Diss. ETH Nr. 16426

Optimierung des elektromagnetisch integrierten Serien-Parallel-Resonanzkonverters mit eingeprägtem Ausgangsstrom

ABHANDLUNG Zur Erlangung des Titels DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN der EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von

JÜRGEN BIELA

Dipl.Ing. FAU Erlangen-Nürnberg geboren am 12. Juli 1974 von Nürnberg, Deutschland

Angenommen auf Antrag von: Prof. Dr. J.W. Kolar, Referent Prof. Dr. ir. Rik W. De Doncker, Koreferent

2005

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2002-2005 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter und Assistent an der Professur für Leistungselektronik und Messtechnik an der ETH Zürich.

In erster Linie möchte ich Herrn Prof. Dr. J.W. Kolar danken, mir die Möglichkeit gegeben zu haben, in diesem interessanten Forschungsbereich aktiv zu arbeiten. Seine stete Unterstützung und die Schaffung eines überaus produktiven und kreativen Arbeitsklimas haben wesentlich zum Zustandekommen etlicher Veröffentlichungen und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Großer Dank gebührt auch Herrn Prof. Dr. ir. Rik W. De Doncker von der RWTH Aachen für die freundliche Übernahme des Korreferates und sein Interesse an dieser Arbeit.

Bei allen Kollegen am Institut möchte ich mich ganz besonders für die entstandenen Freundschaften, für die zahlreichen und wertvollen Diskussionen sowie für die Ratschläge und Zusammenarbeiten bedanken.

Großer Dank geht auch an die Mitarbeiter des Elektronik-Labors Peter Seitz und Hansueli Altdorfer für die tatkräftige Unterstützung bei den Hardware-Aufbauten. Ebenso danke ich unserem Materialverwalter Peter Albrecht, unserem Systemadministrator Markus Berger und unseren Mitarbeiterinnen im Sekretariat Roswitha Coccia-Kunz und Gabriela Speck-Fey für die gute Infrastruktur und die Hilfe im administrativen Bereich.

Schließlich möchte ich noch den beiden Studenten Alexander Wirthmüller und Roman Wespe danken, welche im Rahmen einer Semesterarbeit einen wertvollen Beitrag im Bereich der integrierten EMV-Filter geleistet haben.

Inhaltsverzeichnis

Zυ	ısam	menfa	ssung	\mathbf{xi}	
Ał	ostra	ct		xv	
1	Einleitung			1	
	1.1	Konve	rtertopologien für die Lichtbogen-Fügetechnik	2	
		1.1.1	Vollbrückenschaltung	4	
		1.1.2	Serien-Parallel-Resonanzkonverter	5	
	1.2	Ziel u	nd neue Beiträge der Arbeit	7	
	1.3	Gliede	erung der Arbeit	9	
2	Modell des SPR-Konverters			13	
	2.1	Serien	-Parallel-Resonanzkonverter	14	
	2.2	Relukt	tanzmodell des Transformators	18	
	2.3	.3 Berechnung der Reluktanzen			
		2.3.1	Reluktanzen einzelner Kernabschnitte	23	
		2.3.2	Reluktanz eines Luftspaltes	26	
		2.3.3	Reluktanzen weiterer Luftspaltformen	44	
	2.4	Analy	tisches Modell des Resonanzkonverters	51	
		2.4.1	Analyse des erweiterten Modells	54	
		2.4.2	Stabilitätsgrenze	62	
		2.4.3	Sekundärwicklung mit Mittelpunktanzapfung	70	
		2.4.4	Verlauf der Ströme	72	
		2.4.5	Validierung des analytischen Modells	74	
	2.5	Besch	reibung - JAVA Applet	82	
3	Integration von Induktivitäten			87	
	3.1	Perper	ndicular Leakage Path (PLP)	88	
		3.1.1	Realisierung von Streuflußpfaden	91	

		3.1.2	Geteilte Wicklungen	93
	3.2	Aligne	ed Leakage $Path(ALP)$	94
		3.2.1	Realisierung von Streupfaden	97
		3.2.2	Umschließende Wicklungen	98
		3.2.3	Geteilte Wicklungen	99
		3.2.4	U / UR-Kerne	100
		3.2.5	Matrix-Transformator	104
		3.2.6	Zusätzlicher Streukern	107
		3.2.7	Aufbau mit I- und speziellem E-Kern	108
		3.2.8	Integrierter Transformator mit Ringkernen	109
		3.2.9	Planarer Transformator mit E-E-I Kern	110
	3.3	Vergo	ssene Kerne	114
4	Par	asitäre	e Kapazitäten im Transformator	117
	4.1	Aufba	u von Hochspannungstransformatoren	118
	4.2	Statis	che Lagenkapazität	120
		4.2.1	Plattenkondensator-Modell	120
		4.2.2	Zylinderkondensator-Modell	123
		4.2.3	Modell einer orthogonalen Wicklung	124
		4.2.4	Modell einer orthozyklischen Wicklung I	126
		4.2.5	Modell einer orthozyklischen Wicklung II	129
		4.2.6	Vergleich der Modelle	130
		4.2.7	Wicklungen aus Litze	130
	4.3	Einflu	ß der Lagenverschaltung	132
		4.3.1	Standard-Wicklungsmethode	132
		4.3.2	Flyback Wicklungsmethode	134
		4.3.3	Allgemeiner Berechnungsansatz	135
		4.3.4	Mehrlagige Wicklungen	136
		4.3.5	Nicht vollständige Lagen	138
	4.4	Allger	neines Modell zweier Lagen	139
		4.4.1	Kapazitätsmodell mit 6 Kondensatoren	139
		4.4.2	Mehrlagige Transformatoren	140
	4.5	Verifil	kation der Modelle	144
5	Mo	Modell EM-integrierter Strukturen		
	5.1	Basis-	Modul der EM-Integration	150
		5.1.1	Ersatzschaltbild des Basis-Modules	151
		5.1.2	Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung	153
		5.1.3	Vereinfachung des Ersatzschaltbildes	154
	5.2	Kaska	dierung von Basis-Modulen	172

INHALTSVERZEICHNIS

	-			
	5.3	Model	l einer Lage mit mehreren Windungen	178
		5.3.1	Kapazitive Kopplung koplanarer Leiter	179
		5.3.2	Unterteilung des Aufbaus in Abschnitte	187
		5.3.3	Leitungsgleichungen eines Mehrleitersystems	193
		5.3.4	Modell des Gesamtaufbaus	209
	5.4	Mehre	re Lagen mit je einer Windung	212
		5.4.1	Allgemeine Aufbauten	217
	5.5	Grund	schaltungen	217
	5.6	Dielek	trische Materialien für die Integration	221
		5.6.1	Konstruktionsbeschränkungen	224
6	Ver	lustber	rechnung	227
	6.1	HF-Ve	rluste in Wicklungen	228
		6.1.1	Diffusionsgleichungen für leitende Medien	229
		6.1.2	Folienleiter	231
		6.1.3	Verluste im Rundleiter	235
		6.1.4	Orthogonalität der Verlustanteile	240
		6.1.5	Verluste im Litzendraht	242
		6.1.6	Aufbau mit mehreren Lagen	245
		6.1.7	Optimale Höhe eines Folienleiters	254
		6.1.8	Optimaler Litzendurchmesser	259
	6.2	Integri	ierter Serienschwingkreis	261
	0.1	6.2.1	Skin-Effekt-Verluste	263
		6.2.2	Proximity-Effekt-Verluste	265
		6.2.3	Optimale Dicke der Folien	267
	6.3	Integri	ierter Parallelschwingkreis	272
		6.3.1	Asymmetrischer Aufbau	277
		6.3.2	Symmetrischer Aufbau	284
		6.3.3	Vergleich - symmetrisch/asymmetrisch	290
		6.3.4	Mittelpunktgleichrichter	293
	6.4	Validit	tät der Berechnungsverfahren	297
	6.5	Verlus	te im magnetischen Kern	298
7	Inte	egrierte	e Prototypen	301
-	7.1	Integri	ierter Serien-Parallel-Resonanzkreis	302
	7.2	Integri	ierte Serieninduktivität	307
		7.2.1	Aufbau mit senkrechtem Streuflußpfad (PLP)	307
		7.2.2	Aufbau mit U-Kernen	312
		7.2.3	Planarer integrierter Aufbau mit E-E-I Kern	316
	7.3	Elektr	omagnetisch integrierte Prototypen	322

		7.3.1	Keramische Dielektrika	323
		7.3.2	Dielektrischer Folien (Kapton)	337
		7.3.3	Kapazitive Laminate für PCBs	345
	7.4	Grenze	en der Integration	348
8	Opt	imieru	ing des Konvertersystems	351
	8.1	Appro	ximation des Betriebspunktes	354
		8.1.1	Bereich der Betriebsfrequenz	357
	8.2	Volum	en der Kondensatoren	361
	8.3	Verlus	te in den Halbleitern / Volumen Kühlkörper $\ . \ .$	368
		8.3.1	Durchlaßverluste	369
		8.3.2	Schaltverluste	371
		8.3.3	Volumen des Kühlkörpers	386
	8.4	Optim	ierung des Transformators	389
		8.4.1	Geometrische Beschreibung	390
		8.4.2	Thermisches Modell	396
	8.5	Unabh	nängige Volumenanteile	424
	8.6	Optim	ierungsroutine	430
	8.7	Ergeb	nisse der Optimierung	433
	8.8	Numer	rische Überprüfung der Resultate	453
		8.8.1	Simulation der elektrischen Größen	453
		8.8.2	Mechanische Konstruktion	458
		8.8.3	Thermische Simulation	462
	8.9	Diskus	ssion der Ergebnisse	468
		8.9.1	Weiterführende Maßnahmen	473
9	Integrierte EMV-Filter			475
	9.1	Diskre	etes EMV-Filter	477
	9.2	Passiv	hybrides EMV-Filter	481
		9.2.1	Aufbau der integrierten Spulen	485
		9.2.2	Designroutine	489
	9.3	Aktiv	hybrides EMV-Filter	491
	9.4	Vergle	ich der EMV-Filter	496
	9.5	Zusam	nmenfassung	503
A	Modell Mittelpunktgleichrichter			
	A.1	Kontir	nuierliche Spannung an C_P	506
	A.2	Diskor	ntinuierliche Spannung an C_P	508
В	Tra	nsform	ator ohne HF-Effekte	511

INHALTSVERZEICHNIS

	B.1	Reduk	tion auf 2 Dimensionen	512
	B.2	2 Anforderung an die Hüllkurve f_1		
	B.3	Berech	nnung der Volumenkennziffer Z_V	518
		B.3.1	Rotierender Kreisbogen als Querschnittsfläche	518
		B.3.2	Näherung des Kreisbogens mittels Sekante	522
		B.3.3	Näherung des Kreisbogens mittels Normale	524
		B.3.4	Berechnung der Hüllkurve f_2	526
	B.4	Numer	rische Approximation der Funktionen	529
	B.5	Optim	ale Hüllkurven	534
		B.5.1	Wurzelfunktion	535
		B.5.2	Quadratische Spline mit 3 Stützstellen	536
		B.5.3	Quadratische Spline mit 5 Stützstellen	537
		B.5.4	Quadratische Spline mit 7 Stützstellen	539
		B.5.5	Quadratische Spline mit 9 Stützstellen	541
		B.5.6	Abgeschnittene und verbogene Ellipse	543
	B.6	Vergle	ich der Ergebnisse	544
С	Opt	imieru	Ingsergebnisse	547
	C.1	Details	s zum Aufbau: 18:2:2 / CSPI 25	557
D	Konstruktionszeichnungen		565	
Li	Literaturverzeichnis			569
\mathbf{Le}	Lebenslauf			595

Zusammenfassung

Bei leistungselektronischen Systemen gibt es einen allgemeinen Trend zu höheren Leistungsdichte. Dies ist zum Teil durch technische Gründe motiviert, wenn z.B. Stromversorgungen immer näher an den Verbraucher rücken, um die hohen dynamischen Anforderungen zu erfüllen oder der zur Verfügung stehende Platz begrenzt ist (z.B. bei zukünftigen Prozessoren, Hybridfahrzeugen, More-Electric Aircraft). Daneben erlaubt eine höhere Kompaktheit einen erhöhten Nutzen für den Kunden, da die Geräte mobiler werden und eine größere Funktionalität im Gerät integriert werden kann. Darüberhinaus sinken die Herstellungskosten, da weniger Material bzw. Volumen benötigt wird.

Um die Leistungsdichte von Konverterschaltungen zu erhöhen, muß neben einer gut geeigneten Topologie eine optimale Auslegung und ein optimaler Betriebspunkt gefunden werden, bei welchem alle Komponenten des Systems aufeinander abgestimmt sind, und die Leistungsdichte maximal wird. Da die Zusammenhänge bei der Auslegung von Konvertern sehr komplex sind, kann ein optimales Design nur unterstützt durch Optimierungsroutinen gefunden werden.

Vor diesem Hintergrund wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine automatische Optimierungsroutine für Resonanzkonverter entworfen, welche durch die geringen Schaltverluste hohe Schaltfrequenzen und damit kompakte Aufbauten erlauben. Dabei liegt der Fokus auf dem Serien-Parallel-Resonanzkonverter, welcher die Vorteile des Serien- und des Parallel-Resonanzkonverters vereint. Die Auslegung des Systems erfolgt dabei im Hinblick auf die Anwendung des Konverters im Bereich der Prozeßtechnik, da dort die Charakteristik des Resonanzkonverters sehr vorteilhaft eingesetzt werden kann, und kompakte und leichte Geräte für den mobilen Einsatz benötigt werden. Für die Optimierungsroutine wird in dieser Arbeit ein analytisches Modell des Konverters entwickelt und anhand von Messungen validiert, welches neben dem Steuerverfahren auch die magnetische Komponente modelliert und die elektrischen mit den magnetischen Größen koppelt. Für die Beschreibung der magnetischen Komponente werden dabei Reluktanznetzwerke verwendet, für welche Verfahren zum Berechnen der Reluktanzen erläutert werden.

Da bei Resonanzkonvertern der Anteil der passiven Komponenten am Gesamtvolumen erheblich ist, werden diese gesondert betrachtet. Dabei wird insbesondere untersucht, welche Komponenten des Resonanzkreises technisch sinnvoll im Transformator integriert werden können. Wesentliche Punkte sind hierbei die Integration der Serieninduktivität im Transformator, die Verwendung parasitärer Kapazitäten als Resonanzelement sowie die vollständige Integration des Resonanzkreises mittels elektromagnetischer Integration. Die theoretischen Überlegungen hierzu werden anhand von Prototypen verifiziert. Weiterhin werden die Erkenntnisse bezüglich der Integration passiver Komponenten auf die Integration von EMV-Filter in Leiterplatten angewendet, um deren Volumen zu reduzieren und die Fertigung zu vereinfachen.

Neben den spezifischen Limits des Materials, wie z.B. Spannungsfestigkeit und maximale Flußdichte, bestimmen vor allem thermische Limits, d.h. die Verluste in den Bauelementen, die Baugröße der passiven Komponenten während des Entwurfs. Aus diesem Grund werden analytische Beziehungen für die Berechnung der Verluste im Transformator unter Berücksichtigung der Integration und der HF-Effekte im Rahmen der Arbeit abgeleitet. Mit den Verlusten ergibt sich mittels eines thermischen Modells des Transformators für forcierte Kühlung die Temperaturverteilung im Bauelement. Diese Zusammenhänge werden in einer separaten Optimierungsroutine für den Transformator zur Minimierung des Transformatorvolumens und zur Berechnung des Wirkungsgrads verwendet.

Weiterhin werden Verfahren für die Berechnung des Volumens der Resonanzkondensatoren und des Kühlsystems für die Halbleiter vorgestellt. Das Volumen des Kühlsystems ergibt sich dabei aus den Verlusten in den Leistungshalbleitern, weshalb im Rahmen der Arbeit auch die Zusammenhänge für die Berechnung der Leit- und Schaltverluste unter ZVS-Bedingungen hergeleitet werden.

Das analytische Modell des Konverters und der magnetischen Kom-

ponente wird mit den Gleichungen für die Verluste in den Halbleitern und in den passiven Komponenten sowie mit den Gleichungen für die Volumina der Kondensatoren und des Kühlsystems zu einer Optimierungsroutine für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter zusammengefügt. Das Volumen des Transformators wird dabei innerhalb der globalen Routine durch eine zweite, lokale Optimierungsroutine für den Transformator minimiert. Mit der resultierenden gesamten Optimierungsroutine wird ein Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit hohem Ausgangsstrom optimiert. Die Ergebnisse der Optimierung, welche eine signifikante Steigerung der Leistungsdichte ermöglichen, werden vorgestellt und hinsichtlich der relevanten technischen Grenzen diskutiert.

Abstract

In the area of power electronic converters there is a general trend towards higher power densities. This is partly based on technical reasons, for example, when the power supply must be moved closer to the load to meet the dynamic requirements or the available space is limited (e.g. future CPUs, hybrid cars, more-electric aircraft). A more compact design is also advantageous for the customer, since the product becomes more mobile and a broader functionality could be integrated. Moreover, the costs could be reduced, since less raw material / volume is needed.

In order to increase the power density a suitable topology must be first chosen. Thereafter, an optimal design and operating point must be found for the chosen topology, where the values of the components are matched to each other and the power density is maximal. Since the interdependencies during the design process are quite complex, an automated optimisation procedure is needed as a design aid.

An automated optimisation procedure for resonant converters, which basically results in a compact design due to the low switching losses and high switching frequencies, is developed in this thesis. The seriesparallel resonant converter is mainly considered since it combines the advantages of the series and the parallel resonant converter. The converters are designed for application in the area of joining technology since the characteristics of the resonant can be used advantageously for the processes and the power supplies must be compact and lightweight because the units are mobile.

In this thesis, an analytic model of the resonant converter is developed for the optimisation procedure and validated by measurements. The analytical model of the converter also includes the effects of the applied control strategy as well as the magnetic component, and links between the electric and the magnetic quantities. The magnetic components are described by a reluctance model.

A special focus is placed on the passive components because their share on the overall converter volume is significant. In order to reduce the volume of the resonant tank, the integration of the discrete resonant elements into the transformer is examined. There, the integration of the series inductance, the usage of parasitic capacitances in the resonant circuit and the integration of the complete resonant tank in the transformer by electromagnetic integration is theoretically and experimentally examined. Moreover, the insights from the integration of the resonant tank are used to integrate EMI-filters into a PCB in order to reduce the volume and simplify the manufacturing process.

Besides the limits imposed by the material (e.g. maximum flux density, voltage limit), the size of the magnetic component is mainly determined by the thermal limits resulting from the losses. For this reason equations for calculating the losses in this component are derived, taking into account the integration of the resonant tank. With the losses and the thermal equivalent circuit for a transformer with forced cooling, the temperature distribution is calculated. These results are used in a separate optimisation procedure for the transformer in order to minimise its volume and to calculate the efficiency of the converter system.

Furthermore, methods for calculating the volume of the capacitors in the resonant tank and the size of the cooling system for the semiconductors are presented. The volume of the cooling system results from the losses in the power switches and diodes. Therefore, equations for calculating the conduction and switching losses in the semiconductors of the series-parallel resonant converter are derived using data sheet information and measurements.

From these equations, an optimisation procedure for the seriesparallel resonant converter has been developed. This procedure includes an analytic model of the converter and the integrated transformer, which are combined with the equations for the losses in the semiconductors and passive components, and the equations for the volume of the capacitors and the cooling system. The volume of the transformer is minimised by a second, local optimisation procedure, which runs inside the global procedure. The resulting optimisation procedure is used to optimise a series-parallel converter with a high output current and the results show a large increase in power density.

Kapitel 1

Einleitung

Im Bereich leistungselektronischer Konverter gibt es einen generellen Trend zu höheren Leistungsdichten, höherer Effizienz und erweiterter Funktionalität bei steigendem Kostendruck [1]-[3]. Zur Erhöhung der Leistungsdichte muß das Volumen der einzelnen Komponenten bei reduzierten Verlusten bzw. verbessertem Kühlkonzept verkleinert werden. Dabei haben die passiven Komponenten oft einen erheblichen Anteil am Gesamtvolumen des Konverters. Dieser Volumenanteil kann in vielen Fällen z.B. durch eine Erhöhung der Schaltfrequenz deutlich reduziert werden, wobei es wichtig ist, die Schaltverluste mittels soft-switching Verfahren oder resonanter Konzepte zu begrenzen.

Bei den resonanten Konvertertopologien findet vor allem der Serien-Parallel-Resonanzwandler in vielen Bereichen Anwendung, da dieser, bei einer geschickten Dimensionierung der Bauelemente, die Vorteile des Serien- und des Parallel-Resonanzkonverters, d.h. eine geringe zirkulierende Blindleistung und eine gute Steuerbarkeit bei kleinen Lasten [4], vereint. Ein breites Anwendungsgebiet ist zum Beispiel die Hochspannungserzeugung im Bereich der Medizintechnik, da dort die parasitären Elemente des Hochspannungserzeugers als Resonanzelemente gut genutzt werden können. Dieses Gebiet wurde im Rahmen vieler Veröffentlichungen eingehend untersucht [5]-[7].

