
1
0
−1
−√3
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
i GRa,km
u GRa0
i GRa
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m na
m pa
m pb
m nb
m nc
m pc
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
m a
m b
m c
c) DC−Spannungen
u d
u M0,km
u dp0
u dn0
h) DC−Strom
i d,km
i d
i Ly
−i Lx
i Lz
−i Ly
i Lx
−i Lz
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
m xn
m xp
m yp
m yn
m zn
m zp
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
m x
m y
m z
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
u WRx0
u WRx0,km
√3/2
−√3/2
−√3
u S0
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
i Lx
i Ly
i Lz
I L/I B
−I L/I B
u LxS,km
u LxS
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.29: ***ud,beliebig*-Modulationsmethode** (auch *ud,konst,min*-Methode genannt) mit der erzeugten DC-Spannung $u_{d,km,konst,min}$, links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**, rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter: $m = 0.68$, $f_L = 30Hz$, $f_T = 1kHz$, $P_N = 0.60$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$, $m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 1.0$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 53.33°$.


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
c) DC−Spannungen
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.30: ***ud,beliebig*-Modulationsmethode** (auch *ud,sinus,variabel*-Methode genannt) mit der DC-Spannung $u_{d,km,sinus,variabel}$, links: Spannungs- und Strom-Konversion **(motorisch)**, rechts: Frequenzspektra, Modulations-Drehzeiger, Halbleiter-Strombeläge von **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter: $m = 0.68$, $f_L = 30Hz$, $f_T = 1kHz$, $P_N = 0.60$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$, $m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 1.0$, $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0} = 53.33°$, $f_d = 200Hz$.

5.6 Vergleich der Modulationsverfahren

In diesem Unterkapitel sollen die bisher besprochenen Modulationsverfahren aus den Unterkapiteln 5.1 ÷ 5.5 unter Berücksichtigung der verschiedenen GR-Schaltungstopologien miteinander verglichen werden. Bei diesen handelt es sich um die unter Kapitel 4 beschriebenen **GR-Typen A** (Figur 4.5), **B** (Figur 4.6), **C** (Figur 4.8) und **D** (Figur 4.9).

Bei jeder einzelnen Topologie werden folgende Parameter bei *Motorbetrieb* mit jeweils halbem Nenndrehmoment der ASM ($m_d = 0.5$) untersucht:

- die ***T**otal **H**armonic **D**istortion* **(THD)** THD_{iGRa} bzw. THD_{uWRxy} des GR-Eingangsstromes i_{GRa} bzw. der verketteten WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} (Figur 5.31);
- die resultierende – über eine gemeinsame Periode T_{ZMK} (Gl (5.27) ÷ (5.28)) gemittelte – gesamte Halbleiter-**Strombeanspruchung** der jeweiligen Schaltung (Figur 5.34);
- die mittlere **Stromaufteilung** auf die einzelnen Halbleiter *inklusive Generatorbetrieb* (Figuren 5.35 ÷ 5.38).

Andere Parameter wie z.B. die maximal zu berücksichtigende **O**ber**s**chwingungs-(OS)-Signalfrequenz f_{max}, die Taktfrequenz f_T oder der GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$ werden in allen Fällen jeweils gleich gross gewählt.

Bei allen Vergleichen werde die **Last-(GS)-Frequenz** f_L gleichmässig über den Bereich $0 \le f_L \le 80Hz$ mit 2-Hertz-Schritten variiert. Im Hinblick auf eine lineare **S**pannungs-**F**requenz-**K**ennlinie (SFK) soll die Rotorflussverkettungs-GS-Amplitude[16] ψ_r unterhalb der Vollaussteuerung ($m < 1$) konstant auf dem für die ASM optimalen Nennwert $\psi_{r,pu} = 1$ gehalten werden, während für $m = 1$ der Flusswert ψ_r entsprechend reduziert wird ($\psi_{r,pu} < 1$), um den Betrieb im Feldschwächbereich zu gewährleisten.

5.6.1 Total Harmonic Distortion (THD)

Die ***T**otal **H**armonic **D**istortion*[17] (THD) ist ein Mass für den Oberschwingungsgehalt eines Signales x und setzt den Effektivwert $X_{OS,eff}$ aller berücksichtigten OS unterhalb der Frequenz f_{max} mit einer konstanten Bezugsgrösse X_B desselben Signales ins Verhältnis. Da auch **S**ub**h**armoni-

16) siehe auch Bemerkungen auf Seite 165 zur linearen SFK
17) Die Abkürzung wird im folgenden als “der THD” genannt.

sche (SH) $X_{SHni,eff}$ der Ordnung n ($n = f_{GS}/f_{ZMK}$) auftreten, muss deren geometrische Summe, also die Summe aller SH-Effektivwertquadrate $X^2_{SH,eff} = X^2_{SHn1,eff} + X^2_{SHn2,eff} + \ldots$ (ganz analog zu den OS) ebenfalls berücksichtigt werden, wobei der Index i die einzelnen Subharmonischen $X_{SHni,eff}$ bezeichnet. Der Effektivwert $X_{V,eff}$ sämtlicher vorkommender Verzerrungsanteile setzt sich also aus OS und SH zusammen:

$$X_{V,eff} = \sqrt{X^2_{OS,eff} + X^2_{SH,eff}} \tag{5.135}$$

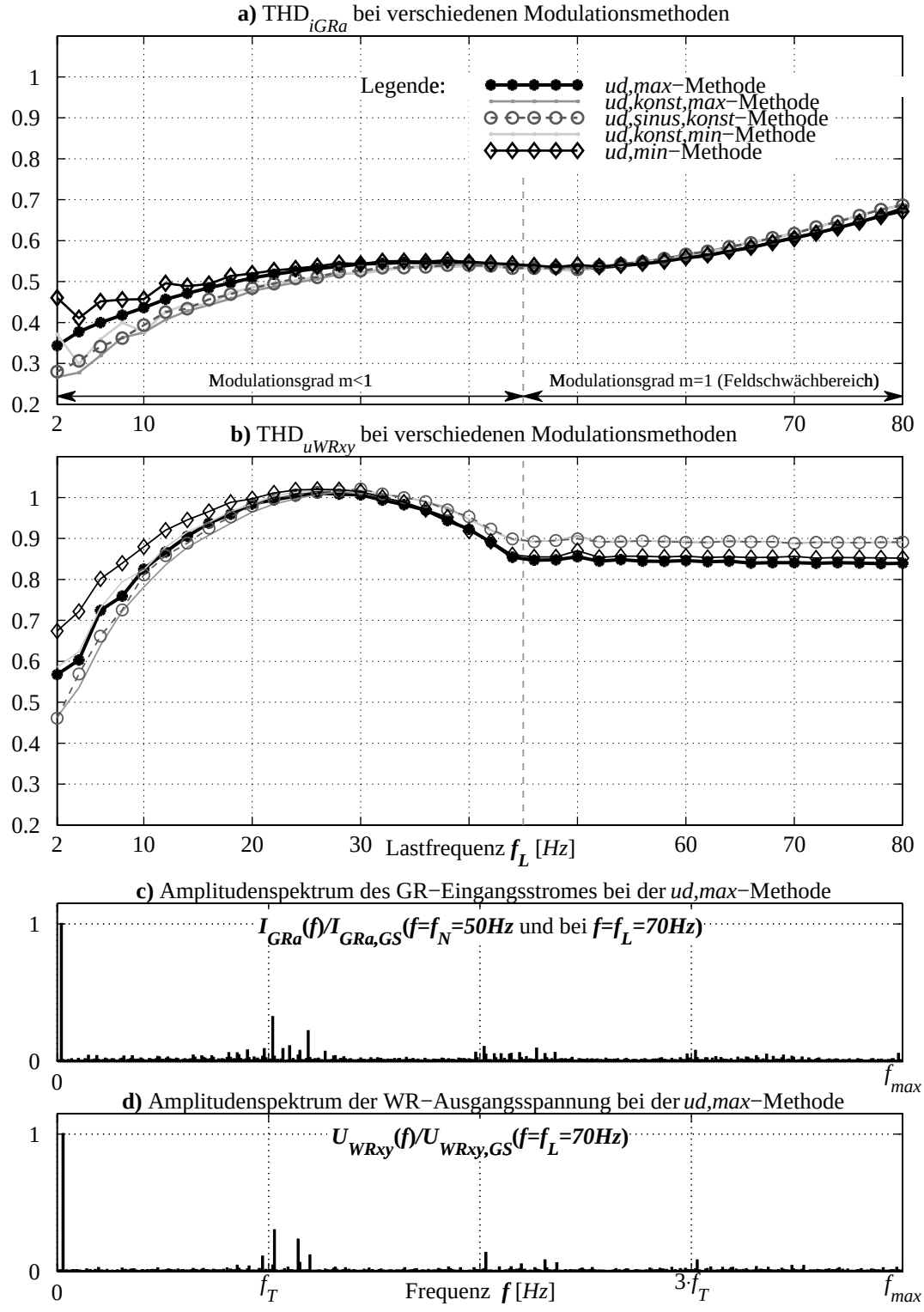
Für den (einheitslosen) Wert $\mathbf{THD}_x$ des Signales x ergibt sich dann:

$$\mathrm{THD}_x = \frac{X_{V,eff}}{X_B} \qquad (0 \le \mathrm{THD}_x \le \infty) \tag{5.136}$$

Es leuchtet ein, dass unter idealen, d.h. verlustfreien Voraussetzungen keine Unterschiede im Amplitudenspektrum der jeweiligen Grösse bei den verschiedenen GR-Topologien auftreten, da sich dann das Input-Output-Verhalten auch bei verschiedenartigen Realisierungen des ZMK nicht verändert. Der THD wird sich also bloss zwischen den verschiedenen Drehzeigermodulationsverfahren unterscheiden, da diese unterschiedliche Pulsmustersequenzen zur Folge haben. Die GR-GFT wird hier nicht in Betracht gezogen.

In **Figur 5.31** sind die THD-Werte THD_{iGRa} bzw. THD_{uWRxy} des GR-Eingangsstromes i_{GRa} bzw. der WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} in Funktion der Last-(GS)-Frequenz f_L bei einer Taktfrequenz von $f_T = 2.5kHz$ für fünf verschiedene Drehzeigermodulationsverfahren dargestellt. Die in den Amplitudenspektren berücksichtigten Frequenzen liegen dabei unterhalb von $f_{max} = 20kHz$. Die frequenzabhängigen Kurvenverläufe innerhalb des nicht voll ausgesteuerten Bereiches von $m = [0\ldots1]$ zeigen, dass

- generell bei allen Modulationsmethoden die THD für GR-Eingangsstrom i_{GRa} und WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} sehr nahe nebeneinander liegen;
- die THD bei der *ud,max*- und *ud,min*-Methode für hohe Modulationsgrade m im Vergleich zu den anderen Methoden minimal werden;
- die THD bei beiden Grössen bei der *ud,beliebig*-Methode für tiefe Modulationsgrade m im Vergleich zu den anderen Methoden minimal sind;
- THD_{iGRa} des Netzstromes i_{GRa} bei allen Methoden mit steigender Ausgangsfrequenz f_L zunimmt;
- THD_{uWRxy} der verketteten WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} für alle Methoden bei ca. $f_L \approx 27Hz$ ein Maximum aufweist.



Figur 5.31: THD-Werte $THD_{iGRa}(f_L)$ (a) und $THD_{uWRxy}(f_L)$ (b) bei Last-(GS)-Frequenzen f_L von $0 \le f_L \le 80Hz$ bei Motorbetrieb ($m_d = 0.5$) in Abhängigkeit der gezeigten Modulationsverfahren. Die Spektren $I_{GRa}(f)$ (c) und $U_{WRxy}(f)$ (d) sind dabei bis $f_{max} = 20kHz$ berücksichtigt.

Bei der *ud,max*- und *ud,min*-Methode wirkt sich die Tatsache, dass jeweils der eine Teilstromrichter keine Nullzustände erzeugen muss, nur im oberen Aussteuerbereich ($m \to 1$) positiv auf das Amplitudenspektrum $I_{GRa}(f)$ und $U_{WRxy}(f)$ aus, abgesehen davon, dass die Unterschiede nur sehr klein sind. Im Feldschwächbereich steigen die THD-Werte für den Strom i_{GRa} mit zunehmender Last-(GS)-Frequenz f_L noch stärker an, während sie für die Spannung u_{WRxy} unabhängig von der Last-(GS)-Frequenz konstant bleiben.

Bei den in den ersten drei Abschnitten dieses Unterkapitels gezeigten Simulationsergebnissen wird das Drehmoment m_d innerhalb des betrachteten Frequenzbereiches $0 \le f_L \le 80Hz$ immer auf halbem Nennwert $m_d = 0.5$ gehalten[18]. Diese Annahme führt dazu, dass die Kurzzeitmittelwert-Leistung p_{km} mit steigender Ausgangsfrequenz f_L ungefähr linear anwächst. Um dabei das Drehmoment konstant halten zu können, ohne das Kippmoment M_k der ASM zu erreichen, werde nur das halbe Nennmoment $m_d = 0.5$ angenommen. Die Ergebnisse im Feldschwächbereich sollen von ihrer praktischen Bedeutung her mit gewisser Zurückhaltung betrachtet werden.

5.6.2 Vergleich der gemittelten DC-Grössen

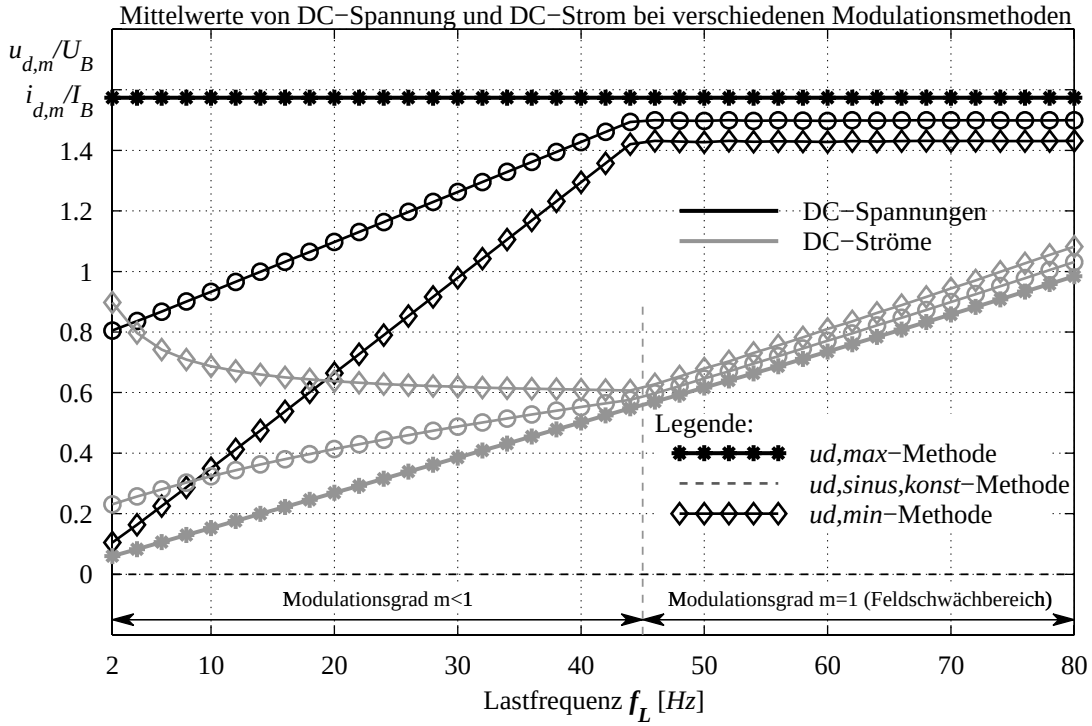
Figur 5.32 zeigt die von der Last-(GS)-Frequenz f_L abhängigen Verläufe der mittleren DC-Spannungen $U_{d,m} = U_{d,km,m}$ und mittleren DC-Ströme $I_{d,m} = I_{d,km,m}$ bei der *ud,max*-, der *ud,min*- und der *ud,sinus,konst*[19]-Modulationsmethode (vergleiche Gl. (5.80) und (5.103)) unter der Annahme, das normierte Drehmoment m_d der ASM betrage bei Motorbetrieb $m_d = 0.5$ und der GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel sei $\Delta\varphi_{GR} = 0°$. Die Werte sind dabei normiert dargestellt. Dabei fällt auf, dass wie erwartet

- bei der *ud,max*-Methode einerseits die mittlere DC-Spannung $U_{d,m,max}$ erstens völlig unabhängig von der Ausgangsfrequenz f_L ist und zweitens am grössten wird, andererseits aber der zugehörige mittlere DC-Strom $I_{d,m,max}$ erstens proportional zum Modulationsgrad m und zweitens gegenüber den anderen Methoden minimal ausfällt und deshalb tiefere mittlere Leitverluste P_{Leit} in der Schaltung zu erwarten sind (vergleiche Figur 5.34);
- bei der *ud,min*-Methode die Verläufe von mittlerer DC-Spannung $U_{d,m,min}$ und mittlerem DC-Strom $I_{d,m,min}$ im wesentlichen umgekehrt sind im Vergleich zur *ud,max*-Methode. Damit weist der DC-Strom bei

18) Normierung des Drehmomentes siehe Anhang C.2.1 a) auf Seite 344
19) als speziell gewählter Fall bei der *ud,beliebig*-Modulationsmethode

dieser Methode maximale Werte auf. Er trägt so vor allem bei kleiner Aussteuerung im Verhältnis zu den anderen beiden Methoden stärker zu den gesamten mittleren Leitverlusten P_{Leit} im ZMK bei (vergleiche Figur 5.34);

- bei der *ud,sinus,konst*-Methode (als möglicher Spezialfall der *ud,beliebig*-Methode) die DC-Grössen $U_{d,m}$ und $I_{d,m}$ gerade zwischen den Verläufen der beiden anderen Modulationsverfahren liegen. Diese Aussage gilt allgemein für die *ud,beliebig*-Methode, solange sich die erzeugte DC-Spannung $U_{d,km}$ genau zwischen den in Gl. (5.133) gezeigten Extrema liegt.

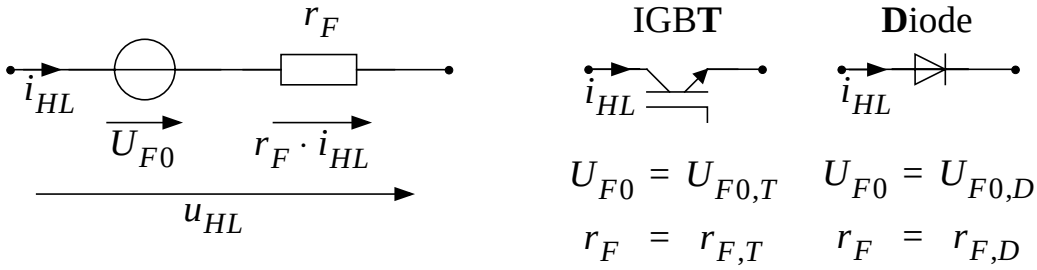


Figur 5.32: Lineare Mittlelwerte der DC-Spannung $U_{d,m} = U_{d,km,m}$ und des DC-Stromes $I_{d,m} = I_{d,km,m}$ bei der *ud,max*-, *ud,min* und der *ud,sinus,konst*-Modulationsmethode in Abhängigkeit der Last-(GS)-Frequenz f_L bei halbem Nennmoment $m_d = 0.5$ und einem GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR} = 0°$.

5.6.3 Gesamtstrombeanspruchung der Topologien

Im Gegensatz zu THD_{iGRa} und THD_{uWRxy} (Abschnitt 5.6.1) hängt die Gesamtstrombelastung nicht nur von der gewählten Modulationsmethode, sondern aufgrund der unterschiedlichen Anordnung der Halbleiter auch von

der Schaltungstopologie ab. Obwohl neben den mittleren Schaltverlusten P_{Schalt} auch die mittleren Durchlass- bzw. Leitverluste P_{Leit} der Halbleiter bei allen Simulationsmodellen in dieser Arbeit vernachlässigt wurden, lassen sich letztere mit Hilfe der numerisch berechneten Strombeanspruchung in den Halbleitern unter Verwendung des in **Figur 5.33** gezeigten Modells einfach abschätzen. Diese Ersatzschaltung kann sowohl für IGBT als auch für Dioden mit jeweils charakteristischen Werten wie einer konstanten Flussspannung U_{F0} und einem differentiellen Widerstand $r_F = \Delta u_{HL} / \Delta i_{HL}$ benutzt werden.



Figur 5.33: Ersatzschaltung zur Berechnung der **H**alb**l**eiter-(HL)-Leitverluste $P_{Leit,T}$ in IGB**T** (T) bzw. $P_{Leit,D}$ in **D**ioden (D) mit Flussspannung U_{F0} und differentiellem Widerstand r_F.

Auf der Grundlage des Verlustmodells in Figur 5.33 lassen sich die gefundenen linearen Mittelwerte $I_{T/Di,m} = I_{HL,T/Di,m}$ und Effektivwerte $I_{T/Di,eff} = I_{HL,T/Di,eff}$ der einzelnen Halbleiterströme zur Berechnung der gesamten Leitverluste P_{Leit} des ZMK nach Gl. (5.137) heranziehen, indem die Halbleiterspannung u_{HL} in Gl. (5.138) eliminiert wird. Diese hängt wiederum von der Anzahl[20] IGBT $\#_T$ und der Anzahl Dioden $\#_D$ in der betrachteten Schaltung und deren einzelnen Teilverlusten $P_{Leit,T/Di}$ je Halbleiter ab.

$$P_{Leit} = \sum_{i=1}^{\#_T} P_{Leit,Ti} + \sum_{i=1}^{\#_D} P_{Leit,Di} \qquad (5.137)$$

Die mittleren Leitverluste $P_{Leit,T/Di}$ im i-ten Halbleiter berechnen sich anhand des Modells in Figur 5.33 wie folgt:

$$P_{Leit,T/Di} = \frac{1}{T} \int_{T_{ZMK}} u_{HLi} \cdot i_{HLi}\, dt = U_{F0} \cdot I_{T/Di,m} + r_F \cdot I^2_{T/Di,eff} \qquad (5.138)$$

20) Die Anzahl (#) Halbleiter hängt völlig von der Schaltungstopologie ab (Kapitel 4).

Gleichung (5.138) sagt aus, dass im Hinblick auf eine Gesamtleitverlustbetrachtung je Schaltung die für den ersten Teil der gesamten Leitverluste P_{Leit} wirksamen *linearen Mittelwerte* $I_{Ti,m}$ bzw. $I_{Di,m}$ direkt aufsummiert werden können (Gl. (5.139)), während die für den zweiten Teil der gesamten Leitverluste verantwortlichen *Effektivwertquadrate* $I^2_{Ti,eff}$ bzw. $I^2_{Di,eff}$ addiert werden müssen (Gl. (5.140)) – immer unter der Voraussetzung, dass alle IGBT bzw. Dioden jeweils dieselben Werte für die Flussspannung $U_{F0,T/D}$ und den differentiellen Widerstand $r_{F,T/D}$ aufweisen.
Die für die gesamten Leitverluste P_{Leit} im ZMK massgebenden aufsummierten Teilströme $I_{PLeit,T/D,m} = I_{T/D,m}$ (Mittelwerte) und $I_{PLeit,T/D,eff} = I_{T/D,eff}$ (Effektivwerte) können also getrennt sowohl für alle IGBT als auch für alle Dioden wie folgt angeschrieben werden:

$$I_{PLeit,T/D,m} = I_{T/D,m} = \sum_{i=1}^{\#_{T/D}} I_{T/Di,m} \tag{5.139}$$

$$I_{PLeit,T/D,eff} = I_{T/D,eff} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\#_{T/D}} I^2_{T/Di,eff}} \tag{5.140}$$

Mit dieser Methode wird die Möglichkeit aufgezeigt, wie auch ohne simulative Berücksichtigung der Leitverluste diese nachträglich in grober Näherung relativ einfach abschätzbar sind. Trotz idealer Annahmen für die Leistungsschalter bei der Computer-Simulation hält sich die Verfälschung der ermittelten Stromwerte wegen der in Realität nicht idealen Schalter klein, da der Spannungsabfall $U_{F0} + r_F \cdot i_{HL}$ über einem Halbleiter (vergleiche Figur 5.33) deutlich unter der Grössenordnung der GR-Eingangsspannungs-GS-Amplitude $U_{GR} \approx U_N$ liegt, mit welcher der ZMK gespiesen wird. Entsprechend klein sind dann auch die Stromverfälschungen.

Um die mittleren Schaltverluste P_{Schalt} zu bestimmen und diese mit den mittleren Leitverlusten P_{Leit} zu vergleichen, müsste ein geeignetes Halbleitermodell zum Einsatz kommen. Darauf wurde in dieser Arbeit aber verzichtet. Einzig die Anzahl Schalthandlungen bei den bisher besprochenen Modulationsverfahren geben einen Anhaltspunkt für die Häufigkeit der Umschaltvorgänge; sie lassen aber noch keine direkte Schlussfolgerung auf die Schaltverluste P_{Schalt} zu, da diese von den Momentanwerten von Spannung und Strom über den Schaltern abhängen. Die Modellierung und experimentelle Ermittlung solcher Schaltverluste P_{Schalt} wird ein wesentlicher Gegenstand künftiger Forschung sein (vergleiche auch Unterkapitel 1.3).

Da in Figur 5.32 nur die mittleren DC-Ströme $I_{d,m}$ sichtbar sind, werden in der **Figur 5.34** unter denselben Bedingungen wie in Figur 5.32 zusätzlich die für die Leitverluste P_{Leit} im ZMK massgebenden Summenströme $I_{T,m}$ bzw. $I_{D,m}$ als lineare Mittelwerte (links) und $I_{T,eff}$ bzw. $I_{D,eff}$ als Effektivwerte (rechts) ebenfalls in Funktion der Last-(GS)-Frequenz f_L aufgetragen. Erst sie erlauben eine ganzheitliche Betrachtung der gesamten Strombeanspruchung in den einzelnen GR-Topologien. Die von Topologie zu Topologie einheitliche Skalierung erleichtert das Erkennen von Unterschieden zwischen den untersuchten GR-Topologien A ÷ D (Figur 5.34 a ÷ d).
Als Ergänzung zum ZMK wird dabei auch die Gesamtstrombeanspruchung beim **e**instufigen **M**atrix**k**onverter (EMK) in Figur 5.34 e untersucht (vergleiche auch Abschnitt 5.6.5). Zu diesem Zweck müssen bei der Berechnung der Modulationsfunktionen die Äquivalenzbedingungen zwischen EMK und ZMK gemäss Gl. (3.156) in Kapitel 3 berücksichtigt werden, um die vorgängig für den ZMK hergeleiteten Drehzeiger-basierten Modulationsmethoden ebenfalls auf den EMK anwenden zu können, ohne dabei das Input-Output-Verhalten zu verändern. Dabei stellt sich heraus, dass beim EMK die Gesamtstrombeanspruchung der Halbleiter von der gewählten Drehzeigermodulationsmethode[21] völlig unabhängig ist.

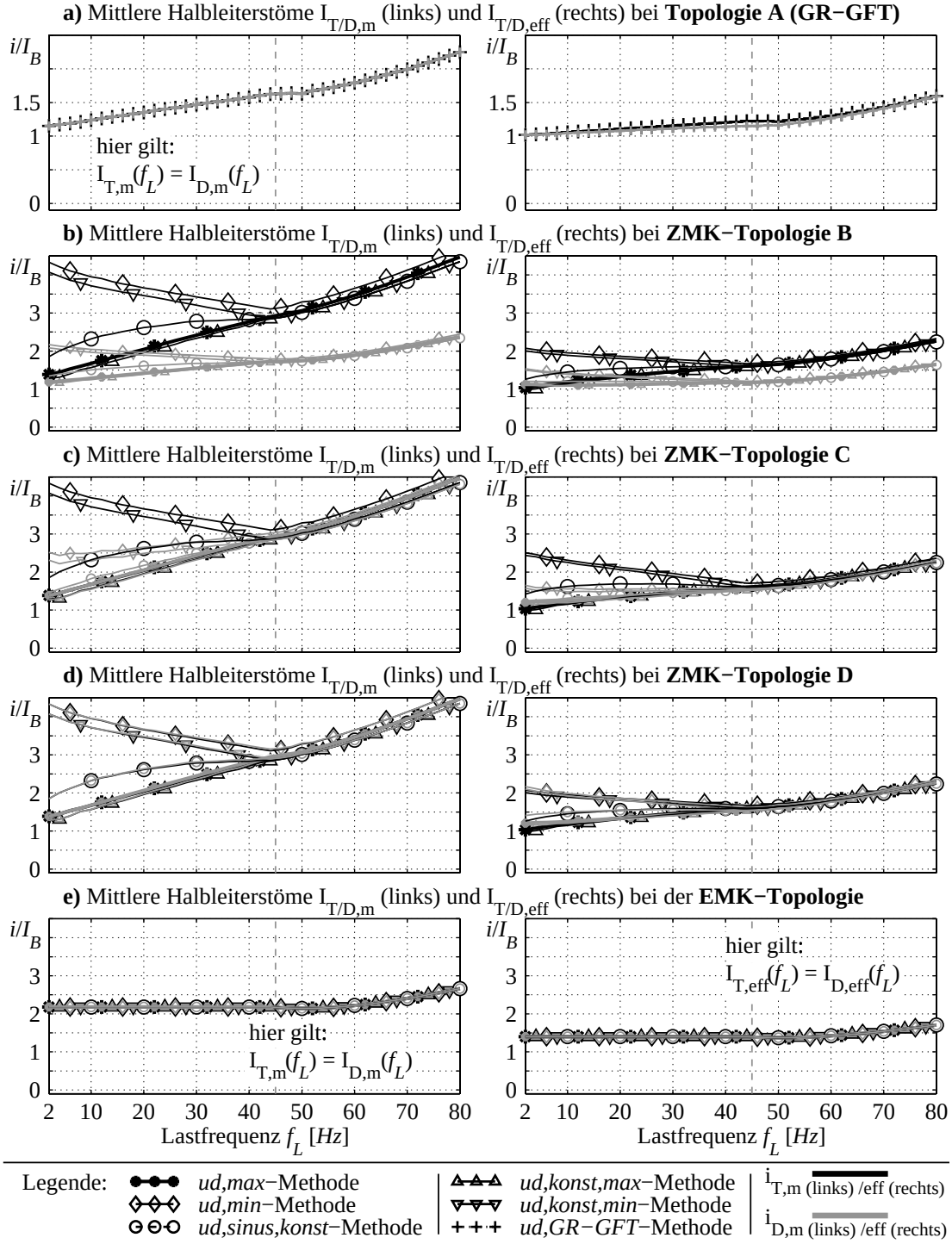
5.6.4 Strombeanspruchung der einzelnen Halbleiter

Um die mittlere Stromaufteilung auf die einzelnen Halbleiter in allen Topologien für einen überall identischen Betriebsfall miteinander vergleichen zu können, werde als Beispiel die Last-(GS)-Frequenz f_L auf $f_L = 20Hz$ festgelegt und mit den beiden (normierten) Drehmomenten $m_d = \pm 0.5$ jeweils motorischer und generatorischer Betrieb angenommen, einmal mit der *ud,max*-Methode **(Figuren 5.35 ÷ 5.36)** und einmal mit der *ud,min*-Methode **(Figuren 5.37 ÷ 5.38)**. Die Topologien entsprechen den in Kapitel 4 gezeigten GR-Varianten und erlauben die genaue örtliche Zuordnung der mittleren Ströme in den betrachteten Halbleitern.

Im Gegensatz zu den verschiedenen GR-Topologien B ÷ D in den Bildern a ÷ c weist der WR immer dieselben mittleren Halbleiterströme je Betriebsfall und Modulationsverfahren auf. Oder mit anderen Worten ausgedrückt: Die Variation der GR-Topologien führt also *nicht* – wie etwa erwartet werden könnte – zu unterschiedlichen Gesamtstrom-Aufteilungen zwischen den beiden ZMK-Stufen **G**leich**r**ichter (GR) und **W**echsel**r**ichter (WR).

---

21) vergleiche auch die mittlere Strombeanspruchung des EMK in Figuren 5.35 ÷ 5.38 d



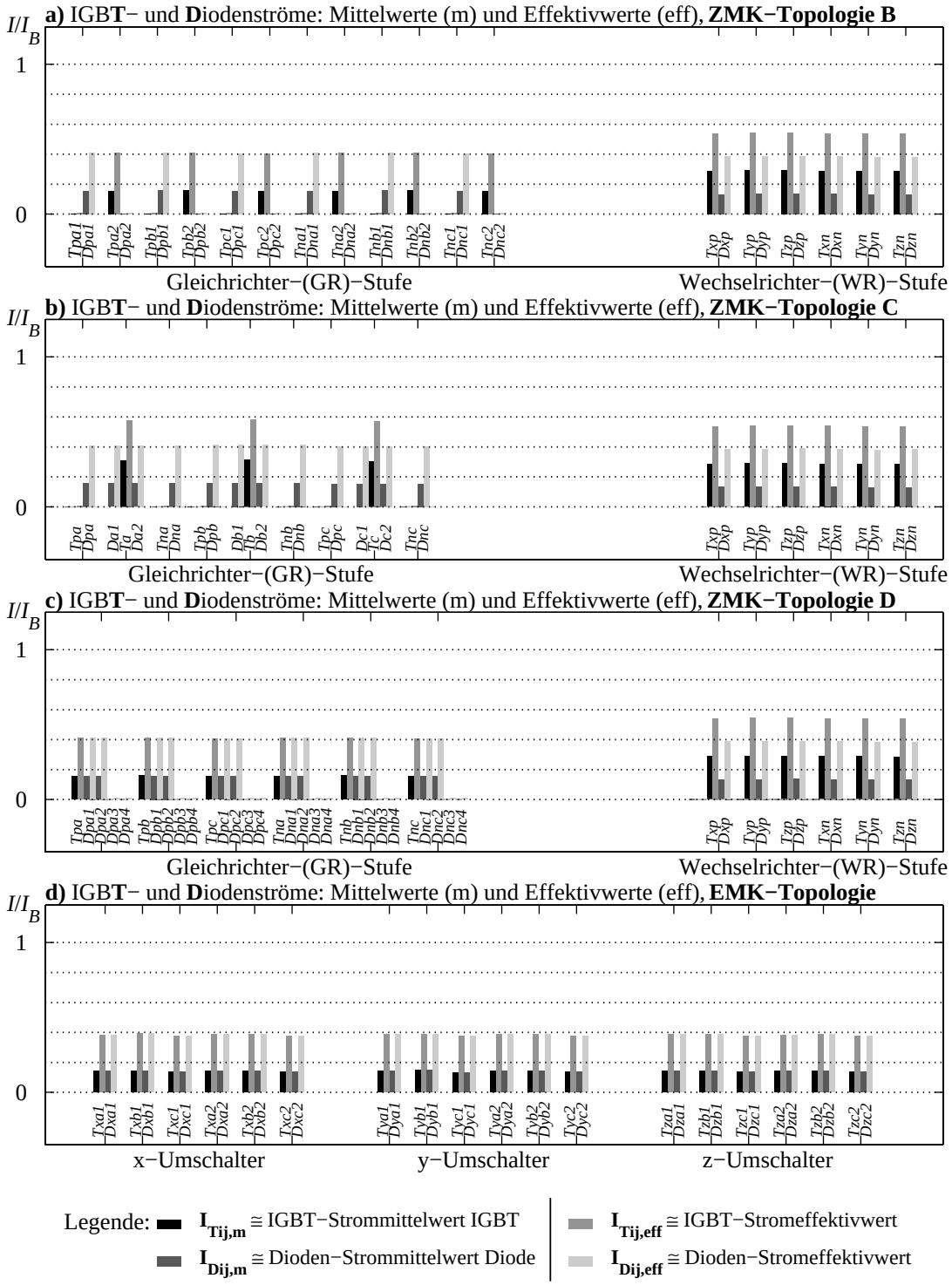
Figur 5.34: Vergleich der **Halbleiter-Strombeanspruchung** mit den Strömen $I_{T,m}$, $I_{D,m}$ (linke Spalte) und $I_{T,eff}$, $I_{D,eff}$ (rechte Spalte) bei verschiedenen Last-(GS)-Frequenzen f_L, Modulationsverfahren und ZMK-Schaltungstopologien A ÷ D inklusive EMK in normierter Darstellung; Parameter bei motorischem Betrieb: $m_d = 0.5$, $\Delta\varphi_{GR} = 0$, lineare SKF (linker Bereich je Bild) und Feldschwächung bei $m = 1$ (rechter Bereich je Bild).

Aus den absichtlich identisch skalierten Figuren 5.35 ÷ 5.38 geht klar hervor, dass für den ZMK bei der *ud,min*-Methode bei allen GR-Topologien die Strombelastung deutlich höher ist, wie es bereits in der Figur 5.34 für alle aufsummierten Halbleiterströme zum Ausdruck gekommen ist. Beim Betrachten der GR-Diodenströme $i_{Dpa,b,c}$ bzw. $i_{Dna,b,c}$ bei Topologie C im Motorbetrieb fällt auf, dass infolge des eher kleinen Modulationsgrades m (also bei tiefer Last-(GS)-Frequenz f_L) die Freilaufzustände des GR bei der *ud,min*-Methode zu einer deutlich höheren Strombelastung beitragen (Figur 5.36 b). Dies wird bei direktem Vergleich mit dem in Figur 5.35 b dargestellten Fall bei der *ud,max*-Methode besonders offensichtlich.

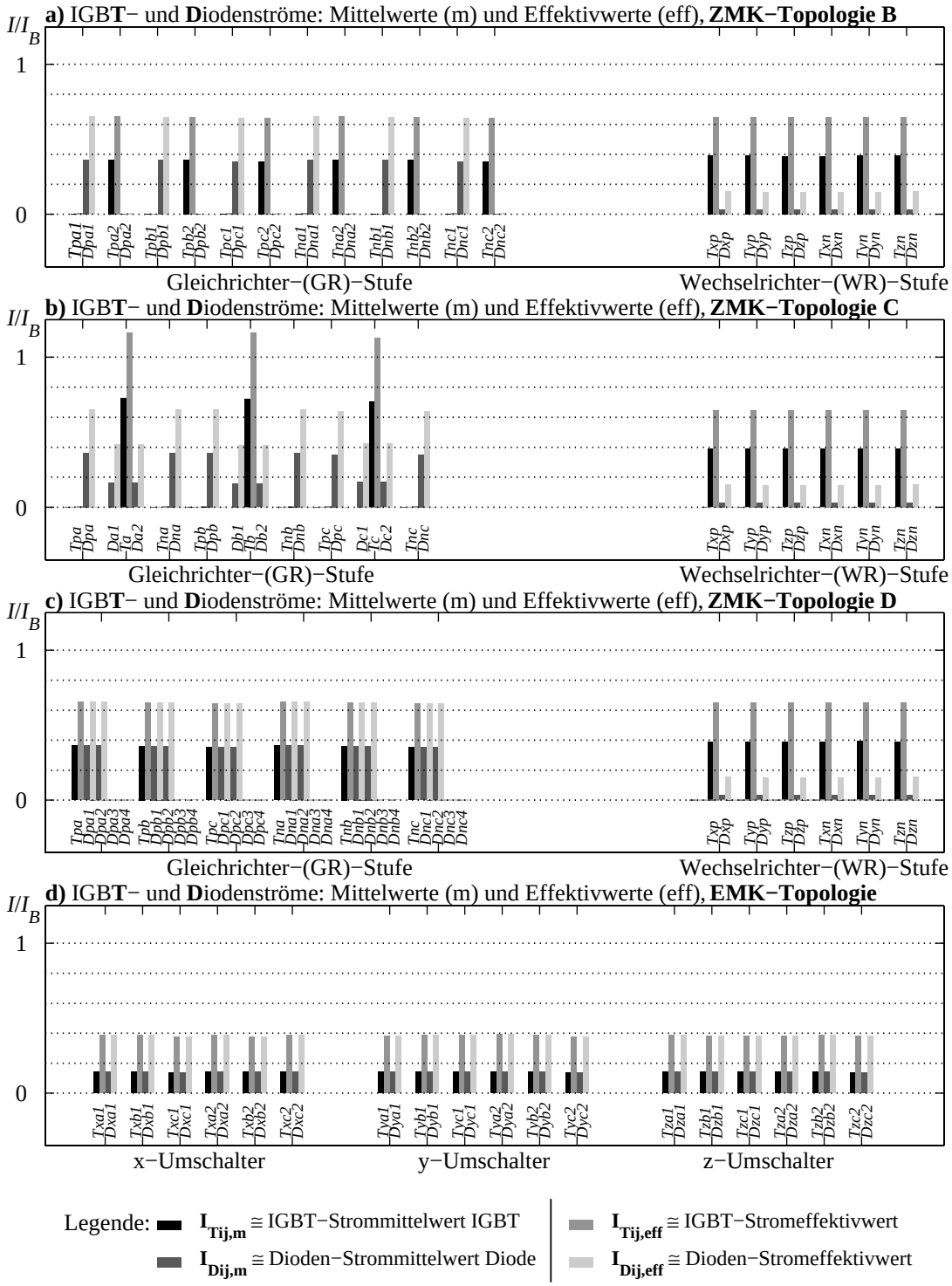
Der EMK weist hingegen unabhängig vom Modulationsverfahren immer dieselbe mittlere Strombeanspruchung in den einzelnen Halbleitern auf (Figuren 5.35 ÷ 5.38 d). Zudem erscheint es einleuchtend, dass aufgrund der auf die volle Matrixfunktion bezogene Symmetrie zwischen der Netz- und der Lastseite sogar jeder einzelne **bid**irektionale **S**chalter (BDS) der x,y,z-Umschalter des EMK dieselbe Strombelastung aufweist. Da die Summe der zur Last hin fliessenden Ströme ($i_{Lx} + i_{Ly} + i_{Lz} = 0$!) ohnehin verschwinden muss, führt diese zusätzliche Symmetrie der einzelnen BDS dazu, dass auch bei jedem Schalter der zur Last hin fliessende mittlere Strom gleich sein muss wie der zum Netz hin fliessende Strom. Beim ZMK entscheidet der mittlere DC-(Kreis)-Strom $I_{d,m}$ darüber, in welcher Richtung die $BDS_{pa,b,c}$ bzw. $BDS_{na,b,c}$ des GR im zeitlichen Mittel mehr Strom führen (Kapitel 4). Dazu betrachte man am besten den analog zum EMK aufgebauten BDS von GR-Topologie B (Figuren 5.35 ÷ 5.38 a, Figuren 4.6 und 8.2). Ferner ist zu bedenken, dass der EMK aus neun BDS, der ZMK mit der GR-Topologie B hingegen nur aus sechs BDS aufgebaut wird. Der WR hat keine BDS.