Andererseits ist die Hochstrom-Fügetechnik mit Lichtbogen ein gutes Anwendungsgebiet für Serien-Parallel-Resonanzwandler, da die Resonanzüberhöhung des Konverters vorteilhaft für die Erzeugung des Lichtbogens eingesetzt werden kann [8]. Dieses Anwendungsfeld findet bisher in der Literatur wenig Beachtung. Ein Grund dafür könnte sein, daß es wegen der hohen Dynamik des Lichtbogens während des Fügeprozeßes schwierig ist, einen sicheren Betrieb des Konverters zu gewährleisten. Durch die Erweiterung bekannter Steuerverfahren (z.B. [9, 10]) um spezielle Betriebszustände während dynamischer Laständerungen kann dieses Problem jedoch relativ einfach vermieden werden [11].

In dieser Arbeit wird daher die Steigerung der Leistungsdichte von Serien-Parallel-Resonanzwandler durch Optimierung der Betriebsparameter im Bezug auf die Anwendung des Konverters als Stromquelle zur Erzeugung des Lichtbogens für die Fügetechnik betrachtet. Dies bedeutet, daß Konverter mit eingeprägtem Ausgangsstrom und höherer Ausgangsleistung (>3kW) untersucht werden. Bei der Optimierung und der dazu notwendigen Modellierung des Konverters wird dabei ein besonderes Augenmerk auf die passiven Komponenten gelegt.

1.1 Konvertertopologien für Stromquellen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik

Im Bereich der Fügetechnik mit Lichtbogen sind primärgetaktete Inverterstromquellen aufgrund der Gewichtsvorteile und der hohen Dynamik weit verbreitet. Diese stellen am Ausgang einen konstanten, einstellbaren Strom im Bereich von typisch 40A bis zu einigen 100A bei einer



Abbildung 1.1: Schaltbild einer Vollbrückenschaltung.

Ausgangs- bzw. Lichtbogenspannung von ca. 15 V bis 35 V zur Verfügung [8, 12]. Für ein sicheres Zünden des Lichtbogens wird zudem eine Leerlaufspannung typisch größer als 80 V am Ausgang benötigt. Außerdem muß die Stromquelle über eine einstellbare und hohe Kurzschlußstromstärke sowie eine einstellbare und hohe Stromanstiegsgeschwindigkeit während des Zündvorganges verfügen, um die beim Zündvor-



(b) Zeitlicher Verlauf der Spannung bei Phase-Shift Steuerung

Abbildung 1.2: Zeitliche Verläufe der Steuersignale und der Brückenspannung V_{AB} bei PWM und bei Phase-Shift Steuerung einer Vollbrückenschaltung.

gang entstehende Kurzschlußbrücke aufzubrechen und die Spritzerbildung beim Tropfenübergang zu reduzieren. Im statischen Fall verhält sich der Lichtbogen näherungsweise wie eine Konstantspannungsquelle mit Serienwiderstand (Normkennlinie: $20V + 0.04\Omega$, siehe [12, 13]).

1.1.1 Vollbrückenschaltung

In vielen Fällen werden die Stromquellen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik in Form einer konventionellen PWM gesteuerten Vollbrückenschaltung realisiert (Abb. 1.1). Bei dieser wird der Transformator durch die bipolare Austeuerung gut ausgenutzt und die Stromund Spannungsverläufe an den Schaltern und Dioden erfordern prinzipiell aufgrund der Rechteckform keine Überdimensionierung der Leistungshalbleiter. Allerdings verschlechtern die Schaltverluste aufgrund des harten Schaltens bei hohen Frequenzen den Wirkungsgrad des Konverters erheblich und parasitäre Schaltungselemente führen zu Oszillationen in den Schalterspannungen. Um diese Problematik zu vermeiden, wird die PWM-Vollbrücke häufig mit dem Phase-Shift Verfahren angesteuert [14, 15]. Bei diesem werden die Streuinduktivität des Transformators und eventuell auch die Ausgangskapazitäten der Schalter gezielt vergrößert, um eine ZVS-Schaltentlastung zu erreichen, welche die Schaltverluste in den Leistungsschaltern und die EMV-Belastung deutlich reduziert. Aufgrund der großen Streuinduktivität des Transformators entstehen beim harten Abschalten der Gleichrichterdioden jedoch Oszillationen zwischen der Streuinduktivität und der Sperrschichtkapazität der Diode mit relativ hohem Energieinhalt. Diese Schwingungen verursachen erhebliche Verluste in den Dioden und erfordern zusätzliche Entlastungsmaßnahmen [16, 17].

Neben den genannten Nachteilen ist vor allem die Ausgangskennlinie der PWM gesteuerten Vollbrücken ein entscheidender Nachteil, wenn diese zur Erzeugung des Lichtbogens eingesetzt werden soll. Wie eingangs erläutert, wird im Leerlauf für die Zündung des Lichtbogens eine Spannung im Bereich größer 80V benötigt. Diese ist mehr als doppelt so groß, wie die höchste im stationären Betrieb benötigte Spannung. Da bei den PWM gesteuerten Vollbrücken die Ausgangsspannung nur über das Tastverhältnis beeinflußbar ist, beträgt im Falle, daß der Konverter auf die Leerlaufspannung ausgelegt wird, die lieferbare Spitzenleistung des PWM-Konverters mehr als das doppelte der geforderten Leistung für den Fügeprozeß. Dies führt zu einer beträchtlichen Überdimensionierung der Leistungshalbleiter. Durch eine Parallelschaltung von zwei Konvertern - eine Stromquelle für den statischen Betrieb und eine Zusatzstromquelle für den Zündvorgang - kann dies bei erhöhten Kosten und Fertigungsaufwand und reduzierter Zuverlässigkeit vermieden werden.

1.1.2 Serien-Parallel-Resonanzkonverter

Eine Konvertertopologie, welche aufgrund der Resonanzüberhöhung bei geringen Lasten ohne eine Überdimensionierung große Ausgangsspannungen liefern kann, ist der Serien-Parallel-Resonanzkonverter nach Abbildung 1.3 (siehe [11, 13]). Wie oben bereits erwähnt, vereint dieser die Vorteile des Serien- und des Parallel-Resonanzkonverters, d.h. eine geringe zirkulierende Blindleistung und eine gute Steuerbarkeit bei kleinen Lasten. Weiterhin wird durch den Parallelkondensator und den näherungsweise sinusförmigen Resonanzstrom der Kommutierungsvorgang der Gleichrichterdioden entlastet, was den Einsatz von langsamen Dioden mit geringer Vorwärtsspannung erlaubt.

Wird der Konverter im überresonanten Modus betrieben, so ist die Schaltfrequenz des Konverters bei Vollast etwas oberhalb der Resonanzfrequenz und steigt mit abnehmender Last. Dadurch kann ein guter Gesamtwirkungsgrad erreicht und die vor allem bei geringer Last benötigte Ausgangsinduktivität bei gegebener Stromwelligkeit reduziert werden.



Abbildung 1.3: Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters.

Wird die Steuerungsstrategie, welche in [11] vorgestellt wurde, eingesetzt, so ist ein sicherer Betrieb im überresonanten Bereich selbst bei hochdynamischen Anwendungen/Prozessen im Lichtbogen garantiert. Bei diesem Steuerverfahren wird der Konverter durch das Tastverhältnis und die Schaltfrequenz gesteuert. Ein Zweig des Konverters schaltet dabei im Nulldurchgang des Stromes (ZCS) und der andere Zweig unter ZVS-Bedingung, ähnlich wie bei der Phase-Shift Vollbrücke (vgl. Abb. 1.4). Mit dem entlasteten Schalten kann die Schaltfrequenz bis in den Bereich von 100kHz und darüber bei mäßigen Schaltverlusten erhöht werden. Die hohe Frequenz ermöglicht eine hohe Systemdynamik und einen kompakten, leichten Aufbau.

Aufgrund der genannten Vorteile werden bei modernen, kompakten tragbaren Geräten für die Lichtbogen-Fügetechnik immer häufiger Serien-Parallel-Resonanzkonverter eingesetzt. Der Leistungsteil dieser besteht neben den vier Schaltern der Vollbrücke und den Gleichrichterdioden aus einer Reihe von passiven Bauelementen: Serieninduktivität und -kapazität, Transformator sowie Parallelkondensator im Resonanzkreis plus Ausgangsinduktivität zum Glätten des Stromes. Dabei ist der Anteil der passiven Bauelemente am Gesamtvolumen sowie an den auftretenden Verlusten erheblich. Zudem ist vor allem die Fertigung der



Abbildung 1.4: Zeitliche Verläufe der Steuersignale, der Brückenspannung V_{AB} und des Resonanzstromes I_P für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter.

magnetischen Bauelemente sowie der Einbau dieser in den Konverter relativ aufwendig und kostenintensiv. Durch die erhöhte Zahl an Lötverbindungen im Leistungskreis reduziert sich außerdem die mechanische Zuverlässigkeit des Systems.

1.2 Ziel und neue Beiträge der Arbeit

Mit der Anwendung von Resonanzkonvertern als Stromquelle zur Erzeugung des Lichtbogens für den Fügeprozeß als Hintergrund wird im Rahmen dieser Arbeit für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit eingeprägtem Ausgangsstrom eine Optimierungsroutine entwickelt, welche durch die Optimierung der Betriebsparameter und der passiven magnetischen Komponenten eine Steigerung der Leistungsdichte oder eine Erhöhung der Effizienz bei gegebenem Volumen erlaubt.

Für die Optimierungsroutine wird ein analytisches Modell des Konverters entwickelt, welches auf dem erweiterten Grundschwingungsmodell aus [18] basiert und die Einflüsse des in [10, 11] vorgeschlagenen Steuerverfahrens und der Lastkennlinie des Lichtbogens berücksichtigt. Dieses Modell wird mit einem Reluktanzmodell gekoppelt, welches das Verhalten des magnetischen Bauelements beschreibt. Zur Berechnung der Reluktanzen wird basierend auf [19] und [20] ein neues Modell für die Reluktanz von Luftspalten erarbeitet.

Wie oben erwähnt, wird ein erheblicher Anteil des Konvertervolumens durch die passiven Komponenten eingenommen. Aus diesem Grund ist ein wesentlicher Aspekt der Optimierung zu untersuchen, inwieweit das Volumen des Resonanzkreises durch Integration reduziert und die Fertigung vereinfacht werden kann. In einem ersten Schritt wird die Integration der Serieninduktivität im Transformator untersucht. Dabei werden allgemein bekannte Integrationsformen klassifiziert und durch neue Aufbauformen erweitert. Eine weitere Variante der Integration ergibt sich aus der Nutzung der parasitären Wicklungskapazitäten, welche in einem nächsten Schritt untersucht wird. Für die Berechnung der parasitären Kapazitäten werden die in der Literatur bekannten Ansätze strukturiert, ergänzt und anhand von Messungen validiert.

Im Bereich kleinerer Leistungen bis maximal 1kW gibt es seit einigen Jahren Forschungsaktivitäten, welche die elektromagnetische Integration von passiven Bauelementen bzw. die Erhöhung der Funktionalität passiver Bauelemente untersuchen [21, 22]. Mit diesen Ansätzen ist es möglich, die vier Bauelemente des Resonanzkreises (L_S, C_S, C_P) und Trafo) in ein Bauelement zu integrieren, womit die Fertigung deutlich vereinfacht und das Volumen reduziert werden können. Die Modellierung elektromagnetisch integrierter Aufbauten mittels allgemeiner Leitungsgleichungen ist in [23]-[25] beschrieben. Diese Modelle werden auf die beschriebenen Strukturen angewendet, zum Teil verbessert und um die Beschreibung mehrlagiger Aufbauten erweitert.

Für die Einbettung der integrierten Strukturen in die Optimierungsroutine, benötigt man analytische Gleichungen zum Berechnen der Verluste. Ausgehend von den bekannten Gleichungen für HF-Verluste wird in [26] ein Verlustmodell für integrierte Serien-Schwingkreise und in dieser Arbeit zusätzlich ein Modell für integrierte Parallel-Schwingkreise entwickelt. Diese werden auf verschiedene integrierte Prototypen angewendet und die dazugehörigen Meßergebnisse vorgestellt.

Mit dem vorgestellten analytischen Modell des Konverters und den Gleichungen für die passiven Komponenten wird eine Routine entwickelt, mit welcher sowohl der Betriebspunkt des Resonanzkonverters als auch die Flußverteilung im magnetischen Bauelement berechnet werden kann. Damit ist es möglich, einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter für eine gegebene Eingangsspannung und eine definierte Last zu entwerfen und z.B. hinsichtlich Bauvolumen des Konverters automatisch zu optimieren. Die Optimierung berücksichtigt dabei unter anderem welches Kühlverfahren eingesetzt wird, geometrische Beschränkungen der magnetischen Bauelemente und maximal zulässige Spannungen an den Kondensatoren. Dadurch wird das komplexe Design des Konverters, bei welchem z.B. alle Bauelementwerte des Resonanzkreises voneinander abhängen, deutlich vereinfacht, und es ist möglich, einen optimalen Betriebspunkt des Konverters zu ermitteln.

In einem weiteren Schritt wird mit Hilfe der entwickelten Optimierungsroutine die Leistungsdichte eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters für Anwendungen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik unter verschiedenen Randbedingungen maximiert und die erreichbaren Werte für die Leistungsdichte sowie die entscheidenden Einflußfaktoren diskutiert.

Neben den passiven Komponenten im Resonanzkreis kann z.B. auch das EMV-Filter das Gesamtvolumen hochkompakter Konverter erheblich beeinflussen. Aus diesem Grund werden im letzten Kapitel zwei neue Ansätze zur elektromagnetischen Integration von EMV-Filtern in Leiterplatten vorgestellt.

1.3 Gliederung der Arbeit

Im folgenden **Kapitel 2** Modell des SPR-Konverters wird ein analytisches Modell für den Serien-Parallel Resonanzwandler entwickelt, welches die Berechnung aller Ströme und Spannungen, der Schaltfrequenz und des Duty Cycles ermöglicht, wenn die Eingangsspannung, der Laststrom und die Lastkennlinie gegeben sind. Darüberhinaus werden auch die Flüsse – inklusive Phase – in den einzelnen Abschnitten des Kernes ausgegeben, da in dem Modell ein Reluktanzmodell des integrierten Transformators enthalten ist. Die physikalischen Grundlagen und die Berechnung der Reluktanzen von Kernabschnitten und des Luftspaltes sind ebenso Gegenstand dieses Kapitels. Zur Validierung des Konvertermodells werden außerdem Meß- und Simulationsergebnisse von verschiedenen Aufbauten diskutiert, welche die Genauigkeit des Modells bestätigen.

In einem ersten Integrationsschritt wird die Serieninduktivität des Resonanzkreises im Transformator integriert, indem dessen Streuinduktivität durch Einfügen eines zusätzlichen magnetischen Pfades gezielt vergrößert wird. Dazu werden in **Kapitel 3** Integration von Induktivitäten verschiedene Möglichkeiten für die Realisierung eines Streuflußpfades und die Anordnung der Windungen vorgestellt und abhängig von der Ausrichtung des Streuflußpfades im Bezug auf die Wicklungen in Gruppen eingeteilt.

Eine weitere Integrationsform ergibt sich aus der Nutzung der parasitären Kapazitäten der Wicklungen. Mit diesen kann zum Beispiel die Parallelkapazität des Resonanzkreises im Transformator integriert werden. Um die parasitären Kapazitäten berechnen und beeinflussen zu können, werden im **Kapitel 4** Parasitäre Kapazitäten im Transformator verschiedene bekannte Ansätze zur Berechnung von Wicklungskapazitäten vorgestellt, eingeteilt und ergänzt. Zur Validierung der Modelle werden die Kapazitäten von vier verschiedenen Hochspannungstransformatoren berechnet und mit den Meßergebnissen verglichen. Außerdem wird noch anhand von Messungen gezeigt, daß die parasitären Kapazitäten als Resonanzelement verwendet werden können.

Integriert man gleichzeitig die Serieninduktivität und die beiden Kapazitäten des Resonanzkreises im Transformator, so gelangt man zur elektromagnetischen Integration. Die integrierten Strukturen können dabei mittels allgemeiner Leitungsgleichungen beschrieben werden. Dazu werden in Kapitel 5 Modell elektromagnetisch integrierter Strukturen, ausgehend von einem Basis-Modul, d.h. einem Abschnitt der Leitung mit konstanten Belägen, die allgemeinen Leitungsgleichungen gelöst und verschiedene Varianten der Beschaltung des Basis-Moduls erläutert und berechnet. Reale elektromagnetisch integrierte Strukturen bestehen aus einer Reihe von Basis-Modulen, welche in Serie geschaltet werden und untereinander magnetisch und kapazitiv verkoppelt sein können. Diese können mittels Mehrleitersysteme modelliert werden. Die Lösungen der dazugehörigen Gleichungssysteme basieren auf der Lösung der allgemeinen Leitungsgleichungen und werden ebenfalls in Kapitel 5 erläutert. Berechnet man verschiedene elektromagnetisch integrierte Aufbauten, so erkennt man, daß diese in den für die Praxis relevanten Fällen häufig durch einige wenige konzentrierte Elemente ausreichend genau beschrieben werden können. Am Ende dieses Kapitels sind die Eigenschaften dielektrischer Materialien, welche für die Integration von Kapazitäten verwendet werden können, und deren Einfluß auf die Transformatorkonstruktion zu finden.

Für den Entwurf von integrierten und auch von nicht integrierten Transformatoren benötigt man Informationen über die Verluste in den Wicklungen und im Kern. Mit dem in Kapitel 1 vorgestelltem analytischen Modell können die Ströme in den Wicklungen und die Flußverteilung im Kern berechnet und mit den in **Kapitel 6** Verlustberechnung angegebenen Gleichungen die Wicklungs- und Kernverluste bestimmt werden. Dort sind neben den Gleichungen für die Verluste durch den Skinund Proximity-Effekt von Folien, Runddrähten und Litzen auch Näherungen angegeben, mit welchen die optimalen Foliendicken bzw. Drahtdurchmesser berechnet werden können. Weiterhin wird auf die Verlustberechnung für elektromagnetisch integrierte Serien- und Parallel-Schwingkreise näher eingegangen. Den Abschluß des Kapitels bildet ein Abschnitt über die Berechnung der Verluste im Magnetkern.

In den vorangegangen Kapiteln wurden verschiedene Ansätze der elektromagnetischen Integration und die Modellbildung der integrierten Strukturen erläutert. Zur Verifikation der genannten Konzepte werden in **Kapitel 7** Integrierte Prototypen verschiedene Prototypen und die dazugehörigen Meßergebnisse vorgestellt. Dort werden zuerst Aufbauten gezeigt, bei welchen nur die Serieninduktivität integriert ist, und anschließend die Ergebnisse von zwei elektromagnetisch integrierten Transformatoren vorgestellt, bei welchen alle Elemente des Resonanzkreises integriert sind.

Mit dem validierten analytischen Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters – inklusive magnetischer Komponente – ist es nun möglich, die Werte der Bauelemente im Resonanzkreis und damit den Betriebspunkt des Konverters so zu optimieren, daß das Volumen des Konverters minimal wird bzw. die Effizienz für ein gegebenes Volumen maximiert wird. In Kapitel 8 Optimierung des Konvertersystems wird dazu eine automatische Optimierungsroutine vorgestellt, welche neben dem Konvertervolumen auch die Geometrie des integrierten Transformators optimiert, so daß dessen Volumen bei Einhaltung einer maximal erlaubten Temperatur minimal wird. Weiterhin wird mit der Routine ein Serien-Parallel-Resonanzkonverter unter verschiedenen Randbedingungen optimiert, so daß die Einflüsse der technischen Parameter auf die erreichbare Leistungsdichte und auf die Abmessungen des Systems deutlich werden. Zur Untermauerung der Ergebnisse wird außerdem ein optimiertes System im Rahmen von thermischen und elektrischen Simulationen sowie anhand von 3D Konstruktionen näher untersucht.

Wendet man das Konzept der elektromagnetischen Integration – wie in Kapitel 5 beschrieben – auf den Resonanzkreis des Konverters an, so stellt man häufig fest, daß die Verluste aufgrund von HF-Effekten vor allem im Bereich höherer Leistungen deutlich ansteigen. Der Grund dafür sind die für Integration aktuell zur Verfügung stehenden Materialien. Diese haben schlechtere Eigenschaften, als die Materialien, welche für nicht integrierte Elemente verwendet werden können. Außerdem wird das Design des Aufbaus durch die Integration stark eingeschränkt, was häufig zu einer zusätzlichen Erhöhung der Verluste führt. Wird die elektromagnetische Integration hingegen zur Erhöhung der Leistungsdichte und Vereinfachung der Fertigung auf EMV-Filter angewendet, so stören die höheren Verluste bei hohen Frequenzen nicht, da diese zur Dämpfung des Filters eingesetzt werden können. Aus diesem Grund wird in Kapitel 9 Integrierte EMV-Filter der Aufbau und die Optimierung eines in die Leiterplatte integrierten EMV-Filters präsentiert. Dabei gibt es zwei Stufen der Integration. Bei der ersten handelt es sich um ein rein passives EMV-Filter mit einer speziellen Struktur der integrierten Spulen und einem zusätzlichen Magnetkern für die Gleichtaktdrossel. Um diesen Magnetkern zu beseitigen und um die Baugröße des Filters weiter zu reduzieren, wird in der zweiten Stufe das passive Filter mit einem aktiven Verstärker kombiniert. Neben einer detaillierten Beschreibung des Aufbaus wird auch die auf FEM-Simulationen basierende Optimierungsroutine für die integrierten Induktivitäten beschrieben.

Kapitel 2

Analytisches Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters

Für die Optimierung des Konverters und für die Berechnung der integrierten passiven Bauelemente benötigt man ein analytisches Modell für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter, welches in diesem Kapitel beschrieben wird. Dazu wird zu Beginn kurz die Funktionsweise eines Serien-Parallel-Konverters und das verwendete Steuerverfahren erläutert.

In dem analytischen Modell des Konverters wird neben dem Steuerverfahren nach [29] unter anderem auch die Kopplung zwischen den elektrischen Größen im Konverter und den magnetischen Größen (z.B. Flüsse) im integrierten Transformator berücksichtigt. Dies geschieht mittels eines Reluktanzmodells, welches im zweiten Abschnitt dieses Kapitels, zusammen mit der Berechnung der Reluktanzen von Kernabschnitten [39], beschrieben wird. Dort werden auch neue Gleichungen zum Berechnen der Reluktanz von Luftspalten entwickelt, welche auf den Ansätzen in den beiden Veröffentlichungen [34] und [39] basieren.

Mit den Zusammenhängen für das Modell der magnetischen Komponente werden dann im Anschluß die Gleichungen erläutert, welche die Ströme und Spannungen im Konverter und die Kopplung zum Transformator beschreiben. Diese basieren auf dem erweiterten Grundschwingungsmodell aus [45], welches um die Einflüsse des Steuerverfahrens, die Lastkennlinie des Lichtbogens und der Kopplung von elektrischen und magnetischen Größen erweitert wird. Dabei werden sowohl Transformatoren mit einfacher Sekundärwicklung und Brückengleichrichter als auch Transformatoren mit Mittelpunktanzapfung und Mittelpunktgleichrichter berücksichtigt. Am Ende des Kapitels werden zur Validierung des vorgestellten Modells analytische Ergebnisse mit den Resultaten von Simulationen und Messungen verglichen.

2.1 Serien-Parallel-Resonanzkonverter

Bei modernen Stromversorgungen ist eine Erhöhung der Schaltfrequenz erstrebenswert, da damit die Baugröße und die Kosten der passiven Komponenten reduziert und die Leistungsdichte erhöht werden kann. Um die Schaltverluste bei den hohen Schaltfrequenzen zu reduzieren, werden häufig resonante Topologien eingesetzt. Dabei ist vor allem der Serien-Parallel-Resonanzkonverter von Interesse, da dieser die Vorteile des Serien- und des Parallel-Resonanzkonverters, d.h. eine geringe zirkulierende Blindleistung und eine gute Steuerbarkeit bei kleinen Lasten, vereint [44].

In Abbildung 2.1 ist das Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters gegeben. Dieser besteht aus einer Vollbrückenschaltung am Eingang, einem Resonanzkreis mit einer Serienkapazität, einer Serieninduktivität, einem Transformator und einer Parallelkapazität sowie einem Gleichrichter mit Last am Ausgang. Im dargestellten Fall handelt es sich um einen Brückengleichrichter, wobei im Bereich höherer Ausgangsströme häufig auch Transformatoren mit Mittelpunktanzapfung und Mittelpunktgleichrichter eingesetzt werden.

Durch die Anordnung des Parallelkondensators C_P auf der Sekundärseite des Transformators ergibt sich einerseits der Vorteil, daß die Serieninduktivität oder Teile davon durch die Streuinduktivität des Transformators realisiert werden können. Andererseits kann die im Kommutierungsfall störende Streuinduktivität des Transformators völlig von der Diode entkoppelt werden, da die Kapazität C_P als Schaltentlastung für die Dioden direkt beim Gleichrichter plaziert ist. Dadurch wird der Spannungsanstieg an der abschaltenden Diode verlangsamt und die Schaltverluste in dieser stark reduziert. Am Eingang des Resonanzkreises $(C_S, L_S \text{ and } C_P)$ liegt eine rechteckförmige Spannung V_{AB} (siehe Abb. 2.1(b)) an, welche durch die



(a) Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters



(b) Zeitlicher Verlauf der Spannung V_{AB} und des Stromes I_P

Abbildung 2.1: Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters mit den dazugehörigen Steuersignalen der Schalter, der Eingangsspannung V_{AB} des Resonanzkreises und des Resonanzstromes I_P . H-Brücke des Konverters erzeugt wird und im allgemeinen eine variierende Frequenz und Duty Cycle hat. Aufgrund des Tiefpaßcharakters des Resonanzkreises werden die Harmonischen stark gedämpft und der Resonanzstrom I_P ist näherungsweise sinusförmig, wie in Abbildung 2.1(b) dargestellt ist. Dort erkennt man auch, daß die Grundwelle der Eingangsspannung V_{AB} gegenüber der Grundwelle des Resonanzstromes I_P voreilt, d.h. der Resonanzkreis verhält sich induktiv, weil der Konverter oberhalb der Resonanzfrequenz betrieben wird.

Der Betrieb des Resonanzkonverters oberhalb der Resonanzfrequenz hat den Vorteil, daß die antiparallelen Dioden der Schalter während des Betriebes nicht hart abkommutiert werden und in diesen vernachlässigbare Schaltverluste entstehen [44]. Damit können auch die häufig relativ langsamen internen Dioden von MOSFETs als antiparallele Dioden eingesetzt werden. Weiterhin ergibt sich aufgrund der verwendeten Steuerstrategie beim Betrieb oberhalb der Resonanzfrequenz der Vorteil, daß der Konverter bei Nennlast knapp oberhalb der Resonanzfrequenz arbeitet und im Leerlauf die Frequenz ansteigt. Dies wirkt sich positiv auf den Wirkungsgrad des Konverters aus und vereinfacht das Design der Filterelemente.

Die Resonanzfrequenz des Serien-Parallel Resonanzkreises wird dabei nicht nur von den resonanten Bauelementen L_S , C_S und C_P , sondern auch von der Last bestimmt. Bei einem Kurzschluss am Ausgang wird die Kapazität C_P durch die Last kurzgeschlossen. Somit ist diese für den Resonanzkreis unwirksam und die relativ niedrige Resonanzfrequenz bestimmt sich wie beim Serienschwingkreis durch L_S und C_S . Im anderen Extremfall, nämlich dem Leerlauf am Ausgang, wirken die Kapazitäten C_S und C_P in Serie. Dadurch reduziert sich der wirksame Wert der Kapazität und die Resonanzfrequenz steigt an. Der Bereich des überresonanten Betriebes ist somit von den Bauelementen des Resonanzkreises und der Last abhängig. Dies muß im verwendeten Steuerverfahren berücksichtigt werden [29].

Mit dem Verhältnis der beiden Kapazitäten C_P/C_S kann der Frequenzbereich zwischen Nennlast und Leerlauf eingestellt werden. Je kleiner die Kapazität C_P im Verhältnis zu C_S ist, desto flacher und ähnlicher werden die Resonanzkurven für steigende Frequenzen bzw. kleinere Lasten. Dies erkennt man in Abbildung 2.2, in welcher die Resonanzkurven für die zwei Verhältnisse $C_P/C_S = 1$ und $C_P/C_S = 1/2$ dargestellt sind. Für kleine Lasten, z.B. Q = 1 und einem kleinen Verhältnis C_P/C_S , benötigt man eine viel höhere Schaltfrequenz, um ein



Abbildung 2.2: Übertragungsfunktion bzw. Resonanzkurven des Serien-Parallel-Resonanzkonverters für verschiedene Lastwiderstände und zwei Verhältnisse C_P/C_S .

normiertes Übertragungsverhältnis von z.B. 0.6 zu erhalten. Folglich darf die Kapazität C_P nicht zu klein gewählt werden, damit die Leerlauffrequenz im Verhältnis zur Nennfrequenz nicht zu hoch wird.

Im Falle, daß die Kapazität C_P im Verhältnis zu C_S relativ groß ist, nimmt der Strom im Resonanzkreis mit sinkender Last jedoch nur geringfügig ab und der Wirkungsgrad im Leerlauf verschlechtert sich. Der Grund dafür ist, daß die Impedanz der Parallelkapazität im Verhältnis zur Last mit steigendem C_P relativ kleiner wird und einen relativ gut leitenden Strompfad parallel zur Last bildet. Aus diesem Grund gibt es einen optimalen Bereich für das Verhältnis C_P/C_S , welches von den jeweiligen Betriebsbedingungen abhängt. Der Autor von [44] schlägt als einen guten Kompromiß den Wert 1 für das Verhältnis C_P/C_S vor.

Steuerverfahren

In Abbildung 2.1(b) sind die Schaltfunktionen der vier Schalter, die Ausgangsspannung V_{AB} der H-Brücke und der Resonanzstrom I_P für das in [29] vorgeschlagene Verfahren gegeben. Bei diesem handelt es sich um eine frequenzvariable Phase-Shift Steuerung, bei welcher die Regelung der Ausgangsstromes durch eine kombinierte Variation des Duty Cycles und der Schaltfrequenz erreicht wird.

Das Verfahren in [29] basiert auf dem Ansatz "self-sustained oscillation" (selbsttragende Schwingung) von Pinheiro [30]. Die Idee dabei ist, den Phasenwinkel zwischen der Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} und dem Resonanzstrom I_P direkt durch die Steuerung zu beeinflussen. Dies geschieht bei dem Verfahren von Aigner [29] indirekt dadurch, daß ein Zweig der H-Brücke (ZCS - Leg 1) immer im Nulldurchgang des Resonanzstromes I_P unter ZCS-Bedingungen und der zweite Zweig abhängig vom Regler vorgegebenen Duty Cycle D unter ZVS-Bedingung umgeschalten wird. Dabei wird die Schaltfrequenz nicht mehr von der Steuerung vorgegeben, sondern ergibt sich abhängig vom gewünschten Sollwert der Ausgangsgröße und von der Last.

Um zu vermeiden, daß beim Einschalten eines MOSFETs im Zweig 1 eine Diode hart abkommutiert wird, erfolgt die Umschaltung um die einstellbare Zeit t_V vor dem eigentlichen Nulldurchgang des Resonanzstromes. Somit schalten die MOSFETs in diesem Zweig jeweils einen kleinen Strom ab. Dieser lädt nach dem Abschalten des MOSFETs die parasitären Kapazitäten C_{ds} und C_{qd} der beiden MOSFETs des Brückenzweiges während des Interlock-Delays t_{iL} um. Anschließend fließt der Strom durch die antiparallele Diode des jeweils anderen MOSFETs, bis der Strom sein Vorzeichen umkehrt. Falls das Interlock-Delay t_{IL} zu kurz oder der Resonanzstrom zu klein ist, so sind die Kapazitäten durch den Resonanzstrom zum Einschaltzeitpunkt des zweiten MOS-FETs noch nicht vollständig umgeladen. In diesem Fall werden die Kapazitäten durch den einschaltenden MOSFET vollständig umgeladen. Dadurch entstehen im MOSFET Schaltverluste. Diese können durch eine geschickte Kombination aus Vorsteuerzeit t_V und Interlock-Delay t_{IL} für einen weiten Betriebsbereich minimiert werden.

Wird die Schaltfrequenz auf Werte um 100kHz herum und darunter begrenzt, können neben Leistungs-MOSFETs auch schnelle IGBTs eingesetzt werden. Diese haben bei gleicher Chip-Fläche eine wesentlich größere Stromtragefähigkeit als MOSFETs. Dieser Vorteil der IGBTs ist aber aufgrund höherer Ausschaltverluste bei hohen Schaltfrequenzen in der Regel nicht nutzbar. Weitere Informationen über den Einsatz von IGBTs im Serien-Parallel-Resonanzkonverter und Details der Umsetzung des erläuterten Steuerverfahrens sind in [29] zu finden.

2.2 Reluktanzmodell des Transformators

Im Abschnitt 2.4 wird ein analytisches Modell für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter ermittelt, welches neben dem elektrischen Verhalten
des Konverters auch den Einfluß der magnetischen Komponenten mittels eines Reluktanzmodells beschreibt. Aus diesem Grund werden im folgenden die Grundlagen der Modellierung magnetischer Kreise mittels elektrischer Ersatzschaltungen (Reluktanzmodelle), basierend auf der Veröffentlichung [31], erläutert.

Bei der Verwendung von magnetischen Reluktanzmodellen wird der Verlauf des magnetischen Feldes so vereinfacht, daß die Linien- und Oberflächenintegrale des Ampereschen Gesetzes nicht explizit ausgewertet werden müssen, um die Flußverteilung im magnetischen Kreis zu erhalten. Diese Vereinfachung basiert auf den folgenden beiden Annahmen.

- Der Betrag des magnetischen Feldes in einem gegebenen Abschnitt des Kerns ist konstant.
- Die Richtung des magnetischen Feldes ist parallel zur Integrationsrichtung.

Mit diesen Annahmen vereinfacht sich das Amperesche Gesetz zu

$$\oint_{l} \vec{H} d\vec{l} = \iint_{S} \vec{J} d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad H \cdot l = N \cdot I.$$
(2.1)

Mit dem Zusammenhang zwischen der Flußdichte \vec{B} und dem magnetischen Feld \vec{H} sowie der Definition des magnetischen Flusses erhält man

Die Größe \Re wird im allgemeinen als magnetische Reluktanz (des Pfades mit der Länge l) und das Produkt $N \cdot I$ als Durchflutungsquelle bezeichnet. Die Gleichung (2.2) stellt das Ohmsche Gesetz für magnetische Kreise dar, welches das magnetische Äquivalent zum Ohmschen Gesetz für elektrische Kreise ist. Dabei korrespondiert der Fluß zum elektrischen Strom, die Durchflutungsquelle zur elektrischen Spannung und die magnetische Reluktanz zum Widerstand. Mit dem Ohmschen Gesetz und oben genannten Annahmen können auch die Kirchhoffschen Gesetze (die Maschengleichung und die Knotengleichung) auf den magnetischen Kreis übertragen werden.

Maschengleichung:
$$N \cdot I = \phi \cdot (\Re_1 + \Re_2 + \dots + \Re_n)$$

(für einen gegebenen Pfad)
Knotengleichung: $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n = 0$
(für einen gegebenen Knoten) (2.3)

Mit Hilfe der Gleichungen (2.3) kann für jeden magnetischen Kreis ein Gleichungssystem aufgestellt werden. Löst man dieses, so erhält man die Flußverteilung im Kern. Die Anwendung des Faradayschen Gesetzes führt dann zur Spannung, welche in der Wicklung induziert wird.

$$V = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = N \cdot \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \tag{2.4}$$

Nimmt man an, daß der Fluß einen zeitlichen sinusförmigen Verlauf hat, so kann die Gleichung (2.4) zu

$$\underline{V} = \mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\phi} \tag{2.5}$$

umgeschrieben werden. In Gleichung (2.5) ist <u>V</u> der komplexe Zeitzeiger der Spannung und ϕ der des magnetischen Flusses.

Die oben gemachten Annahmen bezüglich des Verlaufs des *H*-Feldes für die Anwendung von Reluktanzmodellen sind näherungsweise in Bereichen mit hoher Permeabilität erfüllt (z.B. im Ferrit-Kern), wenn man die Flußzusammendrängung (Flux-crowding) in den Eck-Bereichen des Kerns aufgrund längerer magnetischer Wege sowie den "Skin-Effekt" des magnetischen Feldes für HF-Anwendungen vernachlässigt.

In Luftspalten ist die Amplitude des magnetischen Feldes über den Querschnitt des Kernes aufgrund der Flußaufweitung nicht konstant. Für die Berechnung der magnetischen Reluktanz eines Luftspaltes wurden empirischen und FEA-basierte Modelle vorgeschlagen (siehe [32] und [33]). Eine weitere Möglichkeit ergibt sich durch Anwendung der Schwarz-Christoffel-Transformation auf den Luftspalt, wie in [39] bzw. [34] beschrieben. Für das Reluktanzmodell ist der genaue Verlauf der Feldlinien im Luftspalt bzw. die Flußdichten im Luftspalt nicht entscheidend (es entstehen keine Verluste im Luftspalt), sondern nur der magnetische Widerstand des gesamten Luftspaltes, den der Fluß im Kern sieht, wird für die Berechnungen benötigt.

Mit dem beschriebenen Verfahren ist es prinzipiell möglich, beliebige magnetische Kreise mit Hilfe von Reluktanzmodellen sehr genau



Abbildung 2.3: a) Transformator bestehend aus einem E-Kern, bei welchem der Streufluß hauptsächlich durch den Mittelschenkel fließt. b) Darunter befindet sich das dazugehörige Reluktanzmodell für sinusförmige Ströme.

(Anzahl der Widerstände steigt an) zu modellieren. Häufig reicht jedoch ein relativ einfaches Modell aus, um die magnetischen Verhältnisse genügend genau zu beschreiben. In Abbildung 2.3(a) ist ein E-Kern mit je einer Wicklung auf den beiden Außenschenkeln sowie die Bezugsrichtung der Größen dargestellt. Mit dieser Wicklungsanordnung fließt der größte Teil des Streuflusses ($\phi_P - \phi_S$) durch den Mittelschenkel/Streuflußpfad und die Serieninduktivität wird durch den Luftspalt im Mittelschenkel eingestellt. Unterhalb des Transformators ist das dazugehörige Reluktanzmodell (siehe Abb. 2.3(b)) für sinusförmige Flüsse zu finden.

Wendet man die Maschengleichung für magnetische Kreise (2.3) auf die beiden Maschen in Abbildung 2.3(a) an, so erhält man die folgenden beiden Maschengleichungen

$$N_P I_P = \Re_{M1} \phi_P + \Re_{\sigma} \cdot (\phi_P - \phi_S)$$

$$N_S I_S = -\left[\Re_{M2} \phi_S + \Re_{\sigma} \cdot (\phi_S - \phi_P)\right].$$
(2.6)



Abbildung 2.4: Reluktanzmodell des integrierten Transformators.

Löst man diese Gleichungen nach den Flußgrößen auf und verwendet den Zusammenhang $U = N \cdot d\phi/dt = L \cdot dI/dt$, so erhält man einen funktionalen Zusammenhang zwischen den magnetischen Reluktanzen und den Induktivitätswerten.

$$L_{1} = \frac{N_{P}^{2} \cdot (\Re_{M2} + \Re_{\sigma})}{\Re_{M1} \Re_{M2} + \Re_{M1} \Re_{\sigma} + \Re_{\sigma} \Re_{M2}}$$

$$L_{2} = \frac{N_{S}^{2} \cdot (\Re_{M1} + \Re_{\sigma})}{\Re_{M1} \Re_{M2} + \Re_{M1} \Re_{\sigma} + \Re_{\sigma} \Re_{M2}}$$

$$L_{\sigma_{P}} = \frac{N_{P}^{2}}{\Re_{M1} + \Re_{\sigma}} \quad L_{\sigma_{S}} = \frac{N_{S}^{2}}{\Re_{M2} + \Re_{\sigma}}$$
(2.7)

Die Induktivität L_1 kann an der Primärwicklung gemessen werden, wenn die Sekundärwicklung offen ist. Die Induktivität L_2 ist das Pendant für die Sekundärwicklung. Zusätzlich sind noch die Gleichungen für die gesamte Streuinduktivität - einmal bezogen auf die Primärseite L_{σ_P} und einmal bezogen auf die Sekundärseite L_{σ_S} - angegeben.

Mittels der beschriebenen Methode können beliebige Transformatorkonstruktionen modelliert und z.B. im Rahmen eines analytischen Designs von Konvertern (siehe Kapitel 2) eingesetzt werden. Beispielhaft sei noch das Reluktanzmodell eines integrierten Transformators mit parallelem Streuflußpfad und umschließenden Wicklungen, wie in der dritten Reihe der Abbildung 3.2 dargestellt, aufgeführt (siehe Abb. 2.4).

2.3 Berechnung der Reluktanzen

Für die Modellierung von integrierten Transformatoren mittels Reluktanzmodell benötigt man unter anderem, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, die magnetischen Widerstandswerte der einzelnen Kernabschnitte. Die Berechnung dieser wird im folgenden Abschnitt zuerst für hochpermeable Kernabschnitte und anschließend für Luftspalte erläutert.

2.3.1 Reluktanzen einzelner Kernabschnitte

Für kommerziell gefertigte Standardkerne geben Kernhersteller die magnetischen Widerstände der Kerne anhand von Kernformfaktoren neben weiteren für den Entwurf wichtigen Kerngrößen an. Die Kernformfaktoren sind dabei durch

$$C_1 = \sum_i \frac{\bar{l}_i}{\bar{A}_i} \quad \text{und} \quad C_2 = \sum_i \frac{\bar{l}_i}{\bar{A}_i^2} \quad (2.8)$$

definiert (siehe z.B. [37]). Dort bezieht sich der Index *i* auf den jeweiligen Abschnitt des Kernes und die Größen \bar{l}_i bzw. \bar{A}_i bezeichnen die mittlere Weglänge der Feldlinien bzw. die mittlere Querschnittsfläche des Kernabschnittes (orthogonal zur jeweiligen Flußrichtung). Mit den beiden Formfaktoren können die effektive Länge l_e und die effektive Querschnittsfläche A_e eines idealisierten magnetischen Ersatzkreises, der aus einem uniformen Toroid ohne Luftspalt besteht, anhand von

$$l_e = \frac{C_1^2}{C_2}$$
 und $A_e = \frac{C_1}{C_2}$ (2.9)

berechnet werden. Damit ergibt sich der magnetische Widerstand bzw. die Reluktanz des Kernes aus

$$R_M = \frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A_e} = \frac{C_1}{\mu_0 \mu_r}.$$
 (2.10)

Sollen anstatt von Standardkernen spezielle, optimierte Kerne mit frei gewählten Abmessungen für die Fertigung von Transformatoren oder Spulen eingesetzt werden, so muß die Reluktanz des Kernes anhand der geometrischen Abmessungen des Kernes berechnet werden. Im Allgemeinen ist dafür die Auswertung der Beziehung

$$R_M = \frac{\Theta^2}{\iint\limits_V \mu_0 \mu_r |H|^2 dV}$$
(2.11)

nötig, welche aus der Überlegung $R_M = \Theta/\phi \rightarrow R_M \phi^2 = \Theta \phi = Energie$ hervorgeht. Dabei bezeichnet Θ die erregende Durchflutung und ϕ den magnetischen Fluß. Für die Auswertung des Integrals muß das magnetische Feld in allen Punkten des Kernes bekannt sein, was bei Kernformen, welche von der einfachen toroidalen Form wesentlich abweichen, normalerweise eine numerische Berechnung, mit z.B. der finite Elemente Methode, erfordert. Dieses Verfahren liefert zwar sehr genaue Ergebnisse, ist jedoch für eine Optimierungsrechnung aufgrund des Modellierungsaufwandes und der benötigten Rechenzeit nicht sinnvoll einsetzbar. Aus diesem Grund wird im folgenden ein analytisches Berechnungsverfahren erläutert, welches die Reluktanz eines gegebenen Kernes näherungsweise ermittelt [37].