5.6.5 Vergleich zwischen EMK und ZMK

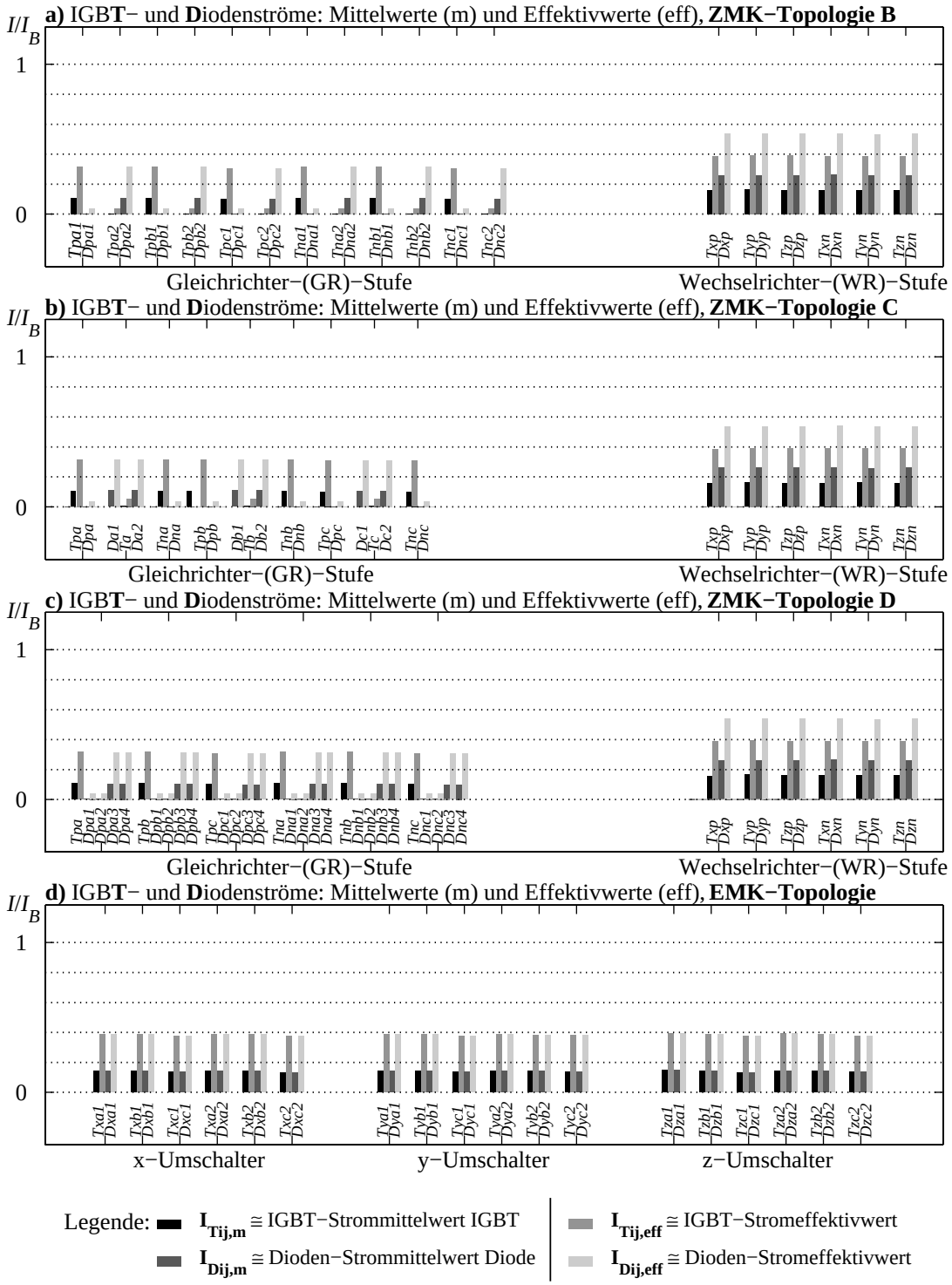
Einerseits ist die **Gesamtstrombeanspruchung** von IGBT und Dioden zusammengerechnet beim EMK im linearen SFK-Bereich unabhängig von der Last-(GS)-Frequenz f_L und im Bereich der Vollaussteuerung (d.h. Modulationsgrad $m = m_{max} = 1$) deutlich kleiner als beim ZMK (Figur 5.34 e). Diese Erkenntnis erscheint vor allem bei einem Vergleich zwischen der Figur 2.2 und Figur 2.4 plausibel, da die in jeweils einem identischen geschlossenen Strompfad liegenden Anzahl Umschalter beim ZMK prinzipbedingt höher ausfällt als beim EMK.
Andererseits weist dafür die **Anzahl Schalthandlungen** zur Erzeugung desselben Input-Output-Verhaltens beim EMK einen höheren Wert auf. Sie



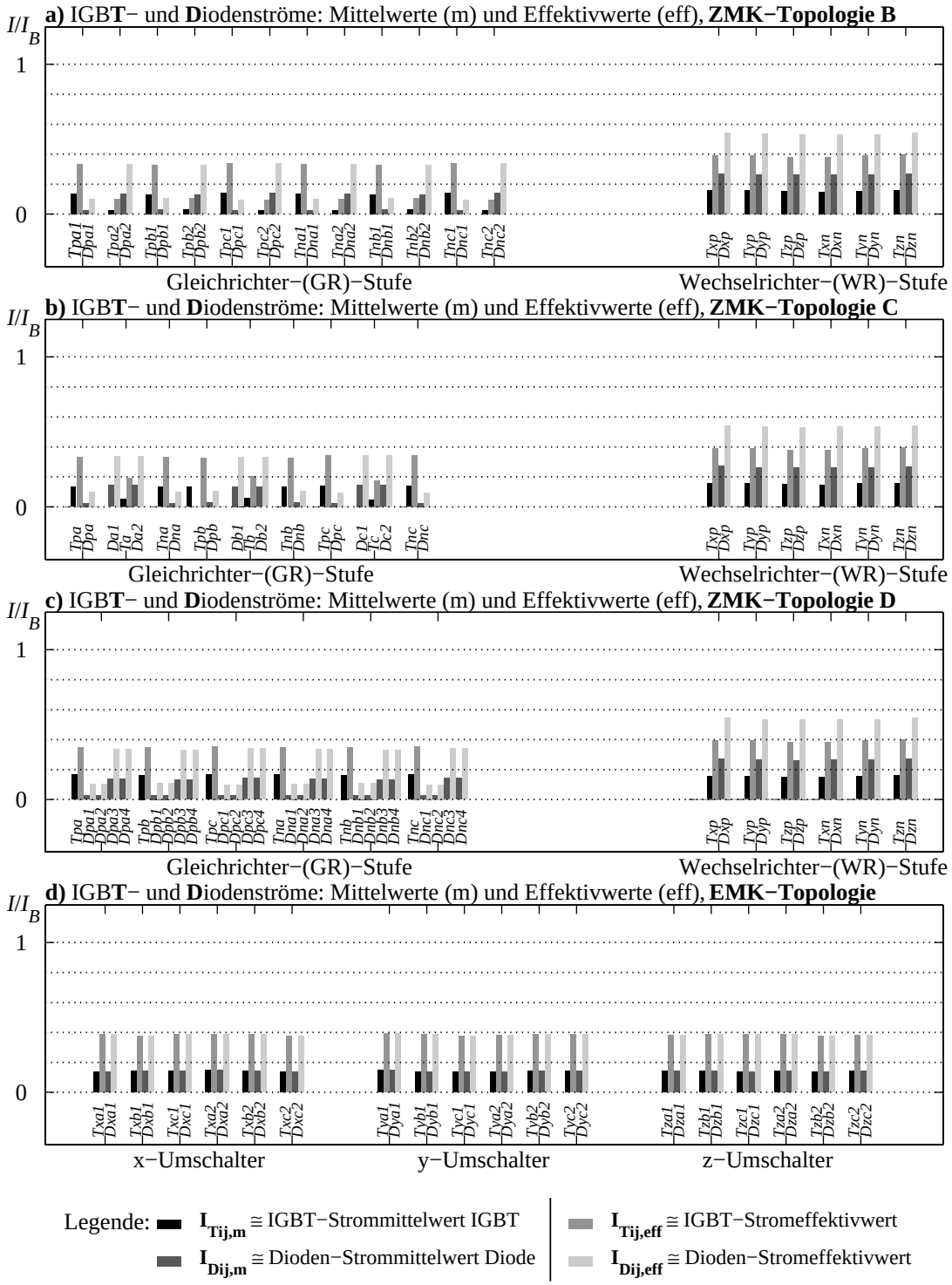
Figur 5.35: **Mittlere Stromaufteilung** auf die einzelnen Halbleiter in den ZMK-Topologien B, C, D und der EMK-Topologie bei **Motorbetrieb** (ähnlich zu Figur 5.17). Die Ansteuerung erfolgt dabei mit der ***ud,max*-Methode**. Parameter: $m = 0.47$, $f_L = 20Hz$, $f_T = 2.5kHz$, $P_N = 0.589$, $m_d = 0.7$, $\Psi_{r,w,pu} = 1$.



Figur 5.36: **Mittlere Stromaufteilung** auf die einzelnen Halbleiter in den ZMK-Topologien B, C, D und der EMK-Topologie bei **Motorbetrieb** (ähnlich zu Figur 5.23). Die Ansteuerung erfolgt dabei mit der ***ud,min*-Methode**. Parameter: $m = 0.47$, $f_L = 20Hz$, $f_T = 2.5kHz$, $P_N = 0.589$, $m_d = 0.7$, $\Psi_{r,w,pu} = 1$.



Figur 5.37: **Mittlere Stromaufteilung** auf die einzelnen Halbleiter in den ZMK-Topologien B, C, D und der EMK-Topologie bei **Generatorbetrieb** (ähnlich zu Figur 5.19). Die Ansteuerung erfolgt dabei mit der ***ud,max*-Methode**. Parameter: $m = 0.41$, $f_L = 20Hz$, $f_T = 2.5kHz$, $P_N = -0.434$, $m_d = -0.7$, $\Psi_{r,w,pu} = 1$.



Figur 5.38: **Mittlere Stromaufteilung** auf die einzelnen Halbleiter in den ZMK-Topologien B, C, D und der EMK-Topologie bei **Generatorbetrieb**. Die Ansteuerung erfolgt dabei mit der ***ud,min*-Methode**. Parameter: $m = 0.41$, $f_L = 20Hz$, $f_T = 2.5kHz$, $P_N = -0.434$, $m_d = -0.7$, $\Psi_{r,w,pu} = 1$.

beträgt für das Beispiel der Sequenz-Variante b in Figur 5.22 bei der *ud,min*-Methode einen um 50% grösseren Wert[22] als beim ZMK. Der entsprechende Vergleich kann in Anhang D detailliert nachvollzogen werden. Bei der *ud,max*-Methode ergeben sich sogar 75% mehr Schalthandlungen[23], was am Beispiel der Schaltsequenz-Variante d auf Figur 5.14 durch Vergleich von EMK und ZMK analog zu Anhang D leicht nachvollziehbar ist.

Folgende Erkenntnis soll nochmals deutlich zum Ausdruck gebracht werden:

Das Ansteuerverfahren für den EMK kann aufgrund einer für den ZMK ausgelegten Modulationsmethode mittels der **Äquivalenzgleichungen** (3.156) immer eindeutig festgelegt werden (vergleiche Abschnitt 3.7.3), allerdings mit der Einschränkung, dass nur zwei der drei Eingangsphasen a,b,c gleichzeitig mit dem Ausgang x,y,z verbunden sein können. Zwar unterscheiden sich die Modulationsfunktionen m_{ij} des EMK und damit auch die zeitliche Ansteuerung dessen einzelner Halbleiter je Modulationsverfahren voneinander. Die **Gesamtstrombeanspruchung** in der Schaltung innerhalb einer gemeinsamen Periodendauer T_{ZMK} bleibt hingegen für einen bestimmten Betriebsfall immer gleich gross (Figur 5.34 e und Figuren 5.35 ÷ 5.38 d).

5.7 Modulation mit der Methode von Flächenbilanzen

Bei der Drehzeigermodulation in den Unterkapiteln 5.2 ÷ 5.5 werden Spannungs- *und* Strom-Konversion zusammen gleichzeitig in die Berechnung der Modulationsfunktionen miteinbezogen. Dennoch wäre es im Sinne einer einfacheren Rechnung wünschenswert, bei der Modulation des ZMK nur auf die Spannungs-Konversion achten zu müssen mit dem Ziel, auch in diesem Falle neben einem sinusförmigen Kurzzeitmittelwert $u_{Lx,y,zS,km}$ für die WR-Ausgangsspannung $u_{Lx,y,zS}$ ebenfalls einen sinusförmigen GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c,km}$ erzeugen zu können. Allerdings hat sich bei der GR-Grundfrequenztaktung (GR-GFT) in Unterkapitel 5.1 bereits herausgestellt, dass dort eine reine Spannungsbetrachtung zu keinem sinusförmigen Strom-Kurzzeitmittelwert am GR-Eingang führt. Aus diesem Grunde soll hier noch eine weitere Modulationsmethode diskutiert werden, bei der bewusst nur der Spannungs-Konversionspfad beachtet wird. Die Beurteilung des GR-Eingangsstromes führt dann zur Bewertung der Methode (Abschnitt 5.7.3).

---

22) d.h. 12 anstatt 8 Schalthandlungen bei der *ud,min*-Methode (Anhang D)
23) d.h. 14 anstatt 8 Schalthandlungen bei der *ud,max*-Methode

5.7.1 Unterschied zur Drehzeigermodulation

Bei diesem Modulationsverfahren werden im Unterschied zur Drehzeigermodulation die Modulationsfunktionen von GR und WR nicht mehr gleichzeitig durch Lösen des kompletten Gleichungssystems für den ZMK (vergleiche Tabelle 5.3) berechnet, sondern nacheinander, indem

- **in einem ersten Schritt** nur gerade die GR-Modulationsfunktionen $m_{pa,b,c}$ bzw. $m_{na,b,c}$ mit Hilfe der Formeln gemäss der *ud,max*-Methode (Gl (5.66) ÷ (5.67)) sowie mit der Tabelle 5.1 (Seite 179) berechnet werden, um bei einer bestimmten GR-Taktfrequenz $f_T = f_{T,GR}$ eine maximale DC-Spannung $u_{d,km,max}$ zu erhalten (in der Hoffnung auf einen sinusförmig modulierten GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c,km}$) und
- **in einem zweiten Schritt** mit Hilfe der zusätzlichen Kenntnis der momentanen GR-Eingangsspannungsphasenwerte $u_{GRa,b,c0}$, der DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ und der gewünschten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRx,y,z0,w}$ die zur Pulsmustererzeugung notwendigen kombinierten WR-Modulationsfunktionen $m_{x,y,z}$ bestimmt werden (siehe letzte Gl. von Gl. (5.21)).

Das heisst die Berechnung der WR-Modulationsfunktionen basiert auf der vorgängigen Bestimmung der GR-Modulationsfunktionen, was dank der *ud,max*-Methode völlig unabhängig von der angehängten Last geschieht. Dieses sequentielle Vorgehen in der Berechnung unterscheidet sich wesentlich von der Drehzeigermodulation. Die *ud,max*-Methode wird hier sozusagen missbraucht, da nur der GR nach deren Prinzip angesteuert wird. Der Einfachheit halber werde bei dieser Methode angenommen, eine WR-Taktperiode $T_T = T_{T,WR}$ liege gerade synchron und in Phase zur GR-Taktperiode $T_{T,GR}$ ($\rightarrow T_{T,GR} = T_{T,WR}$), um mit einer Maximierung der Taktfrequenz $f_T = 1/T_T$ bei beiden Stufen des ZMK die Halbleiter in ihrer Schaltfrequenz voll und gleichmässig auszunutzen. Deshalb wurde in dieser Arbeit auf eine Untersuchung von Modulationsverfahren mit unterschiedlicher GR- und WR-Taktfrequenz f_T verzichtet, so dass hier immer gilt:

$$f_T = f_{T,GR} = f_{T,WR} \tag{5.141}$$

5.7.2 Prinzip der prädiktiven Pulsmusterselektion

Das Modulationsverfahren beruht auf dem Prinzip der sogenannten Flächengleichheit bzw. Flächenbilanz. Es wird an dieser Stelle nur kurz erklärt, die Methode selber soll aber aufgrund der im nächsten Abschnitt 5.7.3 beschriebenen Nachteile nicht ausführlicher als nötig vorgestellt werden.

Dabei werden im voraus über eine nachfolgende Taktperiode T_T mit Hilfe der Kenntnis über die Signal-Zeit-Flächenabweichung zwischen realer WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0}$ und gewünschter WR-Ausgangsspannung $u_{WRx,y,z0,w}$ und je nach Grösse der Momentanwerte von $u_{dp,n0}$ die gesuchten WR-Modulationsfunktionen $m_{x,y,z}$ berechnet. Aus diesen lassen sich dann mit Hilfe eines Trägersignales s_H die Umschaltzeitpunkte des WR im voraus für die nächste Taktperiode T_T – also sozusagen prädiktiv – berechnen. Zusammen mit den GR-Umschaltzeitpunkten und den Flächenbedingungen können dann auch die WR-Umschaltzeitpunkte berechnet werden.

5.7.3 Bewertung der Methode

Leider zeigt die Spektralanalyse, dass beim GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ hohe, nicht vernachlässigbare Frequenzkomponenten in den Tief-Harmonischen (d.h. bei einigen wenigen $50Hz$) auftreten, was im Hinblick auf eine bessere Filterung eine massive Vergrösserung des Eingangsfilters zur Folge hätte. Dieses schlechte Amplitudenspektrum $I_{GRa}(f)$ ist darin begründet, dass bei der Pulsmustererzeugung für den WR die erwünschten sinusförmigen Stromwerte $i_{GRa,b,c,w}$ in keiner Weise berücksichtigt werden.
Die Kombination der Drehzeiger-basierten *ud,max*-Methode für den GR zusammen mit der Variante der prädiktiven Pulsmusterselektion zur Bestimmung der WR-Umschaltzeitpunkte stellt sich also als nachteilig heraus, da das resultierende Verfahren nur in Richtung der Spannungs-Konversion korrekt arbeitet, der Strom-Konversion allerdings keine Rechnung trägt. In diesem Sinne ist die Methode ähnlich zur GR-GFT mit dem Unterschied, dass dort die Tief-Harmonischen bereits mit der Kenntnis eines einfach berechenbaren Kurzzeitmittelwertes $i_{GRa,b,c,km}$ des Stromes analytisch bekannt sind (vergleiche Figuren 5.2 ÷ 5.4 f). Es lohnt sich also nicht, dieser Methode in der Praxis im weiteren eine tiefere Beachtung zu schenken.

5.8 Unsymmetrische Netzbedingungen

In dieser Arbeit werden keine systematischen Untersuchungen des Systemverhaltens bei unsymmetrischen Netzverhältnissen durchgeführt, da dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Allerdings soll anhand eines einfachen Beispieles gezeigt werden, wie die Auswirkungen einer einphasigen Netzspannungsabsenkung auf die Modulation aussehen. Dabei soll die Netzspannungs-GS-Amplitude $U_N = U_{GR}$ in Phase a um 20% auf $0.8 \cdot U_N$ abgesenkt und der ZMK in Vollaussteuerung betrieben werden.

Um solche Unsymmetrien des Netzes von der Last fernzuhalten, müssen diese vom Umrichter auf Kosten des maximalen Modulationsgrades m_{max} ausgeglichen bzw. kompensiert werden. Nur so ist es möglich, auf der Lastseite dennoch im Kurzzeitmittelwert (Index km) sinusförmige Lastphasenspannungen $u_{Lx,y,zS,km}$ zu garantieren. Um dies zu erreichen, müssen

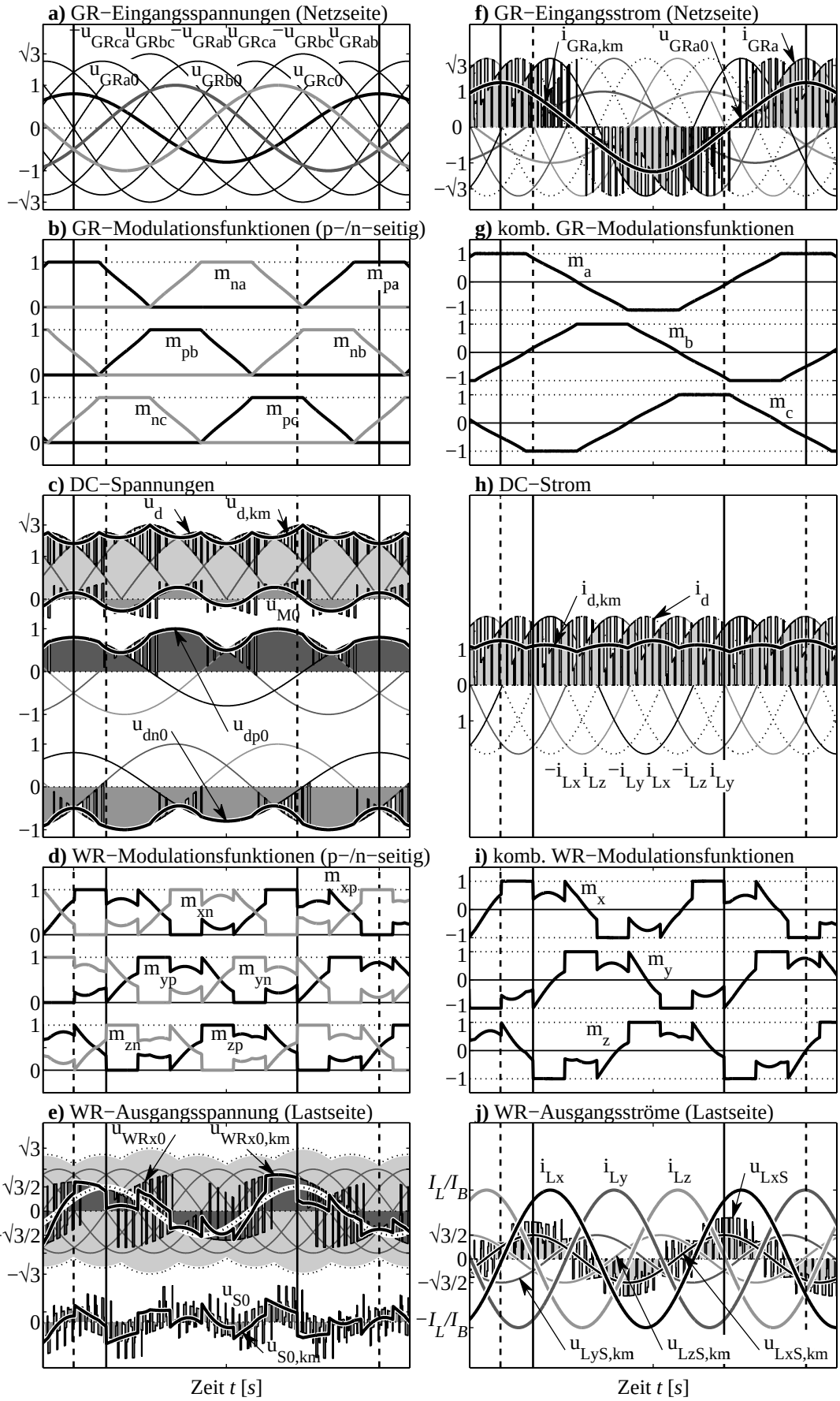
- bei der *ud,max*-Methode die nicht zu vermeidenden Schwankungen im linearen Mittelwert $U_{d,m}$ der DC-Spannung $u_{d,km}$ vom WR kompensiert werden (siehe auch Gl. (5.80)). Der Aussteuerbereich des WR ist in diesem Falle im Gegensatz zum GR nicht symmetrisch (Figur 5.39 l,o) und kann daher nicht voll ausgenutzt werden. Die Unsymmetrie führt dazu, dass auch bei Vollaussteuerung für den maximalen WR-Modulationsgrad bzw. Betrag des WR-Modulationsfunktionsdrehzeigers $max(m_{WR}) < 1$ bzw. $max(|\vec{m}_{WR}|) < 2/\sqrt{3}$ gilt [24];
- bei der *ud,min*-Methode die aufgrund der Unsymmetrie vorhandenen Schwankungen in der GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ vom GR kompensiert werden. Der Aussteuerbereich des GR ist in diesem Falle im Gegensatz zum WR nicht symmetrisch und kann daher nicht voll ausgenutzt werden. Für den minimalen GR-Modulationsgrad bzw. den Betrag des GR-Modulationsfunktionsdrehzeigers gilt somit auch bei Vollaussteuerung analog immer $min(m_{GR}) < 3/4$ bzw. $min(|\vec{m}_{GR}|) < \sqrt{3}/2$ [25].

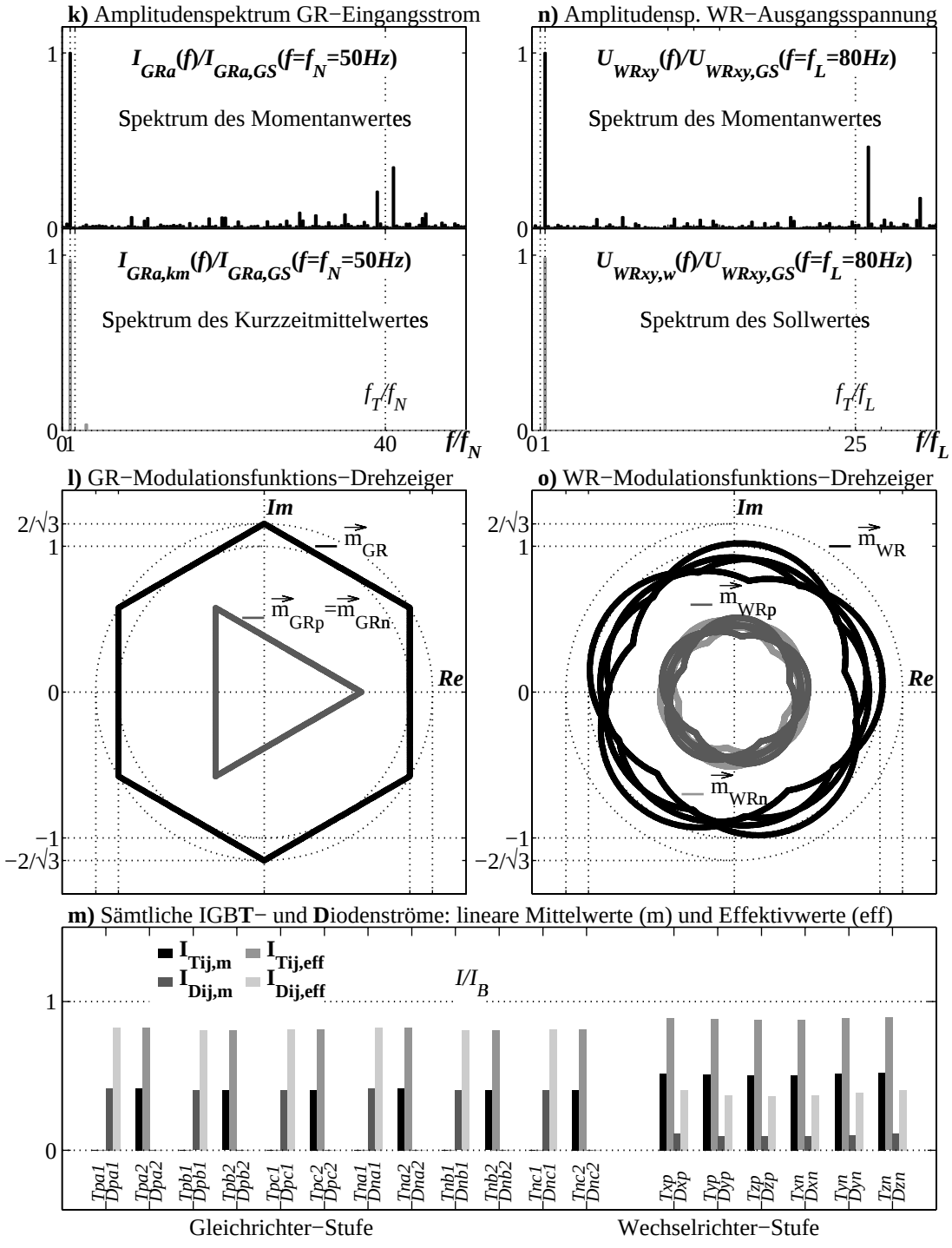
In **Figur 5.39** sind am Beispiel der *ud,max*-Methode in derselben Art und Weise wie bisher auf der linken Seite der von oben nach unten eingezeichnete *Spannungs*-Konversionspfad (Bilder a ÷ e), dann der von unten nach oben entgegengesetzt verlaufende *Strom*-Konversionspfad (Bilder f ÷ j) und auf der rechten Seite die Amplitudenspektren (Bilder k,n), Modulationsfunktionsdrehzeiger (Bilder l,o) und die Halbleiter-Strombeläge (Bild m) für die **Topologie-Variante B** mit den Schalterbezeichnungen gemäss Figur 4.6 dargestellt.

Das Bild j in Figur 5.39 zeigt am Beispiel der *ud,max*-Methode, dass der Modulator in der Lage ist, auch bei nicht symmetrischen GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ symmetrische Kurzzeitmittelwerte $u_{Lx,y,zS,m}$ für die Lastspannungen $u_{Lx,y,zS}$ zu erzeugen. Dabei fällt auf, dass infolge der einphasigen Absenkung der GR-Eingangsspannung u_{GRa0} in Bild a der entsprechende Kurzzeitmittelwert $i_{GRa,km}$ des GR-Eingangsstromes i_{GRa} ansteigt, solange der Modulator nicht am Anschlag arbeitet.

---

24) vergleiche dazu Bemerkungen zur Figur 5.16 in Abschnitt 5.3.5 sowie Gl. (5.89)
25) vergleiche dazu Bemerkungen zur *ud,min*-Methode auf Seite 225 sowie Gl. (5.89)


a) GR−Eingangsspannungen (Netzseite)
b) GR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
c) DC−Spannungen
d) WR−Modulationsfunktionen (p−/n−seitig)
e) WR−Ausgangsspannung (Lastseite)
f) GR−Eingangsstrom (Netzseite)
g) komb. GR−Modulationsfunktionen
h) DC−Strom
i) komb. WR−Modulationsfunktionen
j) WR−Ausgangsströme (Lastseite)
Zeit t [s]
Zeit t [s]



Figur 5.39: **Einphasige Netzspannungsabsenkung** um 20% in der Netzphase a mit $u_{Na0} = u_{GRa0} = 0.8 \cdot U_{GR} \cdot \cos(\omega_N t)$ für **motorischen** Betriebsfall analog zu Figur 5.17 bei der ***ud,max*-Methode**, mit **Topologie-Variante B** (Figur 4.6). Parameter: $f_L = 80Hz$, $f_T = 2kHz$, $m_d = 0.5$, $\Psi_{r,w,pu} = 0.367$.

Die Bilder l,o in **Figur 5.39** veranschaulichen anhand der resultierenden Modulationsfunktionsdrehzeiger, dass bei der dargestellten *ud,max*-Methode der WR sämtliche Unsymmetrien kompensieren muss, während der GR ohne Unterschied zum symmetrischen Fall moduliert. Ein Vergleich mit dem symmetrischen Fall anhand Figur 5.17 o (Seite 205) zeigt, dass der WR-Modulationsfunktionsdrehzeiger $\vec{m}_{WR}$ im unsymmetrischen Fall in Figur 5.39 o auf seiner äussersten Kreisbahn nicht einmal mehr näherungsweise einen runden Umkreis beschreibt, sondern in seiner Amplitude deutlich variiert.

Es ist wichtig, sich vor Augen zu halten, dass bei *unsymmetrischen* GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ der nach Gl. (5.89) definierte Modulationsgrad m auch stationär nicht mehr konstant bleibt, sondern bei einem mit symmetrischen Verhältnissen vergleichbaren Betriebsfall mit T_N netzperiodisch grössere Werte annimmt und damit schneller an seinem oberen Anschlag anstösst.
Damit ist die Vollaussteuerung des Umrichters schneller ausgeschöpft.

Einem überschaubaren Umfang dieser Arbeit zuliebe wird auf ausführlichere Untersuchungen in Bezug auf Netzunsymmetrien verzichtet ([3],[4]).

5.9 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden verschiedene Modulationsverfahren vorgestellt. Zuerst wird am Beispiel der vom Prinzip her einfach durchschaubaren GR-GFT unter Verwendung von GR-Topologie A (Figur 4.5) das Prinzip der Spannungs- und Strom-Konversion durch Visualisierung der wichtigsten Grössen veranschaulicht. Es stellt sich heraus, dass der erzeugte GR-Eingangsstrom im Kurzzeitmittelwert keine reine Sinusform aufweist und deshalb das gezeigte Verfahren noch nicht allen Anwendungswünschen gerecht wird, vor allem dort, wo der Netzbetreiber strenge Vorschriften erlässt.

Bei den Drehzeiger-basierten Modulationsverfahren gelingt es nach Auflösen eines vollständigen Gleichungssystems des ZMK, die Modulationsfunktionen so zu bestimmen, dass neben einem sinusförmigen Kurzzeitmittelwert für die Lastspannung immer auch ein sinusförmig modulierter GR-Eingangsstrom entsteht. Die Anwendung der Drehzeigermodulation erlaubt es, praktisch ohne Zeitverzögerung beliebig einstellbare DC-Spannungen $u_{d,km}$ im speicherfreien DC-Zwischenkreis innerhalb des realisierbaren Bereiches aufzuprägen. Ferner stellt sich heraus, dass alleine die zeitliche Aufteilung der einzelnen Nullzustände im ZMK für die Form der DC-Grössen aus-

schlaggebend ist und die restlichen einzelnen leistungsrelevanten Schaltzyklen in ihrer Zeitdauer immer gleich gross sind, unabhängig von der Höhe der aufgeprägten DC-Spannung. Diese leistungsrelevanten Schaltzyklen resultieren direkt aus der momentanen Lage der gewünschten Drehzeiger $\vec{i}_{GR,km}$ bzw. $\vec{u}_{WR,km}$.

Neben den verschiedenen Modulationsprinzipien werden die Möglichkeiten zur Pulsmustererzeugung mit mehreren Schaltsequenz-Varianten näher aufgezeigt. Für jede Modulationsmethode bieten sich mehr oder weniger sinnvolle Schaltsequenzen an, die sich in Bezug auf die hervorgerufene Anzahl Umschalterstellungswechsel und auch Anzahl Schalthandlungen der einzelnen Halbleiter bei den verschiedenen Schaltungstopologien unterscheiden. Aus diesen Vergleichen folgt die Schlussfolgerung, dass sowohl bei der *ud,max*- als auch bei der *ud,min*-Methode diese Anzahl Schalthandlungen durch Verwendung geeigneter Schaltsequenzen minimal gehalten werden kann.

Bei einem weiteren Vergleich zwischen den verschiedenen Modulationsverfahren wird auf die ***T**otal **H**armonic **D**istortion* (THD) der erzeugten AC-Grössen i_{GRa} bzw. u_{WRxy} sowie auf die mittlere Halbleiter-Gesamtstrombelastung in Funktion der WR-Ausgangsfrequenz f_L bei unterschiedlichen GR-Topologien eingegangen. Auch werden die Aufteilungen der Strommittelwerte über die einzelnen Halbleiterventile sowohl für die Topologien des ZMK als auch für den EMK anhand unterschiedlicher Betriebsfälle präsentiert.

Als Alternative zur Drehzeigermodulation wird mit der Modulation nach der Methode von Flächenbilanzen ein weiteres Modulationsverfahren untersucht, das vom Prinzip her recht einfach klingt, da dort – ähnlich wie bei der GR-GFT – nur gerade die Spannungs-Konversion berücksichtigt werden muss. Allerdings lassen die auftretenden tieffrequenten Harmonischen im erzeugten GR-Eingangsstrom den praktischen Wert dieser Methode nachträglich als gering erscheinen.

Der Schluss dieses Hauptkapitels widmet sich einem typischen Beispiel einer (absichtlich extrem grossen) einphasigen Netzspannungsabsenkung und deren Auswirkungen auf die erzeugten Grössen. Aber auch hier erfolgen keine nähere Untersuchungen, da das Schwergewicht dieser Arbeit eindeutig auf der Modulation unter symmetrischen Netzverhältnissen liegt. Diese bewusste Abgrenzung erleichtert das prinzipielle Verständnis für die hergeleiteten Modulationsverfahren.

6 Eingangsfilter

Während in Kapitel 5 "Modulation" ausschliesslich *stationäre* Betriebszustände zur Beurteilung der Modulationsverfahren betrachtet wurden, soll in diesem Kapitel bei der Dimensionierung des Eingangsfilters auch dessen *dynamische*s Verhalten näher untersucht werden. Dabei wird das Filter im Hinblick auf Kapitel 7 als Regelstrecke mit bestimmten Ein- und Ausgangsgrössen angesehen und wird in Unterkapitel 6.1 zuerst einer Normierung unterzogen. Die Modellierung, die auf den in Unterkapitel 6.2 formulierten Auslegungskriterien beruht, erfolgt auf der Basis der Laplace-Transformation. Dabei werden vier verschiedene Filtertopologien untersucht, bei denen jeweils der Dämpfungswiderstand an verschiedenen Stellen im LC-Filter plaziert wird. So wird mit bestimmten Filterbauelementen ein gewünschtes Filterverhalten erreicht. In Unterkapitel 6.3 folgt dann eine Rechtfertigung für die ausgewählte Filterstruktur, während Unterkapitel 6.4 sich der Überprüfung derselben Auslegungskriterien im Frequenz- und Zeitbereich widmet.

6.1 Normierung

In der Praxis werden die Filterwerte meistens in Prozenten angegeben und nicht in absoluten Einheiten. Daher ist es notwendig, die Filtergleichungen mit den in Anhang C angegebenen Bezugsgrössen einer Normierung zu unterziehen. Die Bezugswirkleistung P_B wurde dabei auf $P_B = 2kW$ festgelegt, da die meisten Untersuchungen in dieser Arbeit diesem Leistungsbereich entsprechen (siehe Übersichtsbilder zur Modulation in Kapitel 5). Sie bezeichnet die Nennleistung am GR-Eingang $P_B = P_{GR,n}$ und ist in dieser Arbeit nicht auf die Stator-Nennwirkleistung $P_{s,n}$ der ASM abgestimmt, da praktisch alle Versuche mit einer eher zu gross dimensionierten ASM durchgeführt wurden und eine optimale Dimensionierung einer realen Maschine bezüglich dieses Umrichtersystems nicht im Mittelpunkt der Arbeit stand.

6.1.1 Bezugswerte

Angenommen, am Umrichtereingang (=Filterausgang) fliesse bei Nennbetrieb gerade die Leistung P_B, so kann dort in diesem Fall unter Berücksichtigung des maximal zulässigen GR-Eingangsphasenverschiebungswinkels $|\Delta\varphi_{GR,max}| = 30°$ (Gl. (5.82)) die Nennscheinleistung S_B eingeführt werden:

$$S_B = \frac{P_B}{\cos(\pm\Delta\varphi_{\mathrm{GR,max}})} = 2.309kVA = S_{GR,n} \tag{6.1}$$

Daraus bestimmen sich unmittelbar der Bezugsstrom I_B und zusammen mit der Nenn- bzw. Bezugsimpedanz $Z_B = U_B/I_B$ und der Bezugskreisfrequenz $\omega_B = 2\pi \cdot 50s^{-1}$ die ohmschen, induktiven und kapazitiven Bezugswerte R_B, L_B und C_B des LC-Filters:

$$I_B = I_B = \frac{2}{3} \cdot \frac{S_B}{U_B}\bigg|_{U_B = U_N} = 4.73A \tag{6.2}$$

$$R_B = Z_B = \frac{U_B}{I_B} = 68.72\Omega \tag{6.3}$$

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_B} = 218.74mH, \quad \text{mit } \omega_B = \omega_N \tag{6.4}$$

$$C_B = \frac{1}{\omega_B \cdot Z_B} = 46.32\mu F, \quad \text{mit } \omega_B = \omega_N \tag{6.5}$$

6.1.2 Interpretation der Bezugswerte

Wird von dem (verlustfreien) Filtermodell im Übersichtsbild nach Figur 3.1 (Seite 66) ausgegangen[1], so lassen sich die Bezugswerte L_B bzw. C_B für die Induktivität $L = L_F$ bzw. Kapazität $C = C_F$ des Eingangsfilters im praktischen Sinne etwa so interpretieren:

- Liegt am netzseitigen Eingang des LC-Filters gerade die Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ mit der GS-Amplitude U_N an, dann "sieht" die Filterinduktivität L bei einer Nennwirkleistung $P_{GR,n} = P_B$ am Filterausgang und bei einem netzseitigen Nennstrom $i_{Na,b,c,n}$ mit der GS-Amplitude $I_{N,n}$ – der bis auf den von der Kapazität C aufgenommenen kleinen Differenzstrom $\underline{I}_{C,n} = \underline{I}_{N,n} - \underline{I}_{GR,n}$ dem Nennstrom $I_{GR,n} = I_B$ am Filterausgang entspricht ($I_{GR} \approx I_N$) – einen Spannungsabfall $U_{L,n} = \omega_N \cdot L \cdot I_{N,n}$, der gerade etwa in folgendem Verhältnis zu U_N steht: $U_L/U_N \approx L/L_B$.
- Fliesst am umrichterseitigen Ausgang des LC-Filters gerade der Nennstrom $i_{GRa,b,c,n}$ mit der GS-Amplitude $I_{GR,n} = I_B$, dann "sieht" die Fil-

1) siehe auch verlustbehaftete LC-Filtertopologie in Figur 6.1 auf Seite 274

terkapazität C bei einer Nennwirkleistung $P_{GR,n} = P_B$ am Filterausgang und bei einer Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ mit der GS-Amplitude U_N – die bis auf den von der Induktivität L aufgenommenen kleinen Spannungsabfall $\underline{U}_{L,n} = \underline{U}_N - \underline{U}_{GR,n}$ der Spannung U_{GR} am Filterausgang sehr ähnlich kommt ($U_{GR} \approx U_N$) – einen Differenzstrom $I_{C,n} = \omega_N \cdot C \cdot U_{GR,n}$, der gerade etwa in folgendem Verhältnis zu I_N steht: $I_C / I_N \approx C / C_B$.

6.2 Auslegung eines LC-Filters

Das Eingangsfilter muss gemäss Figur 6.1 am netzseitigen Eingang a1,b1,c1 induktiven und am umrichterseitigen Ausgang a2,b2,c2 kapazitiven Charakter im Sinne der Anforderungen von Abschnitt 3.1.3 aufweisen. Als realisierbaren Vorschlag dazu wird in Abschnitt 6.2.1 ein mögliches (R)LC-Filter vorgestellt. In Abschnitt 6.2.2 folgt dann die Formulierung der **Ü**ber**t**ragungs**f**unktionen (ÜTF) im Laplace-Bereich für den gefilterten Netzstrom $I_N(s)$ und die resultierende GR-Eingangsspannung $U_{GR}(s)$. Die Auslegungskriterien in Abschnitt 6.2.3 ermöglichen anschliessend ein systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Filterwerte (Abschnitt 6.2.4).