Bei diesem Verfahren werden die Kerne zuerst in mehrere Abschnitte unterteilt, in welchen die Feldlinien entweder nahezu geradlinig verlaufen (Joch, Schenkel) oder aber gekrümmt sind (Ecken). Anschließend werden die mittleren Weglängen \bar{l}_e und Querschnittsflächen \bar{A}_e der einzelnen Teilstücke berechnet, was einer Mittelung der magnetischen Feldgrößen entspricht. Mit den Größen \bar{l}_e und \bar{A}_e können die Kernformfaktoren C_1 und C_2 und damit der magnetische Widerstand des Kernes nach [39] und [40] relativ genau berechnet werden.

Für gerade Kernabschnitte, in welchen Feldlinien näherungsweise parallel zu den Kernwänden verlaufen, können die mittlere Weglänge und die Querschnittsfläche unmittelbar angegeben werden. Die Länge des Abschnittes entspricht dabei der mittleren Weglänge und die tatsächliche Querschnittsfläche ist gleich der mittleren Querschnittsfläche. Somit ist der magnetische Widerstand eines geraden Abschnittes gleich

$$R_{M,gerade} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \tag{2.12}$$

mit

$$l = L$$
änge des Abschnittes



Abbildung 2.5: Verlauf der magnetischen Feldlinien in einem Kernsegment mit gekrümmten Feldlinien und gleichen Schenkeldicken (a = b).

A =Querschnitsfläche des Abschnittes.

Schwieriger gestaltet sich die Berechnung der mittleren Weglängen und Querschnittsflächen in den (Eck-)Segmenten, wo die Feldlinien gekrümmt sind. In Abbildung 2.5 ist ein solches Segment mit den aus einer FEM-Simulation resultierenden magnetischen Feldlinien dargestellt. Bei diesem Segment haben die Schenkel, welche die Ecke bilden, die gleiche Breite, d.h. a = b. Beschränkt man die Betrachtungen auf Kernformen, deren Tiefe konstant ist (z.B. E-Kern, ELP-Kern), so ist dieser Fall in der Praxis normalerweise gegeben.

Betrachtet man den Verlauf der Feldlinien in Abbildung 2.5 so sieht man, daß im Falle gleicher Schenkeldicken die Feldlinien näherungsweise durch Viertelkreisbögen beschrieben werden können. Somit ist die mittlere Querschnittsfläche im Ecksegment gleich der Querschnittsfläche des Schenkels und die mittlere Weglänge ist gleich $\bar{l}_i = \pi a/4$ und der magnetische Widerstand eines Ecksegmentes ist durch

$$R_{M,ecke} = \frac{\pi a}{4\mu_0\mu_r(a\,t_S)} = \frac{\pi}{4\mu_0\mu_r t_S} \tag{2.13}$$

mit

a = Breite der angrenzenden Schenkel $t_S =$ Tiefe der angrenzenden Schenkel gegeben. Dieser ist unabhängig von der Breite der angrenzenden Schenkel, da von einer homogenen Feldverteilung in den angrenzenden Schenkeln ausgegangen wird und sich somit die Breite a herauskürzt. Die homogene Feldverteilung ist näherungsweise nur in relativ schmalen Schenkeln ($a \leq 1cm$) erfüllt, da sich die Feldlinien, ähnlich wie elastische Bänder, um die erregende Durchflutungsquelle mit dem Ziel einer minimalen Länge der Feldlinie (=minimale Energie) legen. Dies führt im allgemeinen zu einer inhomogenen Feldverteilung, welche zu einer inhomogenen Verlustleistungsdichte und zu einer schlechten Kernausnutzung führt. Aus diesem Grund werden bei der Optimierung Kerne mit breiten Schenkeln vermieden und obige Näherung kann für die Berechnung der Reluktanz der Ecksegmente verwendet werden.

Werden auch die Reluktanzwerte von Ecksegmenten mit unterschiedlichen Breiten benötigt, so findet man in [39] auf den Seiten 21-26 ein analytisches Gleichungssystem aus vier Gleichungen, mit welchem diese berechnet werden können. Dieses Gleichungssystem muß leider zum Teil numerisch ausgewertet werden.

Mit den Gleichungen für die Reluktanzwerte von geraden und eckigen Abschnitten kann nun der Kern mit Hilfe einer einfachen Serien- und Parallelschaltung von Reluktanzen beschrieben werden. Der noch fehlende magnetische Widerstand eventuell vorhandener Luftspalte wird im folgenden Abschnitt berechnet.

2.3.2 Reluktanz eines Luftspaltes

Der magnetische Widerstand des Streuflußpfades bzw. die Reluktanz des/der Luftspalte(s) im Streuflußpfad bestimmt maßgeblich den Wert der Streuinduktivität des Transformators, da dieser Wert im Normalfall deutlich größer ist als die Reluktanz der einzelnen Kernabschnitte und im Luftspalt der größte Teil der magnetischen Energie gespeichert wird. Dies trifft auch auf Spulen zu, wo der Induktivitätswert hauptsächlich durch den Luftspalt bestimmt wird.

In der Literatur sind vier verschiedene Ansätze zum Berechnen des Leitwertes von Luftspalten zu finden. Beim einfachsten Verfahren (z.B. [37]) geht man ähnlich wie bei der Berechnung von Reluktanzen einzelner Kernabschnitte vor, d.h. die Reluktanz R_L ergibt sich aus

$$R_L = \frac{l_L}{\mu_0 A_L} \tag{2.14}$$

mit

$$A_L =$$
Querschnittsfläche des Luftspaltes
 $l_L =$ Länge des Luftspaltes.

Dabei wird normalerweise der Querschnitt des Luftspaltes gleich dem Querschnitt des/der dazugehörigen Schenkel(s) gesetzt und damit die Aufweitung des Feldes im Bereich des Luftspaltes vernachlässigt. Dies führt vor allem bei größeren Luftspalten, welche bei der Integration von Serieninduktivitäten kompakter und damit hochfrequent getakteter Resonanzkonverter mit Induktivitätswerten im Bereich von μH häufig anzutreffen sind, zu erheblichen Fehlern.

Um die Aufweitung des Feldes zu berücksichtigen, schlug der Autor von [38] vor, bei der Berechnung der Querschnittsfläche des Luftspaltes zu den Querschnittsabmessungen des Schenkels die Länge des Luftspaltes zu addieren. Dies führt zu der empirischen Gleichung für die Reluktanz

$$R_L = \frac{l_L}{\mu_0 (b_S + l_L)(t_S + l_L)}$$
(2.15)

mit

 b_S = Breite des Schenkels t_S = Tiefe des Schenkels.

Dieser Ansatz liefert nach [39] für kleine und mittlere Luftspaltlängen (Luftspaltlänge $\leq 0.3...0.4$ · Breite des Schenkels) relativ genaue Ergebnisse, obwohl eine theoretische Analyse und Begründung fehlt. Für große Werte der Luftspaltlänge resultieren mit diesem Ansatz zu kleine Reluktanzen, woraus sich für einen gegebenen Aufbau zu große Induktivitätswerte ergeben.

Für bestimmte Bauformen von Kernen liefern verschiedene Hersteller Näherungsformeln zum Approximieren des magnetischen Widerstandes des Luftspaltes in Abhängigkeit von der Luftspaltlänge. Die Firma Epcos [156] gibt zum Beispiel bei einigen ihrer Kerne einen Zusammenhang in der Form

$$R_L = K_1 \left(\frac{l_L}{mm}\right)^{K_2} \tag{2.16}$$

an, welcher in einem gegebenen Bereich $l_{L,min} < l < l_{L,max}$ gültig ist. Die Konstanten K_1 und K_2 sind dabei von der jeweiligen Bauform des Kernes abhängig.

Die drei beschriebenen Ansätze bieten somit keine allgemeingültige Methode zur Berechnung von beliebigen Luftspalten. Eine sehr genaue Modellierung des Luftspaltes ist mittels einer 3D FEM Simulation möglich, welche jedoch sehr aufwendig bezüglich der Modellierung und der Rechenzeit ist und somit im Rahmen von analytischen Berechnungsbzw. Optimierungsroutinen nicht sinnvoll angewendet werden kann. In guter Näherung können auch 2D FEM Simulationen verwendet werden, welche jedoch bei normalen Kernformen nicht wesentlich genauer sind, als die analytische Methode der konformen Abbildungen (das vierte nun folgende Berechnungsverfahren), wie gezeigt wird. Weiterhin bietet ein analytischer Zusammenhang besseres Verständnis für die Abhängigkeiten der Ergebnisse von den einzelnen Parametern und kann im Bereich der Optimierung gut eingesetzt werden.

Eine detaillierte Analyse von Luftspalt-Reluktanzen auf Basis der Schwarz-Christoffel-Transformation ist in [34] und [39] gegeben. Die mathematischen Grundlagen und eine detailliertere Beschreibung der Anwendung der Schwarz-Christoffel-Transformation sind in Kapitel 5.3.1 dargestellt, wo dieses Verfahren zur Berechnung der Koppelkapazität koplanarer Leiter verwendet wird.

Die Autoren von [34] führen das magnetostatische Problem auf ein elektrostatisches Feldproblem und damit die Berechnung der Reluktanz auf die Berechnung eines Plattenkondensators zurück. Dieser Ansatz beruht darauf, daß für die wirbelfreien Gebiete magnetostatischer Felder, d.h. wo rot H = 0 gilt, analog zum elektrostatischen Feld ein magnetisches Skalarpotential existiert. Das magnetische Feld ist überall dort wirbelfrei, wo kein Strom fließt, d.h. außerhalb der Leiter. Dies ist im Bereich des Luftspaltes normalerweise erfüllt. Die Spannung über dem oben erwähnten Plattenkondensator ergibt sich somit aus dem magnetischen Potential bzw. der magnetischen Spannung zwischen den beiden Kernabschnitten, welche den Luftspalt bilden, und der magnetischen Widerstand ergibt sich, analog zur Kapazität, aus der gespeicherten Energie. Die Kapazität eines gegebenen Aufbaus ergibt sich aus

 $C = \epsilon_0 \frac{\text{Fläche}}{\text{Abstand}}$

und damit analog die Reluktanz

$$R = \frac{\text{Abstand}}{\mu_0 \text{Fläche}} \,. \tag{2.17}$$

Der Autor von [39] berechnet die Reluktanz anstatt mit der Analogiebetrachtung direkt über die gespeicherte magnetische Energie, wobei das Berechnungsverfahren aufwendiger und die Genauigkeit des erzielten Resultates vergleichbar sind zu obiger Analogiebetrachtung, weshalb die folgenden Berechnung der Reluktanzen mit Hilfe von Kapazitätsberechnungen durchgeführt werden. In [39] wird die 2D-Betrachtung des Luftspaltes noch durch eine Berücksichtigung von 3D-Effekten erweitert. Dies wird in dieser Arbeit ebenfalls für die Analogiebetrachtung durchgeführt.

Im folgenden werden die Reluktanzen von verschiedenen Luftspaltformen mittels der Analogiebetrachtung berechnet, wobei der Integrationsweg und die gemachten Näherungen von [34] und [39] abweichen, womit eine Verbesserung der Genauigkeit der Approximationen erreicht wird.

Berechnung der Luftspalt-Reluktanz durch Schwarz-Christoffel Transformation

In Abbildung 2.6(a) ist ein Schnitt durch einen Schenkel mit Luftspalt dargestellt, wobei die erregende Wicklung aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen wurde. Das Kernmaterial hat im Vergleich zum Luftspalt eine sehr hohe Permeabilität, so daß näherungsweise keine magnetische Spannung im Kern abfällt. Die beiden Schenkel liegen auf den unterschiedlichen magnetischen Potentialen $V_{m,1}$ und $V_{m,2}$. Der Potentialunterschied beider Schenkel ist dabei gleich der Durchflutung NI, welche die zu diesem Schenkel gehörende Wicklung erzeugt.

Vernachlässigt man zunächst die Einflüsse weiterer in der Nähe liegender Schenkel und Joche, so ist die Anordnung bezüglich der beiden Achsen A_1 und A_2 symmetrisch. Auf der Symmetrieachse A_1 hat das magnetische Feld keine Komponente in *x*-Richtung, so daß diese Achse als Äquipotentialebene aufgefaßt werden kann und durch eine Ebene aus hochpermeablem ($\mu_r \to \infty$) Material, wie in Abbildung 2.6(b) oben dargestellt ist, ersetzt werden kann. Für diese vereinfachte Anordnung soll nun der magnetische Widerstand in Abhängigkeit der Geometrie berechnet werden.



Abbildung 2.6: (a) Querschnitt durch einen Mittelschenkel mit Luftspalt und (b) vereinfachte Geometrie zur Durchführung der Schwarz-Christoffel-Transformation.

Wendet man die Abbildungsvorschrift der Schwarz-Christoffel-Transformation (5.63) auf das in Abbildung 2.6(b) oben eingezeichnete Polygon (zwei Ecken befinden sich im Unendlichen) mit der angedeuteten Durchlaufrichtung und den in Tabelle 2.1 gegebenen Bild- und Originalpunkte an (vgl.[39]), so ergibt sich für die Abbildungsvorschrift

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = K_1 (w - u_1)^{-3/2} (w^2 - 1)^{1/2}.$$
(2.18)

Aus dieser resultiert die in Abbildung 2.6(b) unten dargestellte Bildebene W. Der Ausdruck (2.18)läßt sich nur mit Hilfe einer Vielzahl von elliptischen Integralen in einem langen Term analytisch integrieren. Das Resultat ist nicht umkehrbar, was für die Berechnung der Bildpunkte notwendig wäre und kann auch nicht mittels einfacher Ausdrücke approximiert werden. Aus diesem Grund muß die Geometrie weiter vereinfacht werden.

Anstatt die Geometrie eines rechteckigen Schenkels über einer magnetisch leitfähigen Ebene zu betrachten, wird ein Aufbau nach Abbildung 2.7(a) verwendet. Dort wird angenommen, daß der Luftspalt in die -x-Richtung unendlich lange ist und daß sich das obere Joch ($\rightarrow +j\infty$) und der Außenschenkel ($\rightarrow +\infty$) im Unendlichen befindet. Somit ist das Wicklungsfenster unendlich groß, und das Joch und der Außenschenkel beeinflussen die Feldverteilung nicht. Nachdem im folgenden für diesen Aufbau der äquivalente Plattenkondensator (vgl. Abb. 2.7(c)) berechnet wurde, wird durch Beschränkung des transformierten Bereiches auf ein Wicklungsfenster mit der Höhe z_h und auf einen Schenkel mit der Breite $z_b = b_S/2$ (siehe Abb. 2.7(a)) die Geometrie des eigentlichen Mittelschenkels in den Gleichungen berücksichtigt. Dabei wird angenommen, daß das Feld im Luftspalt an der Stelle $x = -b_S/2$ (d.h. dem linken Rand des transformierten Bereiches) näherungsweise homogen ist, d.h. nicht mehr von der Verformung des Feldes (Feldaufweitung) am Rande des Luftspaltes beeinflußt wird.

Die Differentialgleichung der Schwarz-Christoffel-Transformation für eine Geometrie nach Abbildung 2.7(a) lautet

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = K_1 (w - u_2)^{-\alpha_2/\pi} (w - u_3)^{-\alpha_3/\pi}.$$
(2.19)

Wählt man $u_2 = -1$ und $u_3 = 0$, um die Integration zu vereinfachen, so ergibt sich für das Abbildungsintegral

$$z = K_1 \int (w+1)^{(\pi/2)/\pi} (w-0)^{-\pi/\pi} + K_2 = K_1 \int \frac{\sqrt{w+1}}{w} + K_2.$$
(2.20)

Die Konstante K_2 ist die Integrationskonstante, welche sich im folgenden aus der Abbildung der Ecke bei z_2/α_2 in der Z-Ebene auf die W-Ebene ergibt, und mit der Konstante K_1 wird der Zusammenhang zwischen l_L und dem Abstand der beiden horizontalen Linien/Platten in der T-Ebene festgelegt. Auswerten des Abbildungsintegrals liefert

$$z = K_1 \left(2\sqrt{w+1} + \ln(\sqrt{w+1} - 1) - \ln(\sqrt{w+1} + 1) \right) + K_2. \quad (2.21)$$

i	1	2	3	4
z_i	$-\infty + j\infty$	$\infty + j \infty$	$b_S/2$	$-b_S/2$
α_i	270	270	-90	-90
w_i	$-\infty$	k	-1	1

Tabelle 2.1: Zuordnung der Original- und der Bildpunkte für Abbild-ung 2.6.

Um die beiden Konstanten, wie oben beschrieben, bestimmen zu können, benötigt man noch die Transformationsgleichung von der W-Ebene in die T-Ebene. Für die in Abbildung 2.7(b) und (c) dargestellte Durch-



Abbildung 2.7: Schwarz-Christoffel-Transformation des Luftspaltes mit einer Breite von b_S , einer Länge von l_L und einer Schenkelhöhe von h_S von der Z- über die W-Ebene in die T-Ebene. Magnetisches Potential der Kernabschnitte V_{m0} und V_{m1} .

laufrichtung und den in der Tabelle 2.2 gegebenen Bild- und Ursprungspunkten ergibt sich mit der Definitions-Gleichung (5.63) der Schwarz-Christoffel-Transformation

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}w} = w^{-1}$$

Nach der Integration folgt

$$t = \ln w \quad \text{und} \quad w = e^t, \tag{2.22}$$

wobei die Integrationskonstanten zum Skalieren der Transformation so gewählt wurden, daß eine Platte des Kondensators in der *T*-Ebene auf der *q*-Achse liegt und die zweite parallel dazu im Abstand π . Bei der Transformation von der *W*- in die *T*-Ebene wird also die obere Halbebene der *W*-Ebene auf den Streifen $0 \le s \le \pi$ der *T*-Ebene abgebildet, d.h. der Abstand der Platten in der *T*-Ebene ist gleich π .

Betrachtet man die Durchlaufrichtungen der einzelnen Polygone in Abbildung 2.7 und die Zuordnung der einzelnen Punkte nach Tabelle 2.2, so erkennt man, daß beim Übergang von der oberen Platte in der *T*-Ebene auf die untere Platte für $q \to -\infty$ die Variable *s* von j π auf 0 springt. Dieser Sprung wird durch $w = e^t = \nu e^{j\varphi}$ auf den Ursprung der *W*-Ebene abgebildet, wobei φ beim Übergang von einer Platte zur anderen von π auf 0 springt. Für infinitesimal kleine Wegelemente ergibt sich somit

$$\mathrm{d}w = \mathbf{j}\,\nu\,\mathrm{e}^{\mathbf{j}\,\varphi}\mathrm{d}\varphi.\tag{2.23}$$

Gleichzeitig folgt mit Gleichung (2.19) näherungsweise für den Bereich

i	1		2		3
z_i	$\infty + j \infty$	z_h	$\mathrm{j}l_L$	z_b	j $l_L - \infty$
$lpha_i$	270	0	-90	0	180
$w_i \ / \ u_i$	$-\infty$	w_h	-1	w_b	0
t_i	$\infty + j \pi$	t_h	ј π	t_b	$-\infty$

Tabelle 2.2: Zuordnung der Original- und der Bildpunkte für Abbildung 2.7.

 $|z| \ll 1$

$$dz = K_1 \frac{1}{w} dw = K_1 \frac{j \nu e^{j \varphi} d\varphi}{\nu e^{j \varphi}} = j K_1 d\varphi.$$
(2.24)

Beim Übergang von u - 0 nach u + 0 geht z von $x + j l_L$ nach x und, wie bereits gesagt, φ von π nach 0 über. Mit Gleichung (2.24) folgt nun

$$\int_{x+j l_L}^x dz = j \int_{\pi}^0 K_1 d\varphi \qquad (2.25)$$

$$j \ l_L = j \ K_1 \pi \tag{2.26}$$

und somit

$$K_1 = \frac{l_L}{\pi}.\tag{2.27}$$

Mit der Konstante K_1 kann nun die verbleibende Konstante K_2 relativ einfach bestimmt werden. Betrachtet man die Transformation der rechten unteren Ecke des Mittelschenkels bei α_2 von $z_2 = j l_L$ in der Z-Ebene auf $w_2 = -1$ in der W-Ebene (siehe Abb. 2.7(a) und (b)), so erhält man mit Gleichung (2.21) und der Konstanten K_1

$$z(w = -1) = \frac{l_L}{\pi} (\ln(-1) - \ln(1)) + K_2 = j l_L, \qquad (2.28)$$

woraus

$$K_2 = 0$$
 (2.29)

folgt. Damit ist die vollständige Gleichung für die Abbildung von der Z-Ebene in die T-Ebene gleich

$$z = \frac{l_L}{\pi} \left(2\sqrt{\mathbf{e}^t + 1} + \ln(\sqrt{\mathbf{e}^t + 1} - 1) - \ln(\sqrt{\mathbf{e}^t + 1} + 1) \right).$$
(2.30)

In Abbildung 2.8 ist der Verlauf des Real- und des Imaginärteils der Abbildungsfunktion z(w) nach Gleichung (2.30) in Abhängigkeit von der Koordinate u in der W-Ebene dargestellt.

Dort ist der funktionelle und geometrische Zusammenhang zwischen der Z- und der W-Ebene gut erkennbar. Die positive y-Achse mit dem



Abbildung 2.8: Verlauf des Real- und Imaginärteils der *z*-Koordinate in der *Z*-Ebene in Abhängigkeit der *u*-Koordinate der *W*-Ebene.

Realteil x = 0 oberhalb j l_L wird auf die *u*-Achse mit u < 1 abgebildet (vgl. auch Tab. 2.2). Die Ecke bei α_2 wird auf den Punkt u = -1 abgebildet und mit steigendem u im Bereich $-1 \leq u \leq 0$ wandert der zu transformierende Punkt auf der Geraden $z = x + j l_L$ gegen $-\infty$. Bei $x = -\infty$ springt dieser dann auf die Gerade z = x und wandert mit steigendem u mit u > 0 gegen Richtung $+\infty$. Von der W-Ebene aus werden die Punkte anschließend mit $t = \ln w$ in die T-Ebene transformiert. Die Zusammengehörigkeit der einzelnen Geradenabschnitte A, B und C in der Z- und der T-Ebene ist in Abbildung 2.9 dargestellt. In dieser erkennt man auch, daß die dargestellte rechte Hälfte des Mittelschenkels auf die zwei Kondensatorplatten A und B abgebildet wird, wobei der vertikale Abschnitt in die rechte und der horizontale Abschnitt auf die linke Halbebene abgebildet wird.

Um den magnetischen Widerstand eines gegebenen Luftspaltes nach Abbildung 2.9 zu berechnen, muß man aus den Koordinaten z_h (Höhe des Schenkels) und z_b (Breite des Schenkels) die Abmessungen des Plattenkondensators (t_h und t_b) analytisch berechnen. Dazu muß die Abbildungsfunktion 2.30 umgekehrt und die Variable w durch $w = e^t$ ersetzt werden, d.h. die Gleichung (2.30) muß nach w aufgelöst werden. Dies ist analytisch nicht möglich. Aus diesem Grunde wird die Abbildungsfunktion 2.30 in den interessanten Bereichen des linken Randes des Plattenkondensators t_b , d.h. $z \to j l_L - \infty$ bzw. $w \to 0$ und des rechten Randes des Plattenkondensators t_h , d.h. $z \to \infty + j \infty$ bzw. $w \to -\infty$ durch einfachere und vor allem umkehrbare Funktionen angenähert. In den genannten Bereichen sind

$$z \approx z_0 = \frac{l_L \left(2 + \ln\left(\frac{1}{2}w\right) - \ln\left(\frac{1}{2}w + 2\right)\right)}{\pi}$$
 für $u \to 0$ (2.31)

und

$$z \approx z_{\infty} = \frac{2l_L\sqrt{w}}{\pi}$$
 für $u \to -\infty$. (2.32)

gute Näherungen der Abbildungsfunktion. Die dazugehörigen Umkehrfunktionen lauten

$$t \approx t_0 = \frac{4}{-1 + e^{\left(\frac{-z\pi + 2l_L}{l_L}\right)}}$$
(2.33)

und

$$t \approx t_{\infty} = \frac{1}{4} \frac{z^2 \pi^2}{l_L^2} \,. \tag{2.34}$$

Vergleicht man die ursprüngliche Abbildungsfunktion mit den Näherungsfunktionen, so ergibt sich für den Real- und den Imaginärteil der



Abbildung 2.9: Zuordnung der einzelnen Streckenabschnitte von der Z-Ebene zur Bild-Ebene T.



Abbildung 2.10: Relativer Fehler der beiden Näherungen der Transformationsfunktion für die Bereiche $|u| \ll 1$ und $u \to \infty$.

in Abbildung 2.10 dargestellte relative Fehler. Dabei ist auf der linken Seite der Fehler der Näherung für die Breite b_S des Schenkels $(u \to 0)$ für den Bereich $0 \leq l_L/b_S \leq 2$ und auf der rechten Seite der Fehler der Näherung für die Höhe des Schenkels $(u \to -\infty)$ für den Bereich $0 \leq l_L/h_S \leq 2$ aufgetragen. Die Luftspaltlänge wurde dabei auf den Wert 1 normiert.

Der Fehler für die Schenkelbreite b_S , welche den magnetischen Widerstand des Luftspaltes maßgeblich bestimmt, ist im gesamten Bereich kleiner als 2.5%. Begrenzt man das Verhältnis der Luftspaltlänge zur Schenkelhöhe auf $0 \leq l_L/b_S \leq 1$, so ist der Fehler sogar stets kleiner als 0.31%. Die Näherung der Schenkelhöhe führt zu einem größeren Fehler (< 10% im betrachteten Bereich), wobei der Einfluß der Schenkelhöhe auf die magnetische Reluktanz des Luftspaltes deutlich geringer ist als die Schenkelbreite. Die genannten relativen Fehler sind in beiden Fällen geringer, als die Fehler der Näherungen in den Publikationen [34] und [39]. In [39] ist Fehler für die Schenkelhöhe gleich 20%, nicht – wie angegeben – 2%.

Der resultierende gesamte Fehler bei der Berechnung des magnetischen Widerstandes des Luftspaltes ist mit den angegebenen Näherungen relativ gering und diese können zur Berechnung der Umkehrfunktion verwendet werden. Somit ergibt sich mit den beiden Gleichungen (2.33) und (2.34)

$$t_b = \ln\left(\frac{4}{\frac{2l_L - 2\pi}{l_L}}\right) = \ln\left(\frac{4}{\frac{(\frac{b_S}{2} - j l_L)\pi + 2l_L}{l_L}}\right) (2.35)$$

und

$$t_h = \ln\left(\frac{1}{4}\frac{z^2\pi^2}{l_L^2}\right) = \ln\left(\frac{-1}{4}\frac{(l_L + h_S)^2\pi^2}{l_L^2}\right)$$
(2.36)

für die Breite der Kondensatorplatten in der *T*-Ebene (vgl. Abb. 2.9(b)). Mit der Breite der Kondensatoren und dem gegebenen fixen Plattenabstand π können die Kapazitätswerte und damit die Reluktanz des horizontalen (Gerade *B*) und des vertikalen Teiles (Gerade *A*) des Luftspaltes mit Gleichung (2.17) berechnet werden. Für den horizontalen Abschnitt des Schenkels mit der Gesamtbreite b_S ergibt sich

$$R_{hor} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\mu_0 \left| \ln \left(\frac{-4}{-1 + e^{\frac{\pi b_S - 2j \pi l_L + 4l_L}{2l_L}}} \right) \right|}$$
(2.37)

für die Reluktanz des Abschnitts bis $x = -b_S/2$ und für die vertikale Seitenfläche

$$R_{ver} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\mu_0 \ln\left(\frac{1}{4} \frac{(l_L + h'_S)^2 \pi^2}{l_L^2}\right)}$$
(2.38)

mit

$$h_S' \approx \frac{h_S}{2}.\tag{2.39}$$

In der vorangegangenen Gleichung für R_{ver} wurde die obere Grenze für die Berechnung (z_h) gleich 1/2 mal der realen Höhe h_S des Schenkels gesetzt. Um den Grund dafür zu erläutern, ist in Abbildung 2.11(a) der analytisch berechnete Verlauf und in (b) der mittels FEM simulierte Verlauf der magnetischen Feldlinien im Luftspalt und im Wicklungsfenster dargestellt. Dort kann man zum einen erkennen, daß der aus der analytischen Rechnung resultierende Verlauf der Feldlinien gut mit der FEM-Simulation übereinstimmt. Zum anderen erkennt man im simulierten Verlauf, daß ab einem gewissen Abstand in x-Richtung vom Luftspalt die Feldlinien nicht mehr vom unteren Joch zum Mittelschenkel, sondern vom unteren Joch direkt zum oberen Joch verlaufen. Der Grund dafür ist, daß ab dem genannten Abstand der magnetische Widerstand bzw. die Länge der Feldlinie größer ist, wenn die Feldlinien vom unteren Joch zum Mittelschenkel verlaufen. Den Punkt auf der



Abbildung 2.11: Analytisch berechneter und mittels FEA simulierter Verlauf der Feldlinien in und um den Luftspalt.

x-Achse, ab welchem die Feldlinien direkt zum oberen Joch verlaufen, kann man abschätzen, indem man annimmt, daß die Feldlinien senkrecht auf allen Kernteilen stehen und daß die Feldlinien zuerst entlang eines Kreisbogens und dann entlang einer Geraden knickfrei vom Mittelschenkel zum unteren Joch verlaufen. Für die Feldlinien vom unteren Joch zum oberen wird angenommen, daß diese vereinfacht entlang einer Gerade verlaufen, wie dies in Abbildung 2.12 dargestellt ist.

Berechnet man mit obigen Annahmen näherungsweise die Länge einer Feldlinie, welche aus dem Mittelschenkel an der Stelle $h_S/2$ austritt, so ergibt sich

$$l_F = l_L + \frac{h_S}{2} \frac{2\pi}{4} = l_L + h_S \frac{\pi}{4} \approx l_L + h_S = h_W.$$
 (2.40)

Dies bedeutet, daß die Feldlinien circa ab $x = \frac{1}{2} h_S$ vom unteren direkt zum oberen Joch verlaufen und daß bei der Berechnung von R_{ver} die Variable h'_S ungefähr gleich $\frac{1}{2} h_S$ ist.

Wie bereits erwähnt, verlaufen die magnetischen Feldlinien nicht nur vom unteren Joch zum Mittelschenkel, sondern auch direkt vom unteren zum oberen Joch. Deshalb liegt parallel zu den beiden Reluktanzen R_{hor} und R_{ver} des Mittelschenkels noch die Reluktanz R_W des Wicklungsfensters. Diese kann mit dem oben erläuterten vereinfachten Verlauf der



Abbildung 2.12: Bestimmung der magnetischen Reluktanz des Wicklungsfensters mittels approximierten Verlaufs der Feldlinien.

Feldlinien im Wicklungsfenster (vgl. Abb. 2.12) mittels

$$R_W = \frac{h_S + l_L}{\mu_0 \left(b_{W,f} - \frac{1}{2} h_S \right) \right)}$$
(2.41)

berechnet werden. Dabei muß berücksichtigt werden, daß die relevanten Feldlinien im Wicklungsfenster durch die Wicklung(en) begrenzt werden (vgl. $b_{W,f}$). Die magnetischen Feldlinien, welche durch die Wicklung(en) selbst verlaufen, werden vernachlässigt, da diese bei gewöhnlichen Aufbauten von Induktivitäten / streuungsbehafteten Transformatoren die magnetische Reluktanz des Gesamtkreises nur geringfügig beeinflussen. Ist die Entfernung der Wicklung(en) vom Luftspalt kleiner als die halbe Höhe des Schenkels, so wird vereinfachend angenommen, daß die magnetische Reluktanz des Wicklungsfensters entfällt und die Variable h'_S gleich dem Abstand der Wicklung(en) vom Luftspalt ist.

Neben den approximierten Feldlinien sind in Abbildung 2.12 auch die drei oben berechneten Reluktanzen R_{hor} , R_{ver} und R_W des Luftspaltes und des Wicklungsfensters eingezeichnet. Dort erkennt man auch die Zuteilung der magnetischen Feldlinien zu den Reluktanzen. Die Feldlinien, welche vom oberen Joch direkt zum unteren verlaufen, bestimmen den Wert der Reluktanz R_W , diejenigen, welche von der horizontalen Fläche des Schenkels zum unteren Joch verlaufen, den Wert der Reluktanz R_{hor} und diejenigen, welche von der vertikalen Fläche des Schenkels zum unteren Joch verlaufen, den Wert der Reluktanz R_{hor} und diejenigen, welche von der vertikalen Fläche des Schenkels

Wie oben beschrieben, wird bei den Berechnungen angenommen, daß die Grenze zwischen R_{ver} und R_W ungefähr bei $x = h_S/2$ liegt. Die Grenze zwischen R_{ver} und R_{hor} wird durch die Feldlinie F_{Gr} bestimmt, welche von der unteren rechten Ecke des Schenkels zum darunter liegenden Joch verläuft (siehe Abb. 2.11). In der Bildebene T verlaufen alle Feldlinien entlang von vertikalen Geraden von der unteren zur oberen Platte, d.h. die Feldlinie F_{Gr} , welche in der Z-Ebene in dem Punkt $0 + j l_L$ beginnt, verläuft in der T-Ebene von 0 + j 0 nach $0 + j \pi$. Damit läßt sich die x-Koordinate des Endpunktes der Feldlinie F_{Gr} auf dem unteren Joch mittels der Abbildungsvorschrift (2.30) bestimmen, indem man t = 0 setzt. Daraus resultiert

$$z(0) = \frac{l_L}{\pi} \left(2\sqrt{e^0 + 1} + \ln(\sqrt{e^0 + 1} - 1) - \ln(\sqrt{e^0 + 1} + 1) \right) \approx 0.34 \, l_L.$$

Validierung des 2D Modells

Zur Validierung des zweidimensionalen Modells für die Luftspalt-Reluktanz wurden verschiedene Kernformen analytisch und mit Hilfe von FEM-Simulationen numerisch berechnet. In Abbildung 2.14 sind die dazugehörigen Ergebnisse zusammen mit den Resultaten des idealen (2.14) und des erweiterten (2.15) Ansatzes nach Undeland dargestellt.

Mit dem idealen Ansatz erhält man nur bei Kernen mit einem relativ hohen Wicklungsfenster und breitem Mittelschenkel vernünftige Ergebnisse, da bei diesen die Einflüsse der Aufweitung des Luftspaltfeldes und des magnetischen Feldes im Wicklungsfenster vernachlässigbar sind. Der empirische Ansatz von Undeland führt prinzipiell zu besseren Ergebnissen, wobei auch dieser bei schmalen Schenkeln und niedrigen Kernen versagt. Vernachlässigt man in einer ersten Näherung die Feldlinien von Joch zu Joch, so erhält man mit der konformen Abbildung im Falle mittelhoher Kerne und breiter Mittelschenkel vernünftige Ergebnisse. Mit der Reluktanz des Wicklungsfensters und der konformen Abbildung ergibt sich - unabhängig von der Kernform - eine sehr gute Übereinstimmung der analytischen Rechnung mit den FEM-Simulationen.

Um die in Abbildung 2.14 angegebenen Zahlenwerte zu erhalten, muß man beachten, daß der magnetische Widerstand des Luftspaltes inklusive Wicklungsfenster, welcher mit obigen Gleichungen berechnet wird, noch durch zwei geteilt werden muß, da bisher nur der halbe Aufbau betrachtet wurde. In Abbildung 2.13 sind beispielhaft die Ergebnisse der FEM-Simulation zweier Kerne dargestellt. Dort erkennt man, daß im Falle niedriger Kerne relativ viel Energie im Wicklungsfenster gespeichert ist und daß die in Abbildung 2.12 gemachte Annahme über



Abbildung 2.13: Flußdichte und Verlauf der Feldlinien für zwei Transformatoren mit den Parametern: $l_L = 5mm$ und $b_W + b_S/2 = 10cm$.



(a) Kern mit: $h_S = 8cm, l_L = 5mm, b_W + b_S/2 = 10cm$ und $h_W = 8.5cm$





Abbildung 2.14: Vergleich der analytischen 2D-Berechnung der Luftspalt-Reluktanz mit FEM-Simulation .

den Feldverlauf im Wicklungsfenster gerechtfertigt ist.

2.3.3 Reluktanzen weiterer Luftspaltformen

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Gleichungen

$$R_{hor} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\mu_0 \left| \ln \left(\frac{-4}{-1 + e^{\frac{\pi b'_S - j \pi l_L + 2l_L}{l_L}}} \right) \right|}$$
(2.42)

$$R_{ver} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\mu_0 \ln \left(\frac{1}{4} \frac{(l_L + h'_S)^2 \pi^2}{l_L^2} \right)}$$
(2.43)

$$R_W = \frac{h'_W}{\mu_0 b_{W,R}}$$
(2.44)

für die Reluktanzen R_{hor} , R_{ver} und R_W einer Luftspaltgeometrie, wie in Abbildung 2.15(a) dargestellt, hergeleitet. Diese Gleichungen können nun dazu verwendet werden, die magnetischen Widerstände weiterer Luftspaltformen zu berechnen. Einige häufig auftretende Geometrien sind in Abbildung 2.15(b)-(e) mit den dazugehörigen Reluktanzen dargestellt.

Die Reluktanz $R_{M,(a)}$ des Grundaufbaus (a) ergibt sich einfach durch Parallelschalten der drei magnetischen Widerstände R_{hor} , R_{ver} und R_W , womit

$$R_{M,(a)} = \frac{1}{\frac{1}{R_{hor}} + \frac{1}{R_{ver}} + \frac{1}{R_W}}$$
(2.45)

resultiert. Mit dem Ergebnis für den Grundaufbau kann die Reluktanz $R_{M,(b)}$ für einen Luftspalt aus zwei halben Mittelschenkeln, wie in Abbildung 2.15(b), dargestellt, einfach durch Verdopplung, d.h. mit $R_{M,(b)} = 2R_{M,(a)}$, berechnet werden, da der Aufbau (b) durch Spiegelung des Grundaufbaus (a) an der *x*-Achse entsteht (vgl. Symmetrieachse A_1 in Abb. 2.6(a)).

Bei den Herleitungen der Reluktanzen R_{hor} und R_{ver} wurde vorausgesetzt, daß die gestrichelte Linie in Abbildung 2.15(b) (=unteres Joch des Aufbaus (a)) eine Äquipotentialebene ist. Somit können diese Gleichungen nicht bzw. nur näherungsweise (Vernachlässigung des Einflusses der vertikalen Fläche) auf Luftspalte angewendet werden, deren Höhen h_S stark unterschiedlich sind.

Spiegelt man den Grundaufbau an der y-Achse, so erhält man einen Mittelschenkel über einer magnetisch leitenden Ebene. Dies ist in Ab-



Abbildung 2.15: Verschiedene Formen von Luftspalten und die dazugehörigen magnetischen Widerstände.

bildung 2.15(c) dargestellt, wobei der Widerstand R_W des Wicklungsfensters, welcher bei der Berechnung des Gesamtwiderstandes beachtet werden muß, und die Wicklung selbst nicht dargestellt sind. Die Reluktanz $R_{M,(c)}$ dieses Aufbaus ergibt sich durch Halbierung von $R_{M,(a)}$, da dort zwei Reluktanzen $R_{M,(a)}$ parallel geschaltet sind. Da die Symmetrie des Aufbaus (c) bezüglich der *y*-Achse bei der Herleitung nicht verwendet wurde, sondern nur angenommen wurde, daß das Feld im Luftspalt um dem Bereich $x = -b_S/2$ herum homogen ist, können auch unsymmetrische Aufbauten (z.B. Abb. 2.15(e)) mit Hilfe der Gleichungen für die Reluktanzen R_{hor} , R_{ver} und R_W berechnet werden. In diesem Fall haben die Reluktanzen R_{hor} , R_{ver} und R_W auf den beiden Seiten des Schenkels unterschiedliche Werte, was durch die unterschiedlichen Variablen h'_S und h''_S bzw. b'_S und b''_S in der Abbildung angedeutet ist.

Spiegelt man den Aufbau (c) an der *x*-Achse, so ergibt sich ein Luftspalt, welcher durch zwei Mittelschenkel gebildet wird. Dieser hat die gleiche Reluktanz wie der Grundaufbau $R_{M,(d)} = R_{M,(a)} = 2R_{M,(c)}$. Der Aufbau (d) muß, wie oben erläutert, wiederum bezüglich der *x*-Achse symmetrisch sein, bzw. die in den Berechnungen verwendeten Höhen h'_S und h''_S müssen für den oberen und den unteren Mittelschenkel gleich groß sein.

Als letztes wird die Reluktanz eines Außenschenkels betrachtet. Bei diesem müssen die Reluktanzen R_{hor} und R_{ver} getrennt für die linke und rechte Seite des Schenkels berechnet werden und der magnetische Widerstand für das Wicklungsfenster R_W muß nur auf der rechten Seite des Aufbaus berücksichtigt werden. Der magnetische Gesamtwiderstand ergibt sich einfach durch Serien- und Parallelschaltung der berechneten Reluktanzen.