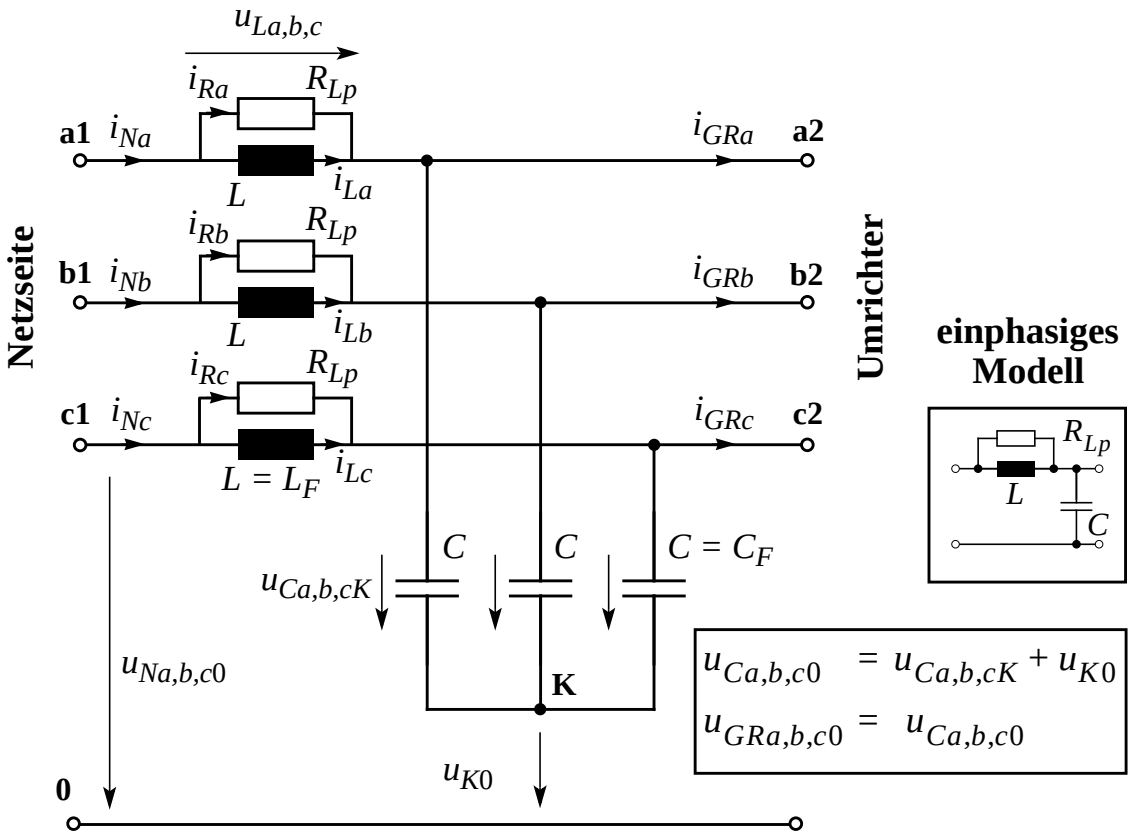
6.2.1 Topologie

Es sei ein einfaches LC-Filter gemäss Figur 6.1 vorgesehen. Dieses wird um einen Widerstand R_{Lp} parallel zur Filterinduktivität L ergänzt, um eine Dämpfung des Filters zu erzielen. Dadurch können gefährliche Resonanzstellen unterdrückt werden. Die Rechtfertigung dieser Topologie erfolgt in Unterkapitel 6.3. Dort zeigt sich, dass die hier gewählte Topologie am wenigsten mittlere Verluste P_F im Filter hervorruft (Gl. (3.94)).

Damit eine einphasige Betrachtung möglich wird, seien die Kapazitäten C für die analytische Modellierung des in Figur 6.1 abgebildeten Dreiphasensystems in ☆-Schaltung angenommen. Beim Aufstellen der Gleichungen im Zeitbereich nach Gl. (6.6) ÷ (6.10) wird dann der Einfachheit halber aus Symmetriegründen nur noch eine Phase betrachtet (siehe Figur 6.1 rechts).

6.2.2 Übertragungsfunktionen (ÜTF)

Um das Verhalten des betrachteten LC-Filters analytisch zu beschreiben, sollen die in jeder Phase a,b,c gültigen Gleichungen vom Zeitbereich direkt in den Laplace-Bereich transformiert werden. Die Übersicht liefern die



Figur 6.1: LC-Filter mit parallelem Dämpfungswiderstand R_{Lp}. Rechts ist das Filter zur Vereinfachung einphasig dargestellt.

Gl. (6.6) ÷ (6.10), bei denen auch die Strom- und Spannungs-Anfangsbedingungen $i_{L0} = i_{L(a,b,c)}(t = 0)$ und $u_{GR0} = u_{C0} = u_{GR(a,b,c0)}(t = 0)$ in allen drei Netzphasen berücksichtigt werden.

$$u_N(t) = u_L(t) + u_{GR}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad U_N(s) = U_L(s) + U_{GR}(s) \tag{6.6}$$

$$i_N(t) = i_L(t) + i_R(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad I_N(s) = I_L(s) + I_R(s) \tag{6.7}$$

$$i_N(t) = i_C(t) + i_{GR}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad I_N(s) = I_C(s) + I_{GR}(s) \tag{6.8}$$

$$R_{Lp} i_R(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_L(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad R_{Lp} I_R(s) = L \cdot (s I_L(s) - i_L(0)) \tag{6.9}$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u_{GR}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad I_C(s) = C \cdot (s U_{GR}(s) - u_{GR}(0)) \tag{6.10}$$

Durch Auflösen des Gleichungssystems (6.6) ÷ (6.10) wird es möglich, die beiden Grössen $I_N(s)$ und $U_{GR}(s)$ (=Ausgangsgrössen) analytisch in Funktion der Netzspannung $U_N(s)$ und des GR-Eingangsstromes $I_{GR}(s)$ (=Ein-

gangsgrössen) zu bestimmen. Ähnlich wie beim ZMK gibt es also auch beim Filter einen analogen Spannungs-Konversionspfad und Strom-Konversionspfad (vergleiche dazu Figuren 3.3 und 3.5 aus Kapitel 3). Unten seien der Kürze halber direkt die Lösungen für den Netzstrom $I_N(s)$, der sich aus dem Drosselstrom $I_L(s)$ und dem vergleichsweise kleinen Widerstandsstrom $I_R(s)$ zusammensetzt, und für die GR-Eingangsspannung $U_{GR}(s)$ im Laplace-Bereich angegeben. Dabei bedeuten ω_0 die Resonanzkreisfrequenz des ungedämpften Filters bzw. dessen Eigenfrequenz[2] [30], während Q die Güte desselben bezeichnet.

$$I_N(s) = \frac{U_N(s)}{R_{Lp}} \cdot \frac{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} + I_{GR}(s) \cdot \frac{\omega_0 Q s + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} + \\ + i_{L0} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_0 Q_0 s + \omega_0^2} - \frac{u_{GR0}}{R_{Lp}} \cdot \frac{s + \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} \qquad (6.11)$$

$$U_{GR}(s) = U_N(s) - I_N(s) \cdot R_{Lp} \cdot \frac{s}{s + \frac{\omega_0}{Q}} + R_{Lp} \cdot i_{L0} \cdot \frac{1}{s + \frac{\omega_0}{Q}} \qquad (6.12)$$

$$\text{mit} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{und} \quad Q = \frac{1}{\omega_0 RC} \qquad (6.13)$$

Für die Berechnung der Anfangswerte i_{L0} und u_{GR0} ergibt sich unter Verwendung der Laplace-Grenzwertsätze [25] und der Gl. (6.11) ÷ (6.12):

$$i_N(t=0) = \lim_{s \to \infty} s \cdot I_N(s) = \frac{1}{R_{Lp}} \cdot (U_N - u_{GR0}) + i_{L0} \qquad (6.14)$$

$$u_{GR}(t=0) = \lim_{s \to \infty} s \cdot U_{GR}(s) = u_{GR0} \qquad (6.15)$$

Die **Ü**ber**t**ragungs**f**unktionen (ÜTF) in Gl. (6.11) ÷ (6.12) lassen sich zur Formulierung des stationär eingeschwungenen Zustandes, d.h. ohne Berücksichtigung der Anfangsbedingungen mit Hilfe des Überganges $s \to j\omega$ als komplexe Frequenzgänge $\underline{I}_N(j\omega)$ und $\underline{U}_{GR}(j\omega)$ schreiben:

---

2) alternative Berechnung der Resonanzkreisfrequenz ω_0 gemäss Gl. (6.13) siehe Anhang E.2 auf Seite 353

$$\underline{I}_N(j\omega) = \frac{\underline{U}_N(j\omega)}{R_{Lp}} \cdot \frac{-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q} j\omega}{-\omega^2 + j\omega\omega_0 Q + \omega_0^2} + \underline{I}_{GR}(j\omega) \cdot \frac{\omega_0 Q j\omega + \omega_0^2}{-\omega^2 + j\omega\omega_0 Q + \omega_0^2} \tag{6.16}$$

$$\underline{U}_{GR}(j\omega) = \underline{U}_N(j\omega) - \underline{I}_N(j\omega) \cdot R_{Lp} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \frac{\omega_0}{Q}} \tag{6.17}$$

Damit sind die Voraussetzungen geschaffen, um im Frequenzbereich Bedingungen an das stationäre Übertragungsverhalten des betrachteten LC-Filters zu stellen. Diese Bedingungen werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

6.2.3 Auslegungskriterien

Das Ziel ist es, die drei Filterwerte R_{Lp}, L und C durch Aufstellen von drei Bedingungen eindeutig bestimmen zu können, um willkürliche und schlecht begründbare Vorgaben zu vermeiden.

Aus den Frequenzanalysen in Kapitel 5 geht hervor, dass die dominanten **O**ber**s**chwingungs-(OS)-Komponenten im Amplitudenspektrum $\left|\underline{I}_{GRa}(f)\right|$ des ungefilterten GR-Eingangsstromes $i_{GRa,b,c}$ sich vorwiegend in der Umgebung der Taktfrequenz f_T befinden. Wird davon ausgegangen, dass die Taktfrequenz f_T genug oberhalb der netzseitigen GS-Frequenz $f_N = 50Hz$ liegt, so ist es sinnvoll, bei der Taktfrequenz $f_T = \omega_T/(2\pi)$

- erstens ein genügend kleines Verhältnis $\left|\underline{G}_{IGR \to IN}(j\omega_T)\right|$ von Netzstrom-OS $\left|\underline{I}_N(j\omega_T)\right|$ zu GR-Eingangsstrom-OS $\left|\underline{I}_{GR}(j\omega_T)\right|$

$$\left|\underline{G}_{IGR \to IN}(j\omega_T)\right| = \frac{\left|\underline{I}_N(j\omega_T)\right|}{\left|\underline{I}_{GR}(j\omega_T)\right|} = \left|\frac{j\omega_T\omega_0 Q + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - {\omega_T}^2) + j\omega_T\omega_0 Q}\right| \tag{6.18}$$

- und zweitens eine genügend kleine Filter-Ausgangsimpedanz

$$\left|\underline{Z}_{GR}(j\omega_T)\right| = \frac{\left|\underline{U}_{GR}(j\omega_T)\right|}{\left|\underline{I}_{GR}(j\omega_T)\right|} = R_{Lp} \cdot \left|\frac{j\omega_T\omega_0 Q}{(\omega_0^2 - {\omega_T}^2) + j\omega_T\omega_0 Q}\right| \tag{6.19}$$

am GR-Eingang zu fordern, um die Spannungsverzerrung $\left|\underline{U}_{GR}(j\omega_T)\right|$ bei der Taktfrequenz f_T gezielt klein zu halten.

Neben den beiden Bedingungen in Gl. (6.18) ÷ (6.19) zur Spezifikation des Eingangsfilters braucht es noch eine dritte Bedingung. Diese kann zum Beispiel durch Vorgabe der Güte

$$\mathrm{Q} \;=\; 2\mathrm{D} \;:=\; \sqrt{2} \tag{6.20}$$

aufgestellt werden. Die Güte Q entspricht dabei gerade dem doppelten Wert der Dämpfung D (siehe Gl. (6.20)) und werde so gewählt, dass mit der Wahl von $\mathrm{D} = 1/\sqrt{2} < 1$ eine leichtes Überschwingen in der Schrittantwort des Stellverhaltens auftritt. Die von der Güte Q abhängigen Pole $\mathrm{p}_{1,2}$ des Nenners von Gl. (6.18) ÷ (6.19) werden dann in Gl. (6.27) explizit berechnet.

6.2.4 Vorgehen zur Bestimmung der Filterkomponenten

Sobald die Auslegungskriterien in Gl. (6.18) ÷ (6.20) vorgegeben sind, kann das Gleichungssystem aufgelöst werden. Dazu sei folgendes festgehalten:

Es ist möglich, die drei Elemente $R = R_{Lp}$, L und C eines passiven Eingangsfilters nach Figur 6.1 durch Vorgabe der Güte Q, der Stromdämpfung $\left|\mathrm{G}_{IGR \to IN}(j\omega_T)\right|$ und der Filter-Ausgangsimpedanz (bzw. Umrichter-Eingangsimpedanz) $\left|Z_{GR}(j\omega_T)\right|$ eindeutig zu bestimmen.

Vorgehen:

- Geeigneten Wert für die Taktfrequenz f_T und für die Güte Q vorgeben;
- Geeigneten Wert für $\left|\mathrm{G}_{IGR \to IN}(j\omega_T)\right|$ und $\left|Z_{GR}(j\omega_T)\right|$ vorgeben;
- Auflösung des nichtlinearen Gleichungssystems (6.18) ÷ (6.19) durch numerische Bestimmung der Resonanzkreisfrequenz ω_0 und des Filterwiderstandes R_{Lp};
- Bestimmen der Filterinduktivität L und -kapazität C aus Gl. (6.13):

$$L \;=\; R_{Lp} \cdot \mathrm{Q}/\omega_0 \qquad\qquad C \;=\; 1/(\omega_0 \cdot \mathrm{Q} \cdot R_{Lp}) \tag{6.21}$$

6.3 Rechtfertigung der Topologie

Wird vom einfachsten LC-Filter ausgegangen, so gibt es im wesentlichen vier Möglichkeiten, wie man einzelne Widerstände R dem LC-Filter hinzufügen kann, nämlich entweder parallel oder in Serie zur Induktivität L bzw. Kapazität C geschaltet. Alle diese Varianten a ÷ d sind in Tabelle 6.1 mit einem Grössenvergleich für die reaktiven Komponenten zeilenweise dargestellt.

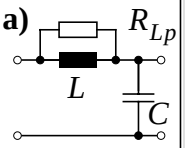
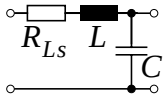
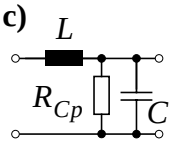
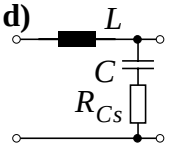
Variante	R = R / R_B	L = L / L_B	C = C / C_B	f_0 [Hz]	P_F [W]
a) 	29.14% ≅ 20.02Ω	**2.92%** ≅ 6.38mH	**17.18%** ≅ 7.96µF	706.2	8.3
b) 	11.90% ≅ 8.18Ω	0.13% ≅ 0.29mH	18.74% ≅ 8.68µF	3172.2	284.3
c) 	40.60% ≅ 27.9Ω	5.67% ≅ 12.4mH	17.18% ≅ 7.96µF	506.6	5704
d) 	2.91% ≅ 2.0Ω	0.14% ≅ 0.31mH	339.59% ≅ 157.3µF	720.7	774

Tabelle 6.1: Widerstandsbeschaltungen des LC-Filters mit den vier Varianten (a)-(d). Parameter: $Q = \sqrt{2}$, $|Z_{GR}(j\omega_T)| = 2$, $|G_{IGR \to IN}(j\omega_T)| = 0.1$ (a),(b),(d) bzw. $|G_{IGR \to IN}(j\omega_T)| = 0.01$ (c), $f_T = 10kHz$ bei ☆-Schaltung der Kapazitäten.

Mit der Modellierung des LC-Filters sollen in erster Linie dessen dominierenden Eigenschaften erfasst werden. Um den mathematischen Aufwand jedoch in Grenzen zu halten, wurde so auf eine möglichst realitätsnahe Modellierung sämtlicher Filterbauelemente im Sinne einer genauen Erfassung der mittleren Filterverluste P_F verzichtet, so dass nur gerade *ein* Dämpfungswiderstand R je Variante zum idealen LC-Filter hinzugefügt werden soll. Denn je mehr Widerstände modelliert werden, desto mehr Freiheitsgrade weist das System auf und umso mehr Spezifikationen müssen wiederum formuliert werden, damit die Lösung immernoch eindeutig bleibt. Obwohl mit nur einem Widerstand als Modell noch nicht im vornherein klar ist, ob es sich dabei um eine modellierte Nichtidealität oder ob es sich um einen extern angeschlossenen Widerstand handelt, erlaubt zumindest die nachträgliche Beurteilung der Werte für R, L und C eine Aussage darüber, ob eine zusätzliche Beschaltung durch einen externen Dämpfungswiderstand R sinnvoll ist oder ob es sich bei dem berechneten Widerstand R von der Grössenordnung her gesehen bereits um eine Nichtidealität handeln könnte.

Für alle untersuchten Varianten werden für die Güte $Q = \sqrt{2}$ nach Gl. (6.20) und die Ausgangsimpedanz $\left|\underline{Z}_{GR}(j\omega_T)\right| = 2$ nach Gl. (6.19) immer dieselben Werte spezifiziert. Dies gilt auch für das Übertragungsverhalten $\left|\underline{G}_{IGR \to IN}(j\omega_T)\right| = 0.1$ nach Gl. (6.18) für die Varianten a,b,d. Für die R_{Cp}-Beschaltung wurde allerdings aus numerischen Gründen ein zehn mal kleinerer Wert gewählt, da sonst negative Filterelemente auftreten (Tabelle 6.1, Variante c). Natürlich müssen zur Beurteilung der verschiedenen Varianten die Formeln für das Stromverhältnis $\underline{G}_{IGR \to IN}(j\omega)$ und die Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_{GR}(j\omega)$ analog zu den Gl. (6.18) ÷ (6.19) hergeleitet und an der Stelle $\omega = \omega_T$ numerisch ausgewertet werden. Darauf wird hier aber nicht näher eingegangen.

Tabelle 6.1 zeigt die numerisch berechneten Filterkomponenten R, L, und C der jeweiligen Topologie in normierter (und auch absoluter) Form und gibt die für diese Fälle ermittelte mittlere Verlustleistung P_F in allen drei Phasen a,b,c an. **Sie wird für die R_{Lp}-Beschaltung deutlich am kleinsten, so dass für weitere Betrachtungen nur noch die Filtertopologie in Figur 6.1 bzw. Tabelle 6.1 (Variante a) berücksichtigt werden soll ([26],[27]).**

An dieser Stelle sei betont, dass die C-Werte in Tabelle 6.1 der ☆-Schaltung entsprechen. Sie werden bei Δ-Schaltung nur gerade ein Drittel so gross[3].

6.4 Überprüfung der Auslegungskriterien

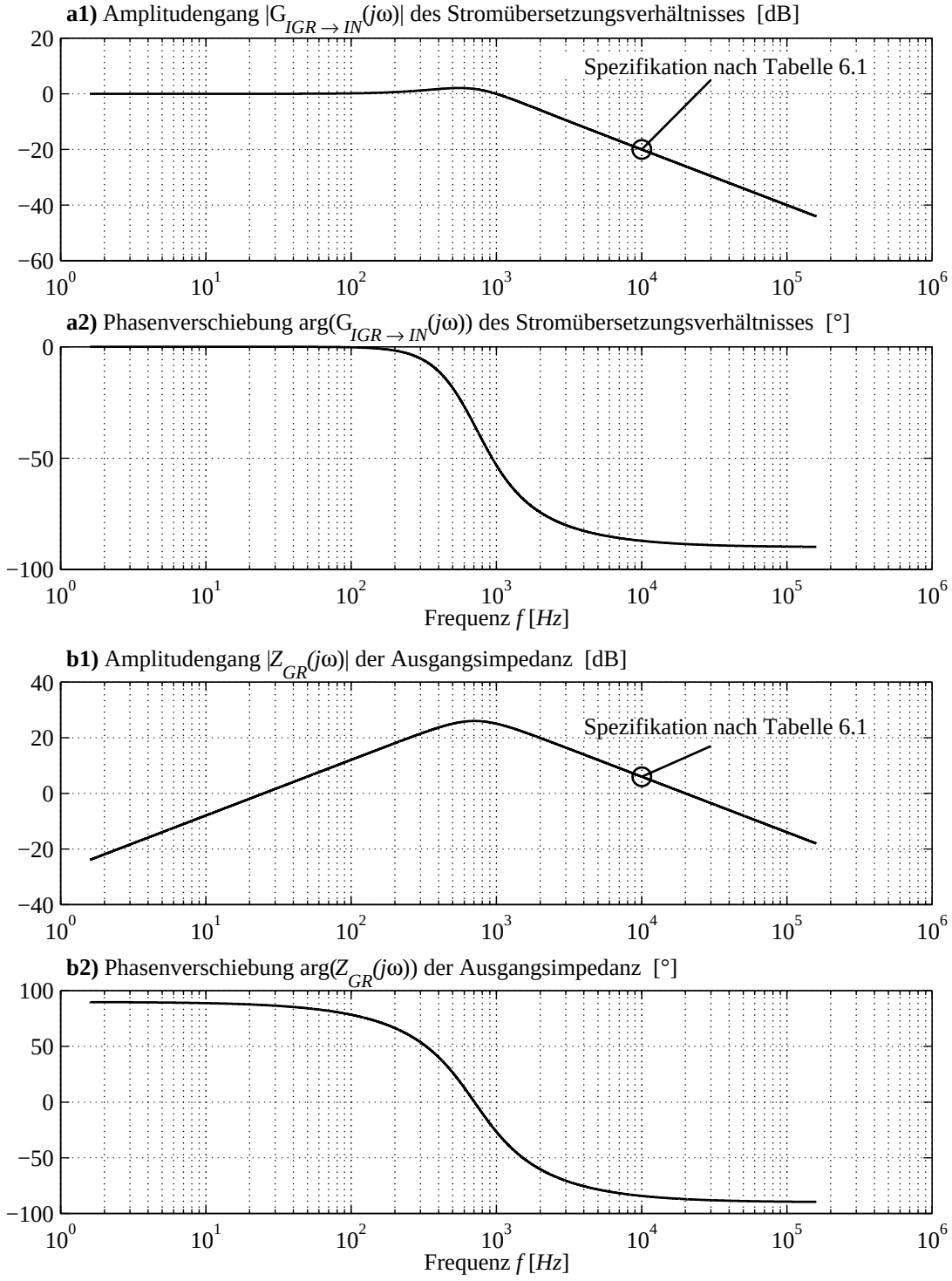
In diesem Unterkapitel sollen die in Abschnitt 6.2.3 gemachten Spezifikationen bezüglich der Filterauslegung mit den Werten aus Tabelle 6.1 a überprüft werden. Dazu werden unter Abschnitt 6.4.1 die (komplexen) Frequenzgänge des Stromübersetzungsverhältnisses $\underline{G}_{IGR \to IN}(f)$ und der Filter-Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_{GR}(f)$ als Bode-Diagramme angegeben. Abschnitt 6.4.2 widmet sich dann der Herleitung der Zeitfunktion $i_N(t) = i_{Na}(t)$ für den Netzstrom mittels Laplace-Transformation (Gl. (6.6) ÷ (6.10)), um dort das erwartete leichte Überschwingen bei einer Güte $Q = \sqrt{2}$ zu beurteilen und so die Richtigkeit der Auslegung auch im Zeitbereich zu kontrollieren.

6.4.1 Betrachtung im Frequenzbereich

Die Bode-Diagramme in Figur 6.2 zeigen die Frequenzgänge $\underline{G}_{IGR \to IN}(f)$ und $\underline{Z}_{GR}(f)$ aufgeteilt in Amplituden- und Phasengänge.

---

3) siehe Bemerkungen unter Abschnitt 6.2.1, Seite 273 und Figur 6.1



Figur 6.2: Amplituden- und Phasengänge des Stromübersetzungsverhältnisses $\underline{G}_{IN \to IGR}(f)$ (Bild a) und der Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_{GR}(f)$ (Bild b) mit den gewünschten Werten bei der Taktfrequenz $f = f_T$ gemäss Tabelle 6.1, Variante a:
$\left|\underline{G}_{IGR \to IN}(f_T)\right|_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\left|\underline{G}_{IGR \to IN}(f_T)\right|) = -20\text{dB}$,
$\left|\underline{Z}_{GR}(f_T)\right|_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\left|\underline{Z}_{GR}(f_T)\right|) \approx 6.02\text{dB}$.

6.4.2 Betrachtung im Zeitbereich

In diesem Abschnitt sollen aus der Laplace-Transformierten $I_N(s)$ bzw. $U_{GR}(s)$ die Zeitverläufe des Netzstromes $i_{Na}(t)$ bzw. der GR-Eingangsspannung $u_{GRa0}(t)$ berechnet werden, deren Simulationen am Ende der Herleitung in Figur 6.3 dargestellt sind. Um die Rücktransformation in den Zeitbereich vorzunehmen, kann direkt von der Gl. (6.11) bzw. Gl. (6.12) ausgegangen werden.
Die Netzspannung $u_N(t) = u_{Na0}(t) = U_N \cdot \cos(\omega_N t)$ sei als sinusförmig angenommen[4]. Setzt man diese Annahme auch für den im wesentlichen aus einer GS bestehenden GR-Eingangsstrom $i_{GR}(t) = i_{GRa}(t)$ voraus, so lassen sich die von aussen aufgeprägten Eingangsgrössen wie folgt in den Laplace-Bereich überführen:

$$u_N(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad U_N(s) = U_N \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_N^2} \tag{6.22}$$

$$i_{GR}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad I_{GR}(s) = I_{GR} \cdot \frac{s\cos(\varphi_{iGR0}) - \omega_N \sin(\varphi_{iGR0})}{s^2 + \omega_N^2} \tag{6.23}$$

Einsetzen von Gl. (6.22) ÷ (6.23) in den Gl. (6.11) ÷ (6.12) ergibt für den Netzstrom $I_N(s)$ mit den Anfangsbedingungen i_{L0} und u_{GR0}:

$$\begin{aligned} I_N(s) = {} & \frac{U_N}{R_{Lp}} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_N^2} \cdot \frac{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} \\ & + I_{GR} \cdot \frac{s\cos(\varphi_{iGR0}) - \omega_N \sin(\varphi_{iGR0})}{s^2 + \omega_N^2} \cdot \frac{\omega_0 Q s + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} \\ & + i_{L0} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_0 Q_0 s + \omega_0^2} - \frac{u_{GR0}}{R_{Lp}} \cdot \frac{s + \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2} \end{aligned} \tag{6.24}$$

Analog berechnet sich die GR-Eingangsspannung $U_{GR}(s)$:

---

4) $u_{Na0}(t)$ entspricht der Formel für $u_{GRa0}(t)$ in Kapitel 5, Gl. (5.58) auf Seite 187. Man beachte, dass nun die GR-Eingangsspannung $u_{GRa0}(t)$ mit modelliertem Eingangsfilter die Form $u_{GR} = U_{GR} \cdot \cos(\omega_N t + \varphi_{uGR0})$ mit $\varphi_{uGR0} \neq 0$ aufweist.

$$U_{GR}(s) = U_N \cdot \frac{s}{s^2+\omega_N^2} - U_N \cdot \frac{s}{s^2+\omega_N^2} \cdot \frac{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2+\omega_0 Q s+\omega_0^2} \cdot \frac{s}{s+\frac{\omega_0}{Q}}$$

$$- R_{Lp} \cdot I_{GR} \cdot \frac{s\cos(\varphi_{iGR0}) - \omega_N \sin(\varphi_{iGR0})}{s^2+\omega_N^2} \cdot \frac{\omega_0 Q s+\omega_0^2}{s^2+\omega_0 Q s+\omega_0^2} \cdot \frac{s}{s+\frac{\omega_0}{Q}}$$

$$- R_{Lp} \cdot i_{L0} \cdot \left(\frac{s}{s^2+\omega_0 Q_0 s+\omega_0^2} \cdot \frac{s}{s+\frac{\omega_0}{Q}} - \frac{1}{s+\frac{\omega_0}{Q}} \right)$$

$$+ u_{GR0} \cdot \frac{s+\frac{\omega_0}{Q}}{s^2+\omega_0 Q s+\omega_0^2} \cdot \frac{s}{s+\frac{\omega_0}{Q}} \qquad (6.25)$$

Die anschliessende Partialbruchzerlegung von Gl. (6.24) ÷ (6.25) führt auf die in Tafel 6.1 dargestellte Faktorzerlegung, mit der anhand von Transformationstabellen der Übergang vom Frequenzbereich in den ebenfalls angegebenen Zeitbereich leicht durchgeführt werden kann [25]. Dazu seien die Partial-bruchkoeffizienten $x_{i1,\ldots,8}$ für den Netzstrom $i_N(t)$ bzw. $x_{u1,\ldots,16}$ für die GR-Eingangsspannung $u_{GR}(t)$ dargestellt. Die Lösung dieser Koeffizienten erfolgt durch Aufstellen linearer Gleichungssysteme, deren Berechnungsweise unter Anhang E.1 nachgelesen werden kann.

Der Nenner $s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2$ soll für die Partialbruchzerlegung in zwei Faktoren zerlegt werden:

$$s^2 + \omega_0 Q s + \omega_0^2 = (s - p_1) \cdot (s - p_2) \qquad (6.26)$$

Die Pole des Nenners in Gl. (6.26) hängen von der gewählten Güte Q ab. Sie berechnen sich unter Berücksichtigung von Gl. (6.20) wie folgt:

$$p_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \omega_0 \cdot (-Q \pm \sqrt{Q^2-4}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_0 \cdot (-1 \pm j) \qquad (6.27)$$

Es handelt sich also um ein konjugiert komplexes Polpaar, d.h. $p_1 = p_2^*$.

Tafel 6.1: Laplace-Rücktransformation des Netzstromes $I_N(s)$ und der GR-Eingangsspannung $U_{GR}(s)$

$$I_N(s) = \frac{U_N}{R_{Lp}} \cdot \left(\frac{x_{i1} + s x_{i2}}{s^2 + \omega_N^2} + \frac{x_{i3} + s x_{i4}}{(s-p_1)(s-p_2)} \right) + I_{GR} \cdot \left(\frac{x_{i5} + s x_{i6}}{s^2 + \omega_N^2} + \frac{x_{i7} + s x_{i8}}{(s-p_1)(s-p_2)} \right) + i_{L0} \cdot \frac{s}{(s-p_1)(s-p_2)} - \frac{u_{GR0}}{R_{Lp}} \cdot \frac{s + \omega_0/Q}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

$$i_N(t) = \frac{U_N}{R_{Lp}} \cdot \left(\frac{x_{i1}}{\omega_N} \sin(\omega_N t) + x_{i2} \cos(\omega_N t) + x_{i3} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{i4} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \right) + i_{L0} \cdot \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2}$$

$$+ I_{GR} \cdot \left(\frac{x_{i5}}{\omega_N} \sin(\omega_N t) + x_{i6} \cos(\omega_N t) + x_{i7} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{i8} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \right) - \frac{u_{GR0}}{R_{Lp}} \cdot \left(\frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \right) \quad (6.28)$$

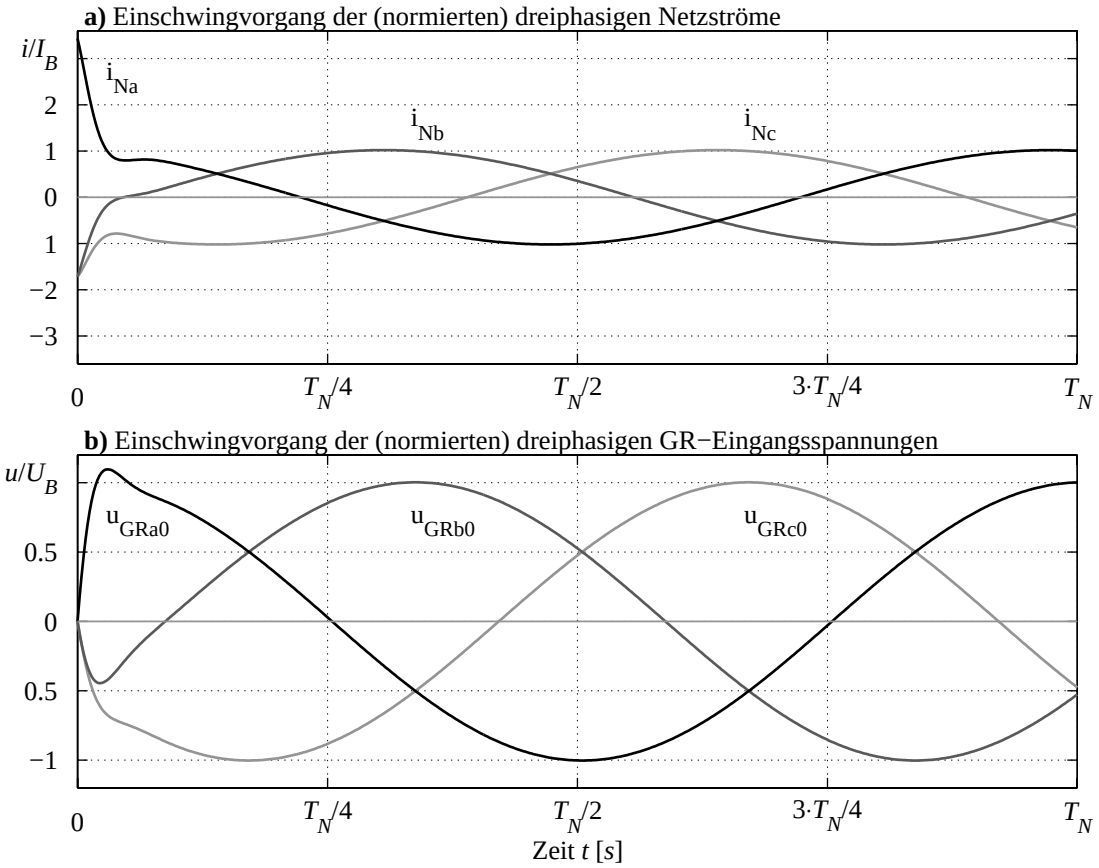
$$U_{GR}(s) = U_N \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega_N^2} - \frac{x_{u1} + s x_{u2}}{s^2 + \omega_N^2} - \frac{x_{u3} + s x_{u4}}{(s-p_1)(s-p_2)} - \frac{x_{u5}}{s + \omega_0/Q} \right) - R_{Lp} \cdot I_{GR} \cdot \left(\frac{x_{u6} + s x_{u7}}{s^2 + \omega_N^2} + \frac{x_{u8} + s x_{u9}}{(s-p_1)(s-p_2)} + \frac{x_{u10}}{s + \omega_0/Q} \right)$$

$$- R_{Lp} \cdot i_{L0} \cdot \left(\frac{x_{u11} + s x_{u12}}{(s-p_1)(s-p_2)} + \frac{(x_{u13} - 1)}{s + \omega_0/Q} \right) + u_{GR0} \cdot \left(\frac{x_{u14} + s x_{u15}}{(s-p_1)(s-p_2)} + \frac{x_{u16}}{s + \omega_0/Q} \right)$$

$$u_{GR}(t) = U_N \cdot \left(-\frac{x_{u1}}{\omega_N} \sin(\omega_N t) + (1 - x_{u2}) \cos(\omega_N t) - x_{u3} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} - x_{u4} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} - x_{u5} e^{-\omega_0 t/Q} \right)$$

$$- R_{Lp} \cdot I_{GR} \cdot \left(\frac{x_{u6}}{\omega_N} \sin(\omega_N t) + x_{u7} \cos(\omega_N t) + x_{u8} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{u9} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{u10} e^{-\omega_0 t/Q} \right)$$

$$- R_{Lp} \cdot i_{L0} \left(x_{u11} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{u12} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + (x_{u13} - 1) e^{-\omega_0 t/Q} \right) + u_{GR0} \left(x_{u14} \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{u15} \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} + x_{u16} e^{-\omega_0 t/Q} \right) \quad (6.29)$$



Figur 6.3: Zeitverläufe $i_N(t) = i_{Na}(t)$ und $u_{GR}(t) = u_{GRa0}(t)$ mit den Anfangsbedingungen $i_{L0} = u_{GR0} = 0$. Dieser Fall entspricht dem direkten Zuschalten des LC-Filters an das Netz im Moment, bei dem die Netzspannung $u_{Na0}(t)$ gerade maximal ist. Dabei handelt es sich um eine reine GS-Betrachtung.

Figur 6.3 zeigt den Einschwingvorgang der dreiphasigen Netzströme $i_{Na,b,c}$ und der GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ mit den Anfangsbedingungen $i_{L0} = u_{GR0} = 0$ über die erste Netzperiode T_N. Das System wird dabei mit dreiphasigen symmetrischen sinusförmigen Netzspannungen $u_{Na,b,c0}$ angeregt. Es handelt sich also um eine reine **G**rund**s**chwingungs-(GS)-Betrachtung, bei der die Taktfrequenz f_T unendlich hoch angenommen wird. Die Verläufe für die Grössen $i_N = i_{Na}$ und $u_{GR} = u_{GRa0}$ in Phase a entsprechen genau den in Tafel 6.1 dargestellten einphasigen Zeitfunktionen.

Der Strom $i_{La,b,c}$ durch die Filterinduktivität ist zwar zu Beginn Null ($i_{L0} = 0$); dennoch kann aber über den Widerstand R_{Lp} sogleich ein Strom fliessen (Figur 6.3 a). Der Wert dieses Stromes nimmt dabei im ersten Moment mit einem etwa dreifachen Nennstrom das Maximum an.
Die GR-Eingangspannung $u_{GRa,b,c0}$ beginnt hingegen bei Null, da die Kon-

densatoren C des LC-Filter im Einschaltzeitpunkt noch ungeladen sind. Das Überschwingen beträgt ungefähr 5% bezogen auf den Nennwert der Netzspannungs-GS-Amplitude $U_B = U_{N,n} = U_N$.

6.5 Zusammenfassung

Dieses Kapitel befasst sich mit der Herleitung einer geeigneten Filterstruktur, bei der eine Dämpfung durch einen externen Widerstand R explizit vorgesehen ist. Dazu wird ein einfaches LC-Filter mit einem parallel zur Induktivität L geschalteten Widerstand R vorgeschlagen. Die Filterwerte sollen anhand vorgegebener Auslegungskriterien bestimmt werden. Im Hinblick auf eine allgemeinere Interpretation der Filtergrössen, werden geeignete Bezugsgrössen definiert, die eine Normierung des Filters ermöglichen.

Die ausführliche Modellierung dieser Filterstruktur im Laplace-Bereich erlaubt die Formulierung von geeigneten Auslegungskriterien im Frequenzbereich. Zur Bestimmung der drei Filterwerte R, L und C genügt es, ebenso drei Kriterien zu formulieren, um daraus die Filterwerte eindeutig bestimmen zu können. Diese Auslegungskriterien werden so vorgegeben, dass

- erstens die *Stromübersetzung* zwischen ungefiltertem und gefiltertem Netzstrom bei der Taktfrequenz,
- zweitens die *Filter-Ausgangsimpedanz* am GR-Eingang ebenfalls bei der Taktfrequenz und
- drittens die *Güte* des Filters

im voraus definiert sind.

Die vorgeschlagene Filtertopologie wird mit drei ähnlichen Filteranordnungen verglichen, bei denen jeweils nur der Dämpfungswiderstand R an einer anderen Stelle plaziert wird. Um diesen Vergleich überhaupt durchführen zu können, werden für alle Topologien im wesentlichen dieselben drei Kriterien bzw. Spezifikationen gefordert, so dass ein unmittelbarer Vergleich der im Mittel auftretenden Verlusten durchgeführt werden kann. Aufgrund dieses Kriteriums geht von den vier vorgeschlagenen Filterstrukturen die in Figur 6.1 abgebildete Variante a mit dem parallel zur Induktivität geschalteten Dämpfungswiderstand als eindeutig die beste mit minimalen Verlusten hervor.

Danach wird das Auslegungsverfahren anhand der jeweiligen Frequenzgänge in Bezug auf die Vorgaben überprüft. Neben dieser Betrachtung im *Frequenzbereich* folgt die Berechnung des Einschwingvorganges der Filtergrössen im *Zeitbereich*. Auch die Wirkung, die das Zuschalten des LC-Filters an das mit sinusförmiger Anschlussspannung gespeiste Netz bei den dreiphasigen Filternetzströmen und GR-Eingangsspannungen hervorruft, bestätigt die Erwartung, nach der etwa 5% Überschwingen in der GR-Eingangsspannung während des Einschwingvorganges auftreten.

Dieses Kapitel schafft die Voraussetzungen, um für das gewählte LC-Filter eine netzseitige Regelung zur Einstellung des Phasenverschiebungswinkels $\Delta\varphi_N$ zwischen der vorgegebenen Netzspannung $u_{Na,b,c0}$ und der gefilterten Netzstrom-GS $i_{Na,b,c,GS}$ auslegen zu können. Als Stellgrösse dient dabei der vom ZMK aufgeprägte GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$, dessen GR-Eingangsphasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_{GR}$ bezüglich der GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ – immer jeweils auf die Grundschwingung bezogen – direkt mit dem Modulator eingestellt werden kann. Dies wird in Kapitel 7 beschrieben.

7 Netzseitige Regelung

Genauso wie die **f**eld**o**rientierte **R**egelung (FOR) auf der Lastseite soll die Regelung des Netzstromes auf der Zeigerebene erfolgen. Während für die Maschinenregelung auf der Lastseite die Rotorflussverkettung $\underline{\Psi}_r = \Psi_r$ als Referenzzeiger verwendet wird (Anhang A.2,[5],[6]), soll auf der Netzseite die Netzspannung $\underline{U}_N = U_N$ als reeller Referenzzeiger dienen.

In Unterkapitel 7.1 wird das dreiphasige Eingangsfilter als Regelstrecke mit Hilfe der Laplace-Transformation auf der Zeigerebene modelliert. Da im Hinblick auf die Reglerauslegung das stationäre Verhalten der Strecke von Bedeutung ist, werden hier die Anfangsbedingungen nicht berücksichtigt. Einschwingvorgänge werden also nicht beachtet, sondern das Verhalten des dreiphasigen Filters im Frequenzbereich beschrieben, um dort in Unterkapitel 7.2 bzw. 7.3 die Auslegung der Regelung auf zwei mögliche Arten durchführen zu können. Die Dynamik des Systems wird durch die Laplace-Variable s widergegeben.

Auf die Sollwertvorgabe für den Netzstrom wird in Unterkapitel 7.4 eingegangen. Dort wird auch gezeigt, dass die Einstellung eines gewünschten $\cos(\Delta\varphi_N)$ am Netzanschluss nur bei einem minimalen Lastwirkstrom auf der Ausgangsseite des ZMK möglich ist. Die korrekte Funktionsweise der Regelung wird dann in Unterkapitel 7.5 anhand einer Simulation bestätigt.

7.1 Modellierung der Regelstrecke

Das LC-Filter in Figur 6.1 weist von den sechs Filterbauelementen L und C in den Netzphasen a,b,c genau vier unabhängige Energiespeicher auf, da aufgrund des verschwindenden Nulleiterstromes i_{N0} nach Gl. (3.9) und wegen der Annahme einer rein dreiphasigen Netzspannung $u_{Na,b,c0,3ph}$ nach Gl. (3.19) bzw. (3.21) die Speichergrössen der einen Phase von den Speichergrössen der anderen beiden Phasen abhängt. Das dreiphasige LC-Filter stellt daher einer Strecke vierter Ordnung dar.

Da für die Regelung in diesem Kapitel ausschliesslich die Filtertopologie nach Figur 6.1 in Frage kommt, wird der Widerstand R_{Lp} im folgenden nur noch mit R bezeichnet.

7.1.1 Signalflussdiagramm

Der Übergang vom Zeitbereich in den Laplace-Bereich einer komplexen Zeigergleichung soll zuerst am Beispiel der Filterkapazität C als Zweipol gezeigt werden. Ist die Dreiphasen-Drehzeiger-Transformation nach Gl. (A.5) vollzogen, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Produktregel für die Differentiation der Zusammenhang in Gl. (7.1) auf der Drehzeigerebene, wobei $\underline{U}_C = \underline{U}_{GR}$ gilt:

$$\begin{aligned} \vec{i}_C(t) &= \underline{I}_C \cdot e^{j\omega t} = C \cdot \frac{d}{dt}\vec{u}_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt}(\underline{U}_C \cdot e^{j\omega t}) \\ &= C \cdot \left(\frac{d}{dt} + j\omega\right)\underline{U}_C \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \tag{7.1}$$

Der Drehfaktor $e^{j\omega t}$ in Gl. (7.1) lässt sich ausklammern. Mit dem Zusammenhang

$$\frac{d}{dt}\underline{U}_C(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; s\underline{U}_C(s) \tag{7.2}$$

ergibt sich somit im Laplace-Bereich folgende Zeigergleichung:

$$\underline{I}_C(s) = (s + j\omega)C \cdot \underline{U}_C(s) \tag{7.3}$$

Eine Ableitung erster Ordnung für eine Zeigergrösse wird im Laplace-Bereich also durch den Faktor $(s + j\omega)$ ersetzt. Analog zu diesem Vorgehen können auch die Zeigergleichungen des dreiphasigen LC-Filters nach Figur 6.1 aufgestellt werden. Diese seien mit der festen netzseitigen Kreisfrequenz $\omega = \omega_N$ auf die Zeigerebene transformiert, denn die auszulegende Regelung soll ja genau auf Netz-**G**rund**s**chwingungs-(GS)-Grössen Einfluss nehmen. Die Gleichungen lauten dann:

$$\underline{I}_N = \frac{(\underline{U}_N - \underline{U}_C)}{(s + j\omega_N)L} + \frac{(\underline{U}_N - \underline{U}_C)}{R} \quad \text{(Knoten 1)} \tag{7.4}$$

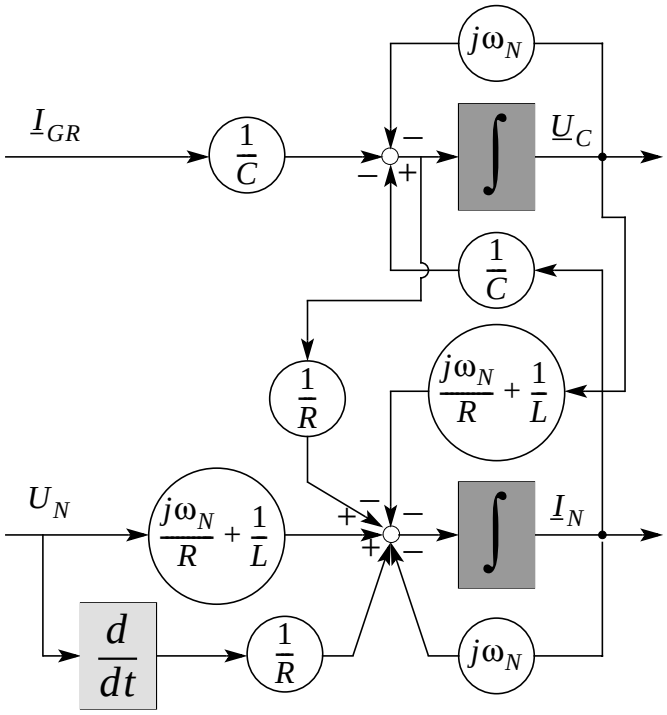
$$\underline{I}_N = (s + j\omega_N)C \cdot \underline{U}_C + \underline{I}_{GR} \quad \text{(Knoten 2)} \tag{7.5}$$

Nach den Ableitungstermen von $\underline{I}_N$ und von $\underline{U}_C$ aufgelöst (siehe Gl. (7.2)), ergibt sich für die beiden dynamischen Grössen $\underline{I}_N(s)$ und $\underline{U}_C(s)$:

$$s\underline{I}_N = -j\omega_N\left(\underline{I}_N + \frac{\underline{U}_C - \underline{U}_N}{R}\right) + s\left(\frac{\underline{U}_N}{R} - \frac{\underline{U}_C}{R}\right) + \left(\frac{\underline{U}_N}{L} - \frac{\underline{U}_C}{L}\right) \tag{7.6}$$

$$s\underline{U}_C \quad = \quad -j\omega_N \cdot \underline{U}_C + \frac{1}{C} \cdot (\underline{I}_N - \underline{I}_{GR}) \tag{7.7}$$

Zur Veranschaulichung lassen sich Gl. (7.6) ÷ (7.7) in Form eines Signalflussdiagramms mit Integratoren gemäss Figur 7.1 darstellen.



Figur 7.1: Signalflussdiagramm der komplexen Filterausgangsgrössen $\underline{I}_N$ und $\underline{U}_C$, dargestellt mit Integratoren und Kopplungstermen.

7.1.2 Netzstrom-ÜTF auf Zeigerebene

Um den Netzstrom $\underline{I}_N$ ausschliesslich in Funktion der gegebenen – rein reell angenommenen – Netzspannung $\underline{U}_N = U_N = U_{Nd}$ und dem einstellbaren GR-Eingangsstrom $\underline{I}_{GR}$ auszudrücken, muss mit Hilfe der Gl. (7.7) die Spannung $\underline{U}_C$ über der Kapazität C in Gl. (7.6) eliminiert und die beiden Teil-**Ü**ber**t**ragungs**f**unktionen (ÜTF) $\underline{G}_{UN \to IN}(s)$ und $\underline{G}_{IGR \to IN}(s)$ bestimmt werden. Die gesuchte Beziehung sieht in komplexer Schreibweise so aus:

$$\underline{I}_N \quad = \quad \frac{U_N}{R} \cdot \underline{G}_{UN \to IN}(s + j\omega_N) + \underline{I}_{GR} \cdot \underline{G}_{IGR \to IN}(s + j\omega_N) \tag{7.8}$$

Die Aufteilung in d- und q-Komponenten ergibt dann im s-Bereich die Gl. (7.9) ÷ (7.10). Die analytische Auflösung von Gl. (7.6) ÷ (7.7) in die gewünschte Form von Gl. (7.9) ÷ (7.10) soll hier nicht in einzelnen Schritten gezeigt werden. Sie kann entweder analytisch durch komplexe Rechnung oder grafisch anhand des Signalflussdiagramms in Figur 7.1 unter Anwendung der *Regel von Mason* [22] durchgeführt werden.

$$I_{Nd} = \frac{U_N}{R} \cdot \mathrm{G}_a + I_{GRd} \cdot \mathrm{G}_b + I_{GRq} \cdot \mathrm{G}_c \tag{7.9}$$

$$I_{Nq} = \frac{U_N}{R} \cdot \mathrm{G}_d - I_{GRd} \cdot \mathrm{G}_c + I_{GRq} \cdot \mathrm{G}_b \tag{7.10}$$

mit $\mathrm{G}_a = Re(\underline{\mathrm{G}}_{UN \to IN})$ $\quad \mathrm{G}_b = Re(\underline{\mathrm{G}}_{IGR \to IN})$

$\mathrm{G}_c = -Im(\underline{\mathrm{G}}_{IGR \to IN})$ $\quad \mathrm{G}_d = Im(\underline{\mathrm{G}}_{UN \to IN})$

Tafel 7.1 zeigt die vier reellen ÜTF $\mathrm{G}_{a,b,c,d}$ mit deren Koeffizienten, bei denen die Filterkomponenten R, L und C mit den Werten gemäss Tabelle 6.1 a durch die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Güte Q nach Gl. (6.13) ausgedrückt seien. Diese Koeffizienten werden anschliessend in Unterkapitel 7.2 für die Reglerauslegung benötigt.

7.1.3 GR-Eingangsspannungs-ÜTF auf Zeigerebene

Die Berechnung der Kapazitätsspannung $\underline{U}_C$ erfolgt analog. Das Resultat ist in Tafel 7.2 dargestellt. Allerdings ist dort der Kapazitätswert C noch in den Gleichungen enthalten. Die ÜTF werden dort durch $\mathrm{G}_{g,h,k,l}$ dargestellt.

7.2 Regelung mit dem WOK-Verfahren

Mit dem **W**urzel**o**rts**k**urven-(WOK)-Verfahren lassen sich mit Hilfe der grafischen Darstellung der Pole des geschlossenen Regelkreises G_C Aussagen über die gewünschte Dynamik machen, indem die Verstärkung k_0 des offenen Regelkreises zwischen $[0 \ldots \infty]$ variiert wird [30]. Das Ziel ist, dass bei einem geeigneten k_0 ein Pol (oder mehrere) von G_C nahe an die imaginären Achse zu liegen kommt. Die Auslegung wird im folgenden unter der Annahme beschrieben, dass ein einfacher PI-Regler eingesetzt wird, dessen ÜTF mit der Nullstelle $z_I = -k_I / k_P$ nach Gl. (7.17) wie folgt aussieht:

Tafel 7.1: Koeffizienten der ÜTF $G_{a,b,c,d}$ zur Berechnung des Netzstromzeigers $\underline{I}_N = I_{Nd} + jI_{Nq}$

$$I_{Nd} = \frac{U_N}{R} \cdot G_a + I_{GRd} \cdot G_b + I_{GRq} \cdot G_c$$

$$= \frac{U_N}{R} \cdot \frac{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} + I_{GRd} \cdot \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} + I_{GRq} \cdot \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} \quad (7.11)$$

$$I_{Nq} = \frac{U_N}{R} \cdot G_d - I_{GRd} \cdot G_c + I_{GRq} \cdot G_b$$

$$= \frac{U_N}{R} \cdot \frac{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} - I_{GRd} \cdot \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} + I_{GRq} \cdot \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} \quad (7.12)$$

$a_0 = \omega_N^4$	$b_0 = \omega_0^4 - \omega_N^2\omega_0^2 + \omega_N^2\omega_0^2 Q^2$	$e_0 = (\omega_0^2 - \omega_N^2)^2 + \omega_N^2\omega_0^2 Q^2$
$a_1 = \omega_N^2\omega_0/Q + \omega_0^3/Q + \omega_N^2\omega_0 Q$	$b_1 = \omega_N^2\omega_0 Q + 2\omega_0^3 Q$	$e_1 = 2\omega_0 Q(\omega_N^2 + \omega_0^2)$
$a_2 = 2(\omega_N^2 + \omega_0^2)$	$b_2 = \omega_0^2 + \omega_0^2 Q^2$	$e_2 = 2(\omega_N^2 + \omega_0^2) + \omega_0^2 Q^2$
$a_3 = (\omega_0/Q + \omega_0 Q)$	$b_3 = \omega_0 Q$	$e_3 = 2\omega_0 Q$
$a_4 = 1$		$e_4 = 1$

$c_0 = \omega_N^3\omega_0 Q$	$d_0 = \omega_N\omega_0^3/Q - \omega_N^3\omega_0/Q + \omega_N^3\omega_0 Q$
$c_1 = 2\omega_N\omega_0^2$	$d_1 = 2\omega_N\omega_0^2$
$c_2 = \omega_N\omega_0 Q$	$d_2 = \omega_N\omega_0 Q - \omega_N\omega_0/Q$

(7.13)

Tafel 7.2: Koeffizienten der ÜTF $G_{g,h,k,l}$ zur Berechnung des Spannungszeigers $\underline{U}_C = U_{Cd} + jU_{Cq}$

$$U_{Cd} = U_N \cdot G_g - \frac{I_{GRd}}{\omega C} \cdot G_h + \frac{I_{GRq}}{\omega C} \cdot G_k$$

$$= U_N \cdot \frac{g_3 s^3 + g_2 s^2 + g_1 s + g_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} - \frac{I_{GRd}}{\omega C} \cdot \frac{h_3 s^3 + h_2 s^2 + h_1 s + h_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} + \frac{I_{GRq}}{\omega C} \cdot \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} \quad (7.14)$$

$$U_{Cq} = -U_N \cdot G_l - \frac{I_{GRd}}{\omega C} \cdot G_k - \frac{I_{GRq}}{\omega C} \cdot G_h$$

$$= -U_N \cdot \frac{l_2 s^2 + l_1 s + l_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} - \frac{I_{GRd}}{\omega C} \cdot \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} - \frac{I_{GRq}}{\omega C} \cdot \frac{h_3 s^3 + h_2 s^2 + h_1 s + h_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0} \quad (7.15)$$

$$g_0 = b_0 = \omega_0^4 - \omega_N^2 \omega_0^2 + \omega_N^2 \omega_0^2 Q^2 \qquad h_0 = \omega_N^3 \omega_0 Q \qquad e_0 = (\omega_0^2 - \omega_N^2)^2 + \omega_N^2 \omega_0^2 Q^2$$

$$g_1 = b_1 = \omega_N^2 \omega_0 Q + 2\omega_0^3 Q \qquad h_1 = \omega_N(\omega_0^2 - \omega_N^2) \qquad e_1 = 2\omega_0 Q(\omega_N^2 + \omega_0^2)$$

$$g_2 = b_2 = \omega_0^2 + \omega_0^2 Q^2 \qquad h_2 = \omega_N \omega_0 Q \qquad e_2 = 2(\omega_N^2 + \omega_0^2) + \omega_0^2 Q^2$$

$$g_3 = b_3 = \omega_0 Q \qquad h_3 = \omega_N \qquad e_3 = 2\omega_0 Q$$

$$e_4 = 1$$

$$k_0 = \omega_N^2(\omega_0^2 - \omega_N^2) \qquad l_0 = c_0 = \omega_N^3 \omega_0 Q$$

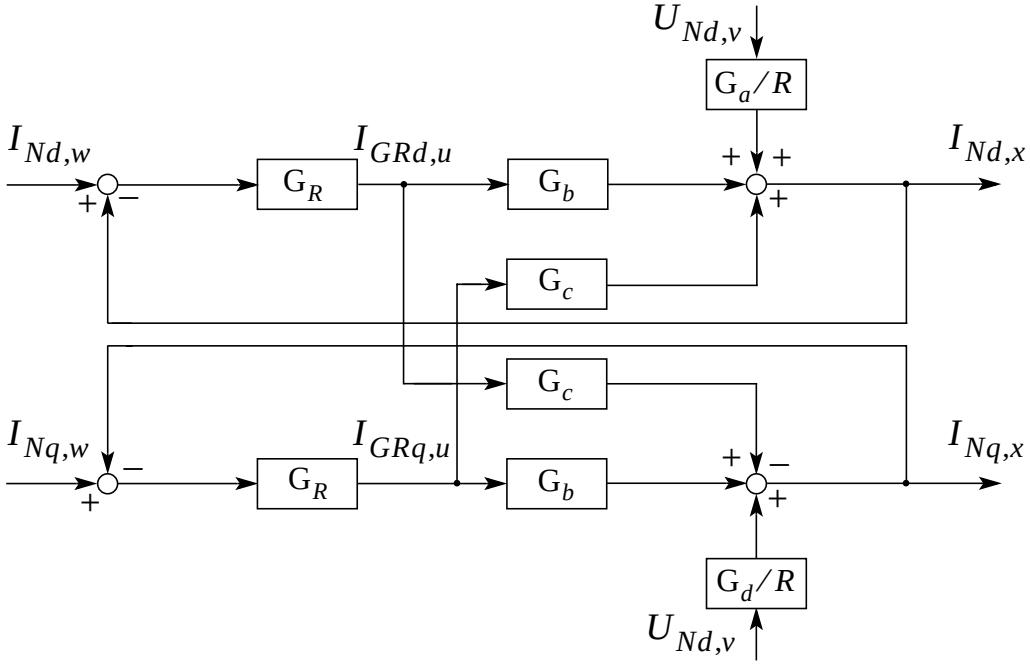
$$k_1 = 0 \qquad l_1 = c_1 = 2\omega_N \omega_0^2$$

$$k_2 = \omega_N^2 \qquad l_2 = c_2 = \omega_N \omega_0 Q \quad (7.16)$$

$$G_R(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P(s-(-k_I/k_P))}{s} = \frac{k_P(s-z_I)}{s} \qquad (7.17)$$

7.2.1 Gekoppelte Regelstruktur

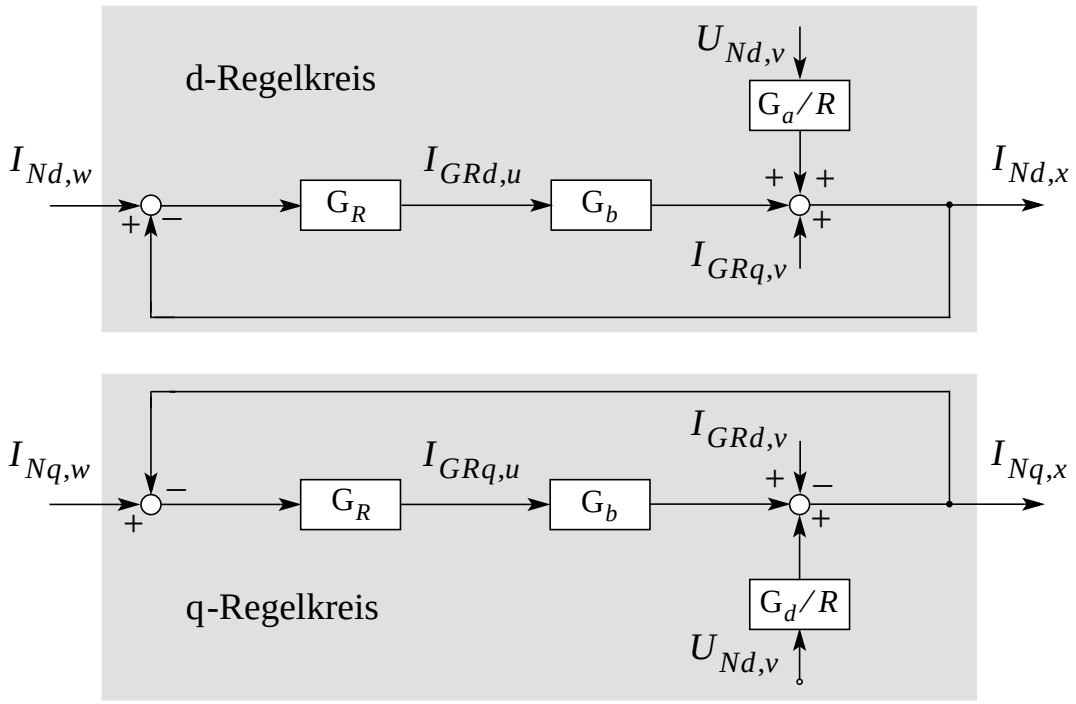
Mit Hilfe der in Tafel 7.1 angegebenen ÜTF entsteht der in Figur 7.2 dargestellte gekoppelte Regelkreis, bei dem die Regelgrössen $I_{Nd,x}$ bzw. $I_{Nq,x}$ einerseits von der gleich orientierten Stellgrösse $I_{GRd,u}$ bzw. $I_{GRq,u}$ und andererseits überkreuz von den in der komplexen Ebene um 90° räumlich gedrehten Stellgrössen $I_{GRq,u}$ bzw. $I_{GRd,u}$ abhängen. Die Kreuzpfade sollen bei der Reglerauslegung in Unterkapitel 7.2 unberücksichtigt bleiben[1].



Figur 7.2: Regelkreis zur Regelung des Netzstromes $\underline{I}_N$ mit dem Regler G_R, der Strecke $G_S = G_b$, den Sollgrössen $I_{Nd/q,w}$, Istgrössen $I_{Nd/q,x}$ Stellgrössen $I_{GRd/q,u}$ und mit der Störgrösse $U_{Nd,v}$.

Figur 7.3 zeigt die getrennte Betrachtung des d- und des q-Regelkreises. Dort werden die Kreuzterme $I_{GRq,v}$ im d-Pfad bzw. $I_{GRd,v}$ im q-Pfad als jeweils externe Störgrössen (Index v) aufgefasst, so dass die Auslegung der Regelung in diesem Unterkapitel ohne eine vorgängige Entkopplung durchgeführt werden soll. Ob dann diese Kopplung durch ein vorgeschaltetes Entkopplungsnetzwerk eliminiert wird oder nicht, kann nach durchgeführter Regler-

1) Im Gegensatz zu Unterkapitel 7.3, bei dem die Kreuzterme entkoppelt werden.



Figur 7.3: Getrennte Betrachtung der beiden Regelkreise nach Figur 7.2: Dabei werden die Kopplungsterme als zusätzliche Störgrössen $I_{GRq,v}$ im d-Regelkreis bzw. $I_{GRd,v}$ im q-Regelkreis aufgefasst. Messfilter für $I_{Nd,x}$ bzw. $I_{Nq,x}$ seien hier nicht berücksichtigt.

auslegung immernoch entschieden werden. Eine Reglerauslegung mit einer von vornherein berücksichtigten Entkopplung wird in Unterkapitel 7.3 als Alternative zu diesem Unterkapitel vorgestellt.

7.2.2 Offener Regelkreis

Der offene Regelkreis G_0 liegt im direkten Pfad des Regelkreises von Figur 7.2 und setzt sich aus dem Regler G_R und der Strecke $G_S = G_b$ zusammen. Die ÜTF von G_0 lautet in diesem Fall unter Berücksichtigung von Gl. (7.17) für den Regler und von Gl. (7.11) ÷ (7.12) für die Strecke:

$$G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{k_P(s - z_I)}{s} \cdot \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0}$$

$$= \frac{k_P b_3}{e_4} \cdot \frac{(s - z_I)}{s} \cdot \frac{s^3 + \frac{b_2}{b_3} s^2 + \frac{b_1}{b_3} s + \frac{b_0}{b_3}}{s^4 + \frac{e_3}{e_4} s^3 + \frac{e_2}{e_4} s^2 + \frac{e_1}{e_4} s + e_0}$$

$$= \underbrace{\frac{k_P b_3}{e_4}}_{= k_0} \cdot \underbrace{\frac{(s - z_I)}{s} \cdot \frac{(s - z_1)(s - z_2)(s - z_3)}{(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)}}_{= G_{k0}} \tag{7.18}$$

Dabei sind $p_{1,\ldots,4}$ die Pole (*"**p**oles"*) und $z_{1,\ldots,3}$ die Nullstellen (*"**z**eros"*) von G_0 bzw. G_{k0}. Sie rühren von der Strecke G_S her und gehen aus Polynomen dritter bzw. vierter Ordnung hervor. Diese können entweder direkt mit entsprechenden mathematischen Programmen oder aber gemäss dem analytischen Vorgehen in Anhang F zur Lösung von Gleichungen dritter und vierter Ordnung berechnet werden. Es fällt auf, dass alle Pole $p_{1,\ldots,4}$ der Strecke G_S aufgrund der reellen Koeffizienten $e_{0,\ldots,4}$ immer konjugiert komplex auftreten und in diesem konkreten Fall alle denselben Realteil aufweisen. Aus diesem Grunde wäre eine vereinfachende Reduktion des Nennergrades nicht gerechtfertigt, so dass alle vier Pole berücksichtigt werden müssen.

In Figur 7.4 sind alle Pole und Nullstellen der Strecke G_S, des Reglers G_R und des geschlossenen Regelkreises G_C für den Fall eines P-Reglers (Figur 7.4 a) und den erweiterten Fall eines PI-Reglers (Figur 7.4 b) grafisch dargestellt. Der Reglerpol $p_I = 0s^{-1}$ des I-Anteils liegt im Ursprung. Auch die mit $z_I = 1200s^{-1}$ angenommene Reglernullstelle z_I ist eingezeichnet. Mit der Wahl der letzteren lässt sich anhand der WOK-Eigenschaften voraussehen, dass der durch den I-Anteil entstandene zusätzliche Pol p_{IC} des geschlossenen Regelkreises G_C je nach Verstärkung k_0 auf der Gerade zwischen p_I und z_I liegen muss. Durch diese Massnahme wird im Vergleich zum Einsatz eines gewöhnlichen P-Reglers (Figur 7.4 a) erreicht, dass mit p_{IC} ein neuer dominanter (reeller) Pol zur Einstellung des Führungsverhaltens des Netzstromes I_{Nd} bzw. I_{Nq} zur Verfügung steht.

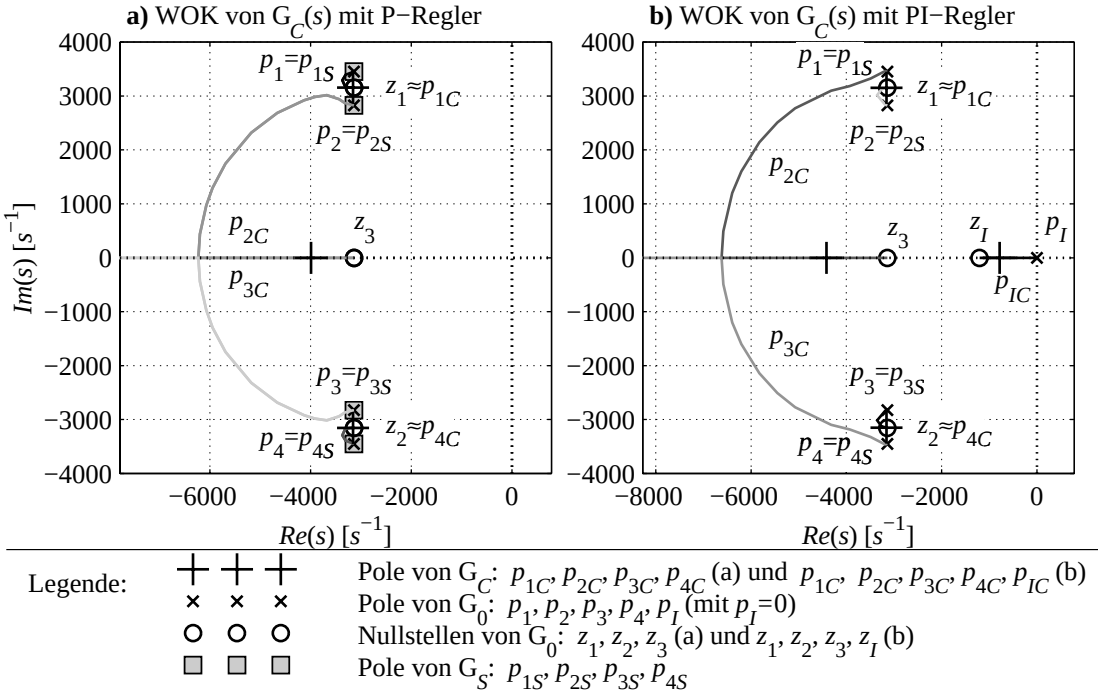
7.2.3 Geschlossener Regelkreis

Die ÜTF des geschlossenen Regelkreises G_C lautet:

$$G_C(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \tag{7.19}$$

Um das Führungsverhalten des nach Figur 7.2 abgebildeten Regelkreises festzulegen, wird zuerst die charakteristische Gleichung von G_C ermittelt. Diese lautet nach Einsetzen von Gl. (7.18) in Gl. (7.19):

$$1 + G_0(s) = 1 + k_0 G_{k0}(s) = 0 \tag{7.20}$$



Figur 7.4: **W**urzel**o**rts**k**urven (WOK) des geschlossenen Regelkreises $G_C(s)$ mit P-Regler (a) und mit PI-Regler (b) bei Verstärkungsfaktoren $k_0 = [0\ldots\infty]$. In beiden Fällen wird mit $k_P = 0.99$ derselbe k_P-Faktor angenommen (siehe "+"). Der I-Anteil ergibt einen neuen dominanten Pol p_{IC}, der zwischen $p_I = 0$ und $z_I = 1200s^{-1}$ liegt. Verwendete Parameter: $k_0 \approx 6217s^{-1}$, $k_P = k_0 e_4 / b_3 = 0.99$, $k_I = -z_I \cdot k_P \approx 1189s^{-1}$.

Damit für die Gl. (7.20) gültige Lösungen für variable Werte k_0 im Bereich $k_0 = [0\ldots\infty]$ in der komplexen s-Ebene gefunden werden, müssen die *Amplitudenbedingung* nach Gl. (7.21) und die *Phasenbedingung* nach Gl. (7.22) immer erfüllt sein [30]:

$$k_0 = \frac{1}{|G_{k0}|} = \frac{|s|\,|(s-p_1)|\,|(s-p_2)|\,|(s-p_3)|\,|(s-p_4)|}{|(s-z_I)|\,|(s-z_1)|\,|(s-z_2)|\,|(s-z_3)|} \qquad (7.21)$$

$$\arg(s-z_I) + \sum_{m=1}^{3} \arg(s-z_m) - \sum_{n=1}^{4} \arg(s-p_n) = \pm\pi(2k+1) \qquad (7.22)$$

mit $k = 1,2,3,\ldots$

Die gefundenen Lösungen von Gl. (7.20) beschreiben gerade den Verlauf der WOK. Diese Wurzeln $p_{1C,\ldots,4C}$ lassen sich zum Beispiel in MATLAB mit den Befehlen *root* bzw. *rlocus* einfach bestimmen und sind in Figur 7.4 als Kurvenlinien – eben als **W**urzel**o**rts**k**urven (WOK) – eingezeichnet. Um solche geeigneten Wurzeln zu finden, müssen zuerst sinnvolle Werte für die Nullstelle z_I des I-Reglers gemäss Abschnitt 7.2.2 festgelegt werden. Der Verstärkungsfaktor k_0 ergibt sich dann direkt aus der Amplitudenbedingung in Gl. (7.21). Das Ziel ist, ein geeignetes Wertepaar $\{z_I,k_0\}$ bzw. $\{k_P,k_I\}$ für den PI-Regler zu finden (Figur 7.4). Die gewählten Parameter sind in der Beschriftung von Figur 7.4 angegeben.

Der P- und I-Verstärkungsanteil des PI-Reglers G_R lauten also allgemein:

$$k_P = k_0 \cdot \frac{e_4}{b_3} \qquad\qquad k_I = -z_I \cdot k_P \tag{7.23}$$

Somit ist der PI-Regler eindeutig bestimmt.

Vom Prinzip her könnten natürlich beim WOK-Verfahren mehrere unerwünschte Pole von G_0 durch Hinzufügen von identischen Nullstellen kompensiert und gezielt neue konjugiert komplexe Pole $p_{C1,2} = -D_C\omega_{0C} \pm j\omega_{0C}\sqrt{1-D_C}$ als dominierende Polpaare mit grossen Zeitkonstanten und definierter Dämpfung D_C in der s-Ebene plaziert werden. Da aber bei dieser Reglerauslegung bereits zu Beginn ein PI-Regler vorausgesetzt wurde, kommt durch den Integrator des I-Anteils nur ein dominanter reeller Pol p_I hinzu, so dass das System anstatt ein Führungsverhalten mit dominierend zweiter Ordnung ein solches mit dominierend erster Ordnung mit der Zeitkonstante $T_C = -1/p_{IC} = 1.69ms$ aufweist.

7.3 Regelung mit entkoppeltem Streckenmodell

Bei dieser Methode soll die komplexe Regelstrecke zwischen der Stellgrösse $\underline{I}_{GR}$ und der Regelgrösse $\underline{I}_N$ gemäss Figur 7.1 durch Vorsteuerung

- erstens in Bezug auf Querbeeinflussungen zwischen d- und q-Komponenten entkoppelt und
- zweitens von der Speichergrösse $\underline{U}_C$ unabhängig gemacht

werden. Das heisst, dass in den Gl. (7.6) ÷ (7.7) alle j-Terme durch ein sogenanntes Entkopplungsnetzwerk eliminiert werden sollen. Dadurch werden Kreuzkopplungen zwischen d- und q-Termen vermieden. Durch diese Mass-

nahme wird eine Reduzierung der Streckenordnung erreicht. Da nun die ÜTF $\underline{G}_{IGR \to IN} = G_b - jG_c$ gemäss Gl. (7.9) ÷ (7.10) von Interesse ist, wird die Netzspannung U_N bei dieser Betrachtung ignoriert. Es gilt:

$$
\begin{aligned}
s\underline{I}_N\big|_{U_N=0} &= -j\omega_N\left(\underline{I}_N + \frac{\underline{U}_C}{R}\right) - s\frac{\underline{U}_C}{R} - \frac{\underline{U}_C}{L} \\
&= -j\omega_N\left(\underline{I}_N + \frac{\underline{U}_C}{R}\right) - \frac{1}{R}\underbrace{\left(-j\omega_N \cdot \underline{U}_C + \frac{1}{C}\cdot(\underline{I}_N - \underline{I}_{GR})\right)}_{= s\underline{U}_C} - \frac{\underline{U}_C}{L} \\
&= -j\omega_N \cdot \underline{I}_N \cdot \left(1 + \frac{1}{j\omega_N RC}\right) + \frac{1}{RC}\cdot \underline{I}_{GR} - \frac{\underline{U}_C}{L} \\
&= -\frac{1}{RC}\cdot \underline{I}_N + \frac{1}{RC}\cdot \underline{I}_{GR} - \frac{\underline{U}_C}{L} + -j\omega_N \cdot \underline{I}_N
\end{aligned}
\tag{7.24}
$$

Um die zwei zu Beginn dieses Unterkapitels formulierten Punkte zu erfüllen, muss zur Entkopplung in Gl. (7.24) der Term $j\omega_N \underline{I}_N$ durch Vorsteuerung kompensiert und die Kapazitäts- bzw. GR-Eingangsspannung $\underline{U}_C$ durch Messung derselben aus der Übertragung eliminiert werden. Die modifizierte Stellgrösse

$$
\underline{I}_{GRe} = \underline{I}_{GR} - \left(\frac{RC}{L}\cdot \underline{U}_C + j\omega_N RC \cdot \underline{I}_N\right) \tag{7.25}
$$

sieht am Eingang der Regelstrecke unter der Voraussetzung einer perfekten Entkopplung eine ÜTF erster Ordnung:

$$
\underline{I}_N\big|_{U_N=0} = \underline{G}_{IGRe \to IN} \cdot \underline{I}_{GRe} = \frac{1}{1 + sRC}\cdot \underline{I}_{GRe} \tag{7.26}
$$

Die ÜTF des offenen Regelkreises G_0 mit der Strecke $G_S = \underline{G}_{IGRe \to IN}$ soll dabei Integralform mit der wählbaren Zeitkonstante T_0 aufweisen, damit der geschlossene Regelkreis G_C das Verhalten eines Tiefpasses 1. Ordnung annimmt:

$$
G_0(s) = \frac{1}{sT_0} = \underline{G}_R \cdot \underline{G}_{IGRe \to IN} = \frac{sk_P + k_I}{s}\cdot \frac{1}{1 + sRC} \tag{7.27}
$$

Für das Führungsverhalten G_C folgt aus der Gl. (7.19):

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + sT_0} \tag{7.28}$$

Es genügt also, einen einzigen Pol $s_{1C} = -1/T_0$ in der linken s-Halbebene zu plazieren, um daraus die Reglerkoeffizienten k_P und k_I zu bestimmen. Diese berechnen sich mittels Koeffizientenvergleich mit Gl. (7.27) wie folgt:

$$k_P = RC/T_0 \qquad k_I = 1/T_0 \tag{7.29}$$

7.4 Bedingungen für die Netzstromregelung

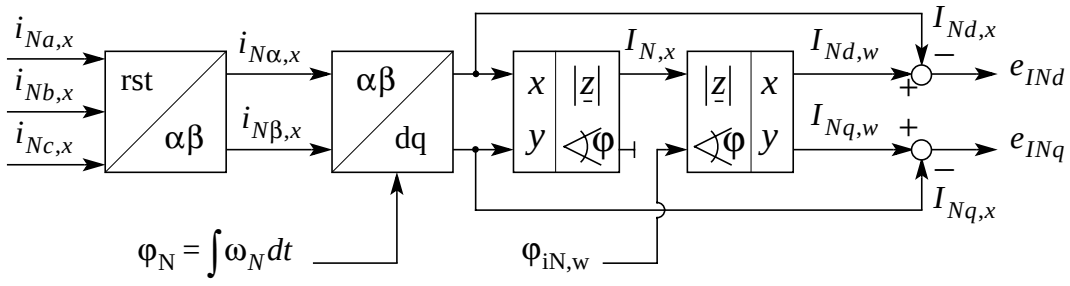
Zur Regelung des Netzstromes $\underline{I}_N$ muss dem Regler ein geeigneter Sollwert $\underline{I}_{N,w} = I_{Nd,w} + jI_{Nq,w}$ vorgegeben werden. Abschnitt 7.4.1 zeigt jedoch dazu, dass der Netzstrom an die Leistungsbilanz des Systems gebunden ist und nicht beliebig einstellbar ist. Abschnitt 7.4.2 legt den Zusammenhang zwischen einer minimal notwendigen Lastwirkstrom-**G**rund**s**chwingungs-(GS)-Amplitude $I_{L,wirk,min}$ und einem speziell gewünschten Netz-Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_N = \varphi_{uN0} - \varphi_{iN0} = -\varphi_{iN0}$ zwischen Netzspannungszeiger $\underline{U}_N = U_N$ und Netzstromzeiger $\underline{I}_N$ dar.

7.4.1 Sollwertbildung für den Netzstrom

Bisher wurde in diesem Kapitel davon ausgegangen, dass die Sollwerte $I_{Nd,w}$ bzw. $I_{Nq,w}$ der Netzstromkomponenten bekannt seien (siehe Figur 7.2). Dies stimmt aber nur indirekt, da der Netzstrom von der momentanen Belastung der ASM und somit von der momentanen Leistung abhängt. Obwohl aus der Leistungsbilanz in Gl. (5.72) für die Strom-Konversion – wie auch für die Spannungs-Konversion – genau der analoge Zusammenhang zwischen angelegtem Laststrom $i_{Lx,y,z}$ und erzeugtem GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ folgt, sind letztere stark von der Leistungsaufnahme der ASM abhängig, wohingegen die angelegte GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ – vom Einfluss des dazwischenliegenden Eingangsfilters abgesehen – der festen Netzspannung $u_{Na,b,c0}$, sei es im Motor- oder Generatorbetrieb immer sehr ähnlich bleibt. Was für die Spannungs-Konversion gilt (Gl. (5.70)), trifft nach demselben formalen Zusammenhang für die GS-Amplituden auch auf die Strom-Konversion zu, wobei m der Modulationsgrad des ZMK darstellt:

$$I_{GR} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m \cdot I_L \cdot \cos(\Delta\varphi_L) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m \cdot I_{L,wirk} \tag{7.30}$$

Der erzeugte GR-Eingangsstrom $\underline{I}_{GR}$ mit der GS-Amplitude I_{GR} in Gl. (7.30) und zugehörigem Phasenwinkel φ_{iGR} führt dann nach der Filterung auf einen Netzstromzeiger $\underline{I}_N$, dessen Amplitude I_N und Phasenlage φ_{iN0} indirekt ebenfalls von der Last abhängen. Durch Messung (Index x) der Dreiphasenwerte $i_{Na,b,c,x}$ kann mit Hilfe der Dreiphasen-Drehzeiger-Zeiger-Transformation (Anhang A) auf die aktuelle Amplitude $I_{N,x}$ und die Phasenlage $\varphi_{iN0,x}$ geschlossen werden. Dieser Sachverhalt ist in Figur 7.5 dargestellt:



Figur 7.5: Erzeugung der d- und q-Sollwerte $I_{Nd,w}$ bzw. $I_{Nq,w}$ für den Netzstromzeiger $\underline{I}_N$: Dabei wird die GS-Amplitude $I_{N,x}$ gemessen. Nur der Phasenwinkel $\varphi_{iN0,w}$ wird als Sollwert gewählt.

Aus Figur 7.5 geht klar hervor, dass der Sollwert $I_{N,w}$ der Netzstrom-(GS)-Amplitude nicht frei wählbar ist, da der Netzstrom belastungsabhängig ist. Nur der Soll-Phasenwinkel $\varphi_{iN0,w}$ bezüglich der festen Netzspannung[2] U_N kann im Grunde genommen frei vorgegeben werden. Ob und wann allerdings diese Sollwerte $\varphi_{iN0,w}$ für die Netzstrom-Phasenlage vom Regler überhaupt eingestellt werden können, wird im nächsten Abschnitt besprochen.

Die beiden Regelfehler $e_{INd,q}$ als resultierende Differenz zwischen Soll- und Istwerte des Netzstromes $\underline{I}_N$ werden auf zwei in Figur 7.5 rechts nicht mehr dargestellte PI-Regler gegeben. Der eine PI-Regler davon gehört zum d-Pfad, der andere zum q-Pfad.

7.4.2 Minimaler Lastwirkstrom zur cos($\Delta\varphi_N$)-Einstellung

Der in der Einleitung dieses Unterkapitels erwähnte Zusammenhang zwischen dem auf der Netzseite gewünschten Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_N = -\varphi_{iN0}$ und der dafür nötigen minimalen Lastwirkstrom-GS-Ampli-

2) Zur Bestimmung des netzseitigen Transformationswinkels $\varphi_N = \int \omega_N dt$ in Figur 7.5 wird ein PLL (***P**hase **L**ocked **L**oop*) eingesetzt, auf den in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll.

tude $I_{L,wirk,min}$ soll nun hergeleitet werden. Dafür wird von den Gl. (7.11) ÷ (7.12) in Tafel 7.1 ausgegangen, um diese nach den GR-Eingangsstromkomponenten $I_{GRd,q}$ aufzulösen. Da im Hinblick auf stationäre Verhältnisse die s-Terme in den Übertragungsfunktionen der Zeigergleichungen keinen Beitrag liefern ($s = 0$), bleiben nur noch die Koeffizienten a_0, b_0, c_0, d_0 und e_0 gemäss Gl. (7.13) in den reellen Komponenten $G_{a,b,c,d}(\omega)$ für die Frequenzgänge übrig (siehe Gl. (7.33)). Die Auflösung nach $I_{GRd,q}$ ergibt nach einer Zwischenrechnung:

$$I_{GRd} = \frac{U_N}{R} \cdot G_V + I_{Nd} \cdot G_X - I_{Nq} \cdot G_Y \tag{7.31}$$

$$I_{GRq} = -\frac{U_N}{R} \cdot G_Z + I_{Nd} \cdot G_Y + I_{Nq} \cdot G_X \tag{7.32}$$

$$\text{mit} \quad G_V = \frac{G_c G_d - G_a G_b}{G_b^2 + G_c^2} = 0, \quad G_X = \frac{G_b}{G_b^2 + G_c^2} = \frac{b_0}{b_0^2 + c_0^2} \tag{7.33}$$

$$G_Y = \frac{G_c}{G_b^2 + G_c^2} = \frac{c_0}{b_0^2 + c_0^2}, \quad G_Z = \frac{G_a G_c + G_b G_d}{G_b^2 + G_c^2} = \frac{a_0 c_0 + b_0 d_0}{b_0^2 + c_0^2}$$

Es ist nun möglich, durch Einsetzen der Gl. (7.31) ÷ (7.32) in Gl. (7.30) einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen der momentanen Lastwirkstrom-GS-Amplitude $I_{L,wirk} = I_L \cdot \cos(\Delta\varphi_L)$ (mit $\Delta\varphi_L = \varphi_{uL0} - \varphi_{iL0}$) und dem resultierenden Netzstromzeiger $\underline{I}_N = I_{Nd} + j\, I_{Nq}$ herzustellen:

$$I_{GR} = \sqrt{I_{GRd}^2 + I_{GRq}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m \cdot I_L \cdot \cos(\Delta\varphi_L)$$

$$= \sqrt{(I_{Nd} \cdot G_X - I_{Nq} \cdot G_Y)^2 + (I_{Nd} \cdot G_Y + I_{Nq} \cdot G_X - U_N/R \cdot G_Z)^2} \tag{7.34}$$

Benutzt man für Gl. (7.34) die Zusammenhänge $I_{Nd} = I_N \cdot \cos(\varphi_{iN0})$ bzw. $I_{Nq} = I_N \cdot \sin(\varphi_{iN0})$ zur Polar-Darstellung des Netzstromes $\underline{I}_N$, so ergibt sich nach anschliessendem Ausmultiplizieren und Quadrierung von Gl. (7.34) folgende quadratische Gleichung für die Netzstrom-GS-Amplitude I_N:

$$I_N^2 \cdot a + I_N \cdot b + c = 0 \tag{7.35}$$

$$\text{mit } a = (G_X^2 + G_Y^2),\ b = \frac{2U_N}{R} \cdot G_Z \cdot (G_X \cdot \sin(\varphi_{iN0}) - G_Y \cdot \cos(\varphi_{iN0})),$$

$$c = U_N^2 / R^2 \cdot G_Z^2 - \frac{3}{4} \cdot m^2 \cdot I_{L,wirk}^2 \tag{7.36}$$

Die zwei möglichen Lösungen $I_{N1,2}$ der Gl. (7.35) lauten allgemein:

$$I_{N1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{7.37}$$

Um reelle und somit auch der Wirklichkeit entsprechende Werte für $I_{N1,2}$ zu garantieren, muss die Diskriminante $(b^2 - 4ac)$ in Gl. (7.37) immer positiv sein. Nach Einsetzen der Koeffizienten a, b und c von Gl. (7.36) in Gl. (7.37) ergibt sich damit mit der Bedingung $(b^2 - 4ac) \geq 0$ unter Berücksichtigung der Beziehung für den Netz-Phasenverschiebungswinkel

$$\Delta\varphi_N = \varphi_{uN0} - \varphi_{iN0} = -\varphi_{iN0} \qquad (\text{mit } \varphi_{uN0} = 0°) \tag{7.38}$$

die Ungleichung für die Amplitude der Lastwirkstrom-GS $I_{L,wirk}$ in Gl. (7.39), bei der nur die positive Lösung gezeigt ist. Dabei handelt es sich um die sogenannte ***Lastwirkstrom-Bedingung***. Die positive Lösung für den Lastwirkstrom $I_{L,wirk}$ entspricht nämlich dem Motorbetrieb, während die negative Lösung den Generatorbetrieb darstellt.

$$I_{L,wirk} \geq \frac{2}{\sqrt{3}} U_N \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{G_Z \cdot (G_X \cdot \cos(\Delta\varphi_N) + G_Y \cdot \sin(\Delta\varphi_N))}{R \cdot \sqrt{G_X^2 + G_Y^2}}$$

$$= I_{L,wirk,min} \tag{7.39}$$

Die Gleichung (7.39) lässt sich so interpretieren: Um den gewünschten Netz-Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_N$ einstellen zu können, muss auf der Lastseite – bei Vernachlässigung der Umrichterverluste – mindestens ein entsprechender stationärer Lastwirkstrom $I_{L,wirk,min} = I_{L,min} \cdot \cos(\Delta\varphi_L)$ mit einer minimalen GS-Amplitude $I_{L,min}$ fliessen.