3D Betrachtung des Luftspaltes

Alle bisherigen Berechnungen basieren auf einem zweidimensionalen Modell des Luftspaltes und liefern als Ergebnis einen Reluktanzwert pro Längeneinheit [A/Vs m]. Um den Wert des magnetischen Widerstandes eines realen dreidimensionalen Luftspaltes zu erhalten, müssen die einzelnen Reluktanzbeläge noch mit den entsprechenden Längen multipliziert werden. Dabei wird angenommen, daß die magnetische Feldverteilung entlang der dritten Dimension des Kerns näherungsweise konstant ist. Dies ist vor allem für Kerne erfüllt, deren Tiefe größer ist, als die Breite des Schenkels. Im folgenden wird am Beispiel des in Abbildung 2.16 dargestellten symmetrischen Luftspaltes die Berechnung der Reluktanz erläutert. Das dazugehörige zweidimensionale Modell ist in Abbildung 2.15(d) zu finden. Die magnetischen Widerstände der horizontalen (hier: $R_{hor,l} =$ $R_{hor,r} = 2R_{hor}$) und der vertikalen Seitenflächen – links und rechts – (hier: $R_{ver,l} = R_{ver,r} = 2R_{ver}$) müssen mit der Tiefe des Luftspaltes t_S multipliziert werden, wobei, wie bereits erwähnt, es prinzipiell möglich ist, daß die Reluktanzen der linken und der rechten Luftspalthälften unterschiedlich sind. Die Reluktanzwerte der vorderen und der hinteren vertikalen Flächen (hier: $R_{ver,v} = R_{ver,h} = 2R_{ver}$ müssen mit der Breite b_S multipliziert werden. Den magnetischen Gesamtwiderstand R_{3D} erhält man durch Parallelschalten der sechs in Abbildung 2.16 dargestellten Widerstände. Das Ergebnis ist



Abbildung 2.16: 3-dimensionales Reluktanzmodell eines Luftspaltes.

welches für einen symmetrischen Luftspalt zu

$$R_{3D} = \frac{1}{\frac{1}{t_S R_{hor}} + \frac{1}{(b_S + t_S) R_{ver}}} = \frac{t_S (t_S + b_S) R_{hor} R_{ver}}{(R_{ver} + R_{hor}) t_S + R_{ver} b_S} \quad (2.46)$$

vereinfacht werden kann.

Ist der zu berechnende Schenkel ein Mittelschenkel, so sind zu dem Widerstand R_{3D} noch die zwei Reluktanzen R_W des linken und des rechten Wicklungsfensters parallel zu schalten. Handelt es sich dagegen um einen Außenschenkel, so muß nur ein Widerstand R_W berücksichtigt werden.

Andere Luftspaltformen, wie z.B. in Abbildung 2.15 dargestellt, können analog berechnet werden.

Beispiel: Reluktanzmodell einer Spule

Zum Abschluß des Abschnittes über Reluktanzmodelle wird noch beispielhaft das magnetische Ersatzschaltbild einer Spule, wie in Abbildung 2.17 dargestellt, kurz beschrieben.



Abbildung 2.17: Beispiel eines Reluktanzmodells für eine Induktivität mit U-Kern.

Die Reluktanzen der einzelnen Kernabschnitte können mit den geometrischen Abmessungen des Kernes berechnet werden und sind gleich

- $R_{J,u}$ Unteres Joch Gl. (2.12),
- $R_{J,o}$ Oberes Joch Gl. (2.12),
- R_{LS} Linker Schenkel Gl. (2.12) (gleich für oberen und unteren Schenkel),
- R_{RS} Rechter Schenkel Gl. (2.12) (gleich für oberen und unteren Schenkel),
- $R_{E\nu}$ Reluktanz der Ecken Gl. (2.13).

Der linke Schenkel enthält einen Luftspalt, dessen Reluktanz durch die verschiedenen Flächen des Luftspaltes bestimmt wird (vgl. vorangegangener Abschnitt). Diese sind im einzelnen durch

- \tilde{R}_{hor} Reluktanz der horizontalen Flächen (= $R_{hor,l} || R_{hor,r}$ Abb. 2.16),
- \tilde{R}_{ver} Reluktanz der vertikalen Seitenflächen (= $R_{ver,l}$ bzw. $R_{ver,r}$ Abb. 2.16),
- \tilde{R}'_{ver} Reluktanz der vertikalen vorderen und hinteren Flächen (= $R_{ver,v}$ bzw. $R_{ver,h}$ Abb. 2.16)

gegeben. Die Reluktanzen der vertikalen Flächen sind in dem Ersatzschaltbild an dem Knoten angeschlossen, welcher durch Aufteilen der Reluktanz des linken Schenkels in $1/4R_{LS}$ und $3/4R_{LS}$ entsteht. Der Grund dafür ist, daß mit den Reluktanzen $\tilde{R}_{ver}/\tilde{R}'_{ver}$ der Fluß modelliert wird, welcher aus den vertikalen Flächen des linken Schenkels bis zur halben Höhe $1/2 h_S$ des Schenkels austritt, und die Reluktanzen $\tilde{R}_{ver}/\tilde{R}'_{ver}$ somit näherungsweise in der Mitte dieses Bereiches $(1/2 \cdot 1/2 h_S)$ angeschlossen werden müssen. Ein etwas konservativeres Modell erhält man, wenn man die Reluktanzen der vertikalen Flächen direkt parallel zur Reluktanz \tilde{R}_{hor} schaltet, da somit der gesamte Luftspaltfluß durch den gesamten linken Schenkel fließt und dort Kernverluste erzeugt. Dabei ändert sich der Gesamtwert der Reluktanz kaum, da der magnetische Widerstand des Schenkels im Verhältnis zum Widerstand des Luftspaltes sehr klein ist. Ist das Wicklungsfenster im Vergleich zur Länge des Luftspaltes relativ niedrig, so muß neben den magnetischen Widerständen des Luftspaltes zusätzlich noch die Reluktanz des Wicklungsfensters R_W (vgl. Gl. (2.41)) berücksichtigt werden. Im dargestellten Ersatzschaltbild ist diese näherungsweise in der Mitte des Jochs angeschlossen, da diese den Fluß modelliert, welcher ab dem horizontalen Abstand $h_S/2$ vom Luftspalt bis zum Beginn der Wicklung (siehe oben) direkt vom oberen Joch zum unteren Joch fließt. Der exakte Anschlußpunkt der Reluktanz R_W ist wiederum nicht so relevant, da die Reluktanz R_W normalerweise sehr viel größer ist, als die Reluktanzen der Kernabschnitte.

Die Wicklung der Spule ist um den rechten Schenkel gewickelt, weshalb sich dort auch die Durchflutungsquelle mit der magnetischen Spannung Ni im Ersatzschaltbild befindet. Der Strom i wird dabei z.B. von einem elektrischen Netzwerk, welches mit dem magnetischen Ersatzschaltbild gekoppelt ist (siehe z.B. Abb. 2.3), vorgegeben. Ist hingegen der Verlauf der Spannung an der Wicklung bekannt, so kann mit dem Zusammenhang

$$u_{12}(t) = \oint_{s} \vec{E}(t)d\vec{s} = -N\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{A_{i}} \int \vec{B}(t)\mathrm{d}A_{i}$$
(2.47)

die mittlere Flußdichte

$$B(t) = \frac{1}{NA_i} \int u_{12}(t) dt + B_i(t=0)$$
(2.48)

bzw. der Fluß $\phi_i = B(t) \cdot A_i$ im Segment, welches von der Wicklung umschlossen ist, berechnet werden. In diesem Fall muß die Spannungsquelle in Abbildung 2.17 durch eine Stromquelle mit dem Wert ϕ_i ersetzt werden.

Besitzt ein magnetisches Bauelement mehrere Wicklungen, so ist wichtig, die Polarität der Durchflutungs- bzw. Flußquellen richtig zu wählen. Diese ergibt sich aus der definierten Strom- bzw. Spannungsrichtung und dem gewählten Wicklungssinn.

Analog zu dem vorgestellten magnetischen Modell der Spule können nun beliebige magnetische Bauelemente modelliert und – falls benötigt – in elektrische Schaltungssimulationen eingebunden werden.

2.4 Analytisches Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters

Mit dem Reluktanzmodells des integrierten Transformators, welches die elektrischen und magnetischen Größen koppelt, können nun die Gleichungen aufgestellt werden, die das Verhalten des Serien-Parallel-Resonanzkonverters in Abbildung 2.18 beschreiben.

Bei dem dargestellten Resonanzkonverter filtern die passiven Elemente im Resonanzkreis die rechteckförmige Eingangsspannung V_{AB} , so daß die Ströme in den Bauelementen des Resonanzkreises im Falle geringer Ausgangsleistung Last annähernd sinusförmig sind, wie in Abbildung 2.19(a) dargestellt ist. Vernachlässigt man die relativ geringen Oberschwingungen im Resonanzstrom, so kann der Resonanzkonverter einfach mittels komplexer Wechselstromrechnung analytisch berechnet werden. Dabei werden die Eingangsspannung V_{AB} , der rechteckförmige Eingangsstrom des Gleichrichters I_R und die etwas verzerrte Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} durch die jeweiligen Grundschwingungen ersetzt. Der Gleichrichter wird zusammen mit der Last in einem äquivalenten Widerstand R_{Eq} zusammengefaßt, in welchem die gleiche Wirkleistung wie im Gleichrichter mit Last in Wärme umgesetzt wird.



Abbildung 2.18: Schaltbild des modellierten Serien-Parallel-Resonanzkonverter.

Der Wert des Widerstandes ergibt sich dabei aus

$$R_{Eq} = \frac{\pi^2 n^2}{8} \cdot \frac{V_{Out}}{I_{Out}}.$$
 (2.49)

Dieses Verfahren ist unter der Bezeichnung "Fundamental Frequency Analysis" bekannt und wurde in [44] für die Berechnung von Resonanzkonvertern vorgeschlagen.

Mit steigender Ausgangsleistung wird der Punkt erreicht, bei welchem der sekundärseitige Resonanzstrom I_S zum Zeitpunkt, wo die Kondensatorspannung zu Null wird, kleiner als der Laststrom I_{Out} ist. Dann wird die Spannung über dem Kondensator durch den Laststrom, welcher durch die Gleichrichterdioden zirkuliert, so lange auf Null geklemmt, bis der sekundärseitige Resonanzstrom wieder größer als der Laststrom ist. Dies ist in Abbildung 2.20(b) dargestellt (Dauer des Klemmens: β). Dadurch wird die Spannung am Parallelkondensator diskontinuierlich und sehr stark verzerrt und es entsteht eine zusätzliche Phasenverschiebung zwischen dem Resonanzstrom und der Kondensatorspannung. Unter diesen Umständen wird die normale "Fundamental Frequency Ana-



Abbildung 2.19: Gemessene Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} , Primärstrom I_P , Ausgangsstrom I_{Out} und Spannung am Parallelkondensator V_{Cp} im (a)kontinuierlichen Modus (CCV - geringe Last mit $V_{IN} = 320, U_{Off} = 0$ und $R_L = 1.7\Omega$) und im (b) diskontinuierlichen Modus (DCV - Vollast mit $R_L = 0.2\Omega$) der Spannung am Parallelkondensator.

lysis" relativ ungenau und ist nicht mehr zur analytischen Beschreibung des Konverters geeignet. Aus diesem Grunde haben die Autoren von [45] eine erweiterte Grundschwingungsanalyse vorgeschlagen, welche die diskontinuierliche Kondensatorspannung und die zusätzliche Phasenverschiebung bei Vollast berücksichtigen. Dies wird dadurch erreicht, daß der Gleichrichter und die Last nicht durch einen äquivalenten Widerstand, sondern durch eine äquivalente Impedanz beschrieben wird, welche die Phasenverschiebung in der Kondensatorspannung bzw. in der Spannung am Eingang des Gleichrichters aufgrund des Klemmens modelliert. Die äquivalente Impedanz bestimmt sich aus dem Quotienten der Grundschwingung der Spannung am Kondensator und der Grundschwingung des Gleichrichterstromes. Bei diesem Ansatz werden zwei unterschiedliche Modelle für den kontinuierlichen (CCV) und den diskontinuierlichen Betriebsfall (DCV) der Spannung über dem Parallelkondensator verwendet.

Die erweiterte Grundschwingungsanalyse liefert relativ genaue Ergebnisse für den gesamten Lastbereich und kann somit für die Berechnung, Modellierung und Optimierung des betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverters verwendet werden. Allerdings fehlt in diesem Modell noch eine Beschreibung des (integrierten) Transformators, welche



Abbildung 2.20: (a) Theoretischer Verlauf der Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} , des Primärstromes I_P , des Gleichrichterstromes I_R und der Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} im CCV-Modus. (b) Die gleichen Verläufe wie für (a) jedoch für den DCV-Modus. (Annahme in beiden Fällen: Magnetisierungsstrom $I_{\mu} = 0$).

ein Design der magnetischen Komponente leicht ermöglicht. Dafür werden die Amplituden und Phasenbeziehungen der Primär- und Sekundärspannung für die Berechnung der Flußverteilung im Kern und die des Primär- und Sekundärstromes zum Berechnen der Stromverteilung und der Verluste benötigt. Die Phasenbeziehung der Flüsse wirkt sich bei integrierter Serieninduktivität wesentlich auf die Flußverteilung im Streupfad aus. Aus diesem Grunde wird die erweiterte Grundschwingungsanalyse im folgenden durch ein Reluktanzmodell (vgl. 3) der magnetischen Komponente erweitert, welches auch den Magnetisierungsstrom berücksichtigt. Außerdem wird in den Gleichungen das verwendete Steuerverfahren berücksichtigt, welches relativ großen Einfluß auf den Betriebspunkt und auf die Kurvenformen hat. Bei diesem wird immer ein Zweig der H-Brücke beim Nulldurchgang des Resonanzstromes geschaltet, um die Schaltverluste zu reduzieren.

2.4.1 Analyse des erweiterten Modells

Wie bereits oben erwähnt, basieren die folgenden Überlegungen bezüglich des Serien-Parallel-Resonanzkonverters auf der erweiterten Grundschwingungsanalyse, welche in [45] vorgestellt wurde. Soweit möglich und sinnvoll wurde die Notation dieser Veröffentlichung beibehalten.

Die Berechnungen basieren auf den Annahmen, daß sowohl der primärseitige I_P als auch der sekundärseitige Resonanzstrom I_S sinusför-



Abbildung 2.21: Ersatzschaltbild des Serien-Parallel-Resonanzkonverters inklusive Reluktanzmodell für den Transformator. Die Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} wird durch die Grundschwingung $V_{AB(1)}$ beschrieben.
mig sind, daß die Welligkeit des Ausgangsstromes I_{Out} vernachlässigbar ist, und daß alle Bauelemente ideal sind.

Die grundlegende Vorgehensweise beim Ermitteln der Modellgleichungen ist, daß zuerst die Grundschwingungsimpedanz Z_{CpR} der Parallelschaltung aus dem Kondensator C_P und dem Gleichrichter mit Last berechnet wird. Mit dieser Impedanz kann die Eingangsimpedanz Zdes Resonanzkreises – von der H-Brücke / der Spannungsquelle V_{AB} aus gesehen – bestimmt werden. Die Impedanz Z beinhaltet auch das Reluktanzmodell des Transformators. Im nächsten Schritt können zwei Gleichungen aufgestellt werden. Die erste beschreibt den Zusammenhang zwischen der Phasenverschiebung zwischen dem Primärstrom I_P und der Spannung $V_{AB(1)}$ (vgl. Abb. 2.21), welche durch den Duty Cycle und die Impedanz Z bestimmt wird. Die zweite Gleichung spiegelt den Zusammenhang zwischen der Ausgangsspannung des Konverters V_{Out} und der Spannung an der Last wieder, welche durch die Lastcharakteristik $V_{Off}\&R$ und dem Ausgangsstrom I_{Out} bestimmt wird. Diese beiden Gleichungen zusammen mit einer Gleichung im CCV Modus und zwei Gleichungen im DCV Modus beschreiben das Systemverhalten des Konverters und können zur numerischen Berechnung von Betriebspunkten verwendet werden. Die genannten Gleichungen werden im nächsten Abschnitt hergeleitet.

Äquivalente Impedanz Z_{CpR} des Gleichrichters inklusive Last und Parallelkondensator C_P

Im folgenden wird die Grundschwingungsimpedanz \underline{Z}_{CpR} des Gleichrichters inklusive Last und Parallelkondensator für den Fall diskontinuierlicher Spannung über C_P (DCV) ermittelt, indem zuerst die Grundschwingung des Gleichrichtereingangstromes $\underline{I}_{R(1)}$ berechnet wird (siehe Abb. 2.20) (~Gl.(1) in [45]).

$$\underline{I}_{R(1)} = \frac{2j}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\alpha+\beta} I_S \sin\theta e^{-j\theta} d\theta + \int_{\alpha+\beta}^{\alpha+\pi} I_{Out} e^{-j\theta} d\theta \right]$$
(2.50)
$$= \frac{2}{\pi} \left[\frac{I_S}{4} \left(2\beta - j e^{-2j\alpha} (e^{-2j\beta} - 1) + I_{Out} (1 + e^{-j\beta}) e^{-j\alpha} \right) \right]$$

Da angenommen wird, daß der sekundärseitige Resonanzstrom I_S sinusförmig ist, kann die Grundschwingung der Spannung am Parallel-

kondensator $V_{Cp(1)}$ einfach mittels komplexer Wechselstromrechnung ermittelt werden (~Gl.(2) in [45]).

$$\underline{V}_{Cp(1)} = \frac{\underline{I}_S - \underline{I}_{R(1)}}{\mathrm{j}\,\omega\,C_P} \tag{2.51}$$

Dividiert man die Kondensatorspannung $\underline{V}_{Cp(1)}$ durch den sekundärseitigen Resonanzstrom \underline{I}_S , erhält man den Grundschwingungsanteil der sekundärseitigen äquivalenten Impedanz \underline{Z}_{CpR} (~Gl.(3) in [45]).

$$\underline{Z}_{CpR} = \frac{\underline{V}_{Cp(1)}}{\underline{I}_{S}} = \frac{2\pi - 2\beta + je^{-2j\alpha}(e^{-2j\beta} - 1) - \frac{4I_{Out}}{I_{S}e^{-j\alpha}}(1 + e^{-j\beta})}{2j\pi\omega C_{P}}$$
(2.52)

Die Impedanz \underline{Z}_{CpR} ergibt sich für den Fall kontinuierlicher Spannung am Parallelkondensator (CCV) durch Setzen von $\beta = 0$ in Gleichung (2.52).