Der wohl häufigste Wunsch besteht darin, einen reinen Wirkstrom $I_{N,wirk}$ aus dem Netz beziehen zu wollen, so dass also $I_{N,wirk} = I_{Nd} = I_N \cdot \cos(-\Delta\varphi_N)$ mit $\Delta\varphi_N = 0°$ gelten soll. Für diesen Fall vereinfacht sich das Resultat für die minimale Lastwirkstrom-GS-Amplitude $I_{L,wirk,min}$:

$$I_{L,wirk,min}\Big|_{(\Delta\varphi_N = 0)} = \frac{2}{\sqrt{3}} U_N \cdot \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot \frac{G_Z \cdot G_X}{R \cdot \sqrt{G_X^2 + G_Y^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} U_N \cdot \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot \frac{b_0 \cdot (a_0 c_0 \cdot b_0 d_0)}{R \cdot (b_0^2 + c_0^2) \cdot e_0} \qquad (7.40)$$

Es lässt sich zeigen, dass bei Annahme eines verlustlosen LC-Filters am GR-Eingang, d.h. für den Spezialfall eines vernachlässigbaren Dämpfungswiderstandes R $(R \to \infty)$ gemäss Figur 6.1 unter Berücksichtigung der Koeffizienten Gl. (7.13) die Gl. (7.40) zu folgendem einfachen Zusammenhang führt:

$$I_{L,wirk,min}\Big|_{(\Delta\varphi_N = 0),\,(R \to \infty)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\omega_N C U_N}{\mathrm{m}} \qquad (7.41)$$

Die Interpretation der Gl. (7.41) fällt mit Blick auf die Gl. (7.34) leicht: Zur Erzeugung eines rein ohmschen Netzstromes $\underline{I}_N = I_{Nd}$ muss die minimale GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude $I_{GR,min} = \omega_N C U_N$ gerade so gross sein wie der vom ZMK unabhängige Blindstrom $\left|\underline{I}_C\right| = I_C = \left|j\omega C U_N\right|$ durch die Filterkapazität $C = C_F$. Dies leuchtet ein, da eine Kompensation des Stromes $\underline{I}_C = I_{C,blind}$ erst durch einen ebenso grossen gegenphasigen GR-Blindstrom $I_{GR,blind} = -I_{C,blind} = -j\omega C U_N$ möglich ist. Je kleiner die Filterkondensatoren C ausgelegt werden, desto eher kann die Forderung $\cos(\Delta\varphi_N) = 1$ auch bei tieferer Laststrom-GS-Amplitude $I_{L,wirk,min}$ erfüllt werden, deren Grösse proportional zu C ist. Ein numerischer Vergleich – basierend auf den Filterwerten in Kapitel 6 – zeigt, dass für einen Sollwert $\varphi_{iN0,w} = 0°$ bzw. $\Delta\varphi_{N,w} = 0°$ Gl. (7.40) und Gl. (7.41) auf ca. $150nA$ genau dasselbe Resultat liefern, so dass der Widerstand R – zumindest für den Fall $\Delta\varphi_{N,w} = 0°$ – völlig vernachlässigbar ist.

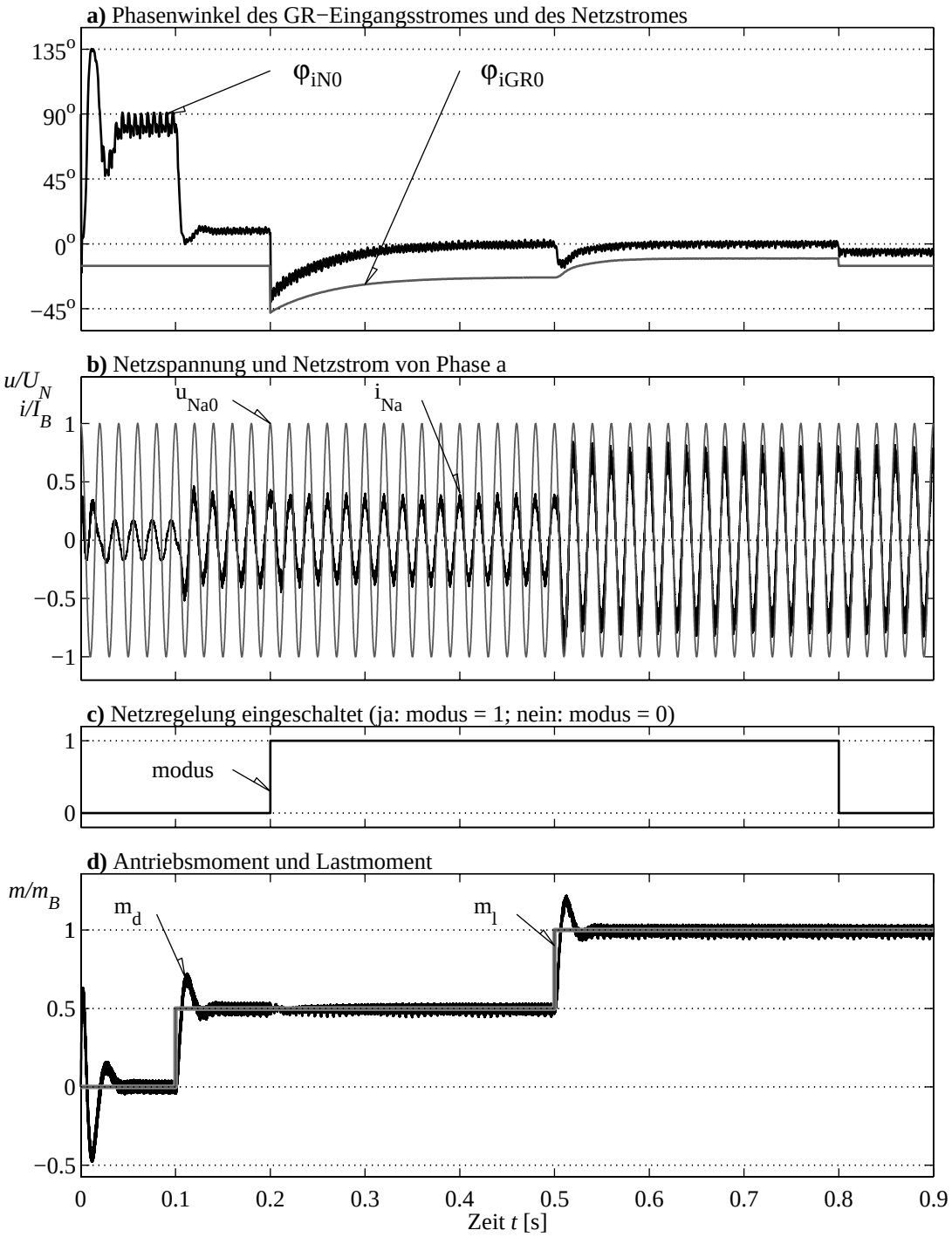
Aus den Gl. (7.39) ÷ (7.41) geht klar hervor, dass die Einstellung eines gewünschten $\cos(\Delta\varphi_{N,w})$ mittels einer Regelung nur dann möglich ist, sofern die Last einen minimalen Wirkstrom $I_{L,wirk,min}$ bezieht bzw. abgibt. Aus diesem Grund muss die entsprechende Lastwirkstrom-Bedingung Gl. (7.39) während des Betriebs laufend von einer Logik überprüft werden, so dass die Regelung nur bei Einhalten dieser Bedingung aktiviert wird.

7.5 Simulation

Zum Schluss dieses Kapitels wird in Figur 7.6 eine unter SIMULINK durchgeführte Computer-Simulation für die Netz-cos($\Delta\varphi_N$)-Regelung vorgestellt. Zu Beginn sei die ASM in Leerlauf betrieben bis zur Zeit $t = 0.1s$. Während dieser Zeit ist eine Ausregelung des Netz-cos($\Delta\varphi_N$) auf den in diesem Beispiel gewünschten Wert von $\Delta\varphi_N = -\varphi_{iN0} = 0°$ unmöglich, da die GR-Eingangsstrom-GS-Amplitude I_{GR} bei Leerlauf – abgesehen von den Verlusten – praktisch verschwindet. Um die Einstellung von $\cos(\Delta\varphi_N) = 1$ zu erreichen, muss der Blindanteil $I_{C,blind}$ des kapazitiven GS-Stromes durch die Kondensatoren C gerade durch einen entgegengesetzt gerichteten GS-Zeiger $I_{GR,blind}$ am GR-Eingang kompensiert werden. Dies verlangt neben einer nicht verschwindenden GS-Amplitude für den GR-Eingangsstrom den in Unterkapitel 7.4 berechneten minimalen Lastwirkstrom $I_{L,wirk,min}$.
Während der Zeit, bei der die Regelung aktiv ist ($0.2s \le t \le 0.8s$), wird als Sollwert des Netz-Phasenverschiebungswinkels $\Delta\varphi_{N,w} = 0°$ vorgegeben. Bei $t < 0.2s$ und $t > 0.8s$ sei der Phasenwinkel φ_{iGR0} des GR-Eingangsstromzeigers $\underline{I}_{GR}$ auf einen bestimmten, realistischen Wert festgesetzt.
Wird die minimal notwendige Lastwirkstrom-GS-Amplitude $I_{L,wirk,min}$ nicht erreicht, so kann zumindest durch eine geeignete Steuerung versucht werden, durch die variable Vorgabe des GR-Eingangsstromphasenwinkels φ_{iGR0} die Blindleistung auf der GR-Eingangsseite zu minimieren – bei dem Fall, bei dem beispielsweise eine reine Wirkleistungsaufnahme des Netzes, d.h. $\Delta\varphi_N = 0°$ gewünscht wird.

Im netzseitig geregelten Betrieb stellt also der Phasenwinkel $\varphi_{iGR0,u}$ die eigentliche Stellgrösse (Index u) dar, mit der über das dazwischenliegende LC-Filter auf die Führungsgrösse $\Delta\varphi_{N,w} = \varphi_{iN0,w}$ – ebenfalls ein Phasenwinkel – eingewirkt werden kann.

Während der Zeit $0.2s \le t \le 0.8s$, in der die Regelung aktiv ist, fällt auf, dass je höher das angelegte Lastdrehmoment m_l wird (man beachte die Verdoppelung bei $t = 0.5s$), desto höher wird der mittlere Leistungsfluss P und desto besser lässt sich dadurch der gewünschte cos($\Delta\varphi_{N,w}$) einstellen, weil dadurch die Lastwirkstrom-GS-Amplitude $I_{L,wirk}$ zunimmt und deshalb die Blindstromkompensation einfacher gelingt (vergleiche Gl. (7.41)). Die ASM werde im gezeigten Beispiel unabhängig vom angelegten Lastdrehmoment m_l immer auf konstante Drehzahl n geregelt ($\rightarrow P \sim m_{d,l}$).



Figur 7.6: Aktivierung des Netz-cos($\Delta\varphi_N$)-Reglers während $0.2s \le t \le 0.8s$ mit dem Sollwert $\Delta\varphi_{N,w} = -\varphi_{iN0,w} = 0°$ **(a)**,**(c)**; Phasenwinkel φ_{iN0} bzw. φ_{iGR0} von Netzstrom und GR-Eingangsstrom **(a)**; Netzgrössen u_{Na0} und i_{Na} in Phase a **(b)**; Antriebsdrehmoment m_d und Lastdrehmoment m_l **(d)**; Parameter: Taktfrequenz $f_T = 8kHz$, Ausgangsfrequenz $f_L \approx 25Hz$ mit der *ud,min*-Modulationsmethode.

7.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird die Regelung des Netzstromes besprochen. Zuerst wird erklärt, in welcher Weise der vom **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) auf der Netzseite aufgeprägte dreiphasige GR-Eingangsstrom als Stellgrösse und die vorhandene Netzspannung als Störgrösse den gefilterten Netzstrom zusammen beeinflussen. Dieser Netzstrom soll nach einem vorgegebenen Sollwert eingestellt werden können. Der analytische Zusammenhang im Frequenzbereich zwischen aufgeprägtem GR-Eingangsstrom und erzeugtem Netzstrom ist in Tafel 7.1 im kartesischen d,q-Koordinatensystem auf der Zeigerebene dargestellt. Analog zeigt Tafel 7.2 die Wirkung des GR-Eingangsstromes auf die Kapazitätsspannung, die dem ZMK als Eingangsspannung zur Verfügung steht.

Ohne sich vorerst Gedanken über eine geeignete Sollwertvorgabe für den Netzstrom zu machen, wird als eine von zwei vorgestellten Varianten ein Reglerauslegungsverfahren eingesetzt, mit dem die Pole des geschlossenen Regelkreises beeinflusst werden können. Es handelt es sich dabei um das sogenannte **W**urzel**o**rts**k**urvenverfahren (WOK-Verfahren), bei dem die Dynamik des Führungsverhaltens sich durch bewusste Plazierung der Pole des geschlossenen Regelkreises einstellen lässt. Da ein PI-Regler vorausgesetzt wird, kann durch Vorgabe einer (einfachen) Nullstelle in der linken s-Halbebene ein zusätzlicher dominanter reeller Pol für den geschlossenen Regelkreis vorgegeben werden.

Als Alternative zum WOK-Verfahren besteht die Möglichkeit, durch vorgängige Entkopplung der Regelstrecke deren Ordnungsgrad von vier auf eins zu reduzieren. Dies führt zu einer starken Vereinfachung der Regelstrecke, indem nur noch gerade ein einziger Pol in der linken s-Halbebene plaziert werden muss, um das Führungsverhalten festzulegen.

Beide vorgestellten Reglerauslegungsverfahren erlauben die eindeutige Bestimmung der Reglerkoeffizienten in Abhängigkeit der gemachten Spezifikationen.

Anschliessend an die Reglerauslegungsverfahren wird gezeigt, dass nur der Phasenwinkel-Sollwert $\varphi_{iN0,w}$ des Netzstromes, nicht aber dessen GS-Amplitude I_N direkt vorgegeben werden darf. Die Leistungsbilanz sorgt von selber für die entsprechende Grösse der Netzstrom-GS-Amplitude. Eine weitere Untersuchung zeigt, dass ein minimaler Lastwirkstrom nötig ist, um einen gewünschten $\cos(\varphi_{iN0,w})$-Wert auf der Netzseite einstellen zu können. Dies erscheint vor allem im Hinblick auf die Einstellung eines rein ohmschen

Netzstromes einleuchtend, da in einem solchen Fall der kapazitive Leerlaufblindstrom des Filters zuerst vom GR durch einen gleich grossen Blindstrom kompensiert werden muss, bevor dieser überhaupt eine Wirkkomponente erzeugen kann. Dies bedingt einen minimalen Laststrom auf der Lastseite. Wird dieser unterschritten, so ist eine gewünschte Sollwerteinstellung für den Netz-Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi_N$ nicht mehr möglich.

Ein Simulationsresultat in Figur 7.6 anhand eines konkreten Beispiels rundet das vorliegende Kapitel ab. Daraus geht hervor, wie der Netz-cos($\Delta\varphi_N$)-Regler unter genügend grossen Lastverhältnissen in der Lage ist, den Istwert $\Delta\varphi_{N,x}$ des Netzphasenwinkels auf Null auszuregeln.

8 Laboranlage

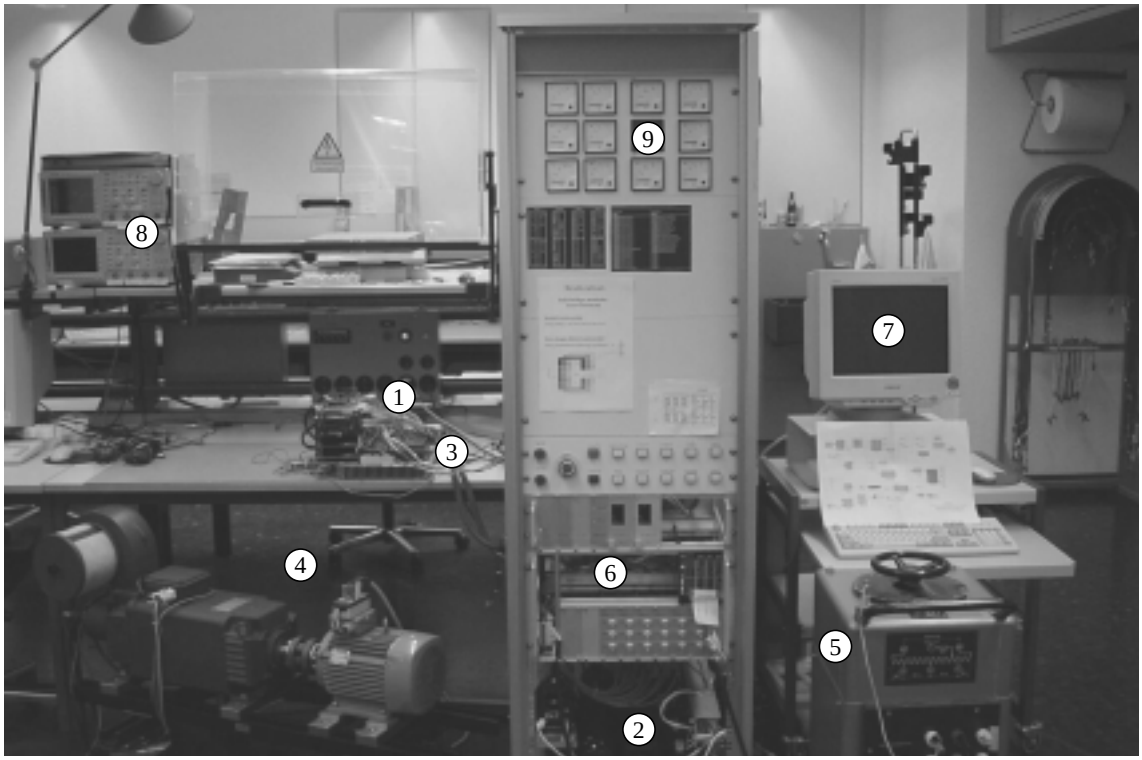
In diesem Kapitel wird die realisierte Laboranlage mit dem aufgebauten **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) beschrieben. Der Zweck der Anlage bestand in erster Linie darin, den erfolgreichen Betrieb des aufgebauten ZMK anhand eines Prototyps zu demonstrieren.

In Unterkapitel 8.1 werden die einzelnen Bestandteile des *Hardware*-Aufbaus vorgestellt und deren Funktion erläutert. Auf die Beschreibung des Zusammenspiels zwischen den verschiedenen Bestandteilen wird dann in Unterkapitel 8.2 eingegangen. Schliesslich zeigt Unterkapitel 8.3 die Messresultate für einen stationären Betriebspunkt des Systems. Dabei werden auch die Spektren der erzeugten Wechselgrössen untersucht, um Aussagen über die Qualität des implementierten Modulationsverfahrens machen zu können. Die Messungen liefern den Beweis, dass dank eines "niederinduktiven" *und* "niederkapazitiven" *Sandwich*-Aufbaus gepulste Spannungen *und* Ströme im (fast) speicherlosen Zwischenkreis gleichzeitig bewältigt werden können. Zum Schluss wird ein Ausschaltvorgang der Anlage gezeigt, bei dem dank einer speziellen "Abschalt"-Strategie im Gegensatz zur konventionellen Impulssperre keine Überspannungen über den Halbleitern auftreten.

8.1 Bestandteile der Laboranlage

Dieses Unterkapitel widmet sich der Beschreibung der einzelnen *Hardware*-Bestandteile. Figur 8.1 dient dabei als Übersichtsbild mit einer fotografischen Abbildung, wo die wesentlichen Bestandteile der Laboranlage sichtbar sind. Die Laboranlage setzt sich grob aus neun Bestandteilen zusammen:

- ① **Z**weistufiger **M**atrix**k**onverter (ZMK) mit *"Full Silicon" Design*
- ② Netzfilterdrosseln mit parallelen Dämpfungswiderständen
- ③ Netzfilterkapazitäten
- ④ Maschinengruppe (ASM und GM)
- ⑤ Netzseitiger Regeltransformator (englische Abkürzung: *"variac"*)
- ⑥ Schaltsignalkarte, Messkarten und SPS
- ⑦ ***P**ersonal **C**omputer* (PC) mit dSPACE
- ⑧ Digitales **K**athodenstrahl-**O**szilloskop (KO)
- ⑨ Analoge Anzeigetafel am Laborturm

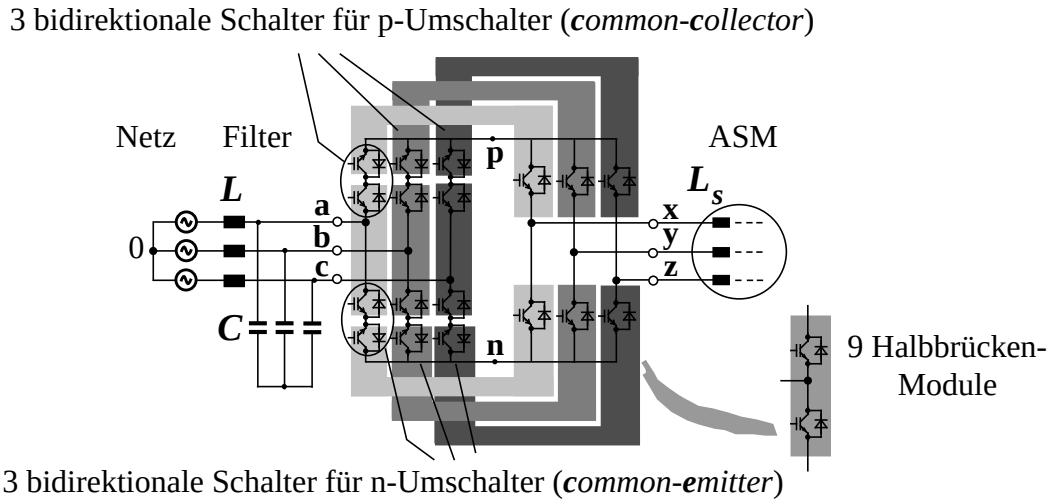


Figur 8.1: Foto der Laboranlage zur Ansteuerung des zweistufigen MK.

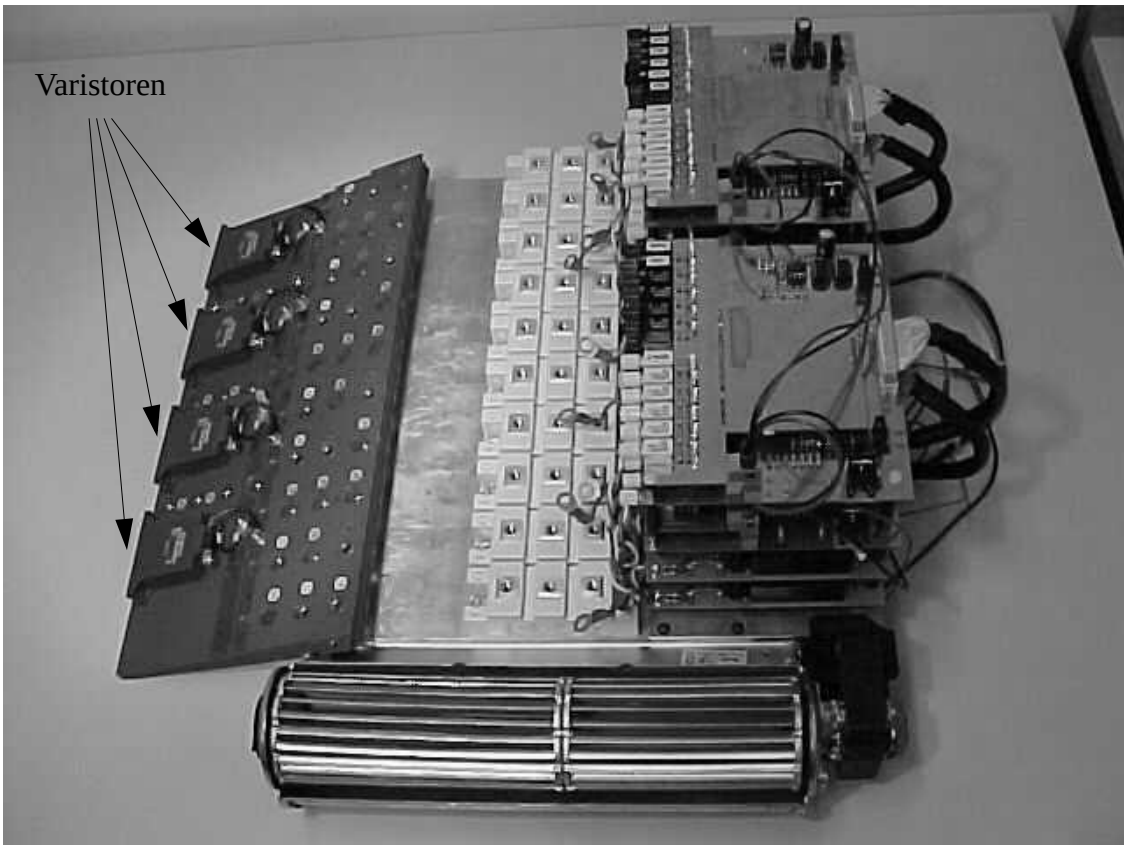
① Zweistufiger Matrixkonverter (ZMK) mit *"Full Silicon" Design*

Der ZMK wurde gemäss der Darstellung in Figur 8.2 bzw. in Figur 4.6 nach dem Vorbild von GR-Typ B (Kapitel 4) aufgebaut, bei dem die drei **bi**-**d**irektionalen **S**chalter (BDS) des p-Umschalters nach der *common-collector*-Variante, die drei BDS des n-Umschalters hingegen nach der *common-emitter*-Variante miteinander verschaltet sind [35]. Figur 8.2 zeigt, wie auf diese Weise die einzelnen IGBT-Dioden-Paare in heutzutage überall erhältlichen Halbbrückenmodulen[1] zusammengefasst werden können, was beim einstufigen MK nicht möglich ist. Dabei fällt auf, dass ein IGBT-Dioden-Paar des WR zusammen mit einem solchen des GR jeweils durch ein Halbbrückenmodul nachgebildet werden kann, obwohl beide Paare zu unterschiedlichen Teilstromrichtern gehören. Daraus ergibt sich eine ringförmige Verschaltung der insgesamt neun Module. Figur 8.3 zeigt die Realisierung des ZMK, der einerseits aus fünf gegeneinander isolierten Kupferplatten (Einzelteile siehe Figur 8.4) und andererseits aus der notwendigen Leistungselektronik mit zehn Halbbrückenmodulen und der Ansteuerelektronik mit *Gate*-Treibern besteht. Das zehnte Modul ermöglicht eine kurzzeitige Energieaufnahme durch den in Figur 8.6 abgebildeten Bremswiderstand R_B.

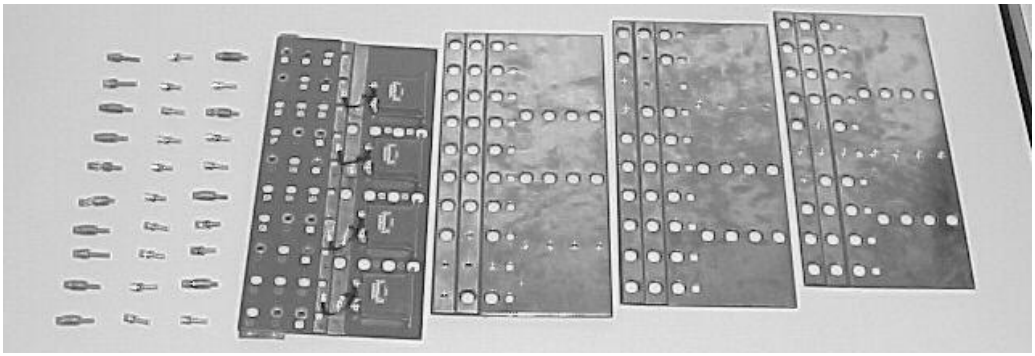
1) Typ BSM 50 GB 170 DN2 *IGBT Power Module* der Firma eupec



Figur 8.2: Paarweise Zusammenfassung der Halbleiter in Halbbrückenmodulen. Diese werden ringförmig miteinander verbunden. Die **bi**-**d**irektionalen **S**chalter (BDS) setzen sich jeweils aus zwei IGBT-Dioden-Paaren aus unterschiedlichen Halbbrückenmodulen zusammen.



Figur 8.3: Mechanische Hauptbestandteile des ZMK: Sandwich-Kupferplatten-Konstruktion (links), IGBT-Module (mitte), Ansteuerelektronik (rechts) und Ventilator zur Kühlung (vorne).



Figur 8.4: Zerlegung des ZMK-Sandwichs: drei Kupferplatten (rechts), zwei Kupferschienen (links) für DC-Potentiale p,n mit vier bestückten Varistoren und zahlreichen Schrauben (ganz links).

② Netzfilterdrosseln mit parallelen Dämpfungswiderständen

Zur Glättung des aufgeprägten Netzstromes werden Filterdrosseln mit einer Induktivität von $L_{F,HW} = 7mH$ eingesetzt[2]. Dieser Wert stimmt praktisch mit demjenigen aus der Filterauslegung in Kapitel 6 überein (Tabelle 6.1 a, Seite 278). Die Filterdrosseln nehmen im Vergleich zu den Filterkondensatoren mehr Platz in Anspruch und sind vergleichsweise schwer. Sie sind am Boden des Laborturmes befestigt. Dort befinden sich auch die Dämpfungswiderstände R_{Lp} (siehe Figur 6.1), für die ebenfalls der aus der Simulation stammende abgerundete Wert $R_{F,HW} = 20\Omega$ verwendet wurde.

③ Netzfilterkapazitäten

Die Folienkondensatoren des Eingangsfilters sind unmittelbar unterhalb der untersten Kupferplatte direkt am Sandwich-Aufbau angeschraubt. Sie befinden sich auf einer Platine, bei der sich durch eine wählbare Bestückung mit $1.5\mu F$-Kondensatoren die Kapazitätswerte in einem Bereich zwischen $[0\ldots15\mu F]$ in $1.5\mu F$-Schritten einstellen lassen. Da man mit der Hälfte der Komponenten dem durch Filterauslegung erhaltenen Wert von $7.96\mu F$ gemäss Tabelle 6.1 am nächsten kommt, wurde also $C_{F,HW} = 7.5\mu F$ (in ☆-Schaltung) gewählt. Die Platine liegt links von der Nummer ③ auf Figur 8.1 und ist nicht direkt zu erkennen, da sie zwischen Kupferplatten und Kühlkörper versteckt ist. Diese unmittelbare Nähe zum Umrichter ist notwendig, um die Zuleitungsinduktivitäten am GR-Eingang klein zu halten und bei Schalthandlungen des GR möglichst grosse Stromänderungen di/dt für

2) Der Index HW steht für ***H**ard**w**are*.

den GR-Eingangsstrom $i_{GRa,b,c}$ zu ermöglichen bzw. Überspannungen an den Schaltern zu vermeiden. Trotz grosser räumlicher Trennung von Drosseln (②) und Kondensatoren bilden beide zusammen das LC-Filter.

④ Maschinengruppe (ASM und GM)

Um mit dem ZMK eine induktive Last unter praktisch interessanten Betriebsbedingungen antreiben zu können, wird eine in Dreieck (Δ) geschaltete **As**ynchron**m**aschine (ASM) mit einer Nennleistung von $P_{s,n} = 3kW$ verwendet. Diese ASM ist eigentlich für festen $50Hz$-Betrieb am $230V$-Netz ausgelegt. Durch den zwischen Netz und ASM dazwischengeschalteten ZMK wird nun diese Netzspannung um das Übersetzungsverhältnis $[0\ldots86\%]$ herabgesetzt (Abschnitt 5.1.5, Seite 152), so dass die voll magnetisierte ASM oberhalb von ca. $0.866 \cdot 230V \approx 200V$ im Feldschwächbereich betrieben werden muss[3]. Die ASM ist über eine mechanische Welle mit einer **G**leichstrom**m**aschine (GM) verbunden, mit Hilfe derer der gewünschte Lastbetrieb im System, d.h. Motor-, Generator- oder Leerlaufbetrieb eingestellt werden kann. Diese GM wird von einer – in Figur 8.1 nicht sichtbaren – B6-Gleichrichter-Brückenschaltung gespeist, deren Betrieb über eine bereits vorhandene grafische Schnittstelle eingestellt werden kann.

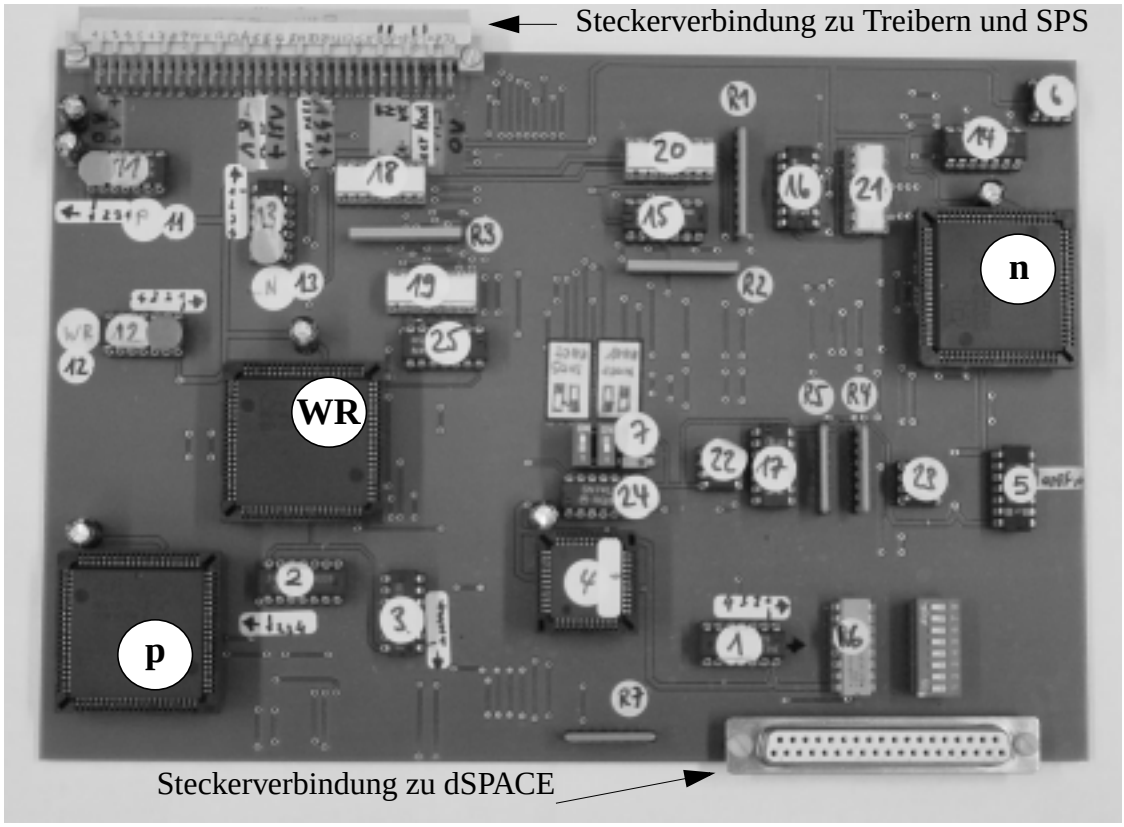
⑤ Netzseitiger Regeltransformator

Mit dem Regeltransformator (*"variac"*) kann die Eingangsspannungsamplitude am Netzanschluss im Bereich $U_N = [0\ldots\sqrt{2} \cdot 230V]$ reguliert werden. Dies begünstigt eine schrittweise Inbetriebnahme der Anlage, bei der eventuelle Überspannungen im System frühzeitig erkannt werden können.

⑥ Schaltsignalkarte, Messkarten und SPS

Die Schaltsignalkarte (Figur 8.5) befindet sich im unteren Teil des Laborturmes unmittelbar unterhalb der **s**peicher**p**rogrammierbaren **S**teuerung (SPS) bzw. links von den Messkarten. Sie bildet den Kern der ganzen Anlage, da sie die von dSPACE (⑦) generierten Schaltbefehle für die p,n - bzw. x,y,z -Umschalter auf die einzelnen Halbleiter unter Berücksichtigung von festgelegten Verriegelungszeiten anpasst. Neben den dafür vorgesehenen drei Logikbausteinen wird ein weiterer Logikbaustein benutzt, der die Anlage vor unerlaubten Schaltzuständen schützt. Dies ist vor allem beim Austesten des in C-Code

3) immer lineare **S**pannungs-**F**requenz-**K**ennlinie (SFK) vorausgesetzt



Figur 8.5: Schaltsignalkarte mit drei MACH435 p,n,WR zur Erzeugung der Halbleiter-Schaltbefehle für den p-Umschalter, den n-Umschalter und den WR, und ein MACH210 zur Korrektur der GR-Modulation bei falschen Schaltbefehlen (Abschnitt 4.4.4).

auf dSPACE (⑦) programmierten Modulators sehr wertvoll, da so auch bei unsinnigen Umschalterbefehlen immer eine positive DC-Spannung u_d im Zwischenkreis aufgeprägt wird (siehe "Verhalten bei falschen Schaltbefehlen", Seite 133). Zudem sorgt die Schaltsignalkarte zusammen mit der SPS als externe Ablaufsteuerung zur Überwachung für einen sicheren Betrieb der Anlage, so dass neben dem stationären Betrieb auch jederzeit ein sicheres Ein- und Ausschalten garantiert werden kann (Abschnitte 8.3.2 und 8.3.3).

⑦ *Personal Computer* (PC) mit dSPACE

Als übergeordnetes System der Anlage kommt ein mit dSPACE ausgerüsteter PC zum Einsatz. Das Kontrollsystem dSPACE stellt als Entwicklungsumgebung ein in sich abgeschlossenes ***D**igital **S**ignal **P**rocessor*-(DSP)-System dar. Es besteht hier aus vier Karten: Einer Prozessorkarte, die mit einem TMSC40 *Floating-Point* Prozessor bestückt ist, einer ***A**nalog/**D**igital*-(AD)-Karte zur Messung von Spannungen und Strömen, einer Inkrementalgeber-

Karte zur Erfassung der mechanischen Drehzahl n sowie einer ***D**igital **W**aveform **O**utput*-(DWO)-Karte, mit der die vom Modulator berechneten digitalen Umschalterbefehle ausgegeben werden. Ein **Vorteil** von dSPACE liegt darin, dass unter geringem Programmieraufwand durch Kompilieren einer SIMULINK-Datei sogleich C-Code erzeugt und auf den Prozessor geladen werden kann. Als **Nachteil** ergibt sich eine beschränkte *Performance* des DSP, die auf eine nicht optimierte Code-Generierung zurückzuführen ist, so dass zusätzliche Rechenoperationen und damit Leistungseinbussen in Kauf genommen werden müssen. Bei der implementierten Lastregelung (Figur 8.11) bestehend aus zwei inneren Laststromreglern und dem äusseren Drehzahl- und Rotorflussregler muss die Regelfrequenz $f_{R,HW} = 2.27kHz$ auf ein Viertel der Taktfrequenz $f_{T,HW} = 9.09kHz = 4f_{R,HW}$ reduziert werden, da die Stellsignale bei der vorhandenen Rechenkomplexität nur nach jeder vierten Taktperiode T_T rechnerisch aktualisiert werden können. Dabei wurde die Taktfrequenz $f_{T,HW}$ möglichst gross gewählt.

⑧ Digitales Kathodenstrahl-Oszilloskop (KO)

Mit bis zu drei digitalen KO mit jeweils vier Eingängen können sowohl die über die Messkarten erfassten Signale wie auch über Differentialsonden gemessene Grössen angezeigt und als Datenvektoren abgespeichert werden. Diese Daten können dann über eine GPIB-Schnittstelle vom KO zum PC hin übertragen und in ein von MATLAB lesbares Format umgewandelt werden. Da bis zwölf Signale gleichzeitig gemessen werden, sind die drei KO zur synchronen Abtastung an einem externen Impulsgenerator angeschlossen.

⑨ Analoge Anzeigetafel am Laborturm

Die Anzeigetafel zeigt die dreiphasigen Netzspannungen und die gefilterten Netzströme, die zwei mittleren DC-Spannungen an den DC-Klemmen p,n sowie die gemittelten dreiphasigen Lastströme mit analogen Zeigern an.

8.2 Zusammenspiel der Bestandteile

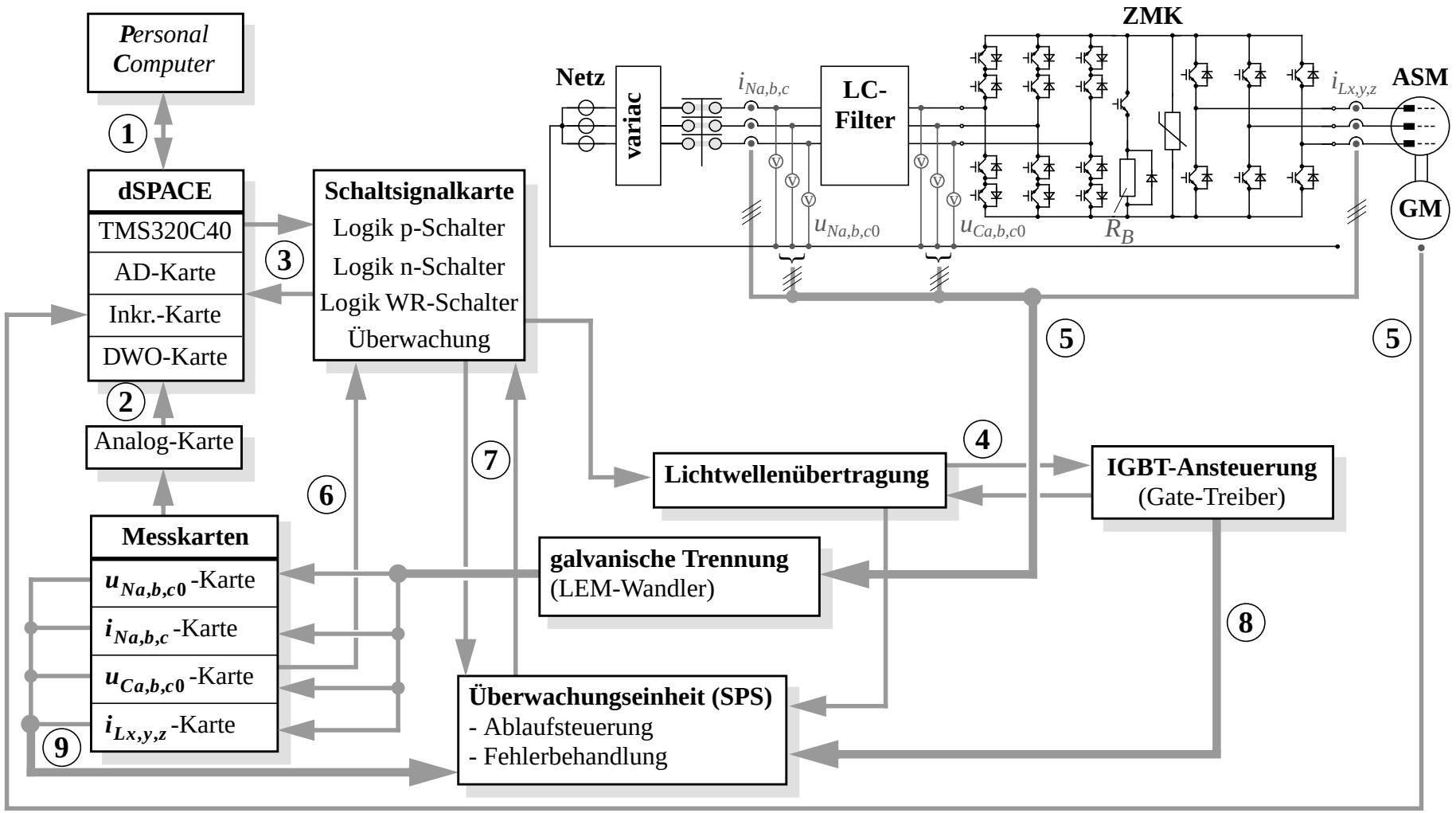
Dieses Unterkapitel kommentiert das in **Figur 8.6** gezeigte Blockbild der Laboranlage und bezieht sich auf die dort eingetragenen Nummern. Der beidseitige Datenaustausch zwischen PC und dSAPCE über ein spezielles Bussystem (①) ist dort durch einen Pfeil markiert. Während des Betriebs gibt der Benutzer am PC über eine grafische Oberfläche seine Daten ein und erhält

gleichzeitig die von dSPACE gemessenen Regelgrössen auf dem Bildschirm angezeigt. dSPACE erzeugt anhand der Messgrössen (②,⑤) und der momentanen Soll-Istwert-Abweichung mit Hilfe der digitalen Regelung eine codierte 10-Bit-Zahl, welche die genaue Information über die gewünschten Schaltbefehle für die idealen Umschalter des ZMK trägt. Diese Zahl dient der Schaltsignalkarte als Eingang (③), um daraus nach entsprechender Dekodierung die einzelnen Halbleiter-Schaltbefehle mit den korrekten Verriegelungszeiten zu erzeugen. Diese gelangen dann über die Lichtwellenübertragung zu den *Gate*-Treibern[4] (④), wo die Potentialtrennung zwischen Signal- und Leistungsteil stattfindet.
Eine mechanische und vier elektrische Messgrössen (⑤) werden dSPACE zugeführt, damit die Regelung über den Modulator innerhalb ungefähr einer Regelperiode $T_R = 1/f_R \approx 440\mu s$ auf die neuen Messwerte reagieren kann. Neben dSPACE ist auch die Schaltsignalkarte auf Messgrössen (⑥) angewiesen – nämlich auf die Information, welches Vorzeichen die verketteten GR-Eingangsspannungen momentan aufweisen. Ohne diese Kenntnis wäre die schnelle Logik nicht in der Lage, das Kommutierungsprinzip nach dem Netzspannungskriterium (Abschnitt 4.2.2) umzusetzen. Die Schaltsignalkarte erhält von der SPS weitere Logiksignale (⑦), die zu Beginn sämtliche Logikbausteine in einen definierten Initialzustand zurücksetzen und anschliessend eine schrittweise Freigabe der vorerst blockierten Logikbausteine erlauben. Diese Freigabe erfolgt durch manuelle Betätigung der dafür vorgesehenen Druckknöpfe am Laborturm. Solange die Schaltsignalkarte keine Fehler an die SPS (⑦) meldet und der von dSPACE überwachte Pegel der Speisespannung (③) auf der Karte nicht zu klein wird, können die Schaltbefehle für die Halbleiter (④) ohne Unterbruch erzeugt werden. Erst nach Rückmeldungen an die SPS über nicht zulässige Halbleiterzustände von einem der IGBT-Treiber (⑧), bei falscher Modulation (⑦) oder nach Erreichen von zu grossen Systemgrössen (⑨) wird die Anlage sicher, d.h. ohne Überspannungen ausgeschaltet (Abschnitt 8.3.3). Ein sequentielles Neuaufstarten ist dann nur nach einer manuellen Fehlerquittierung am Laborturm möglich.

Bemerkung zu den IGBT-Treibern

Die eingesetzten IGBT-Treiber sind mit einer indirekten Stromüberwachung ausgestattet, die dafür sorgt, dass bei zu grossen Strömen die gemessene *Collector-Emitter*-Spannung u_{CE} einen erlaubten Schwellwert überschreitet und dadurch der Halbleiter sofort abgeschaltet wird. Diese schnelle Reaktion vor

4) IHD 280-Module der Firma CT-Concept Technologie AG



Figur 8.6: Blockbild der Laboranlage.

Ort erhöht den Schutz der Module, weil nach erfolgter Fehlermeldung (⑧) an die SPS nicht zuerst deren träge Reaktionszeit im Bereich von $1ms$ abgewartet werden muss.
Allerdings ist diese indirekte Stromüberwachung für konventionelle Spannungs-Zwischenkreisumrichter ausgelegt, bei denen der Strom sofort nach Einschalten des betreffenden Moduls im IGBT ansteigt. Während dieser Einschaltphase des IGBT bleibt die u_{CE}-Messung während einer (kurzen) Zeit absichtlich wirkungslos ("Ausblendzeit"), um den Einschwingvorgang der *Collector-Emitter*-Spannung u_{CE} zuerst abzuwarten, bis sich die stationäre Durchlassspannung U_{CE} eingestellt hat.
Beim ZMK kann es aber z.B. wegen des versetzten Ein- und Ausschaltens der IGBT auf der GR- und der WR-Seite passieren, dass auf der GR-Seite zwar ein IGBT eingeschaltet ist, dieser aber aufgrund der Richtung des DC-Stromes i_d gar keinen Strom führt; schaltet nun ein IGBT auf der WR-Seite ein bzw. aus, kann das Stromvorzeichen von i_d sofort ändern, so dass in einem solchen Fall der betreffende GR-IGBT plötzlich Strom führen muss, was dann einen Einschwingvorgang dessen u_{CE}-Spannung auslöst. Dieser plötzliche Stromanstieg wird aber vom Treiber nicht bemerkt, da der IGBT bereits früher eingeschaltet war. Deshalb gibt es auch keine Ausblendzeit: Ein kurzes Überschwingen der *Collector-Emitter*-Spannung u_{CE} genügt dann bereits, um die indirekte Stromüberwachung ungewollt auszulösen.
Aus diesem Grunde wurde der Schwellwert so weit erhöht, dass dieser erst bei hohen Überströmen anspricht. Allerdings kann diese Massnahme dazu führen, dass dann der Schutz nicht mehr gut genug ist. Vor allem die Kurzschlussströme im Netz können dann infolge einer zu langsamen Reaktionszeit der SPS die sofortige Zerstörung der Halbleiter bewirken.
Zur künftigen Verbesserung dieses Schutzes wird vorgeschlagen, kleine und sehr schnelle Stromwandler direkt in Serie zu den Halbleitern anzubringen. Diese liefern dann direkt die Stromwerte im Umrichter. Natürlich müssten dann sowohl die Treiberschnittstellen als auch der mechanische Aufbau des ZMK abgeändert und neuentwickelt werden. Dieses Thema birgt somit auf die praktische Anwendung bezogen genügend Stoff für spätere Forschungsprojekte.

8.3 Messungen

Die Messresultate belegen, dass der untersuchte ZMK auch unter realen Bedingungen die von ihm erwartete Funktion bezüglich der **Spannungs-Konversion** von der Netz- auf die Lastseite hin und bezüglich der **Strom-**

Konversion von der Last- auf die Netzseite zurück erfüllt. Dazu wird der stationäre Betrieb in Abschnitt 8.3.1 anhand der Figuren 8.7 und 8.8 besprochen.
Die Abschnitte 8.3.2 und 8.3.3 gehen näher auf das Ein- und Ausschalten des ZMK ein. Dabei stellt vor allem das Abschalten eine besondere Herausforderung dar, die zum Schutz der Halbleiter ernst genommen werden muss (Figuren 8.9 und 8.10).

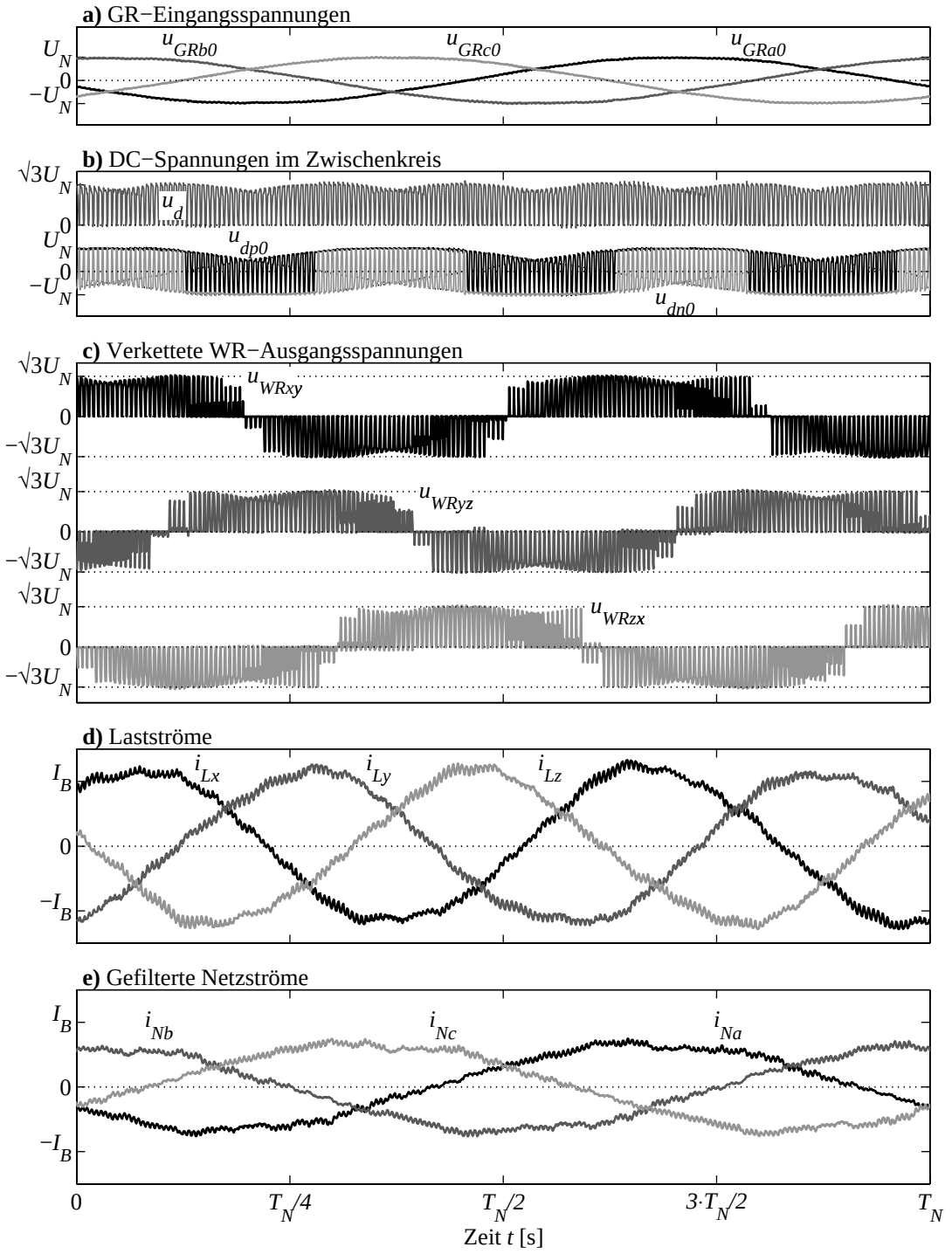
8.3.1 Stationärer Betrieb

Figuren 8.7 und 8.8 zeigen die Messgrössen bei stationärem Motorbetrieb mit den Zeitverläufen (Figur 8.7) und den Spektren (Figur 8.8).

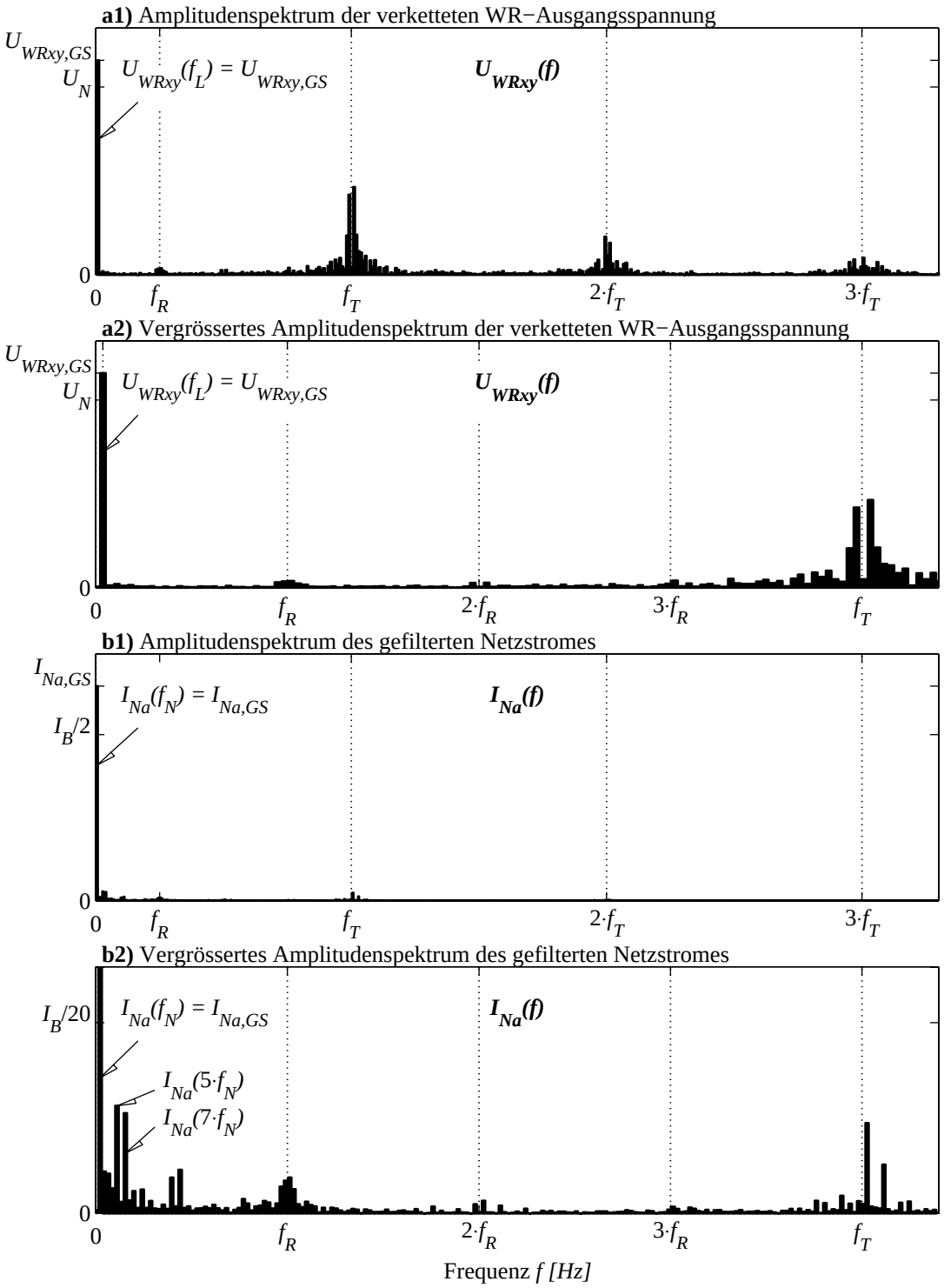
In der Figur 8.7 kommt die **Spannungs-Konversion** anhand der gemessenen Spannungen ein weiteres Mal deutlich zum Ausdruck:
Der GR erzeugt aus der angelegten dreiphasigen GR-Eingangsspannung $u_{GRa,b,c0}$ (Figur 8.7 a) die beiden geschalteten – bei der hier verwendeten *ud,min*-Modulationsmethode minimalen – DC-Spannungen $u_{dp,n0}$, deren Differenz gerade die positive Differenzspannung u_d ergibt (Figur 8.7 b). Bei entsprechender Vollaussteuerung formt der WR die aus seiner Sicht aufgeprägten DC-Spannungen $u_{dp,n0}$ in eine wiederum geschaltete dreiphasige AC-Spannung $u_{WRx,y,z0}$ um, deren verkettete Spannungen $u_{WRxy,yz,zx}$ (Figur 8.7 c) am WR-Ausgang einen sinusförmigen Kurzzeitmittelwert $u_{WRxy,yz,zx,km}$ aufweisen. Dieser gewünschte (Index w) Kurzzeitmittelwert $u_{WRxy,yz,zx,w}$ bzw. $u_{Lx,y,zS,w}$ wird von der Lastregelung (Figur 8.11) als Stellgrösse dem Modulator zugeführt.
Der Verlauf der **Strom-Konversion** erfolgt gerade in umgekehrter Richtung und geht von den zur ASM hin orientierten Laststrômen $i_{Lx,y,z}$ aus (Figur 8.7 d). Diese Ströme ergeben sich aus den angelegten WR-Ausgangsspannungen $u_{WRxy,yz,zx}$ über den einzelnen Maschinenwicklungen[5]. Ausgehend von diesen Laststrômen $i_{Lx,y,z}$ erzeugt der WR einen geschalteten DC-Strom i_d, der in dieser Arbeit nicht gemessen wurde. Der GR formt diesen aus seiner Sicht aufgeprägte geschaltete DC-Strom i_d um in einen wiederum geschalteten dreiphasigen AC-Strom $i_{GRa,b,c}$. Figur 8.7 e zeigt zudem die vom Eingangsfilter gefilterten Netzströme $i_{Na,b,c}$.

---

5) Die ASM sei in Dreieck (Δ) geschaltet. Die Lastströme $i_{Lx,y,z}$ entsprechen dann gerade den verketteten Statorwicklungsströmen $i_{sxy,yz,zx} - i_{szx,xy,yz}$ (Gl. (3.79)).



Figur 8.7: Messgrössen des ZMK im stationären lastgeregelten **Motorbetrieb** bei der *ud,min*-Modulationsmethode (Unterkapitel 5.4): **Spannungs-Konversion** mit erzeugten DC- bzw. Lastspannungen (Bilder a,b,c) und **Strom-Konversion** der resultierenden Lastströme auf die Netzseite (Bilder d,e). Parameter: $m = 0.7$, $f_L = 82.8Hz$, $f_T = 9.09kHz$, $P_N = 0.75$, $\Delta\varphi_{GR} = 0°$, $I_B = 4.73A$, $\omega_{m,w} = 2\pi \cdot f_{m,w} = 2\pi \cdot 80Hz$ mit Schlupffrequenz $f_{sp} = 2.8Hz$.



Figur 8.8: Amplitudenspektren der verketteten WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} (Bilder a1,a2) und des Netzstromes i_{Na} (Bilder b1,b2). Die Oberschwingungen treten vor allem bei Vielfachen der Taktfrequenz $f_T = 9.09kHz$ und Regelfrequenz $f_R = f_T/4 = 2.27kHz$ auf. Beim Netzstrom sind die vom ETH-Hausnetz stammenden Tief-Harmonischen erkennbar.

An der Anlage wurden sowohl die *ud,min*- als auch die *ud,max*-Methode ausgetestet bei einem Energieaustausch zwischen Netz und Last in jeweils beiden Richtungen. Um den Umfang dieser Arbeit aber nicht zu sprengen, sollen hier keine zusätzlichen gemessenen Zeitverläufe für den stationären Betrieb gezeigt werden, da eine fast beliebig hohe Anzahl an Parametern variiert werden kann, das Funktionsprinzip jedoch immer gleich bleibt.

Zur Überprüfung der erzeugten Frequenzkomponenten sind in der Figur 8.8 die Amplitudenspektren der verketteten WR-Ausgangsspannung u_{WRxy} zwischen den Lastanschlüssen x,y (Figur 8.8 a1,a2) und des gefilterten Netzstromes i_{Na} in Phase a (Figur 8.8 b1,b2) dargestellt. Sie wurden aus den Zeitverläufen in Figur 8.7 ermittelt. Bei der Frequenzanalyse wurde allerdings nur gerade über die Dauer einer **G**rund**s**chwingung (GS) gerechnet, da bei der Messung mit dem KO (siehe ⑧ in Figur 8.1) die eigentlich notwendige gemeinsame – in diesem Fall sehr lang andauernde – Periodendauer T_{ZMK} von Netz-, Last- und Taktperiode gemäss Gl. (5.27) nicht abgewartet werden konnte. Dies führt natürlich zu (kleinen) Verfälschungen im Spektrum. Und da die GS-Frequenz sowohl bei der Lastspannung als auch beim Netzstrom gerade die kleinste berücksichtigte Frequenz $f_{ZMK} = 1/T_{ZMK}$ darstellt, bleiben Subharmonische bei dieser Untersuchung ohnehin unerkannt. Trotzdem aber erwecken die Resultate den Eindruck, dass die Frequenzbänder der Oberschwingungen praktisch nur in der Nähe von Vielfachen der Taktfrequenzen f_T und in reduziertem Masse auch im Bereich der Regelfrequenz f_R bzw. $2f_R$ auftreten (siehe Abschnitt "***P**ersonal **C**omputer* (PC) mit dSPACE", Seite 314), wobei hier der Zusammenhang $f_R = f_T/4$ gilt. Im Netzstromspektrum $I_{Na}(f)$ sind die Oberschwingungen im Vergleich zur GS-Amplitude $I_{Na,GS}$ (ganz links in Figur 8.8 b1,b2) zwar noch schwerer zu erkennen, dafür treten aber Tief-Harmonische auf (Figur 8.8 b2). Diese sind vor allem auf die vielen am Hausnetz der ETH angeschlossenen Elektronikgeräte zurückzuführen. Je mehr die Last im Leerlauf betrieben wird, desto stärker fallen diese Tief-Harmonischen ins Gewicht. Da das nach Tabelle 6.1 ausgelegte Filter mit einer Knickfrequenz von $f_0 = 1/(2\pi \cdot \sqrt{LC}) \approx 700Hz$ (Gl. (6.13)) in erster Linie die durch die Halbleiter-Taktung hervorgerufenen Oberschwingungen herausfiltern soll, bleiben die Tief-Harmonischen des Netzstromes praktisch ungedämpft.

8.3.2 Einschalten des ZMK

Für den Einschaltvorgang werden folgende drei Schritte abgearbeitet:

- Zuerst erhält der für die **p-Umschaltergruppe** zuständige Logikbaustein das Freigabesignal von der SPS, um die Modulatorsignale zu verarbeiten und die Zündbefehle an die Halbleiter weiterzugeben. Während dieser Phase springt das n-Potential ungefähr mit dem p-Potential mit ($u_{dn0} \approx u_{dp0}$).
- In einem zweiten Schritt wird dann der für den **WR** zuständige Logikbaustein aktiviert, so dass über den Weg des p-Umschalters bereits die durchgeschalteten Netzphasen an der Last anliegen, allerdings immernoch ohne Spannung zwischen den einzelnen Lastphasen. Es kann immernoch kein DC-Strom fliessen.
- Erst nach dem dritten Schritt, nämlich der Freigabe der **n-Umschaltergruppe**, wird im Zwischenkreis eine definierte Differenzspannung u_d aufgeprägt und durch den WR direkt auf die Lastanschlüsse x,y,z übertragen. Erst in diesem Zustand ist eine Bespannung der ASM überhaupt möglich. Es liegt erstmals ein geschlossener Stromkreis vor.

Die drei erwähnten Schritte könnten genausogut vertauscht werden.

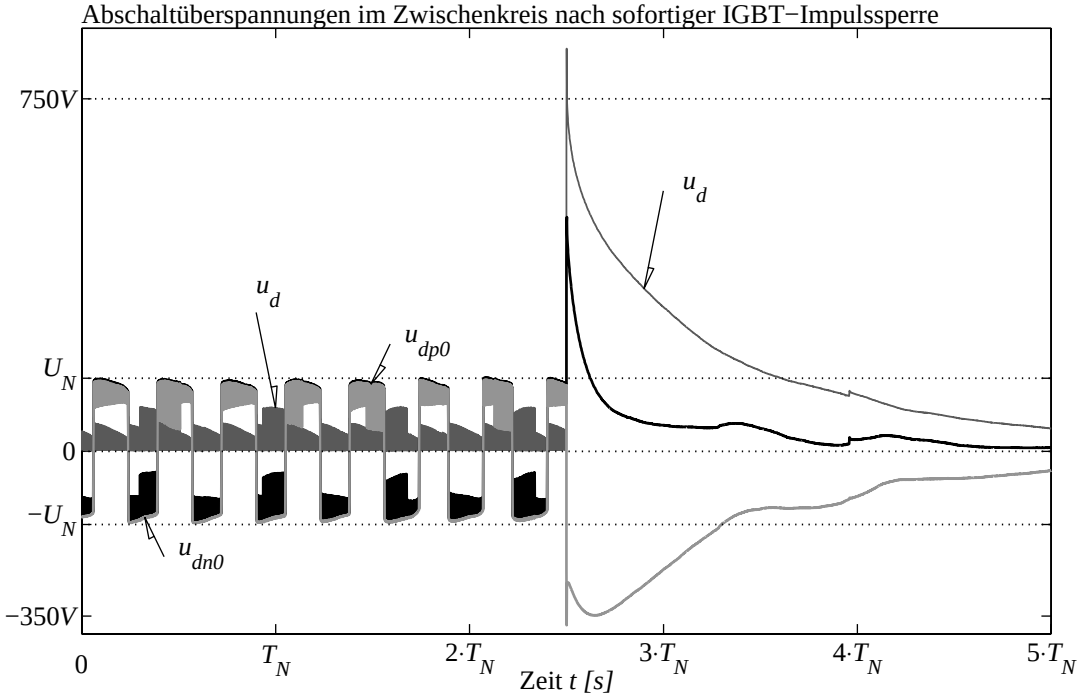
8.3.3 Ausschalten des ZMK

Bei konventionellen Spannungs-Zwischenkreisumrichtern werden vor dem Ausschalten eines Systems üblicherweise alle Abschalthalbleiter gleichzeitig ausgeschaltet. Diese sogenannte **Impulssperre** bedingt aber, dass der Strom z.B. über antiparallel geschaltete Dioden weiterfliessen kann, bis er Null geworden ist. Dies stellt bei konventionellen U-Umrichtern auch kein Problem dar, da dort die AC-seitigen Drosselströme in den DC-Zwischenkreiskondensator abfliessen können. Diesem Stromfreilauf muss bei Matrixkonvertern besondere Beachtung geschenkt werden, da dort eine Inpulssperre zur sofortigen Unterbrechung des induktiven Laststromes führt, was aufgrund des Stromquellencharakters der Last Überspannungen zur Folge hat (siehe Abschnitte "Allgemeine Schaltvorschriften", Seite 43 und 53).
Im folgenden wird deshalb eine geeignetere Lösung als nur gerade die Impulssperre vorgeschlagen.

Um während der Erarbeitung von Schutzkonzepten des ZMK eine Gefährdung dessen Halbleiter in Grenzen zu halten, wurden auf der obersten Seite des Kupferplatten-Sandwichs vier Varistoren im Zwischenkreis angeschraubt (Figur 8.3 links). Steigt die DC-Spannung aufgrund eines fehlenden Stromfreilaufes an, werden die Varistoren nach Überschreiten der sogenann-

ten Varistorspannung sofort leitend. Sie können kurzzeitig eine begrenzte Energie – wie z.B. die in der ASM gespeicherte magnetische Energie – aufnehmen.

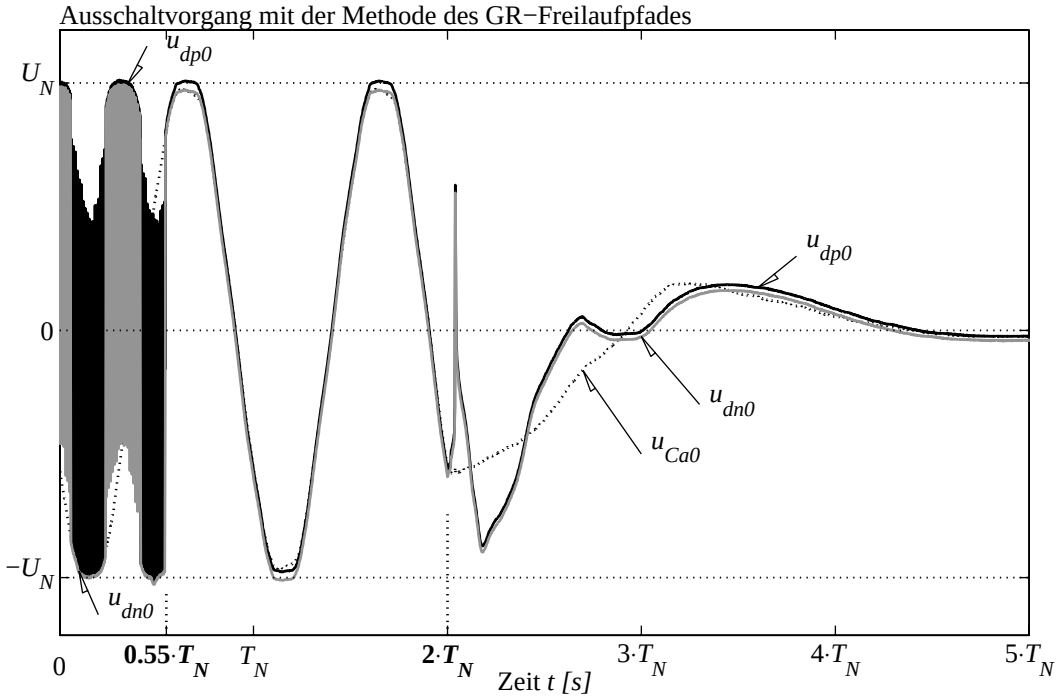
Figur 8.9 zeigt einen **Abschaltvorgang nach gleichzeitiger Impulssperre** bei einer durch den Regeltransformator reduzierten Netzanschlussspannungs-GS-Amplitude $U_N = \sqrt{2} \cdot 110V$. Dabei steigt die DC-Spannung $u_d = u_{dp0} - u_{dn0}$ im ersten Moment etwa mit $650V/20\mu s$ so steil an, dass die bei $750V$ liegende Varistorspannung[6] nach einigen Mikrosekunden schon erreicht ist. Allerdings lässt sich bei derart hohen du/dt-Sprüngen ein Überschwingen der Spannung nicht vermeiden. Aus Figur 8.9 (mitte) geht hervor, wie schnell und nahe diese Überspannung an die $1200V$-Grenze der meisten industriell eingesetzten Halbleiter stossen kann und damit für solche Halbleiter eine grosse Gefährdung darstellt, die sofort zur Zerstörung der Schaltung führen kann. Um in dieser Arbeit einen sichereren Betrieb zu gewährleisten, wurden $1700V$-Module verwendet (siehe [1] auf Seite 310).



Figur 8.9: Ausschaltvorgang mit gefährlichen Überspannungen infolge gleichzeitiger Impulssperre für alle IGBT bei reduzierter Netzspannung $U_N = \sqrt{2} \cdot 110V$.

6) Bei Erreichen der Varistorspannung fliesst ein Varistorstrom von $1mA$.

Figur 8.10 zeigt nun im Gegensatz zu Figur 8.9 einen **sicheren Abschaltvorgang**, bei dem die beiden p- und n-Umschalter des GR einen Stromfreilauf über die Netzphase a bilden und in diesem Zustand verharren. Dieser bereits in Kapitel 5 diskutierte GR-Nullzustand $\underline{I}_{0a} \cong (\mathrm{aa})$ ist in Figur D.1 unter Anhang D als “Zyklus 5” am Beispiel des Schaltzustandes SZ_{42} abgebildet.



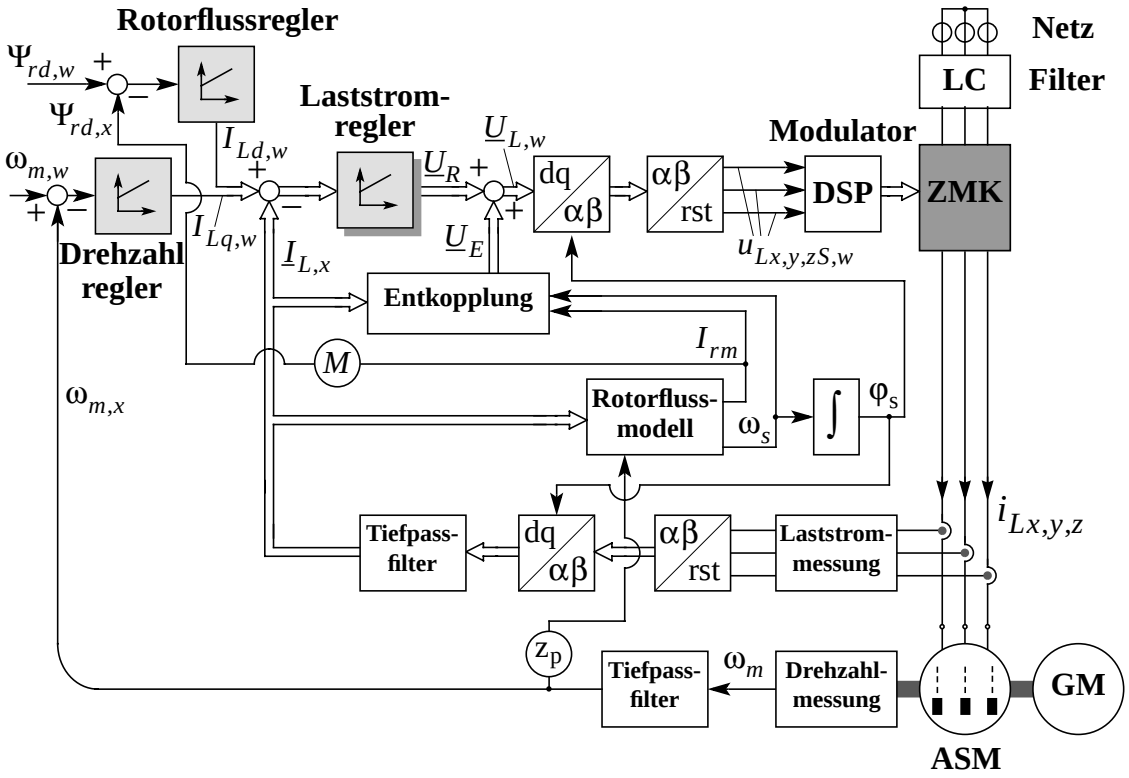
Figur 8.10: Ausschaltvorgang ohne Überspannungen durch Sicherstellen eines Freilaufpfades zwischen p- und n-Umschalter in Phase a.

Sogar bei der maximalen Netzspannungs-GS-Amplitude $U_N = \sqrt{2} \cdot 230V$, die sich mit dem Regeltransformator einstellen lässt, treten in Figur 8.10 überhaupt keine Überspannungen im Zwischenkreis mehr auf.
Der Modulator zwingt aufgrund des vom Benutzer ausgelösten Ausschaltbefehles den GR zur Zeit $t = 0.55 \cdot T_N$, in den Freilauf zu gehen (Figur 8.10 links). Somit folgen die DC-Spannungen u_{dp0} und u_{dn0} sogleich der GR-Eingangsspannung $u_{GRa0} = u_{Ca0}$. Das anschliessende Öffnen des Hauptschützes (Figur 8.10) zur Zeit $t = 2 \cdot T_N$ bewirkt noch eine kleine, aber unwesentliche Dynamik im Verlauf der DC-Spannungen, die sich dann zusammen mit allen GR-Eingangsspannungen[7] rasch gegen Null bewegen.

7) Die bei der GR-Eingangsspannung u_{GRa0} sichtbare Abflachung der Sinus-Schwingung in Figur 8.10 ist übrigens typisch für das ETH-Hausnetz (es gilt $u_{GRa0} \approx u_{Na0}$).

8.4 Kaskadierte Lastregelung

Die Struktur der in dieser Arbeit eingesetzten **f**eld**o**rientierten **R**egelung (FOR) der ASM mit Orientierung des Koordinatensystems auf die Rotorflussverkettungs-GS-Amplitude Ψ_r ist in Figur 8.11 abgebildet.



Figur 8.11: Blockbild der Regelstruktur der ASM gespeist von einem ZMK.

Die Regelung basiert auf der Zeigerebene. Einerseits soll die mechanische Drehzahl n (Einheit “Umdrehungen pro Minute”) durch explizite Vorgabe eines Sollwertes $\omega_{m,w} = 2\pi \cdot n_w / 60$ eingestellt werden, andererseits muss der Statorstrom $i_{sx,y,z}$ [8] als elektrische Grösse in erlaubten Grenzen regelbar sein. Ausserdem führt die Rotorflussorientierung[9] des Systems zu einer Aufteilung des Statorstromes in einen drehmomentbildenden ($\rightarrow$ q-Komponente) und einen magnetisierenden ($\rightarrow$ d-Komponente) Strom. Das heisst:

- Der **innere (schnellere) Regelkreis** besteht aus den beiden d- und q-Stromzeiger-Reglern zur Einstellung des gewünschten Laststromes $i_{Lx,y,z,w}$. Die Regler erzeugen an ihrem Ausgang eine Stellgrösse $\underline{U}_R$,

8) Dies gilt bei Sternschaltung (☆); bei Δ-Schaltung lauten die Statorströme $i_{sxy,yz,zx}$ (siehe Figur 3.6 auf Seite 95).

9) siehe Anhang A.2.2 auf Seite 336

aus der durch Hinzufügen des Entkopplungstermes $\underline{U}_E$ die dem Modulator zugeführte Soll-Ausgangsspannung $\underline{U}_{L,w}$ gebildet wird. Dank dieser vorgesteuerten Entkopplungsgrösse $\underline{U}_E$ muss der Stromregler nur auf Abweichungen bezüglich dieses ohnehin bekannten Entkopplungstermes reagieren.

- Der **äussere (langsamere) Regelkreis** setzt sich aus einem Rotorflussregler und einem Drehzahlregler zusammen. Der Ausgang des Rotorflussreglers liefert den Sollwert $I_{Ld,w}$ für den d-Statorstrom, während der Ausgang des Drehzahlreglers zum Sollwert $I_{Lq,w}$ des q-Statorstromes erklärt wird. Dies scheint sinnvoll, da die analytischen Zusammenhänge zeigen, dass I_{Ld} direkt auf den rotorseitigen Magnetisierungsstrom I_{rm} bzw. die Rotorflussverkettung Ψ_r ($\Psi_r = M \cdot I_{rm}$) einwirkt und I_{Lq} die Statorkreisfrequenz $\omega_s = \omega_L$ und damit die Drehmomentbildung beeinflusst. Durch Verändern des Antriebsdrehmomentes m_d lässt sich indirekt auch die Drehzahl ω_m verstellen.

Da die mechanische Drehzahl n (bzw. ω_m) und die Rotorflussverkettungs-GS-Amplitude Ψ_r sich wesentlich langsamer ändern als der Laststrom $\underline{I}_L$ bzw. Statorstrom $\underline{I}_s$, ist es zulässig, die Lastregelung in Kaskadenform aufzubauen.

Aufgrund der Bekanntheit dieses Regelungsprinzips soll an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen werden ([6],[5]). Zur genaueren Information über die Modellierung der Regelstrecke sind die Daten der ASM im Anhang C angegeben.

8.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird der Aufbau der Laboranlage mit den wichtigsten Bestandteilen beschrieben. Dabei fällt am meisten auf, dass der ZMK im Gegensatz zum EMK aus ringförmig angeordneten Halbbrückenmodulen nachgebildet werden kann. Dadurch können heute noch nicht als ein monolithisches Element erhältliche **bi**-**d**irektionale **S**chalter (BDS) durch vielerorts käufliche Halbbrückenmodule ersetzt werden. Somit erübrigt sich ein mühseliger Aufbau aus einzelnen diskreten Halbleiterbauelementen, wie es bei der Realisierung von einstufigen MK gewöhnlich in Kauf genommen werden muss ([26],[27]).

Obwohl die verwendeten IGBT-Module bezüglich des Nennstromes überdimensioniert sind, kann die einwandfreie Funktion der Anlage im stationären lastgeregelten Betrieb durch Messungen bestätigt werden. Neben dem beschriebenen Sandwich-Aufbau des ZMK bildet die Schaltsignalkarte das intelligente Kernstück der Anlage. Sie gewährleistet nämlich eine sichere Kommutierung der Halbleiter.

Beim Ausschalten der Anlage wird der netzseitige GR in Freilaufstellung gebracht, damit der Strom ohne Unterbruch zu Ende fliessen kann. Es wäre auch möglich gewesen, den WR durch die Erzeugung von Nullzuständen in Freilaufstellung zu bringen. Allerdings wurde diese Variante in dieser Arbeit nicht implementiert. Ohne einen solchen Freilaufzustand entstehen Überspannungen, die – wie gezeigt – die Halbleiter und damit die ganze Schaltung zerstören können. Natürlich sollte bei der vorgeschlagenen Abschalt-Variante die Dynamik der ASM berücksichtigt werden, da diese durch den Freilauf auf der Statorseite kurzgeschlossen wird.

Anhang A Koordinatensysteme und Transformationen

In diesem Anhang werden die Koordinatentransformationen zwischen Dreiphasengrössen (rst), Drehzeigern ($\alpha\beta0$) und Zeigern (dq0) beschrieben. Sie ermöglichen, die phasenbezogenen Gleichungen eines Dreiphasensystems in komplexe (Dreh-)Zeigergrössen zu zerlegen. Dies erlaubt eine kompakte und übersichtliche Darstellung von Dreiphasensystemen und erleichtert die Vorstellung darüber, wie die Phasengrössen verschiedener Ströme, Spannungen oder anderer elektrischer Grössen eines dreiphasigen Systems aufeinander einwirken.

Im ersten Anhang A.1 werden die Transformationen allgemein erklärt, während im zweiten Anhang A.2 auf die Zeigergleichungen einer **As**ynchron**m**aschine (ASM) eingegangen wird mit Orientierung des Koordinatensystems auf die GS-Amplitude der Rotorflussverkettung Ψ_r.

A.1 Dreiphasengrössen, Drehzeiger und Zeiger

Für die folgenden Betrachtungen bezeichnen $x_r(t)$, $x_s(t)$ und $x_t(t)$ (abgekürzte Tripelschreibweise: $x_{r,s,t}$) allgemeine zeitabhängige, phasenbezogene elektromagnetische Grössen (z.B. Spannungen oder Ströme) in einem Dreiphasensystem mit den hier verwendeten Phasenbezeichnungen r, s und t. Durch die Kleinschreibung wird der Zeitabhängigkeit dieser Grössen Rechnung getragen, so dass auf die explizite Ausformulierung ...(t) verzichtet werden kann.