Kontinuierliche Spannung am Parallelkondensator C_P (CCV-Modus)

Im CCV-Modus ist der sekundärseitige Resonanzstrom I_S beim Winkel α (Zeitpunkt, wenn V_{Cp} Null wird) größer als der Laststrom I_{Out} . Die Differenz zwischen dem Resonanzstrom I_S und dem Ausgangsstrom I_{Out} lädt den Kondensator C_P . Somit ist der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung im Bereich $\alpha \leq \theta \leq \alpha + \pi$ durch

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{1}{\omega C_P} \int_{\alpha}^{\theta} (I_S \sin \varphi - I_{Out}) \, d\varphi$$

$$= \frac{I_S(\cos \alpha - \cos \theta) - I_{Out}(\theta - \alpha)}{\omega C_P}$$
(2.53)

gegeben (~Gl.(5) in [45]). Da die Kondensatorspannung im eingeschwungenen Zustand periodisch ist, muß diese am Ende jeder Periode zu Null werden. Setzt man diese Bedingung in Gleichung (2.53) ein, so erhält man einen Ausdruck zum Berechnen des Winkels α (~Gl.(6) in [45]).

$$V_{Cp}(\alpha + \pi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos\left(\frac{\pi I_{Out}}{2 I_S}\right)$$
 (2.54)

Außerdem ist der Mittelwert der Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} gleich der Ausgangsspannung V_{Out} des Konverters, da die positiven und negativen Spannungszeitfläche der Ausgangsinduktivität gleich sein müssen. Berechnet man den Mittelwert der Kondensatorspannung mit Gleichung (2.53) und ersetzt I_{Out} mit Hilfe von Gleichung (2.54), so ergibt sich (~Gl.(7) in [45])

$$V_{Out} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_{Cp}(\varphi) \, d\varphi = \frac{2I_S \sin \alpha}{\pi \, \omega \, C_P}.$$
 (2.55)

Einen weiteren Zusammenhang für den Winkel α erhält man durch Einsetzen der Ausgangsspannung $V_{Out} = V_{Off} + R \cdot I_{Out}$ (entspricht der Lastspannung) in (2.55) und Auflösen nach sin α . Der resultierende Zusammenhang wird durch Gleichung (2.54) geteilt, welche vorher nach $\cos \alpha$ aufgelöst wird. Damit resultiert

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega C_P \cdot (V_{Off} + R \cdot I_{Out})}{I_{Out}}\right), \qquad (2.56)$$

welche die erste Systemgleichung für den CCV-Modus ist (~Gl.(8) in [45]). Setzt man den Winkel β in Gleichung (2.52) gleich null, so erhält man die Grundschwingungsimpedanz \underline{Z}_{CpR} für den CCV-Modus, welche durch Substituieren von I_{Out}/\underline{I}_S mit Hilfe von (2.54) zu

$$\underline{Z}_{CpR} = \frac{1 - 8/\pi^2 \cdot e^{-j\alpha} \cos\alpha}{j\,\omega C_P} \tag{2.57}$$

vereinfacht werden kann (\sim Gl.(9) in [45]). Mit Gleichung

$$N_P I_P = \Re_{M1} \underline{\phi}_P + \Re_{\sigma} \cdot (\underline{\phi}_P - \underline{\phi}_S)$$

$$N_S I_S = -\left(\Re_{M2} \underline{\phi}_S + \Re_{\sigma} \cdot (\underline{\phi}_S - \underline{\phi}_P)\right),$$
(2.58)

d.h. der analytischen Beschreibung des Transformators inklusive Streuung, und der folgenden Gleichung

$$\underline{I}_{S} = \frac{V_{S}}{\underline{Z}_{CpR}} = \frac{j \,\omega \, N_{S} \cdot \underline{\phi}_{S}}{\underline{Z}_{CpR}},\tag{2.59}$$

kann der Fluß durch die Primärwicklung $\underline{\phi}_P$ und damit die Primärspannung $\underline{V}_P (= j \omega N_1 \underline{\phi}_P)$ als Funktion von \underline{I}_P und \underline{Z}_{CpR} berechnet

werden. Mit Hilfe der Maschengleichung für die ganz rechte Masche in Abbildung 2.21

$$\underline{V}_{AB(1)} = R_V \cdot \underline{I}_P + \frac{\underline{I}_P}{j \,\omega C_S} + j \,\omega \,N_P \cdot \underline{\phi}_P \tag{2.60}$$

und dividieren der Spannung $\underline{V}_{AB(1)}$ durch den Primärstrom \underline{I}_P ergibt sich der Grundschwingungsanteil der Eingangsimpedanz des Konverters zu

$$\Rightarrow \quad \underline{Z} = \frac{\underline{V}_{AB(1)}}{\underline{I}_P}.$$
(2.61)

Mit der Phase der Impedanz \underline{Z} kann die zweite Systemgleichung für den CCV-Modus aufgestellt werden. Die Phasenverschiebung zwischen der Grundschwingung der Eingangsspannung $\underline{V}_{AB(1)}$ und dem Resonanzstrom \underline{I}_P wird zum einen durch die Phase von \underline{Z} festgelegt. Zum anderen bestimmt sich die Phasenverschiebung durch die ZCS-Bedingung (ein Zweig der H-Brücke wird immer im Nulldurchgang des Stromes \underline{I}_P umgeschalten) und dem Duty Cycle D (vgl. Abb. 2.22). Setzt man beide Bedingungen gleich, so ergibt sich

$$\frac{\pi}{2}(1-D) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z})}{\operatorname{Re}(\underline{Z})}\right).$$
(2.62)

Mit dem Betrag der Impedan
z \underline{Z} kann der Betrag des primärseitigen Resonanzstrome
s \underline{I}_P berechnet werden.

$$|\underline{I}_P| = \frac{4}{\pi} \cdot V_{IN} \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cdot (1-D))}{|\underline{Z}|}$$
(2.63)

Der Betrag des sekundärseitigen Resonanzstromes \underline{I}_S kann unter Anwendung des Zusammenhangs (2.58) und Substitution von \underline{I}_P durch (2.63) und ϕ_S durch (2.59) berechnet werden. Die resultierende Gleichung für $|\underline{I}_S|$ wird zum Berechnen der Ausgangsspannung V_{Out} mit Gleichung (2.55) verwendet. Diese Ausgangsspannung muß gleich der Lastspannung sein, welche durch die Charakteristik der Last ($R\&V_{Off}$) und dem Ausgangsstrom I_{Out} gegeben ist.

$$V_{Off} + R \cdot I_{Out} = \frac{2 \left| \underline{I}_S \right| \sin \alpha}{\pi \,\omega \, C_P} \tag{2.64}$$



Abbildung 2.22: Phasenverschiebung zwischen $\underline{V}_{AB(1)}$ und dem Primärstrom \underline{I}_P (inkl. I_{μ}) und zwischen \underline{I}_S und \underline{I}_P aufgrund des Magnetisierungsstromes I_{μ} .

Die Gleichung (2.64) ist die dritte Systemgleichung für den CCV-Modus. Durch numerisches Lösen der drei Systemgleichungen (2.56), (2.62) und (2.64) kann die Ausgangsspannung V_{Out} , der Ausgangsstrom I_{Out} , der Duty Cycle D und α für eine gegebene Schaltfrequenz f und Lastcharakteristik $R \& V_{Off}$ oder umgekehrt berechnet werden.

Der CCV-Modus ist immer dann gegeben, wenn der sekundärseitige Resonanzstrom I_S zum Zeitpunkt/Winkel α des Nulldurchgangs der Spannung über dem Parallelkondensator größer ist als der Ausgangsstrom I_{Out} . Damit ist die Grenze für den CCV-Modus durch

$$I_S \sin \alpha > I_{Out} \quad \xrightarrow{\text{Gl.}(2.55)} \quad \frac{\omega C_P \left(V_{Off} + R I_{Out} \right)}{I_{Out}} > \frac{2}{\pi} \qquad (2.65)$$

gegeben.

Diskontinuierliche Spannung am Parallelkondensator C_P (DCV-Modus)

Im Gegensatz zum CCV-Modus ist der sekundärseitige Resonanzstrom I_S im DCV-Modus zum Zeitpunkt, wo V_{Cp} null wird (Winkel α), kleiner als der Ausgangsstrom I_{Out} . Solange der Resonanzstrom I_S kleiner als I_{Out} ist, wird die Spannung durch den Differenzstrom $I_S - I_{Out}$,

welcher durch beide Gleichrichterdioden fließt, auf Null geklemmt. Ab dem Winkel β (vgl. Abb. 2.20)(b) ist der Resonanzstrom I_S größer als der Laststrom I_{Out} und der Parallelkondensator C_P wird – genauso wie im CCV-Modus – durch den positiven Differenzstrom $I_S - I_{Out}$ geladen. Damit ist die Kondensatorspannung gleich (~Gl.(12) in [45])

$$\alpha \leq \theta < \alpha + \beta$$

$$V_{Cp}(\theta) = 0$$

$$\alpha + \beta \leq \theta < \alpha + \pi$$

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{1}{\omega C_P} \int_{\alpha+\beta}^{\theta} (I_S \cdot \sin \varphi - I_{Out}) d\varphi$$

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{I_S(\cos(\alpha + \beta) - \cos \theta) - I_{Out}(\theta - \alpha - \beta)}{\omega C_P}.$$
(2.66)

Wiederum muß der Mittelwert der Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} gleich der Ausgangsspannung sein. Nach der Mittelwertbildung der Spannung kann der Ausdruck noch mit Hilfe des Zusammenhangs $I_S \sin(\alpha + \beta) = I_{Out}$ vereinfacht werden. Das Ergebnis dieser Berechnung ist (~Gl.(14) in [45])

$$V_{OUT} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha+\beta}^{\alpha+\pi} V_{Cp}(\varphi) \, d\varphi =$$

= $\frac{I_S \cdot \left[(\pi-\beta) \cos(\alpha+\beta) + \sin(\alpha) \right]}{\pi \omega C_P} +$
+ $\frac{I_{Out} \cdot (1+\beta\pi-\beta^2/2-\pi^2/2)}{\pi \omega C_P}.$ (2.67)

Im DCV-Modus werden zwei Gleichungen benötigt, um die beiden Winkel α und β zu berechnen. Eine davon ergibt sich durch die Periodizität der Kondensatorspannung, d.h. $V_{Cp}(\alpha + \pi) = 0$ (~Gl.(15) in [45])

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha) + (\beta - \pi) \cdot \sin(\alpha + \beta) = 0.$$
 (2.68)

Die zweite Gleichung ist durch den Zusammenhang $I_S \cdot \sin(\alpha + \beta) = I_{Out}$ gegeben, welcher die beiden Winkel α und β in Beziehung zum Betrag des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S und zum Ausgangsstrom

 I_{Out} setzt. Um den Strom I_S in dieser Gleichung zu eliminieren, wird obiger Zusammenhang in Gleichung (2.67) eingesetzt und der resultierende Ausdruck wird gleich der Lastspannung $V_{Out} = V_{Off} + R \cdot I_{Out}$ gesetzt. Daraus ergibt sich (~Gl.(15) in [45])

$$(\pi - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha) + \sin(\alpha + \beta) \cdot \left[\left(1 + \beta \pi - \frac{\pi^2 + \beta^2}{2} \right) - \left(\frac{V_{Off}}{I_{Out}} + R \right) \cdot \omega \pi C_P \right] = 0.$$

$$(2.69)$$

Die dritte und vierte Systemgleichung sind durch die Gleichungen (2.62) und (2.64) gegeben, welche in der gleichen Art und Weise wie im CCV-Modus ermittelt werden (aus (2.59), (2.63) und (2.61)) außer, daß der Winkel β in der Gleichung für \underline{Z}_{CpR} (2.52) im DCV-Modus nicht gleich null gesetzt wird.

Aufgrund der DC-Offsetspannung in der Lastcharakteristik ist die Gleichung (2.69) vom Laststrom I_{Out} abhängig. Daraus folgt, daß die beiden nichtlinearen Gleichungen für die Winkel α und β [(2.68) & (2.69)] zusammen mit den Gleichungen (2.62) und (2.64) numerisch gelöst werden müssen, um den Arbeitspunkt des Konverters zu berechnen.

Bei obigen Herleitungen wurde die Flußverteilung im Transformator mit Hilfe eines analytischen Reluktanzmodells in den Systemgleichungen berücksichtigt. Stattdessen wäre es auch möglich gewesen, das magnetische Bauelement mittels den normalen Gleichungen aus der komplexen Wechselstromrechnung

$$\underline{V}_{P} = j \omega L_{1} \underline{I}_{P} + j \omega M \underline{I}_{s}
\underline{V}_{S} = j \omega M \underline{I}_{P} + j \omega L_{2} \underline{I}_{s}$$
(2.70)

zu beschreiben und die Flüsse durch die Primär- und Sekundärwicklung durch

$$\underline{\phi}_P = \frac{1}{j\,\omega N_P} \cdot \underline{V}_P \quad \text{und} \quad \underline{\phi}_S = \frac{1}{j\,\omega N_S} \cdot \underline{V}_S \tag{2.71}$$

zu berechnen. Der Fluß im Streuflußpfad ist bei einfachen Transformatordesigns durch die Differenz des Primär- und Sekundärflusses gegeben. Dieser Ansatz ist jedoch auf Standard-Aufbauformen limitiert. Komplexere Transformatordesigns (z.B. integrierte magnetische Bauelemente oder Transformatoren mit zwei Streuflußpfaden und Streufluß durch Wicklungsfenster) können nicht so einfach und genau durch obige Netzwerksgleichungen beschrieben werden. Außerdem stellen die magnetischen Reluktanzen einen direkten Bezug zwischen der Geometrie des Transformators, welche z.B. durch automatische Optimierungsroutinen verändert wird, und der Flußverteilung her. Die Wert für L_1 , L_2 und M in den Gleichungen (2.70) müssen entweder gemessen, durch finite Elemente Simulationen oder mit Hilfe von Reluktanzmodellen berechnet werden. Der Ansatz mit den Reluktanzmodellen basiert direkter auf der Physik und der Geometrie des Aufbaus und wurde deshalb hier gewählt.

2.4.2 Stabilitätsgrenze

des Serien-Parallel-Bei der vorangegangenen Beschreibung Resonanzkonverters mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse wird davon ausgegangen, daß der Strom im Resonanzkreis rein sinusförmig ist und mit einer Frequenz schwingt, welche durch die Last und die Resonanzbauelemente bestimmt wird. Diese Näherung ist im DCV und CCV-Modus gut erfüllt, solange das Verhältnis der beiden Kapazitätswerte $C_{P,p}/C_S$ einen gewissen Grenzwert nicht unterschreitet, welcher vom Übersetzungsverhältnis, der Last, dem minimalen Laststrom sowie von der Eingangsspannung abhängig ist $(C_{P,p})$ auf die Primärseite transformierte Kapazität C_P). Der Grund für die Abweichung von der Sinusform ist, daß im DCV-Modus beim Wechsel vom Zustand des durch den Gleichrichter kurzgeschlossenen Parallelkondensators zum nicht kurzgeschlossenen die effektive Eigenfrequenz des Resonanzkreises abhängig vom Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ springt. Ist das Verhältnis zu klein, so springt der Wert der Eigenfrequenz sehr stark, wodurch sich Verläufe des Resonanzstromes ergeben, welche stark von der Sinusform abweichen, wie noch näher erläutert wird.

Weiterhin folgt aus einem kleinem Verhältnis $C_{P,p}/C_S$, daß die Arbeitsfrequenz bei minimalem Laststrom viel größer ist als bei Nennstrom. Im Falle kleiner Lastströme arbeitet der Konverter normalerweise im CCV-Modus und im Resonanzkreis ist die Serienschaltung der beiden Kapazitäten C_S und $C_{P,p}$ als Resonanzkapazität wirksam, wodurch die Schaltfrequenz maßgeblich durch die Kapazität $C_{eff} = C_S \cdot C_{P,p}/(C_S + C_{P,p})$ festgelegt wird. Steigt der Laststrom an, so wechselt der Konverter vom CCV- in den DCV-Modus und die Parallelkapazität wird für zunehmend längere Zeitabschnitte T_{KS} (~ β) durch den Gleichrichter kurzgeschlossen. Damit ergibt sich eine effektive Resonanzkapazität, welche mit steigendem Winkel β zunehmend durch C_S bestimmt wird, was zu einer sinkenden effektiven Eigenfrequenz und damit sinkenden Schaltfrequenz führt.

Ähnlich wie bei variierendem Laststrom beeinflußt das Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ auch die Änderung der effektiven Eigenfrequenz innerhalb eines Zyklusses im DCV-Modus. Zu Beginn des Zyklusses wird die Parallelkapazität durch den Gleichrichter kurzgeschlossen und die Resonanzfrequenz wird hauptsächlich durch L_S und C_S bestimmt. Sobald der Resonanzstrom größer als der Laststrom ist, wird die Parallelkapazität nicht mehr durch den Gleichrichter kurzgeschlossen und durch die Differenz der Ströme $I_S - I_{Out}$ geladen. Damit ergibt sich eine Resonanzfrequenz, welche maßgeblich durch L_S und $C_{eff} = C_S \cdot C_{P,p}/(C_S + C_{P,p})$ bestimmt wird.

In Abbildung 2.23 sind reale Verläufe des Resonanzstromes I_P , der Spannung über dem Parallel- V_{Cp} und dem Serienkondensator V_{Cs} sowie die Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} ab dem Zeitpunkt, wo $I_S \sin(\omega T_0) = I_{Out} (T_0 = (\alpha + \beta)/\omega)$, zur Veranschaulichung für ein sehr kleines Kapazitätsverhältnis dargestellt. Dabei wird auch die Magnetisierungsinduktivität L_h berücksichtigt, welche die zeitlichen Verläufe mit abnehmenden Werten für $C_{P,p}/C_S$ zunehmend beeinflußt.



Abbildung 2.23: Strom- und Spannungsverläufe im Resonanzkreis für ein kleines Kapazitätsverhältnis im DCV-Modus.

In Phase 1 (P_1 in Abb. 2.23) wird der Parallelkondensator C_P durch die Differenz zwischen Sekundärstrom I_S und Laststrom I_{Out} geladen, und der zeitliche Verlauf der Schwingung wird durch alle vier Bauelemente im Resonanzkreis (L_S, L_h, C_S, C_P) bestimmt. In dieser Phase kann der Konverter näherungsweise durch das vereinfachte Ersatzschaltbild in Abbildung 2.24(a) modelliert werden, bei welchem die Parallelkapazität auf die Primärseite transformiert ist und die Last mittels einer idealen Stromquelle beschrieben wird.

Am Ende der Phase 1 bzw. nach "Ablauf" des Duty Cycles (Treibphase) schaltet die H-Brücke in den Freilauf und die Phase 2 beginnt. In dieser wird die Frequenz des Resonanzstromes I_P wiederum durch alle vier Resonanzbauelemente bestimmt und hat somit den gleichen Wert wie in Phase 1. Aufgrund des Schaltvorganges weist der Stromverlauf zum Zeitpunkt T_1 einen schwachen Knick auf. Der weitere Verlauf des Stromes wird dabei maßgeblich von den Anfangsbedingungen zu Beginn der Phase 2 bestimmt.

Die Phase 2 endet, wenn die Spannung über dem Parallelkondensator den Wert 0 erreicht oder der Resonanzstrom sein Vorzeichen wechselt. Im letzteren Fall ist der Winkel α positiv, der Strom I_P näherungsweise sinusförmig und der Konverter kann mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse modelliert werden. Falls jedoch V_{Cp} zu Null wird, bevor I_P das Vorzeichen wechselt, tritt Phase 3 auf ($\Rightarrow \alpha < 0$). In dieser wird der Parallelkondensator C_P und die Magnetisierungsinduktivität L_h durch den Gleichrichter kurzgeschlossen. Somit wird die Frequenz des Stromes I_P nur durch L_S und C_S bestimmt. Im Falle, daß das Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ relativ klein ist, ergibt sich in Phase 3 somit eine Frequenz für I_P , welche deutlich kleiner ist als in Phase 1 und 2. Folglich ändert sich der Strom I_P relativ langsam und die Dauer bis I_P das Vorzeichen wechselt, kann relativ groß werden (siehe Abb. 2.24). Falls dies zu lange dauert, wird der Resonanzkonverter mit dem beschriebenen Steuerverfahren instabil, wie in Abbildung 2.25 dargestellt ist. Die Grenze zwischen stabilem und instabilem Betrieb ist dabei um so schärfer, je kleiner das Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ ist, d.h. bei einem kleinem Verhältnis reicht bereits eine relativ geringe Anderung des Kapazitätswertes C_P aus, um vom stabilen zum instabilen Betriebsbereich zu kippen.

Da das Modell des Konverters auf Basis der erweiterten Grundschwingungsanalyse auf der Annahme sinusförmiger Stromverläufe basiert und somit am Rande des Stabilitätsbereiches vor allem bei kleinen Verhältnissen $C_{P,p}/C_S$ ungenau wird, eignet sich dieses nicht zu einer exakten Bestimmung der Stabilitätsgrenze. Stattdessen werden im folgenden die Differentialgleichungen für die einzelnen Zeitabschnitte betrachtet. Als Bedingung für die Stabilität wird gewählt, daß der Strom I_P sicher in Phase 2 sein Vorzeichen wechselt und damit keine Phase 3 auftritt. Prinzipiell existieren zwar stabile Arbeitspunkte, bei welchen eine Phase 3 auftritt, jedoch werden diese bei geringen Parameterschwankungen (z.B.



(c) Phase 3 - Freilauf / KS durch GR

Abbildung 2.24: Vereinfachte Ersatzschaltbilder des Resonanzkreises mit Last und Speisespannung für die 3 Phasen (vgl. Abb. 2.23).

Toleranz der Kondensatoren) leicht instabil und sind damit nicht technisch sinnvoll nutzbar. Bei den Stabilitätsbetrachtungen wird weiterhin vorausgesetzt, daß das Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ klein ist, d.h. das Frequenzverhältnis zwischen Minimal- und Nennlast groß ist (hier gewählt: > 3 - siehe Abschnitt 8.1.1), da ansonsten auch für negative α -Werte keine Instabilitäten auftreten.

Für das Lösen der Differentialgleichungen werden die jeweiligen Anfangszustände in den Energiespeichern als Randbedingungen benötigt. Diese werden für den Beginn der Phase 1, d.h. zum Zeitpunkt T_0 , wenn der sekundärseitige Resonanzstrom I_S gleich dem Laststrom ist $(I_S = I_{Out})$ und der Gleichrichter beginnt, Leistung zu übertragen, näherungsweise mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse berechnet. Somit ergibt sich in diesem Zeitpunkt

$$u_{Cs}(T_0) = -U_{Cs,A}\cos\left(\alpha + \beta\right) \tag{2.72}$$

$$i_{Ls}(T_0) = I_P \sin(\alpha + \beta) \tag{2.73}$$



Abbildung 2.25: Instabiles Verhalten des Resonanzkonverters im Falle eines zu kleinen Verhältnis $C_{P,p}/C_S$.

$$u_{Cp}(T_0) = 0 (2.74)$$

$$i_{Lh}(T_0) = I_P \sin(\alpha + \beta) - I_{Out} N_S / N_P,$$
 (2.75)

wobei die Amplituden der Spannung über dem Serienkondensator $U_{Cs,A}$ mit der Amplitude des Resonanzstromes I_P berechnet wird.

$$u_{Cs}(t) = -U_{Cs,A}\cos\omega t \tag{2.76}$$

 mit

$$U_{Cs,A} = \frac{I_P}{\omega C_S} \tag{2.77}$$

Anhand des vereinfachten Ersatzschaltbildes des Konverters (siehe Abb. 2.24(a)) kann folgende Differentialgleichung

$$0 = L_S C_S C_{P,p} L_h \frac{d^4}{dt^4} i_{Ls}(t) + (L_S C_S) \frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(t) + (L_h C_P + L_h C_S) \frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(t) + i_{Ls}(t)$$
(2.78)

mit den Randbedingungen

$$i_{Ls}(T_0) = i_P(T_0)$$

$$\frac{d}{dt} i_{Ls}(T_0) = \frac{V_{IN} - u_{Cs}(T_0)}{L_S}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(T_0) = -\frac{i_P(T_0)}{L_S C_S}$$

$$\frac{d^3}{dt^3} i_{Ls}(T_0) = -\frac{V_{IN} - u_{Cs}(T_0)}{L_S^2} \left(\frac{C_S + C_P}{C_S C_P}\right)$$

für die Phase 1 abgeleitet werden. Diese Gleichung kann allgemein analytisch gelöst werden, jedoch ist der resultierende Ausdruck relativ umfangreich, so daß dieser hier nicht wiedergegeben wird.