Folgende Darstellung erlaubt es, dreiphasige periodische Grössen als allgemeine Cosinus-Funktionen mit variabler Amplitude $X_{r,s,t}(t)$ und Phasenwinkel $\varphi_x(t)$ darzustellen:

$$x_{r,s,t} = X_{r,s,t}(t) \cdot \cos(\varphi_x(t) + D) \qquad (A.1)$$

mit den Dreiphasenverschiebungswinkeln $D = 0°, -120°, 120°$

Die drei – nun mittelwertfrei angenommenen – phasenbezogenen Grössen $x_{r,s,t}$ lassen sich unter der Voraussetzung eines periodischen Verlaufes jeweils als Fourier-Reihe darstellen, bestehend aus einer **G**rund**s**chwingungs-(GS)-Kreisfrequenz ω_{GS} und beliebigen **O**ber**s**chwingungs-(OS)-Kreisfrequenzen $\omega_{nOS} = n\omega_{GS}$ ($n = 2 \ldots \infty$):

$$x_{r,s,t} = x_{r,s,t,GS} + x_{r,s,t,OS} \tag{A.2}$$

$$= X_{r,s,t,GS} \cdot \cos(\omega_{GS} t + \varphi_{GS} + D) \quad \Big\} \text{ GS} \tag{A.3}$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} X_{r,s,t,n} \cdot \cos(n\omega_{GS} t + \varphi_n + D) \quad \Big\} \text{ OS} \tag{A.4}$$

mit den Dreiphasenverschiebungswinkel $D = 0°, -120°, 120°$

Die gezeigte Aufteilung von Dreiphasengrössen in GS und OS ist nützlich, um gemäss Gl. (A.9) eine geeignete Wahl für den Transformationswinkel φ_k zwischen Drehzeigern $\Leftrightarrow$ Zeigern zu treffen (siehe Unterkapitel A.1.2).

A.1.1 Dreiphasengrössen / Drehzeiger-Transformationen

Dreiphasengrössen (rst) $\Rightarrow$ Drehzeiger ($\alpha\beta$0)

Die Dreiphasengrössen $x_{r,s,t}$ setzen sich jeweils aus einem dreiphasigen Anteil $x_{r,s,t,3ph}$ und einem gleichphasigen Anteil x_{Null} zusammen. Die dreiphasigen Anteile sind dadurch charakterisiert, dass ihre algebraische Summe jederzeit Null ergibt ($x_{r,3ph} + x_{s,3ph} + x_{t,3ph} = 0$) und somit linear voneinander abhängig sind, während der gleichphasige Anteil – auch Nullkomponente genannt – in allen drei Phasen in gleicher Stärke auftritt ($x_{Null} = x_{r,Null} = x_{s,Null} = x_{t,Null}$). Genauso wie die Dreiphasenanteile $x_{r,s,t,3ph}$ kann auch die Nullkomponente x_{Null} zeitlich beliebig variieren.

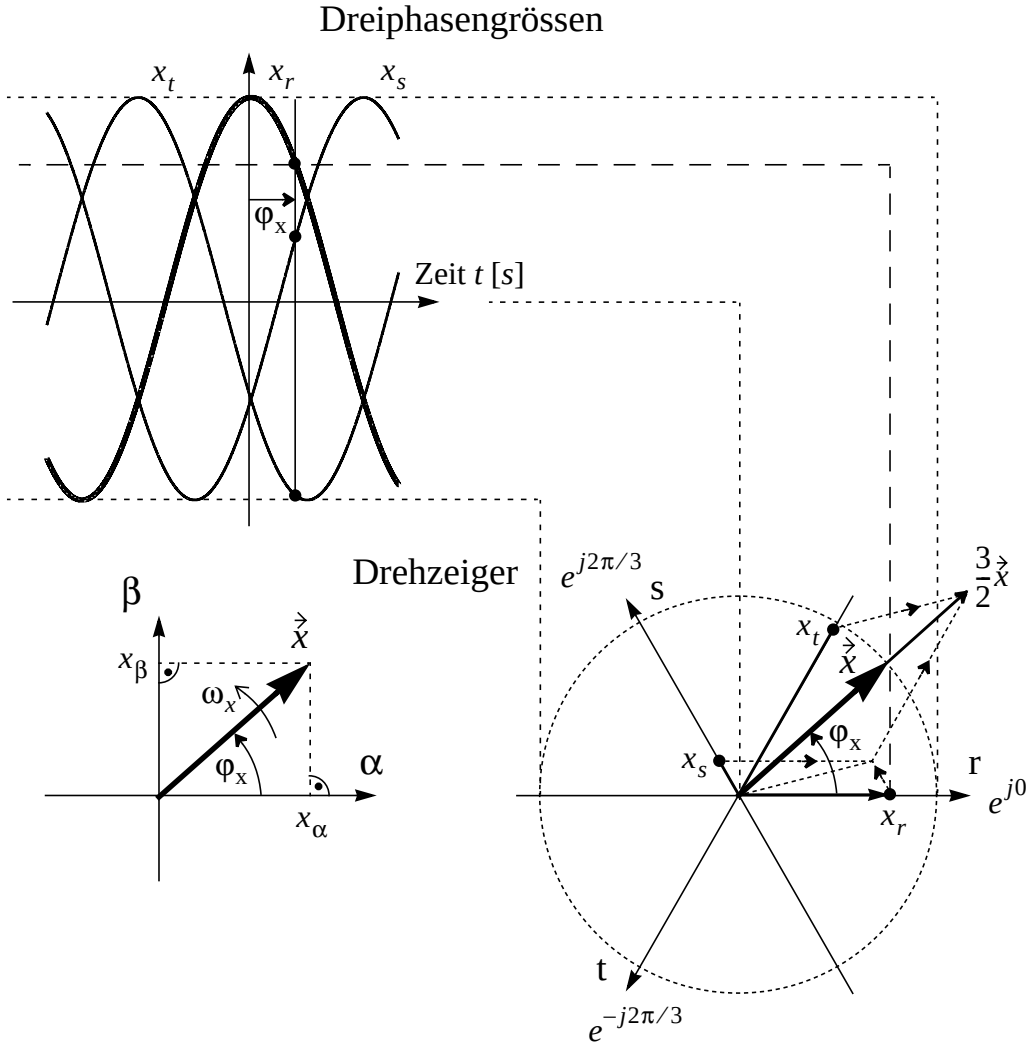
Die Phasenaugenblickswerte x_r, x_s und x_t eines Dreiphasensystems können mit Gl. (A.5) immer als komplexer Drehzeiger $\vec{x}$ dargestellt werden:

$$\vec{x} = x_\alpha + j x_\beta = \frac{2}{3}(x_r \cdot e^{j0} + x_s \cdot e^{j2\pi/3} + x_t \cdot e^{-j2\pi/3}) \tag{A.5}$$

Der Drehzeiger $\vec{x}$ enthält die volle Information über den dreiphasigen Anteil $x_{r,s,t,3ph}$ der Dreiphasengrössen $x_{r,s,t}$. Allerdings kommt eine mögliche Nullkomponente x_{Null} des Dreiphasensystems im Drehzeiger nicht zur Geltung, da die geometrische Summe von drei um jeweils $120°$ $(= 2\pi/3)$ versetzten identischen Phasengrössen sich gerade aufhebt. Die gleichphasige Nullkomponente x_{Null} lässt sich mit Gl. (A.6) zusätzlich als sogenanntes Nullsystem darstellen:

$$x_{Null} = \frac{1}{3} \cdot (x_r + x_s + x_t) \tag{A.6}$$

Gleichung (A.5) zeigt die Komponentenzerlegung des Drehzeigers $\vec{x}$ in einen Realteil x_α und in einen Imaginärteil x_β in der komplexen Ebene (Figur A.1).



Figur A.1: Hin-Transformation Dreiphasensystem $\Rightarrow$ Drehzeiger.

Die $\alpha\beta$-Achsen bilden im ortsfesten Bezugssystem ein orthonormales Koordinatensystem. Zusammen mit der Information über die Nullkomponente spricht man vom $\alpha\beta 0$-System. Die geometrische Entstehung des Drehzeigers $\vec{x}$ wird deutlich, wenn man sich jeden Phasenaugenblickswert $x_{r,s,t}$ entlang den um jeweils 120° versetzten Koordinatenachsen r, s und t im dreiphasig dargestellten Koordinatensystem (rst-System) vor Augen hält und davon die Summe nimmt (Figur A.1). Bei symmetrischen sinusförmigen Dreiphasengrössen $x_{r,s,t}$ entspricht die Länge des Drehzeigers gerade der Amplitude aller Phasengrössen. Seine momentane Winkellage φ_x rotiert mit der momentanen Kreisfrequenz $\omega_x = d\varphi_x/dt$ der Phasengrössen.

Drehzeiger ($\alpha\beta 0$) $\Rightarrow$ Dreiphasengrössen (rst)

Die Dreiphasenaugenblickswerte $x_{r,s,t}$ werden aus dem Drehzeiger $\vec{x}$ zurückgewonnen, indem man den Drehzeiger im rst-System auf die Koordinatenachse der jeweiligen Phasengrösse projiziert und dazu separat die Nullkomponente berücksichtigt. Zusammen mit Gl. (A.5)÷(A.6) folgt:

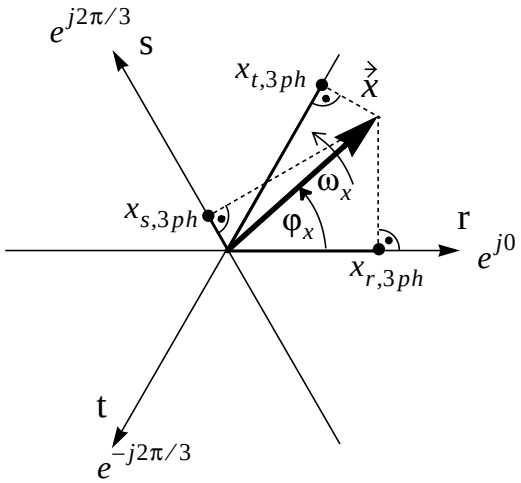
$$\begin{aligned} x_r &= Re(\vec{x}) &&+ x_{Null} \\ x_s &= Re(\vec{x} \cdot e^{-j2\pi/3}) &&+ x_{Null} \\ x_t &= Re(\vec{x} \cdot e^{j2\pi/3}) &&+ x_{Null} \end{aligned} \qquad \text{(A.7)}$$

Figur A.2 illustriert, wie der dreiphasige Anteil $x_{r,s,t,3ph}$ jeder Phasengrösse $x_{r,s,t}$ aus der rechtwinkligen Projektion des Drehzeigers $\vec{x}$ auf die entsprechende Achse herausgelesen werden kann. Bei der Transformation zwischen Dreiphasengrössen und Drehzeigern handelt es sich um eine *lineare* Operation.

A.1.2 Drehzeiger / Zeiger-Transformationen

Drehzeiger ($\alpha\beta 0$) $\Rightarrow$ Zeiger (dq0)

Wählt man anstelle des ortsfesten $\alpha\beta 0$-Bezugssystems ein neues Koordinatensystem (dq0-System), das mit derselben Umlaufgeschwindigkeit $\omega_x = d\varphi_k/dt = d\varphi_x/dt = \omega_k$ dreht wie der Drehzeiger $\vec{x}$, so erscheint dieser als Zeiger $\underline{X}$ mit konstanter Winkellage φ_k. Wenn dazu auch die



Figur A.2: Rück-Transformation Drehzeiger $\Rightarrow$ Dreiphasensystem.

Amplitude $|\vec{x}|$ des Drehzeigers konstant verläuft, erhält man einen Zeiger, der sich zeitlich auch in seiner Länge nicht ändert. Es handelt sich dann um einen sogenannten Stillsteh-Zeiger.

Unter Verwendung von Gl. (A.2)÷(A.4) lässt sich damit auch der zugehörige Drehzeiger $\vec{x}$ in einen GS-Teil und einen OS-Teil aufteilen:

$$\vec{x} = \vec{x}_{GS} + \vec{x}_{OS} \tag{A.8}$$

Der GS-Drehzeiger $\vec{x}_{GS}$ bildet eine Kreislinie in der $\alpha\beta$-Ebene und durchläuft diese mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_{GS}. Der OS-Drehzeiger $\vec{x}_{OS}$ setzt sich aus der Summe aller OS zusammen und beschreibt die Abweichungen zwischen dem GS-Drehzeiger $\vec{x}_{GS}$ und dem resultierenden Drehzeiger $\vec{x}$.

Um ein leistungselektronisches System zu regeln, geht man meistens von einer oder mehreren bestimmten Frequenzkomponenten aus. Da in dieser Arbeit nur die GS-Kreisfrequenz $\omega_{GS} = d\varphi_{GS}/dt$ für die Regelung Bedeutung hat, ist es sinnvoll, φ_{GS} als Transformationswinkel in Gl. (A.9) zu benutzen. Es handelt sich hier im Gegensatz zu der unter Abschnitt A.1.1 beschriebenen Transformation zwischen Dreiphasengrössen und Drehzeigern um eine *nichtlineare* Operation.

$$\underline{X} = X_d + jX_q = \vec{x} \cdot e^{-j\varphi_k} \qquad \text{mit } \varphi_k = \int \omega_k dt \tag{A.9}$$

im Speziellen gilt: $\varphi_k = \int \omega_k dt \Big|_{\omega_k = \omega_{GS}} = \omega_{GS} \cdot t = \varphi_{GS}$

Die Aufteilung in GS und OS gemäss Gl. (A.8) lässt sich auch auf den Zeiger $\underline{X}$ anwenden und ist in Figur A.3 veranschaulicht, indem in Gl. (A.9) für den Transformationswinkel $\varphi_k = \varphi_{GS}$ gewählt wurde:

$$\underline{X} = \underline{X}_{GS} + \underline{X}_{OS} \quad \text{mit dem GS-Zeiger } \underline{X}_{GS} = \vec{x}_{GS} \cdot e^{-j\varphi_{GS}}$$
$$\text{und dem OS-Zeiger } \underline{X}_{OS} = \vec{x}_{OS} \cdot e^{-j\varphi_{GS}} \qquad \text{(A.10)}$$

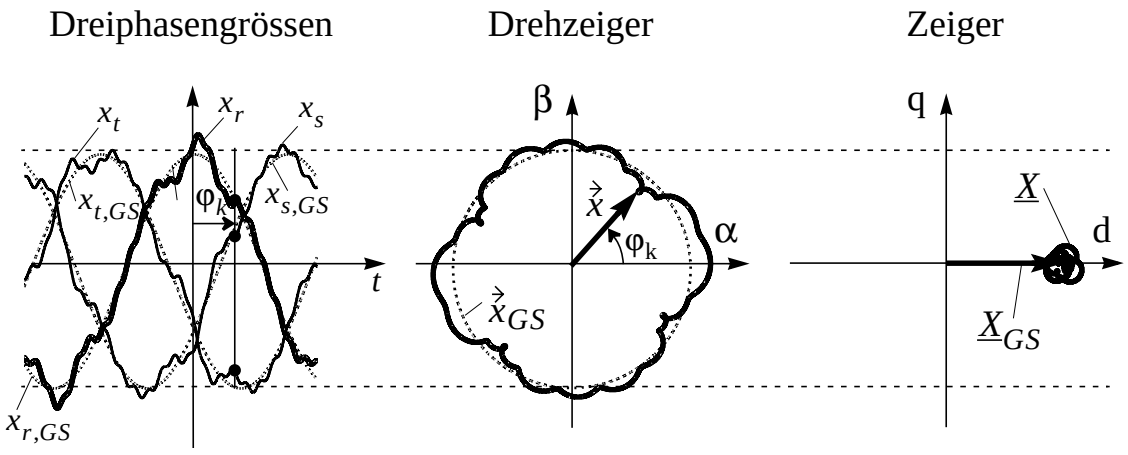
Der GS-Zeiger $\underline{X}_{GS}$ steht still, während der OS-Zeiger $\underline{X}_{OS}$ in Bewegung ist und sich dem GS-Zeiger $\underline{X}_{GS}$ überlagert und damit den resultierenden Zeiger $\underline{X}$ erzeugt. Zeigerbewegungen aufgrund von Oberschwingungen bleiben bestehen, so dass man in diesem Fall von einem sogenannten Zappel-Zeiger $\underline{X}$ bzw. $\underline{X}_{OS}$ sprechen kann, dessen Spitze um den stillstehenden GS-Zeiger $\underline{X}_{GS}$ herumzappelt. Das Nullsystem x_{Null} bleibt sowohl für Drehzeiger $\vec{x}$ als auch für Zeiger $\underline{X}$ dasselbe.

Zeiger (dq0) ⇒ Drehzeiger (αβ0)

Der Drehzeiger $\vec{x}$ lässt sich durch Auflösen der Transformationsgleichung in Gl. (A.9) nach $\vec{x}$ einfach in Funktion des Zeigers $\underline{X}$ bestimmen.

$$\vec{x} = x_\alpha + jx_\beta = \underline{X} \cdot e^{j\varphi_k} \qquad \text{mit } \varphi_k = \int \omega_k dt \qquad \text{(A.11)}$$

Natürlich kann man auch hier $\varphi_k = \varphi_{GS}$ verwenden.



Figur A.3: Gegenüberstellung der Dreiphasengrössen $x_{r,s,t}$ mit dem zugehörigen Drehzeiger $\vec{x}$ und Zeiger $\underline{X}$ unter Berücksichtigung des Einflusses der OS auf die resultierenden Drehzeiger- und Zeigergrössen bei einem Transformationswinkel von $\varphi_k = \varphi_{GS}$.

A.2 Gleichungen der Asynchronmaschine

Zur Beschreibung der **As**ynchron**m**aschine (ASM) als Last sollen deren Gleichungen direkt in der übersichtlicheren Zeigerdarstellung angegeben werden.

A.2.1 Umlaufendes Koordinatensystem

Das grundsätzliche Verhalten einer ASM kann mit den sieben elektrischen Gl. (A.12)÷(A.18) und der mechanischen Gl. (A.19) mit einer für diese Arbeit genügende Modellierungsgenauigkeit nachgebildet werden. Da es sich bei den ersten vier elektrischen Gleichungen jeweils um dreiphasige Zusammenhänge handelt, können diese bezüglich des mit der Statorkreisfrequenz ω_s umlaufenden Koordinatensystems in komplexer Zeigerdarstellung aufgeschrieben werden:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s \underline{\Psi}_s + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_s \tag{A.12}$$

$$0 = R_r \underline{I}_r + j\omega_{sp} \underline{\Psi}_r + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_r \tag{A.13}$$

$$\underline{\Psi}_s = L_s \underline{I}_s + M \underline{I}_r \tag{A.14}$$

$$\underline{\Psi}_r = M \underline{I}_s + L_r \underline{I}_r \tag{A.15}$$

$$\omega_r = \omega_s - \omega_{sp} \tag{A.16}$$

$$\omega_r = z_p \omega_m \tag{A.17}$$

$$m_d = \frac{3}{2} z_p \cdot Im\{ \underline{I}_s \cdot \underline{\Psi}_s^* \} \tag{A.18}$$

$$\frac{d}{dt}\omega_m = \frac{1}{J} \cdot (m_d - m_l) \tag{A.19}$$

In Bezug auf die Bedeutung der einzelnen Parameter sei der Kürze halber auf das Symbolverzeichnis (Seite 19) verwiesen. Die Daten der Maschinenparameter sind unter Anhang C.1 angegeben.

A.2.2 Orientierung auf die Rotorflussverkettung

Um eine einfache Trennung zwischen magnetisierendem und drehmomentbildendem Statorstrom $\underline{I}_s$ zu ermöglichen, wird für die Lastregelung die sogenannte **f**eld**o**rientierte **R**egelung (FOR) angewendet, bei der alle Zeigergrössen bezüglich der zur reellen Achse parallelen Rotorflussverkettung $\underline{\Psi}_r$ in der komplexen dq-Ebene liegen. Dazu wird die Rotorflussverkettung $\underline{\Psi}_r$ auf die reelle d-Achse gelegt ($\underline{\Psi}_r = \Psi_{rd}$). Unter dieser Berücksichtigung ergeben sich zur Nachbildung des Flussmodells (Gl. (8.1)) und der Berechnung der Schlupfkreisfrequenz ω_{sp} (Gl. (8.2)) nach kurzer Zwischenrechnung einfache Zusammenhänge. Die dynamische Flussgleichung sei dabei im Laplace-Bereich mit der Variable s angegeben:

$$\Psi_{rd} = \frac{M}{1 + sT_r} \cdot I_{sd} \tag{8.1}$$

$$\omega_{sp} = \frac{M}{\Psi_{rd} \cdot T_r} \cdot I_{sq} \tag{8.2}$$

Aufgrund der Bekanntheit dieses Regelungsprinzips mit Feldorientierung soll in dieser Arbeit nicht näher darauf eingegangen werden. Als zusammengefasste Ergänzung zur lastseitigen Regelung können die Ausführungen in Unterkapitel 8.4 nachgelesen werden.

Die FOR wurde sowohl bei Computer-Simulationen als auch zur direkten Ansteuerung der *Hardware*-Anlage[1] benutzt.

1) vergleiche Figur 8.1, Kapitel 8.1 "Foto der Laboranlage zur Ansteuerung des zweistufigen MK."

Anhang B Leistungsdefinitionen

In diesem Anhang werden verschiedene Leistungsdefinitionen wie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung angegeben. Sie berücksichtigen allfällige Nullkomponenten und erleichtern bei der Leistungsberechnung den Übergang zwischen der Dreiphasendarstellung und der Drehzeiger- bzw. Zeigerdarstellung dreiphasiger Grössen. Die hier besprochenen Zusammenhänge beziehen sich auf Unterkapitel 3.5 "Leistungen und Leistungsbilanz" und stellen eine Ergänzung dazu dar.

B.1 Momentanwerte

Die komplexe momentane Scheinleistung $\underline{s}$ sei wie folgt definiert und kann in die Wirkleistung p und Blindleistung q zerlegt werden:

$$\underline{s}(t) = p(t) + jq(t) = \frac{3}{2}\underline{U}^*(t)\,\underline{I}(t) + 3u_{Null,BP}\,i_{Null} \qquad \text{(B.1)}$$

$$= \frac{3}{2}\vec{u}^*(t)\vec{i}(t) + 3u_{Null,BP}\,i_{Null} \qquad \text{(B.2)}$$

Der Betrag $|\underline{s}|$ der komplexen Scheinleistung berechnet sich natürlich direkt aus der geometrischen Summe von Wirk- und Blindleistung:

$$s = |\underline{s}| = \sqrt{p^2 + q^2} \qquad \text{(B.3)}$$

Die Definition der Scheinleistung in Gl. (B.1) ÷ (B.2) geht entweder von den *Zeigern* $\underline{U}$, $\underline{I}$ oder von den *Drehzeigern* $\vec{u}$, $\vec{i}$ der entsprechenden Dreiphasenspannungen $u_{r,s,tBP}$ [1] und Dreiphasenströme $i_{r,s,t}$ aus. Da in Zeigern bzw. Drehzeigern nur dreiphasige Grössen $u_{r,s,r,3ph}$ bzw. $i_{r,s,t,3ph}$ berücksichtigt sind, müssen in Gl. (B.1) ÷ (B.2) noch die Leistungsbeiträge evtl. vorhandener Nullkomponenten $u_{Null,BP}$ bzw. i_{Null} dazugezählt werden. Setzt man in Gl. (B.2) beliebige Ströme $i_{r,s,t}$ und Spannungen $u_{r,s,tBP}$ ein, dann ergibt sich unter Anwendung der Dreiphasen-Drehzeiger-Transformation gemäss Anhang A.1.1 die folgenden Gl. (B.4).

---

1) Der Index BP steht für **B**ezugs**p**otential (siehe auch unter Abschnitt 3.1.1 "Definition dreiphasiger und gleichphasiger Grössen" auf Seite 68).

$$\underline{s} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}(u_{rBP} + u_{sBP} \cdot e^{-j2\pi/3} + u_{tBP} \cdot e^{j2\pi/3}) \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{3}(i_r + i_s \cdot e^{j2\pi/3} + i_t \cdot e^{-j2\pi/3}) + \tag{B.4}$$

$$+ 3u_{Null,BP}\, i_{Null}$$

Ausmultiplizieren der einzelnen Terme in Gl. (B.4) unter Berücksichtigung der Gl. (B.1) ÷ (B.2) ergibt nach kurzer Zwischenrechnung die momentane komplexe ***Scheinleistung*** $\underline{s} = p + jq$, ausgedrückt mit *allgemeinen* Momentanwerten für Ströme $i_{r,s,t}$ und Spannungen $u_{r,s,tBP}$:

$$\underline{s} = [\; u_{rBP}i_r + u_{sBP}i_s + u_{tBP}i_t \;] + \tag{B.5}$$

$$+ j\frac{1}{\sqrt{3}}[\; (u_{tBP} - u_{sBP})i_r + (u_{rBP} - u_{tBP})i_s + (u_{sBP} - u_{rBP})i_t \;]$$

Die Scheinleistung lässt sich analog zu Gl. (B.5) auch mit *dreiphasigen* und *gleichphasigen* Komponenten $u_{r,s,t,3ph}$, $i_{r,s,t,3ph}$, $u_{Null,BP}$ und i_{Null} ausdrücken:

$$\underline{s} = [\; u_{r,3ph}i_{r,3ph} + u_{s,3ph}i_{s,3ph} + u_{t,3ph}i_{t,3ph} \;] +$$

$$+ j\frac{1}{\sqrt{3}}[\; (u_{t,3ph} - u_{s,3ph})i_{r,3ph} + (u_{r,3ph} - u_{t,3ph})i_{s,3ph} +$$

$$+ (u_{s,3ph} - u_{r,3ph})i_{t,3ph} \;] + 3u_{Null,BP}\, i_{Null} \tag{B.6}$$

Dabei sind die nachfolgend aufgelisteten Zusammenhänge bei der Berechnung von Gl. (B.5) ÷ (B.6) zu beachten:

$$e^{\pm j2\pi/3} = -1/2 \pm j\sqrt{3}/2 \tag{B.7}$$

$$3u_{Null,BP} = u_{rBP} + u_{sBP} + u_{tBP} \qquad 3i_{Null} = i_r + i_s + i_t \tag{B.8}$$

$$u_{r,s,tBP} = u_{r,s,t,3ph} + u_{Null,BP} \qquad i_{u,v,w} = i_{r,s,t,3ph} + i_{Null} \tag{B.9}$$

Drückt man also die Scheinleistung gemäss Gl. (B.6) mit separaten Komponenten aus, dann kommt zu der rein dreiphasigen Wirkleistung p_{3ph} noch die gleichphasige Leistung $p_{Null} = 3 \cdot u_{Null,BP} \cdot i_{Null}$ hinzu, während für die Blindleistung q derselbe Term wie in Gl. (B.5) auftritt und unabhängig von irgendwelchen Nullkomponenten ist. Es gelten folgende Zusammenhänge:

Dreiphasige *Scheinleistung* $\underline{s}_{3ph}$ in den Phasen r,s,t:

$$\underline{s}_{3ph} = p_{3ph} + jq_{3ph} \tag{B.10}$$

Dreiphasige *Wirkleistung* p_{3ph} in den Phasen r,s,t:

$$p_{3ph} = u_{r,3ph}i_{r,3ph} + u_{s,3ph}i_{s,3ph} + u_{t,3ph}i_{t,3ph} = Re(\underline{s}_{3ph}) \tag{B.11}$$

Dreiphasige *Blindleistung* q_{3ph} in den Phasen r,s,t:

$$q_{3ph} = j\frac{1}{\sqrt{3}}\,[\,(u_{t,3ph} - u_{s,3ph})i_{r,3ph} + (u_{r,3ph} - u_{t,3ph})i_{s,3ph} + (u_{s,3ph} - u_{r,3ph})i_{t,3ph}\,] = Im(\underline{s}_{3ph}) \tag{B.12}$$

Komplette *Scheinleistung* $\underline{s}$ in den Phasen r,s,t:

$$\underline{s} = \underline{s}_{3ph} + s_{Null} \quad \text{mit } \underline{s}_{Null} = p_{Null} \tag{B.13}$$

Komplette *Wirkleistung* p in den Phasen r,s,t:

$$p = p_{3ph} + p_{Null} \quad \text{mit } p_{Null} = 3u_{Null,BP}\, i_{Null} \tag{B.14}$$

Komplette *Blindleistung* q in den Phasen r,s,t:

$$q = q_{3ph} + q_{Null} \quad \text{mit } q_{Null} = 0 \quad (q = q_{3ph}) \tag{B.15}$$

Eine eventuelle Nullkomponente p_{Null} tritt also nur in Form von Wirkleistung auf und unter der Bedingung, dass sowohl in den Spannungen $u_{r,s,tBP}$ als auch in den Strömen $i_{r,s,t}$ eine solche Nullkomponente auftaucht. Die Blindleistung q enthält keine Nullkomponenten (Gl. (B.15)).

In den Gl. (B.1) ÷ (B.2) können im Prinzip beliebige Grössen x und y eingesetzt werden. Davon wird in Unterkapitel 3.6 "Gleichungen auf Drehzeiger- und Zeigerebene" für die Darstellung der Schalt- bzw. Modulationsfunktionen auf der (Dreh-)Zeigerebene Gebrauch gemacht.

B.2 (Kurzzeit-)Mittelwerte

Sämtliche Momentanwerte für die Leistungen nach Anhang B.1 lassen sich genauso durch *Kurzzeitmittelwerte* (Index km) ausdrücken, falls die einzelnen Schalthandlungen aufgrund des getakteten Umrichters und damit verbundene Leistungssprünge nicht mehr von Interesse sind. Bei einem Dreileitersystem ($i_{Null} = 0$) sehen dann Wirk- und Blindleistungen mit Zeigern ausgedrückt wie folgt aus:

$$p_{km} = Re\left(\frac{3}{2}\underline{U}_{km}{}^{*}\,\underline{I}_{km}\right) \qquad q_{km} = Im\left(\frac{3}{2}\underline{U}_{km}{}^{*}\,\underline{I}_{km}\right) \tag{B.16}$$

Interessieren vor allem die über eine Periode T gemittelten Leistungen als *Mittelwerte*, dann spricht man z.B. von mittlerer Wirkleistung $P = P_m$ bzw. mittlerer Blindleistung $Q = Q_m$:

$$P = \frac{1}{T}\int_{T} p(\tau)d\tau \qquad Q = \frac{1}{T}\int_{T} q(\tau)d\tau \tag{B.17}$$

Anhang C Daten und Normierung

In diesem Anhang werden die Daten des Gesamtsystems aufgelistet. Der erste Anhangteil C.1 zeigt eine Übersicht über die verwendeten Daten für die Computer-Simulation und für den Laboraufbau. Im zweiten Anhangteil C.2 sind die verschiedenen Normierungsgrössen des Systems dargestellt.

C.1 Daten des Laboraufbaus und der Simulation

In diesem Anhang werden die Nenngrössen und benutzten elektrischen Bauelemente mit ihren Zahlenwerten aufgelistet. Dabei entsprechen die Nennwerte (Index n) in der Regel dem Normalbetrieb der angehängten Last. Von der Computer-Simulation abweichende *Hardware*-Labordaten werden mit dem Index HW versehen.

C.1.1 Netzseite und Eingangsfilter

a) Nenngrössen

Spannung:	$U_{N,n}$	=	$\sqrt{2} \cdot 230$	V
Frequenz:	$f_{N,n}$	=	50	Hz
Kreisfrequenz:	$\omega_{N,n}$	=	$2\pi \cdot 50$	s^{-1}

b) Elemente

Filterinduktivität:	$L_{F,HW}$	=	7	mH
Filterkapazität (☆-Schaltung):	$C_{F,HW}$	=	7.5	μF
Filterwiderstand:	$R_{F,HW}$	=	20	Ω

C.1.2 Umrichter und Lastseite mit Asynchronmaschine

a) Nenngrössen (auf Volllast bezogen gemäss Typenschild)

Die Nenngrössen der ASM entsprechen den Angaben auf dem Typenschild der ASM und gehen von motorischem Nennlastbetrieb aus. Die ASM muss in Δ-Schaltung betrieben werden, um die angegebene Nennleistung von $P_{s,n}$ =

$3kW$ überhaupt erreichen zu können. In ☆-Schaltung kann nur noch ein Drittel der Leistung umgesetzt werden. Es gilt: $P_{s,\Delta} = 3P_{s,☆}$ (vergleiche dazu Abschnitt 3.4.1 "Lastanordnungen einer ASM").

Im folgenden seien für die ASM sämtliche Statorgrössen mit dem Index s und alle Rotorgrössen mit dem Index r versehen. Der Index sp steht für Schlupf.

Statorspannungs-GS-Amplitude:	$U_{s,n}$	=	$\sqrt{2} \cdot 220$	V
mittlere Statorwirkleistung:	$P_{s,n}$	=	3000	W
Statorstrom-GS-Amplitude:	$I_{s,n}$	=	5	A
el. Statorfrequenz:	$f_{s,n}$	=	50	Hz
(Lastfrequenz $f_L \cong f_{s,n}$)				
el. Statorkreisfrequenz:	$\omega_{s,n}$	=	$2\pi \cdot f_{s,n}$	
(Lastkreisfrequenz $\omega_L \cong \omega_{s,n}$)				
el. Rotorfrequenz:	$f_{r,n}$	=	47.67	Hz
el. Rotorkreisfrequenz:	$\omega_{r,n}$	=	$2\pi \cdot f_{r,n}$	
el. Schlupffrequenz:	$f_{sp,n}$	=	2.33	Hz
el. Schlupfkreisfrequenz:	$\omega_{sp,n}$	=	$2\pi \cdot f_{sp,n}$	
	(es gilt $f_{sp} = f_s - f_r$)			
mech. Drehzahl:	n_n	=	1430	U/min
Drehmoment:	$m_{d,n}$	=	17.9	Nm

b) Maschinenparameter

Statorwiderstand:	R_s	=	6.2	Ω
Rotorwiderstand:	R_r	=	6.1	Ω
Statorinduktivität:	L_s	=	710	mH
Statorstreuinduktivität:	$L_{s\sigma}$	=	30	mH
Rotorinduktivität:	L_r	=	710	mH
Rotorstreuinduktivität:	$L_{r\sigma}$	=	30	mH
Hauptinduktivität:	M	=	680	mH
totaler Streufaktor:	σ	=	$1 - M^2/(L_s \cdot L_r)$	
		=	8.27	%
Statorseitiger Streufaktor:	σ_s	=	$L_{s\sigma}/L_s$	= 4.23 %
Rotorseitiger Streufaktor:	σ_r	=	$L_{r\sigma}/L_r$	= 4.23 %
Polpaarzahl:	z_p	=	2	
Trägheitsmoment:	J	=	0.010	$kg \cdot m^2$
Übersetzungsverhältnis:	ü	=	1 = $(L_s - L_{s\sigma})/M$	
			= $M/(L_r - L_{r\sigma})$	

c) Zeitkonstanten / Ansteuerung

Statorzeitkonstante:	T_s	=	114.5	ms
Rotorzeitkonstante:	T_r	=	116.4	ms
Taktfrequenz:	$f_{T,HW}$	=	9.09	kHz
Regelfrequenz:	$f_{R,HW}$	=	2.27	kHz
	$(f_{R,HW} = f_{T,HW}/4)$			

C.2 Normierung der physikalischen Grössen

Es ist vor allem für die *grafische Darstellung* der diversen Systemgrössen von Vorteil, wenn die physikalischen Grössen einer Normierung unterzogen werden. So ist es möglich, Skalierungsprobleme zu vermeiden und auch Grössen mit verschiedenen Dimensionen (z.B. Strom $[A]$ und Spannung $[V]$) in einem gemeinsamen Bild darzustellen. Ebenfalls hilfreich ist die *Normierung des Eingangsfilters*, da so die praktische Angabe der realen Filterwerte unter Benutzung von %-Angaben möglich ist. Die Zeit t wird nicht normiert. Dasselbe gilt für die verschiedenen Frequenzen f_i im System. *Berechnungen* und *Simulationen* wurden in dieser Arbeit ohne Normierung durchgeführt.

C.2.1 Bezugsgrössen (Normierungsgrössen)

Zur Unterscheidung von physikalischen und normierten Grössen werden erstere in der kursiven, letztere in der normalen Schriftart gekennzeichnet. Auf individuelle Bezugsgrössen normierte Systemgrössen werden mit dem Index i versehen (siehe auch Symbolverzeichnis auf Seite 19).

Nachfolgend sind die verwendeten Werte für die Bezugsgrössen (a) sowie jene für die individuellen Bezugsgrössen (b) aufgeführt.

a) Bezugsgrössen

Mehreren Grössen mit derselben physikalischen Einheit ist jeweils eine Bezugsgrösse zugeordnet. Diese Bezugsgrössen (Index B) stellen in erster Linie einen Bezug zu den Nenngrössen (Index n) der Netzseite und zu der Betriebsnennleistung her, für die das Umrichtersystem untersucht werden soll.

Spannung:	U_B	=	$U_{N,n}$	=	$\sqrt{2} \cdot 230$	V
Wirkleistung:	P_B			:=	2000	W $\left(= \frac{2}{3} \cdot P_{s,n}\right)$

Scheinleistung:	S_B	=	$\frac{P_B}{\cos(\pm 30°)}$	=	2309.4	VA
Strom:	I_B	=	$\frac{2}{3} \cdot \frac{S_B}{U_B}$	=	4.73	A
Frequenz:	f_B	=	$f_{N,n}$	=	50	Hz
Kreisfrequenz:	ω_B	=	$\omega_{N,n}$	=	$2\pi \cdot 50$	s^{-1}
Impedanz:	Z_B	=	U_B / I_B	=	68.72	Ω
Widerstand:	R_B	=	Z_B	=	68.72	Ω
Induktivität:	L_B	=	Z_B / ω_B	=	218.74	mH
Kapazität:	C_B	=	$1/(\omega_B Z_B)$	=	46.32	μF
Flussverkettung:	Ψ_B	=	$\Psi_{r,n}$	=	1.6358	Vs
mech. Drehzahl:	n_B	=	n_n	=	1430	U/min
Drehmoment:	m_B	=	$m_{d,n}$	=	17.44	Nm

b) Individuelle Bezugsgrössen

Individuelle Bezugsgrössen werden sinnvollerweise nur für jene Einheiten eingeführt, für die bereits eine andere Bezugsgrösse gleicher Dimension definiert ist. Um sie voneinander unterscheiden zu können, stützen sich die hier verwendeten individuellen Bezugsgrössen auf spezifische Maschinen-Kenndaten der eingesetzten ASM ab und werden mit dem Index iB versehen.

Statorspannung:	U_{iB}	=	$U_{s,n}$	=	$\sqrt{2} \cdot 220$	V
Statorstrom:	I_{iB}	=	$I_{s,n}$	=	5	A
Frequenz:	f_{iB}	=	$f_{s,n}$	=	48.7	Hz

C.2.2 Normierung

Bei der Normierung wird die Grösse x entweder auf eine für alle Grössen mit derselben Dimension gemeinsame Bezugsgrösse X_B bezogen oder allenfalls auf einen individuellen Bezugswert X_{iB} normiert. Allgemein gilt:

$$x = \frac{x}{X_B} \quad \text{bzw.} \quad x_i = \frac{x}{X_{iB}} \tag{C.1}$$

Bei griechischen Symbolen wird die Unterscheidung zwischen normierten und nicht normierten Grössen mit Hilfe der Angabe eines zusätzlichen Indizes pu (vom Englischen her: *"**p**er **u**nit"* für einheitslos) sichergestellt. Beispiele dazu sind: $\Psi_{r,pu}$, $\omega_{N,pu}$, u.s.w..

Anhang D Schalthandlungen

In diesem Anhang wird anhand eines ausführlichen Beispiels der Unterschied in den auf die vorhandenen IGBT bezogenen **Anzahl Schalthandlungen** zwischen dem **einstufigen** und **zweistufigen Matrixkonverter** grafisch dargelegt.

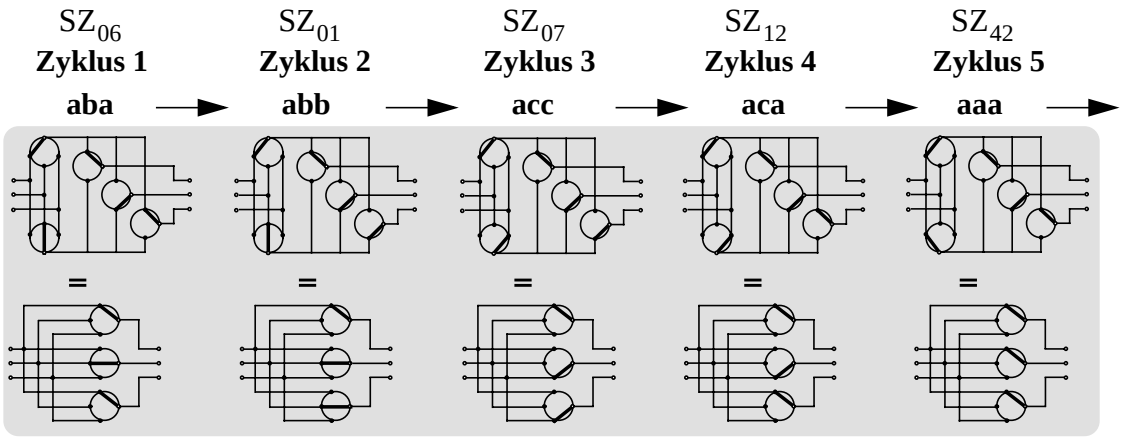
Beim **z**weistufigen **M**atrix**k**onverter (ZMK) wird in Figur D.1 von der bei der *ud,min*-Methode beschriebenen Schaltsequenzvariante b gemäss Figur 5.22 ausgegangen und für den betrachteten Fall die in der Tabelle 2.2 definierten stationären Schaltzustände SZ_{01}, SZ_{06}, SZ_{07}, SZ_{12} und SZ_{42} benutzt. Während den dargestellten Übergängen vom einen zum nächsten stationären Schaltzustand (siehe hellgrau hinterlegte Flächen in den Figuren D.1 ÷ D.2) findet die Stromkommutierung von einer Schalterstellung auf die nächste statt, wie auch ausführlich anhand des Zustandsdiagramms in Figur 4.7 unter Kapitel 4 beschrieben wird. Dabei seien die ein- und auszuschaltenden IGBT jeweils dunkel markiert. Für die Kommutierung wird dabei das Netzspannungskriterium verwendet (siehe Abschnitt 4.2.2, Seite 121). Für die GR-Eingangsspannungen $u_{GRa,b,c0}$ gelten die in Figur 3.2 definierten Zählpfeile.

Soll der **e**instufige **M**atrix**k**onverter (EMK) ebenfalls für die *ud,min*-Methode für jeden Zeitpunkt *t* dasselbe Input-Output-Verhalten zwischen der Netz- und der Lastseite erzeugen wie der ZMK, so ist die erforderliche Schalterstellung der drei 3-Punkt-Umschalter und damit auch die Reihenfolge der Schaltsequenz nach Figur D.2 eindeutig festgelegt. Daraus kann ebenfalls nach dem Netzspannungskriterium die Ein- und Ausschaltabfolge für eine sichere Kommutierung abgeleitet werden.

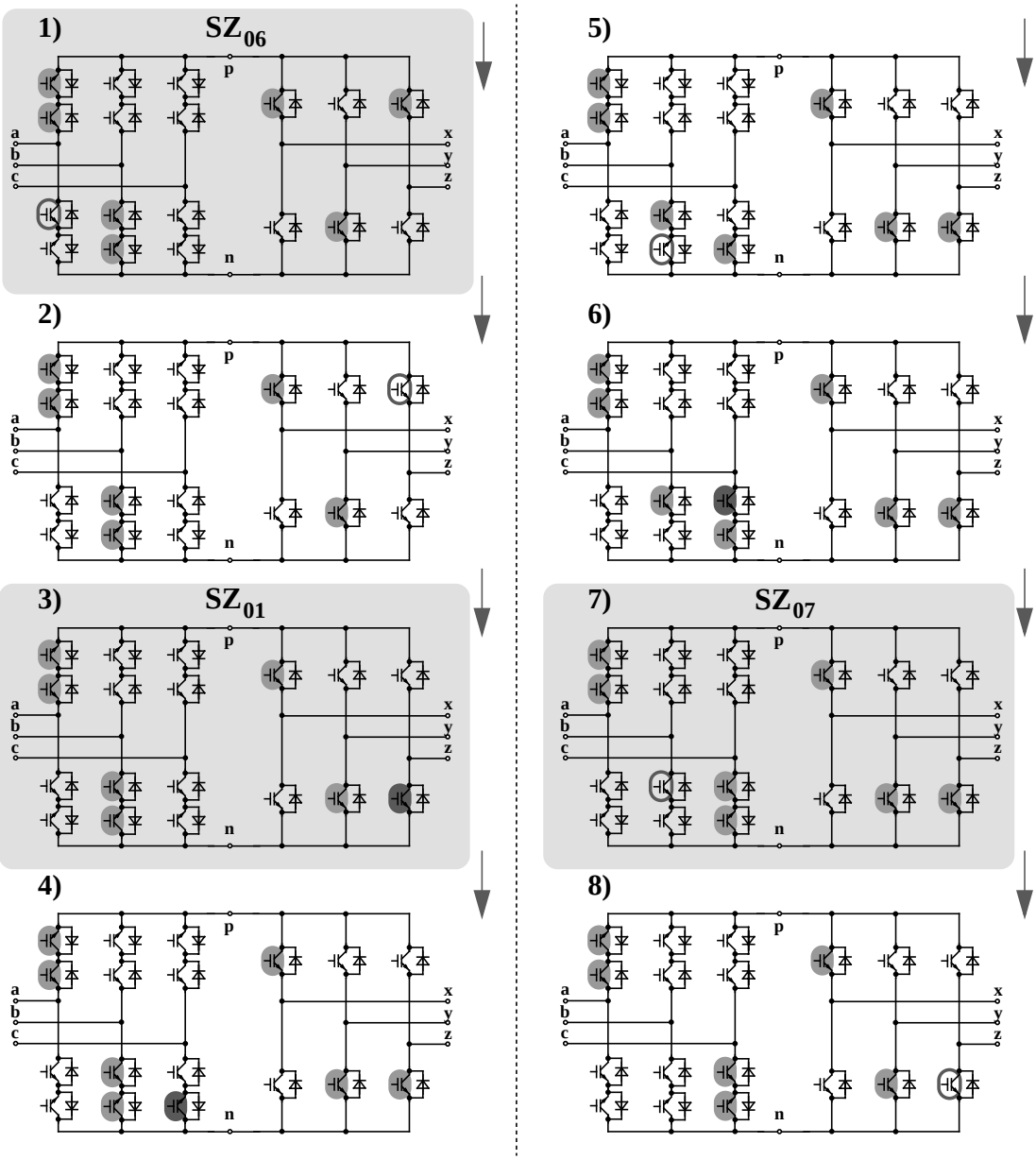
Ein Vergleich der Anzahl ein- und auszuschaltender IGBT zeigt unter zusätzlicher Berücksichtigung der *ud,max*-Methode, dass zur Erzeugung eines identischen Pulsmusters am Umrichtereingang und -ausgang

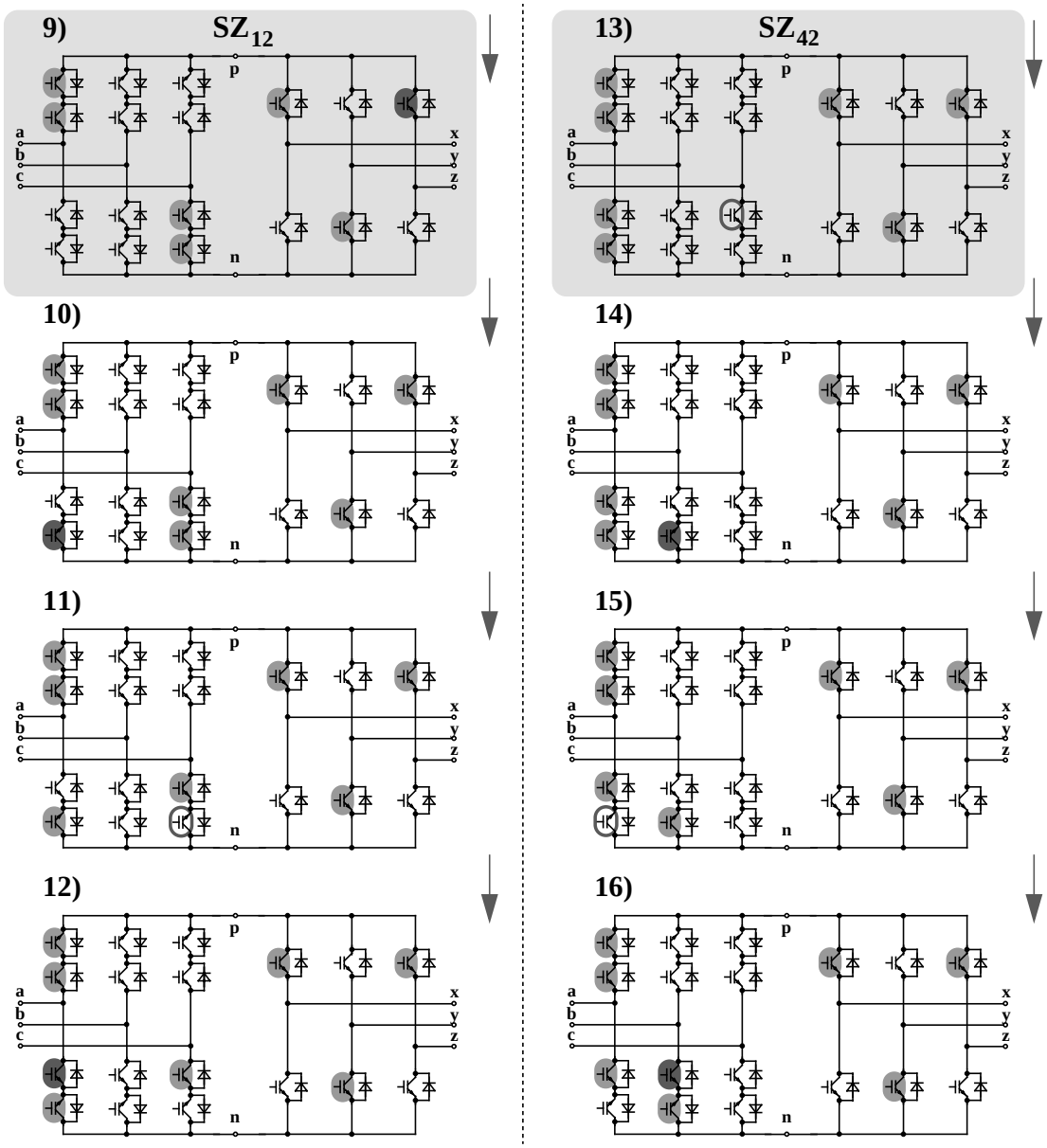
- der **ZMK** nur **8 Schalthandlungen** (Tabelle 5.9) ausführt, während
- der **EMK** in derselben Zeit insgesamt
  - bei der *ud,min*-Methode **12 Schalthandlungen**,
  - und bei der *ud,max*-Methode **14 Schalthandlungen** bewältigen muss.

Der ZMK weist also bei der *ud,min*-Methode nur 67% und bei der *ud,max*-Methode gerade 57% der Anzahl Schalthandlungen des EMK auf.



Kommutierungssequenz 1,...,16 beim zweistufigen Matrixkonverter (ZMK);
Alle neu EIN- und AUS-geschalteten IGBT sind markiert.





Alle neu EIN-geschalteten IGBT sind wie folgt markiert.

Legende:
- = eingeschalteter IGBT
- = **neu** *ein*geschalteter IGBT
- = **neu** *aus*geschalteter IGBT

Annahmen für die Vorzeichen der verketteten GR-Eingangsspannungen

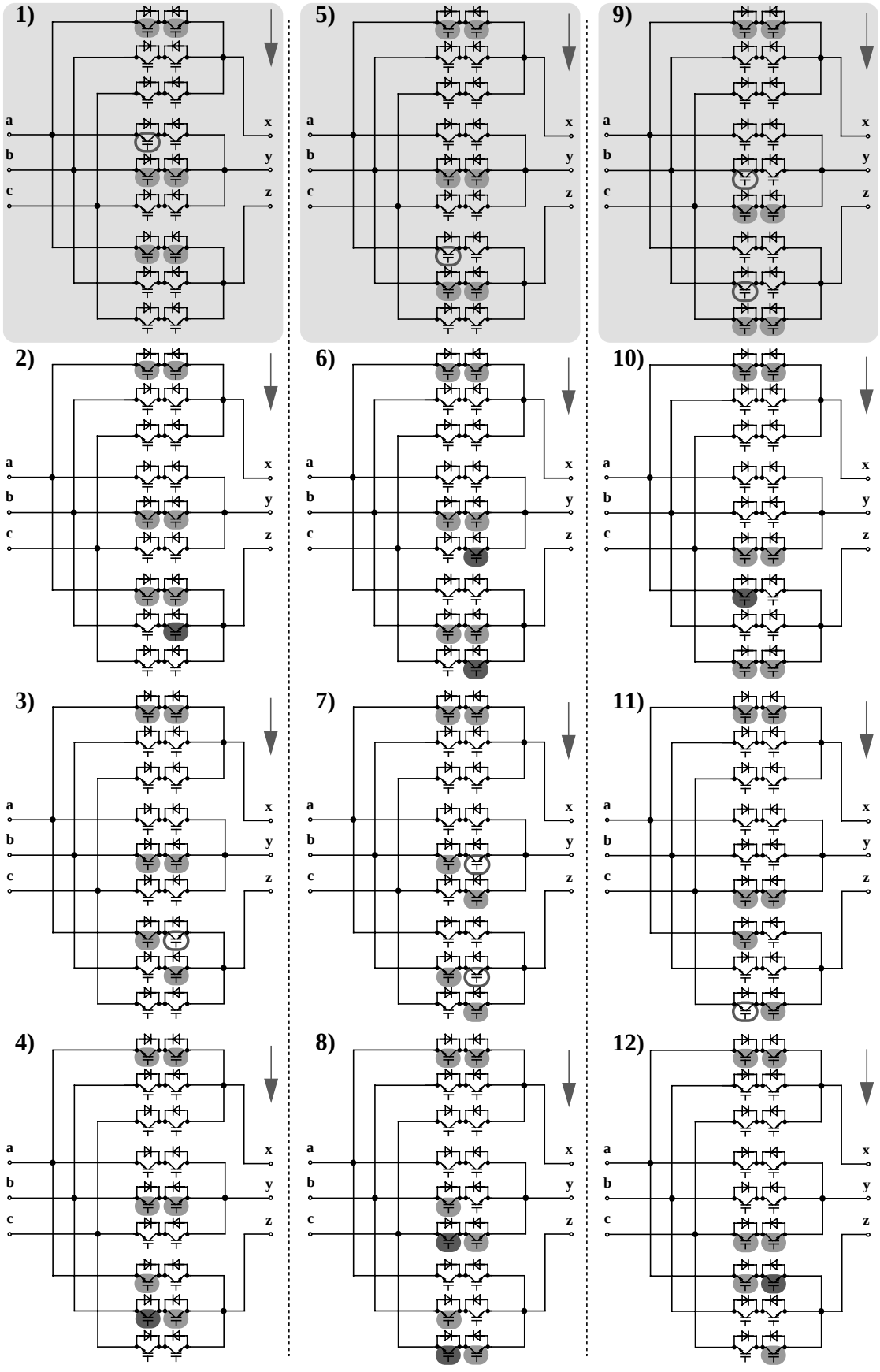
$(u_{GRab} = u_{GRa} - u_{GRb}) > 0$

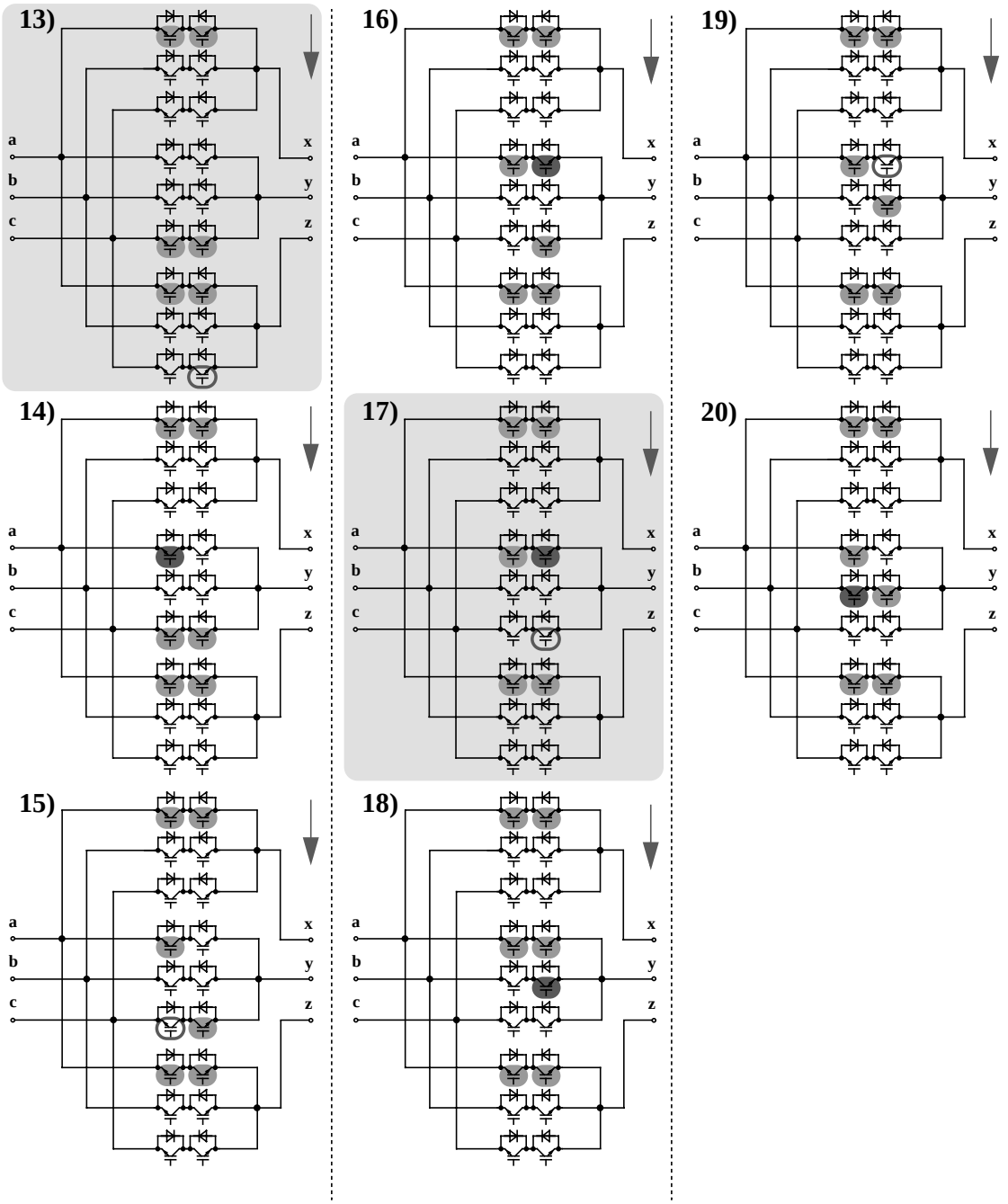
$(u_{GRbc} = u_{GRb} - u_{GRc}) > 0$

$(u_{GRca} = u_{GRc} - u_{GRa}) < 0$

Figur D.1: Detaillierte Übersicht über die **zyklische Schaltreihenfolge** ausgehend vom 1. (stabilen) Schaltzustand SZ_{06} bis zum 16. (transienten) Schaltzustand mit **ein- und auszuschaltenden IGBT** bei Schaltsequenzvariante b aus Figur 5.22 beim **ZMK** bei der *ud,min*-Methode. Für die Kommutierung werde als Beispiel das Netzspannungskriterium (Abschnitt 4.2.2) angewendet.

Analoge Reihenfolge der Schalthandlungen beim einstufigen Matrixkonverter (EMK); Alle neu EIN- und AUS-geschalteten IGBT sind markiert.





Alle neu EIN-geschalteten IGBT sind wie folgt markiert.

Legende:
- = eingeschalteter IGBT
- = **neu** *ein*geschalteter IGBT
- = **neu** *aus*geschalteter IGBT

Annahmen für die Vorzeichen der verketteten GR-Eingangsspannungen

$(u_{GRab} = u_{GRa} - u_{GRb}) > 0$

$(u_{GRbc} = u_{GRb} - u_{GRc}) > 0$

$(u_{GRca} = u_{GRc} - u_{GRa}) < 0$

Figur D.2: **Zyklische Schaltreihenfolge** beim EMK bei der *ud,min*-Methodemit stabilen (=graue Flächen) und transienten Schaltzuständen mit **ein- und auszuschaltenden IGBT** bei analoger Schaltsequenz wie beim ZMK.

Anhang E LC-Filter

In diesem Anhang sollen Berechnungen des in Kapitel 6 behandelten LC-Filters möglichst nachvollziehbar dargelegt werden.

E.1 Berechnung der Partialbruchkoeffizienten

Dieses Unterkapitel geht auf die Berechnung der Partialbruchkoeffizienten ein. Es bildet die Ergänzung zu Tafel 6.1, bei der die Rücktransformation des Netzstromes $i_N(t) = i_{Na}(t)$ und der GR-Eingangsspannung $u_{GR}(t) = u_{GRa}(t)$ vom Frequenz- direkt in den Zeitbereich vollzogen wird. Die Partialbruchkoeffizienten $x_{i1,\ldots,8}$ für den Netzstrom $i_N(t)$ bzw. $x_{u1,\ldots,16}$ für die GR-Eingangsspannung $u_{GR}(t)$ berechnen sich, indem man die in Gl. (6.28) angesetzten Partialbrüche gleichnamig macht und dann einen Koeffizientenvergleich mit der ursprünglichen Gl. (6.24) durchführt. Dieses Vorgehen sei am Beispiel des ersten Faktors für die Koeffizienten $x_{i1,\ldots,4}$ in Gl. (6.28) gezeigt:

$$\frac{(x_{i1} + s x_{i2}) \cdot (s - p_1) \cdot (s - p_2) + (x_{i3} + s x_{i4}) \cdot (s^2 + \omega_N^2)}{(s^2 + \omega_N^2) \cdot (s - p_1) \cdot (s - p_2)}$$

$$= \frac{s\left(s + \frac{\omega_0}{Q}\right)}{(s^2 + \omega_N^2) \cdot (s - p_1) \cdot (s - p_2)} \qquad \text{(E.1)}$$

Daraus ergeben sich für jeden Grad von s folgende Bedingungen, die in Form eines linearen Gleichungssystems aufgestellt werden können:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -(p_1 + p_2) & 1 & 0 \\ -(p_1 + p_2) & p_1 p_2 & 0 & \omega_N^2 \\ p_1 p_2 & 0 & \omega_N^2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \\ x_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_0/Q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(E.2)}$$

Gl. (E.1) kann nun einfach z.B. mit dem Gauss'schen Eliminationsverfahren aufgelöst werden [24]. Mit demselben Vorgehen können auch die anderen zu lösenden Gleichungssysteme aufgestellt und mit geeigneten Mitteln wie z.B.

MATLAB oder MAPLE gelöst werden. Die restlichen Gleichungssysteme für die Koeffizienten $x_{i5,\ldots,i8}$ des Netzstromes $i_{Na}(t)$ (Gl. (6.28), Tafel 6.1) bzw. $x_{u1,\ldots,u16}$ der GR-Eingangsspannung $u_{GRa}(t)$ (Gl. (6.29), Tafel 6.1) lauten damit:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -(p_1+p_2) & 1 & 0 \\ -(p_1+p_2) & p_1p_2 & 0 & \omega_N^2 \\ p_1p_2 & 0 & \omega_N^2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{i5} \\ x_{i6} \\ x_{i7} \\ x_{i8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 Q \cos(\varphi_{iGR0}) \\ \omega_0^2 \cos(\varphi_{iGR0}) - \omega_N \omega_0 Q \sin(\varphi_{iGR0}) \\ -\omega_N \omega_0^2 Q \sin(\varphi_{iGR0}) \end{bmatrix} \tag{E.3}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -\left(p_1+p_2-\frac{\omega_0}{Q}\right) & 1 & \omega_0/Q & -(p_1+p_2) \\ -\left(p_1+p_2-\frac{\omega_0}{Q}\right) & \left(p_1p_2-\frac{\omega_0}{Q}(p_1+p_2)\right) & \frac{\omega_0}{Q} & \omega_N^2 & (p_1p_2+\omega_N^2) \\ \left(p_1p_2-\frac{\omega_0}{Q}(p_1+p_2)\right) & p_1p_2\frac{\omega_0}{Q} & \omega_N^2 & \omega_N^2\frac{\omega_0}{Q} & -\omega_N^2(p_1+p_2) \\ p_1p_2\frac{\omega_0}{Q} & 0 & \omega_N^2\frac{\omega_0}{Q} & 0 & p_1p_2\omega_N^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{u1} \\ x_{u2} \\ x_{u3} \\ x_{u4} \\ x_{u5} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \omega_0/Q & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{E.4}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -\left(p_1+p_2-\frac{\omega_0}{Q}\right) & 1 & \omega_0/Q & -(p_1+p_2) \\ -\left(p_1+p_2-\frac{\omega_0}{Q}\right) & \left(p_1p_2-\frac{\omega_0}{Q}(p_1+p_2)\right) & \frac{\omega_0}{Q} & \omega_N^2 & (p_1p_2+\omega_N^2) \\ \left(p_1p_2-\frac{\omega_0}{Q}(p_1+p_2)\right) & p_1p_2\frac{\omega_0}{Q} & \omega_N^2 & \omega_N^2\frac{\omega_0}{Q} & -\omega_N^2(p_1+p_2) \\ p_1p_2\frac{\omega_0}{Q} & 0 & \omega_N^2\frac{\omega_0}{Q} & 0 & p_1p_2\omega_N^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{u6} \\ x_{u7} \\ x_{u8} \\ x_{u9} \\ x_{u10} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 Q \cos(\varphi_{iGR0}) \\ \omega_0^2 \cos(\varphi_{iGR0}) - \omega_N \omega_0 Q \sin(\varphi_{iGR0}) \\ -\omega_N \omega_0^2 Q \sin(\varphi_{iGR0}) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.5}$$

(E.6)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{\omega_0}{Q} & -(p_1 + p_2) \\ \frac{\omega_0}{Q} & 0 & p_1 p_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{u11} \\ x_{u12} \\ x_{u13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.7}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{\omega_0}{Q} & -(p_1 + p_2) \\ \frac{\omega_0}{Q} & 0 & p_1 p_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{u14} \\ x_{u15} \\ x_{u16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\omega_0}{Q} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.8}$$

E.2 Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Filters

Die Eigenkreisfrequenz ω_0 des LC-Filters kann analytisch auch anders als in Gl. (6.13) ausgedrückt werden. Dazu wird vom gewünschten Stromübersetzungsverhältnis $\left|\underline{G}_{IN \to IGR}(j\omega_T)\right|$ nach Gl. (6.18) in Kapitel 6 ausgegangen. Dort ist die gesuchte Eigenkreisfrequenz ω_0 bereits in der Formel enthalten und kann bei festgelegter Güte Q und bei einem ebenfalls gegebenem Verhältnis $\left|\underline{G}_{IN \to IGR}(j\omega_T)\right|$ bestimmt werden. Dies gelingt, indem die Gl. (6.18) wie folgt logarithmisch geschrieben und in Dezibel mit $G_{i,\mathrm{dB}} = \left|G_{IN \to IGR}(j\omega_T)\right|_{\mathrm{dB}}$ angegeben wird:

$$G_{i,\mathrm{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\left|\underline{G}_i\right|) = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\sqrt{\omega_T^2 \omega_0^2 Q^2 + \omega_0^4}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_T^{\,2})^2 + \omega_T^2 \omega_0^2 Q^2}}\right)$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2 + \omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega_T{}^2)^2 + \omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2}\right)$$

$$= 10 \cdot (\log_{10}(\omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2 + \omega_0^4) - \log_{10}((\omega_0^2 - \omega_T{}^2)^2 + \omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2)) \tag{E.9}$$

Eine weitere Umformung von Gl. (E.9) ergibt dann:

$$A = 10^{\frac{1}{10}\cdot \mathrm{G}_{i,\mathrm{dB}}} = \frac{\omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2 + \omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega_T{}^2)^2 + \omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2} \tag{E.10}$$

Damit ist es möglich, eine zweifach quadratische Gleichung für ω_0^2 aufzustellen, indem der in Gl. (E.11) störende Term ω_0 erster Ordnung durch $\omega_0\mathrm{Q} = 1/(RC) = B$ ersetzt wird:

$$\omega_0^4 \cdot (A-1) - \omega_0^2 \cdot 2A\omega_T^2 + (\omega_T^2\omega_0^2\mathrm{Q}^2(A-1) + A\omega_T^4)$$
$$= \omega_0^4 \cdot (A-1) - \omega_0^2 \cdot 2A\omega_T^2 + (\omega_T^2 B^2(A-1) + A\omega_T^4) \tag{E.11}$$

Die beiden Lösungen $\omega_{01,2}^2$ von Gl. (E.11) lauten:

$$\omega_{01,2}^2 = \frac{\omega_T}{(A-1)} \cdot \left\{A\omega_T \pm \sqrt{A\omega_T^2 - A^2B^2 + 2AB^2 - B^2}\right\} \tag{E.12}$$

Unter der Annahme, dass $\left|\underline{\mathrm{G}}_i\right| < 1$ gilt, wird $\mathrm{G}_{i,\mathrm{dB}} < 0$, womit sofort

$$A < 1 \tag{E.13}$$

folgt. Da aus physikalischen Gründen nur positive Eigenkreisfrequenzen $\omega_{01,2}^2$ als Lösungen von Gl. (E.12) in Frage kommen, führt nur die eine der beiden Lösungen von Gl. (E.11) zu einem sinnvollen Resultat:

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_T}{(A-1)} \cdot \left\{A\omega_T - \sqrt{A\omega_T^2 - B^2(A-1)^2}\right\} \tag{E.14}$$

Nun kann mit $\omega_0 Q = 1/(RC) = B$ die Eigenfrequenz f_0 in Abhängigkeit des spezifizierten Stromübersetzungsverhältnisses $G_{i,dB}$ (siehe Gl. (E.10)), der Kapazität C, des Widerstandes R und der Taktfrequenz f_T geschrieben werden:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_T}{(A-1)} \cdot \left\{ A\omega_T - \frac{1}{RC} \cdot \sqrt{A\omega_T^2 (RC)^2 - (A-1)^2} \right\}} \quad \text{(E.15)}$$

mit $f_0 = \omega_0/(2\pi)$

Auf den ersten Blick scheint es widersprüchlich, dass die Eigenfrequenz f_0 nach Gl. (E.15) des ungedämpften Eingangsfilters unter anderem vom Widerstand R, der ja gerade die Dämpfung bewirkt, abhängig ist. Bedenkt man aber, dass derselbe Widerstand R vorgängig aus dem vorgegebenen Stromübersetzungsverhältnis $G_{i,dB}$ bestimmt wurde, so wird klar, dass $G_{i,dB}$ und R miteinander gekoppelt und beide über die zweite Gleichung in (6.13) bzw. Gl. (E.11) mit der ebenfalls zuvor festgelegten Güte Q zusammenhängen.

Es kann numerisch leicht überprüft werden, dass die Eigenfrequenz f_0 sowohl mit Hilfe der ersten Gleichung in (6.13) als auch mittels Gl. (E.15) berechnet werden kann.

Ferner sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Resonanzfrequenz f_{res} bei dem gedämpften Eingangsfilter unterhalb der Eigenfrequenz f_0 liegt ($f_{res} < f_0$). Auf die analytische Herleitung der Resonanzfrequenz f_{res} wird hier verzichtet. Diese kann in [30] für ein dynamisches System 2. Ordnung einfach nachvollzogen werden und hängt nur gerade von der Güte $Q = 2D$ und der Eigenfrequenz f_0 ab:

$$f_{res} = f_0 \cdot \sqrt{1 - 2D^2} \quad \text{(E.16)}$$

Dabei stellt D die Dämpfung des Systems dar.

Anhang F Gleichung 4. Ordnung

Mit Hilfe dieses Anhanges soll es möglich sein, eine Gleichung vierter und damit auch dritter Ordnung lösen zu können, ohne auf spezielle mathematische Programme dafür zurückgreifen zu müssen. Dabei werden vorhandene mathematische Methoden ohne Beweis angewendet. Diese werden hier nur so ausführlich dargestellt, dass der Leser in der Lage ist, die Nullstellen eines Polynoms bis vierter Ordnung selbständig bestimmen zu können.

Gegeben sei die Gleichung 4. Ordnung:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \qquad \text{(F.1)}$$

Elimination des x^3-Terms

Die Unbekannte x soll durch

$$x = y - a/4 \qquad \text{(F.2)}$$

substituiert werden, um den Term dritter Ordnung zu eliminieren:

$$(y - a/4)^4 + a(y - a/4)^3 + b(y - a/4)^2 + c(y - a/4) + d = 0 \qquad \text{(F.3)}$$

Daraus folgt durch Vereinfachung:

$$y^4 + 2Ay^2 - By - C = 0 \text{ mit den neuen Koeffizienten} \qquad \text{(F.4)}$$

$$A = (8b - 3a^2)/16\,,$$

$$B = (4ab - 8c + a^3)/16\,,$$

$$C = (3a^4 + 64ac - 16a^2b - 256d)/16$$

Quadratische Ergänzung der linken Seite

Das Umschreiben von Gl. (F.4) ergibt:

$$y^4 + 2Ay^2 = By + C \qquad \text{(F.5)}$$

Quadratische Ergänzung des linken Terms führt auf:

$$(y^2 + A)^2 = A^2 + By + C \tag{F.6}$$

Einführung der unbekannten Hilfsgrösse *z*

Nun soll auch der rechte Term von Gl. (F.6) quadratisch ergänzt werden. Zu diesem Zweck wird im Quadrat des linken Terms die Hilfsgrösse z eingeführt mit entsprechender Korrektur auf der rechten Seite:

$$(y^2 + A + z)^2 = A^2 + By + C + z^2 + 2(y^2 + A)z \tag{F.7}$$

Nach den y-Termen geordnet, ergibt sich:

$$(y^2 + A + z)^2 = 2zy^2 + By + (z^2 + 2Az + A^2 + C) \tag{F.8}$$

Um den rechten Term in Gl. (F.8) gleichfalls als quadratischen Ausdruck auffassen zu können, sei das Verschwinden der Diskriminante der rechten quadratischen Gleichung für die Variable y verlangt. Dafür werde also Gl. (F.8) zuerst gleich Null gesetzt

$$2zy^2 + By + (z^2 + 2Az + A^2 + C) = 0 \tag{F.9}$$

und eine doppelte Nullstelle impliziert, indem die Diskriminante der Lösung von Gl. (F.9)

$$y_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 8z(z^2 + 2Az + A^2 + C)}}{4z} \tag{F.10}$$

gleich Null gesetzt wird:

$$B^2 - 8z(z^2 + 2Az + A^2 + C) = 0 \tag{F.11}$$

Daraus folgt folgende Gleichung dritter Ordnung für z:

$$z^3 + 2Az^2 + (A^2 + C)z - B^2/8 = 0 \tag{F.12}$$

Bestimmen der Lösung für die Gleichung dritter Ordnung in *z*

Analog zu den Gl. (F.2) ÷ (F.3) kann zur Elimination des z^2-Terms in Gl. (F.12) mit Hilfe der Substitution

$$z = w - 2A/3 \tag{F.13}$$

folgende Gleichung dritter Ordnung

$$(w - 2A/3)^3 + 2A(w - 2A/3)^2 + (A^2 + C)(w - 2A/3) - B^2/8 = 0 \tag{F.14}$$

reduziert werden:

$$w^3 + pw - q = 0 \text{ mit den neuen Koeffizienten} \tag{F.15}$$

$$p = (3C - A^2)/3$$

$$q = (2A^3 + 18AC)/27 + B^2/8$$

Die drei Lösungen $w_{1,2,3}$ von Gl. (F.15) lauten:

$$w_1 = u + v$$

$$w_2 = -\frac{1}{2} \cdot (u + v) + j\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (u - v)$$

$$w_3 = -\frac{1}{2} \cdot (u + v) - j\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (u - v)$$

$$\text{mit} \quad u = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}}$$

$$v = -\left(\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}}\right) \tag{F.16}$$

Mit Gl. (F.13) können dann Lösungen $z_{1,2,3}$ für die Hilfsgrösse z berechnet werden:

$$z_{1,2,3} = w_{1,2,3} - 2A/3 \tag{F.17}$$

Es sollte allerdings von Fall zu Fall überprüft werden, ob alle Lösungen $z_{1,2,3}$ zum richtigen Resultat führen. Im folgenden sei nur die Lösung z_1 weiterverwendet.

Einsetzen der Lösung von Gl. (F.17) in Gl. (F.10) ÷ (F.11) liefert die doppelte Lösung für die Unbekannte y:

$$y_1 = y_2 = -\frac{B}{4z_1} \tag{F.18}$$

Hiermit wird die rechte Seite von Gl. (F.8) wie gewünscht zu einem quadratischen Term:

$$(y_1^2 + A + z_1)^2 = 2z_1\left(y_1 + \frac{B}{4z_1}\right)^2 \tag{F.19}$$

Wurzelziehen ergibt zwei mögliche Gleichungen:

$$y_1^2 + A + z_1 = \pm\sqrt{2z_1} \cdot \left(y_1 + \frac{B}{4z_1}\right) \tag{F.20}$$

Daraus folgen zwei quadratische Gleichungen:

$$y_1^2 + \sqrt{2z_1} \cdot y_1 + \left(A + z_1 + \sqrt{2z_1} \cdot \frac{B}{4z_1}\right) = 0 \tag{F.21}$$

$$y_1^2 - \sqrt{2z_1} \cdot y_1 + \left(A + z_1 - \sqrt{2z_1} \cdot \frac{B}{4z_1}\right) = 0 \tag{F.22}$$

mit jeweils zwei Lösungen, also insgesamt vier Lösungen $y_{11,12,13,14}$:

$$y_{11,12} = \frac{-\sqrt{2z_1} \pm \sqrt{-4A - 2z_1 - \frac{\sqrt{2z_1} \cdot B}{z_1}}}{2} \tag{F.23}$$

$$y_{13,14} = \frac{\sqrt{2z_1} \pm \sqrt{-4A - 2z_1 + \frac{\sqrt{2z_1} \cdot B}{z_1}}}{2} \tag{F.24}$$

Substitution der Lösungen $y_{11,12,13,14}$ mit Hilfe von Gl. (F.2) ergibt dann direkt die gesuchten Lösungen $x_{11,12,13,14}$ der Gleichung vierter Ordnung in Gl. (F.1).

Literatur

[1] Alesina A., Venturini M.G.B.: *The Generalised Transformer: A New Bi-Directional, Sinusoidal Waveform Frequency Converter with Continuously Adjustable Input Power Factor,* IEEE Power Electronics Specialist Conference (PESC) record, pp 242-252, 1980.

[2] Alesina A., Venturini M.G.B.: *Analysis and Design of Optimum-Amplitude Nine-Switch Direct AC-AC Converters*, Power Electronics, IEEE Trans., Vol. 4, Issue 1, pp 101-112, Jan. 1989.

[3] Casadei D., Serra G., Tani A.: *A General Approach for the Analysis of the Input Power Quality in Matrix Converters*, Power Electronics, IEEE Trans., Vol. 13, Issue 5, Sept. 1998.

[4] Casadei D., Serra G., Tani A.: *Reduction of the Input Current Harmonic Content in Matrix Converters under Input/Output Unbalance*, Industrial Electronics, IEEE Trans., Vol. 45, Issue 3, June 1998.

[5] Deplazes R.: *Neue transformatorlose Schaltungstopologie für Traktionsantriebe auf der Basis von 3-Stern-Asynchronmaschinen*, Dissertation, ETHZ Nr. 13204, LEM, 1999.

[6] Eilinger T.: *Lärmerzeugung in wechselrichtergespeisten Asynchronmaschinen und Lärmbeeinflussung durch optimierte Pulsmuster,* Dissertation, ETHZ Nr. 12039, LEM, 1997.

[7] Empringham L., Wheeler P., Clare J.: *A Matrix Converter Induction Motor Drive using Intelligent Gate Drive Level Current Commutation Techniques,* University of Nottingham, UK, Industry Applications Conference, IEEE, Vol. 3, pp 1936-1941, 2000.

[8] Empringham L., Wheeler P., Clare J.: *Bi-Directional Switch Commutation for Matrix Converters,* University of Nottingham, UK, EPE'99, Lausanne, Switzerland, 1999.

[9] Führer A., Heidemann K., Nerreter W.: *Grundgebiete der Elektrotechnik, Band 2: Zeitabhängige Vorgänge*, Carl Hanser Verlag, München und Wien, 4. Auflage, 1991, ISBN 3-446-16193-7.

[10] Gyugyi L., Pelly B.R.: *Static Power Frequency Changers: Theory, Performance and Application*, Wiley, New York a.o., 1976, ISBN 0-471-67800-7.

[11] Heinke F., Sittig R.: *The Monolithic Bidirectional Switch (MBS) in a Matrix Converter Application*, Institut für Elektrophysik, Technische Universität Braunschweig, 13th International Symposium on Power Semiconductor Devices & ICs, ISPSD'01, pp 367-371, Osaka, Japan, 2001.

[12] Heinke F., Sittig R.: *The Monolithic Bidirectional Switch (MBS)*, Institut für Elektrophysik, Technische Universität Braunschweig, 12th International Symposium on Power Semiconductor Devices & ICs, ISPSD'2000, pp 237-240, Toulouse, France, May 22-26, 2000.

[13] Hornkamp M., Loddenkoetter M., Münzer M., Eupec; Simon O., Bruckmann M., Siemens A&D, Germany: *First IGBT Module for Matrix Converters*, Feature, Power Electronics Europe, Motion Control, Issue 4, Enquiry No. 353, pp 23-26, 2001.

[14] Huber L., Borojevic D.: *Space Vector Modulated Three-Phase to Three-Phase Matrix Converter with Input Power Factor Correction*, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 31, pp 1234-1246, Nov./Dec. 1995.

[15] Huber L., Borojevic D., Zhuang X.F., Lee F.C.: *Design and Implementation of a Three-Phase to Three-Phase Matrix Converter with Input Power Factor Correction*, Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '93, IEEE, pp 860-865, 1993.

[16] Huber L., Borojevic D., Burany D.: *Analysis Design and Implementation of the Space-Vector Modulator for Forced-Commutated Cycloconvertors*, Electric Power Applications, IEE Proceedings B, Vol. 139, Issue 2, pp 103-113, March 1992.

[17] Huber L., Borojevic D.: *Space Vector Modulation with Unity Input Power Factor for Forced Commutated Cycloconverters*, Industry Applications Society Annual Meeting, Conference Record of the 1991 IEEE, Vol. 1, pp 1032-1041, 1991.

[18] Iimori K., Shinohara K., Tarumi O., Zixum F., Muroya M.: *New Current-Controlled PWM Rectifier-Voltage Source Inverter without DC Link Components*, Power Conversion Conference, Nagaoka, Japan, Vol. 2, pp 783-786, 1997.

[19] Jenni F., Wüest D.: *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter*, vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, Zürich, 1995, ISBN 3-7281-2141-X.

[20] Joos G., Zargari N.R., Ziogas P.D.: *A New Class of Current-Controlled Suppressed-Link AC to AC Frequency Changers*, Power Electronics Specialists Conference, PESC ’91 , 22nd Annual IEEE, pp 830-837, 1991.

[21] Kolar J.W., Baumann M., Schafmeister F., Ertl H.: *Novel Three-Phase AC-DC-AC Sparse Matrix Converter*, APEC 2002, 17th Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 2, pp 777-787, 10-14 March 2002, ISBN-0-7803-7404-5.

[22] Massey J. L., Moschytz G. S.: *Zeitdiskrete Systeme und Stochastische Signale*, Vorlesungsskript Winter 1994/95, Institut für Signal- und Informationsverarbeitung, ETH Zürich.

[23] MATLAB User Manuals, The Math Works Inc., Natick, Mass. 01760 USA, 1992.

[24] Nipp K., Stoffer D.: *Lineare Algebra, eine Einführung für Ingenieure unter besonderer Berücksichtigung numerischer Aspekte*, vdf Verlag der Fachvereine, Zürich, 1992, ISBN 3-7281-1831-1.

[25] Papula L.: *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, Vieweg Verlag, 3. Auflage, Wiesbaden, 1990, ISBN 3-528-24442-9.

[26] Schuster A.: *Commande, réglage et optimisation d’un convertisseur matriciel pour entraînements par moteur asynchrone*, Dissertation, EPFL, LEI, 1998.

[27] Schuster A.: *A matrix converter without reactive clamp elements for an induction motor drive system*, Power Electronics Specialists Conference, PESC’98, 29th Annual IEEE, Vol. 1, pp 714-720, 1998.

[28] Siyoung K.: Seung-Ki S., Lipo T.A., *AC/AC power conversion based on matrix converter topology with unidirectional switches*, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 36, Issue 1, pp 139-145, Jan./Feb. 2000.

[29] Stemmler H.: *Leistungselektronische Systeme I und II*, Vorlesungsskript 7. und 8. Semester, LEM, ETH Zürich, 1996.

[30] Unbehauen H.: *Regelungstechnik I, Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme*, Vieweg Verlag, 8. Auflage, Wiesbaden, 1994, ISBN-3-528-73332-2.

[31] Weiler J.: *Messtechnik I und II*, Vorlesungsskript 7. und 8. Semester, ETH Zürich, 1995/1996.

[32] Wheeler P.: Clare J., Empringham L., Bland M.: *Technology and Potential of Matrix Converters*, University of Nottingham, UK, Feature, Power Electronics Europe, Applications, Issue 3, Enquiry No. 366, pp 25-28, 2001.

[33] Wiechmann E.P., Espinoza J.R., Salazar L.D., Rodriguez J.R.: *A Direct Frequency Converter Controlled by Space Vectors*, Power Electronics Specialists Conference, PESC ’93 Record, 24th Annual IEEE, pp 314-317, 1993.

[34] Ziogas P.D., Kang Y.-G., Stefanovic V.R.: *Rectifier-Inverter Frequency Changers with Suppressed DC Link Components*, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. IA-36, Issue 6, pp 1027-1036, Nov./Dec. 1986.

[35] Zwimpfer P., Stemmler H.: *Modulation and Realization of a Novel Two-Stage Matrix Converter*, The 6th Brazilian Power Electronics Conference, COBEP’01, Florianópolis, Brazil, Vol. II, pp 485-490, 10-14 Nov. 2001.

Lebenslauf

21. Juli 1970	geboren in Basel, BS
1977 - 1982	Primarschule in Bottmingen/Binningen, BL
1982 - 1986	Sekundarschule in Binningen, BL
1986 - 1987	Progymnasium in Binningen, BL
1987 - 1990	Gymnasium in Oberwil, BL
	Abschluss mit Matura Typus D
1991 - 1997	Studium an der Abteilung für Elektrotechnik der ETH Zürich
	Abschluss mit Diplom als Dipl. El.-Ing. ETH
1997 - 2002	Wissenschaftlicher Assistent für Unterricht und Forschung an der Professur für Leistungselektronik und Messtechnik der ETH Zürich bei Prof. Dr. H. Stemmler und Prof. Dr. J. W. Kolar