Mit Hilfe der Lösung für den Strom in der Serieninduktivität $i_{Ls}(t)$, können die Werte der Ströme und Spannungen im Resonanzkreis zum Zeitpunkt T_1 , d.h. zum Ende der Phase 1, anhand von

$$T_1 = \frac{D\pi - \alpha - \beta}{\omega} \tag{2.79}$$

$$i_{Ls}(T_1) = i_{Ls}(t = T_1) \tag{2.80}$$

$$u_{Cs}(T_1) = u_{Cs}(T_0) + \frac{1}{C_S} \int_0^{T_1} i_{Ls}(t) dt$$
(2.81)

$$u_{Cp}(T_1) = V_{IN} - L_S \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{Ls}(t) \Big|_{t=T_1} - u_{Cs}(T_1)$$
(2.82)

$$i_{Lh}(T_1) = \frac{1}{L_h} \int_0^{T_1} u_{Cp}(t)$$
(2.83)

ermittelt werden. Damit sind die Anfangswerte der Ströme und Spannungen für Phase 2 gegeben. Aus diesen können die Randbedingungen für die Differentialgleichung in Phase 2 abgeleitet werden. Somit ergibt sich

$$0 = L_S C_S C_{P,p} L_h \frac{d^4}{dt^4} i_{Ls}(t) + (L_S C_S) \frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(t) + (L_h C_P + L_h C_S) \frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(t) + i_{Ls}(t)$$
(2.84)

mit den Randbedingungen

$$i_{Ls}(T_1) = i_P(T_1)$$

$$\frac{d}{dt} i_{Ls}(T_1) = -\frac{u_{Cs}(T_1) + u_{Cp}(T_1)}{L_S}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} i_{Ls}(T_1) = -\frac{i_P(T_1)}{L_S C_S} - \frac{i_P(T_1) - i_{Lh}(T_1) - I_{Out}N_2/N_1}{L_S C_P}$$

$$\frac{d^3}{dt^3} i_{Ls}(T_1) = \left(u_{Cs}(T_1) + u_{Cp}(T_1)\right) \frac{C_S + C_P}{C_S C_P L_S^2} + \frac{u_{Cp}(T_1)}{L_S L_h C_P}.$$

Diese Differentialgleichung kann ebenfalls analytisch gelöst werden und führt zu Lösungen in der allgemeinen Form

$$i_{Ls}(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2).$$
 (2.85)

Die Schwingung mit der Amplitude A_1 und der Kreisfrequenz ω_1 ergibt sich dabei hauptsächlich aus den Resonanzbauelementen L_S, C_S und C_P . Die zweite Schwingung mit der Amplitude A_2 und der Frequenz ω_2 wird vornehmlich durch C_P und L_h bestimmt und hat aufgrund der normalerweise relativ großen Magnetisierungsinduktivität L_h eine deutlich niedrigere Kreisfrequenz. Damit ergibt sich in Phase 2 näherungsweise eine Schwingung mit der Kreisfrequenz ω_1 und der Amplitude A_1 , welche um den konstanten Wert $A_2 \sin(\omega_2 T_1 + \varphi_2)$ schwingt.

Der zeitliche Verlauf der Spannung über dem Parallelkondensator kann ebenfalls analytisch berechnet werden. Dieser ergibt sich aus

$$u_{Cp}(t) = V_{IN} - L_S \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{Ls}(t) - u_{Cs}(T_0) - \frac{1}{C_S} \int_0^t i_{Ls}(t') \mathrm{d}t' \qquad (2.86)$$

und kann in der allgemeinen Form

$$u_{Cp}(t) = A_3 \sin(\omega_1 t + \varphi_3) + A_4 \sin(\omega_2 t + \varphi_4) + A_5.$$
 (2.87)

dargestellt werden. Mit diesen Zusammenhängen kann berechnet werden, ob der Resonanzstrom $i_{Ls}(t)$ sein Vorzeichen wechselt, bevor die Kondensatorspannung $u_{Cp}(t)$ Null wird, d.h. ob eine Phase 3 und damit das Problem der Instabilität auftritt oder nicht. Dafür müssen jedoch die Nullstellen der Gleichungen für $u_{Cp}(t)$ und $i_{Ls}(t)$ numerisch berechnet und anschließend überprüft werden, ob die Kondensatorspannung vor dem Strom $i_{Ls}(t)$ zu Null wird. Dieses Verfahren ist relativ rechenintensiv und zeitaufwendig. Stattdessen wird näherungsweise die Amplituden A_1 der Schwingung des Stromes $i_{Ls}(t)$ mit dem Mittelwert $A_2 \sin(\omega_2 t_{min} + \varphi_2)$ der Schwingung von C_P und L_h verglichen. Ist die Amplitude A_1 um einen bestimmten vom Verhältnis $C_{P,p}/C_S$ abhängigen Wert A_{SG} größer als der Mittelwert, so ergibt sich ein stabiler Arbeitspunkt. Mit dem empirischen Werte A_{SG} werden dabei sowohl die Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Anfangswerte mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse (vgl.(2.72)-(2.75)), als auch die Toleranzen der Bauelemente berücksichtigt. Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Optimierung wird somit die Stabilität anhand des empirischen Zusammenhangs

$$A_1 > A_2 \sin(\omega_2 t_{min} + \varphi_2) + 0.1 + 0.25 \cdot \frac{f_{max}}{f_{min}}$$
(2.88)

mit

$$\frac{f_{max}}{f_{min}} \to \text{Gl. (8.12)}$$
$$t_{min} = \frac{3/2\pi - \varphi_1}{\omega_1}$$

überprüft.

Wird der erlaubte Frequenzbereich grundsätzlich auf Werte kleiner ca. $f_{max}/f_{min} = 3$ eingeschränkt (siehe Abschnitt 8.1.1), so ist die beschriebene Überprüfung der Stabilität erfahrungsgemäß nicht notwendig.

2.4.3 Transformatoren mit Mittelpunktanzapfung und Mittelpunktgleichrichter

Die analytischen Gleichungen für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter in den vorangegangenen Abschnitten wurden für einen Konverter mit Stromausgang und einfachem Transformator mit Brückengleichrichter hergeleitet. Bei Anwendungen mit hohen Ausgangsströmen I_{Out} ist es jedoch aufgrund geringerer Verluste häufig vorteilhaft, einen Transformator mit sekundärseitiger Mittelpunktgleichrichtung, wie in Abbildung 2.26 dargestellt, zu verwenden. Bei diesem fließt nur der konstante Laststrom I_{Out} in die Mittelpunktanzapfung der Sekundärwicklung hinein. Aus diesem Grunde können die Gleichungen für den Transformator mit Brückengleichrichter mit einigen Modifikationen auch für die Mittelpunktgleichrichtung verwendet werden.

Zum einen muß berücksichtigt werden, daß die Spannung an der Last nur halb so groß ist wie die Spannung am Parallelkondensator. Deshalb geht der Zusammenhang für die Ausgangsspannung V_{Out}

$$V_{OUT} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_{Cp}(\varphi) \, d\varphi$$

in die Gleichung

$$V_{OUT} = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha + \pi} V_{Cp}(\varphi) \, d\varphi$$

über.

Der Laststrom, welcher in die Mittelpunktanzapfung hineinfließt, teilt sich gleichmäßig auf die beiden Teile der Sekundärwicklung auf (${}^{1}\!/_{2} I_{Out}$ fließt in der oberen Hälfte und ${}^{1}\!/_{2}I_{Out}$ in der unteren), so daß dieser keinen DC-Fluß im Kern hervorruft. Folglich ist im AC-Kreis (Sekundärwicklung mit C_P) nur der halbe Laststrom "wirksam". Dies ist äquivalent zur Tatsache, daß der AC-Kreis ein Übersetzungsverhältnis von $n = N_P : (N_S + N_S)$ und der Lastkreis ein Verhältnis von $n = N_P : N_S$ zur Primärwicklung hat. In den Gleichungen wird dies dadurch berücksichtigt, daß der Laststrom I_{Out} in allen Gleichungen durch den halben Laststrom ${}^{1}\!/_{2} I_{Out}$ ersetzt wird.

Als letztes muß in den Gleichungen, welche den Transformator beschreiben, die Windungszahl N_S durch $2N_S$ ersetzt werden. Der Grund dafür ist - wir oben schon erwähnt - das Übersetzungsverhältnis des AC-Kreises zur Primärwicklung.

Berücksichtigt man die genannten Modifikationen in den Gleichungen, so erhält man einen Satz analytischer Gleichungen für den Resonanzkonverter mit Mittelpunktgleichrichter. Die Gleichungen sind in Anhang A aufgelistet. Diese werden auf die gleiche Weise hergeleitet, wie oben für den Brückengleichrichter beschrieben.



Abbildung 2.26: Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit sekundärseitigem Mittelpunktgleichrichter.

2.4.4 Zeitlicher Verlauf der Ströme in der Sekundärwicklung

Für die Berechnung der ohmschen Verluste in der Sekundärwicklung werden der zeitliche Verlauf des Stromes bzw. die Amplituden der Oberschwingungen des Stromes durch die Wicklung benötigt. Im Falle, daß der Parallelkondensator in der Wicklung integriert ist, benötigt man außerdem noch die Oberschwingungen des Stromes durch den Parallelkondensator. Mit diesen können dann die Verluste, welche in der leitenden Folie entstehen, mit welcher der Kondensator integriert wird (vgl. z.B. 5.1.3), berechnet werden. Der allgemeine zeitliche Verlauf des Stromes ergibt sich aus den bereits erläuterten Überlegungen bezüglich der Spannung über dem Kondensator.

Während der Zeitdauer $\alpha \leq \omega t < \alpha + \beta$ ist der Strom durch den Kondensator gleich Null, da die Spannung über dem Kondensator durch den Laststrom, welcher durch die beiden Gleichrichterdioden fließt, auf Null geklemmt wird. Sobald der sekundärseitige Resonanzstrom größer ist als der halbe Laststrom $(I_S > 1/2 I_{Out})$, wird der Kondensator durch den Differenzstrom $I_S - 1/2 I_{Out}$ geladen. Ab $\alpha + \pi \leq \omega t$ wiederholt sich der Vorgang für die negative Halbperiode von I_S . Die einzelnen Abschnitte sind zur Veranschaulichung in Abbildung 2.27 dargestellt. Dort sind die Strompfade und die Amplituden der Ströme in der Sekundärwicklung, im Parallelkondensator und im Mittelpunktgleichrichter für verschiedene Amplituden des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S in Bezug auf den Laststrom I_{Out} abgebildet.

Zusammengefaßt ergibt sich für den zeitlichen Verlauf des Stromes im Parallelkondensator (vgl. Abb. 2.28 - Kurve für I_{Cp})

$$I_{Cp}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha \leq \omega t < \beta \\ \left(I_S \sin \omega t - \frac{1}{2} I_{Out}\right) & \text{für } \beta \leq \omega t < \alpha + \pi \\ 0 & \text{für } \alpha + \pi \leq \omega t < \beta + \pi \\ \left(I_S \sin \omega t + \frac{1}{2} I_{Out}\right) & \text{für } \beta + \pi \leq \omega t < \alpha + 2\pi \,. \end{cases}$$
(2.89)

Der prinzipielle Verlauf ist dabei für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit Brückengleichrichter oder mit Mittelpunktgleichrichter identisch. Durch analoge Überlegungen resultiert für die Ströme in der oberen und in der unteren Wicklung $I_{Oben} = I_S \sin \omega t + \frac{I_{Out}}{2}$ und $I_{Unten} = I_S \sin \omega t - \frac{I_{Out}}{2}$.

Mit dem zeitlichen Verlauf des Stromes durch den Parallelkondensator

können die Harmonischen berechnet werden. Diese ergeben sich aus

$$I_{Cp,(n)} = \frac{j}{\pi} \left(\int_{\beta}^{\alpha+\pi} I_{Cp}(x) \cdot e^{-j n \,\omega t} d\omega t + \int_{\beta+\pi}^{\alpha+2\pi} I_{Cp}(x) \cdot e^{-j n \,\omega t} d\omega t \right)$$



Abbildung 2.27: Verlauf des Stromes im Gleichrichter für verschiedene Amplituden des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S im Verhältnis zum Laststrom.



Abbildung 2.28: Zeitlicher Verlauf des Stromes durch den Parallelkondensator mit Grundschwingung $I_{Cp,(1)}$ und Summe Grundschwingung bis zur 20. Harmonischen $I_{Cp,(1...20)}$. Daten: $I_{Out} = 90A$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.6$ und $I_S = 79.69A$

Aufgrund der Symmetrie des Stromes treten nur ungeradzahlige Harmonische auf. Berechnet man die Harmonischen für verschiedene praktische Fälle, so erkennt man, daß diese bei der Verlustberechnung nicht vernachlässigt werden dürfen. In Tabelle 2.3 sind beispielhaft die Amplituden der Oberschwingungen für den Fall $I_{Out} = 90A$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.6$ und $I_S = 79.69A$ angegeben und in Abbildung 2.28 ist der zeitliche Verlauf des Stromes I_{Cp} , der Grundschwingung und der Summe der ersten 20 Harmonischen dargestellt. Vor allem die dritte und fünfte Harmonischen haben im Vergleich zur Grundschwingung noch einen erheblichen Anteil am Gesamtstrom.

In der Spannung über dem Parallelkondensator reduziert sich der Einfluß der Oberschwingungen, da diese durch Integration des Stromes gebildet wird, und damit die einzelnen Harmonischen mit $\frac{1}{n\omega}$ gewichtet werden.

Neben den Harmonischen des Stromes durch den Kondensator muß bei der Berechnung der ohmschen Verluste eines (integrierten) Parallelschwingkreises auch berücksichtigt werden, daß in der Sekundärwicklung ein DC-Strom fließt, welcher gleich dem halben Laststrom ist. Weitere Informationen zu den Verlusten sind in Kapitel 6 zu finden.

n=1	n=3	n=5	n=7	n=9	n=11	n=13	n=15	n=17	n=19
26.6A	17.3A	8.7A	5A	3.3A	2.8A	2.6A	2.4A	2.1A	1.8A

Tabelle 2.3: Harmonischen des Stromes im Parallelkondensator $I_{Cp,(n)}$ für $I_{Out} = 90A$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.6$ und $I_S = 79.7A$.

2.4.5 Validierung des analytischen Modells

Um die Genauigkeit der Gleichungen zu validieren, werden im folgenden die Ergebnisse der Berechnungen mit Simulations- und Meßergebnissen verglichen. Zuerst werden die Simulationsergebnisse eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters, welcher im CCV- und DCV-Modus arbeitet, mit den analytischen Berechnungen verglichen. Danach werden die Mess- und die analytischen Ergebnisse für einen integrierten Transformator, bei welchem die Serieninduktivität durch die Streuinduktivität des Transformators implementiert ist, präsentiert. Abschließend werden die Meßergebnisse für einen elektromagnetisch integrierten Transformator mit den analytischen Berechnungen verglichen.

In Abbildung 2.29(a) sind die Ergebnisse für die Betriebsfrequenz und den Duty Cycle von analytischen Berechnungen und Simulationen eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters dargestellt. Die Simulationen wurden mit dem Programm SIMPLORERTM durchgeführt und beinhalten ein physikalisches Modell des Transformators, mit welchem auch die Flußdichten in den einzelnen Kernabschnitten simuliert werden können. Die Werte der Bauelemente im Resonanzkreis betragen:

- Serieninduktivität $L_S = 12.5 \mu H$
- Serienkapazität $C_S = 35nF$
- Parallelkapazität $C_P = 110nF$

Mit den genannten Bauteilwerten ist der Konverter ungefähr bis zu einem Ausgangsstrom von 45A im CCV-Modus und wechselt für höhere Ausgangsleistungen /- ströme in den DCV-Modus. Der Übergang zwischen den beiden analytischen Gleichungssystemen, welche die beiden Modi beschreiben, ist sehr glatt, wie man Abbildung 2.29 entnehmen kann.

In Abbildung 2.29(b) sind die Werte für den Fluß durch die Primärund Sekundärwicklung und für den Streuflußpfad in Abhängigkeit des Ausgangsstromes I_{Out} dargestellt.

Im nächsten Schritt werden die analytischen und die simulierten Ergebnisse mit Meßergebnissen verglichen, welche mit dem Konverter in Abbildung 2.30 ermittelt wurden. Bis auf die Serieninduktivität, welche im Transformator integriert ist, wurde bei diesen Messungen der Resonanzkreis mit diskreten Bauelementen realisiert. Die Sekundärwicklung des Transformators hat eine Mittelanzapfung und ein Übersetzungsverhältnis von 14:2:2. Die Bauelemente im Resonanzkreis haben die Werte:

- Serieninduktivität $L_S = 37 \mu H$
- Serienkapazität $C_S = 88nF$
- Parallelkapazität $C_P = 348nF$

In Abbildung 2.31 sind die Ergebnisse für die Betriebsfrequenz sowie für den Duty Cycle und in Abbildung 2.32(a) und (b) die Ergebnisse





Abbildung 2.29: Betriebsfrequenz, Duty Cycle und Flußverteilung im Kern für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit $L_S = 12.5 \mu H$, $C_S = 35nF \ C_P = 110nF$. Durchgezogene Linie: Simulationsergebnisse Strichlierte Linie: Analytische Berechnungen.



Abbildung 2.30: Prototyp eines 5kW/500kHz Serien-Parallel-Resonanzkonverters mit ZCS im einem und ZVS im anderen Brückenzweig.

für die Flüsse durch die Primär- und Sekundärwicklung und den Streuflußpfad dargestellt. Aufgrund des relativen kleinen Wertes des Lastwiderstandes arbeitet der Konverter für die gezeigten Messungen nur im DCV-Modus.

Die Werte für die Flußdichten in den einzelnen Schenkeln können durch Integration der Spannung über den Wicklungen ermittelt werden. Der Streufluß ergibt sich dabei aus der Differenz zwischen dem Primär- und Sekundärfluß. Um die Genauigkeit der Messung zu erhöhen, ist es besser, eine Meßwindung (z.B. eine Windung) um die beiden Schenkel des Kerns und um den magnetischen Shunt zu legen und die dort induzierte Spannung zu integrieren. Damit kann der Streufluß direkt gemessen werden.

Wiederum stimmen die Ergebnisse der analytischen Berechnung, der Simulation und ebenso die der Messungen sehr gut überein.

Als letztes werden die Ergebnisse für einen elektromagnetisch integrierten Folientransformator, wie in Abbildung 2.33 dargestellt, präsentiert. Bei diesem Transformator ist die Serienkapazität in die Primärwicklung und die Parallelkapazität in die Sekundärwicklung integriert. Außerdem ist die Serieninduktivität als Streuinduktivität des Transformators implementiert. Weitere Informationen zum Aufbau dieses Transformators sind in Abschnitt 7.3.2 zu finden. Die Bauelementwerte für den integrierten Resonanzkreis sind:

- Serieninduktivität $L_S = 21 \mu H$
- Serienkapazität $C_S = 37nF$
- Parallelkapazität $C_P = 115nF$

Beim elektromagnetisch integrierten Transformator müssen die Flüsse in den drei Schenkeln des Kerns, wie oben beschrieben, mit zusätzlichen Meßwicklungen gemessen werden. Dies trifft besonders auf die Primärwicklung zu, da sich die an den Anschlüssen gemessene Spannung aus der Spannung über dem Serienkondensator und der induzierten Spannung zusammensetzt, welche nicht direkt mit dem Fluß durch die Primärwicklung verknüpft ist.

Das Reluktanzmodell des integrierten Transformators ist in Abbildung 2.34 zusammen mit dem Schaltplan des Gleichrichters mit Last



Abbildung 2.31: Betriebsfrequenz und Duty Cycle für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit $L_S = 37 \mu H$, $C_S = 88nF$ $C_P = 348nF$. Durchgezogene Linie: Simulationsergebnisse Strichlierte Linie: Analytische Berechnungen Strichpunktierte Linie: Meßergebnisse.



Abbildung 2.32: Flußverteilung im Kern für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit $L_S = 37 \mu H$, $C_S = 88 nF C_P = 348 nF$. Durchgezogene Linie: Simulationsergebnisse Strichlierte Linie: Analytische Berechnungen Strichpunktierte Linie: Meßergebnisse.

dargestellt. Die dazugehörigen Gleichungen sind

$$N_{P}\underline{I}_{P} = \Re_{M1}\underline{\phi}_{1} - \Re_{\sigma}\underline{\phi}_{2}$$

$$2N_{S}\underline{I}_{S} = -\left(\Re_{\sigma}\underline{\phi}_{2} + \Re_{M2} \cdot \left(\underline{\phi}_{1} + \underline{\phi}_{2}\right)\right).$$

(2.90)



Abbildung 2.33: Photo des Prototypen mit Kaptonfolie.



Abbildung 2.34: Reluktanzmodell des integrierten Transformators.

In Abbildung 2.35(a) sind die gemessenen und die berechneten Werte für die Betriebsfrequenz und den Duty Cycle und in Abbildung 2.35(b)



(b) Primär-, Sekundär- und Streufluß

Abbildung 2.35: Betriebsfrequenz, Duty Cycle und Flußverteilung im Kern für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit $L_S = 21 \mu H$, $C_S = 37nF \ C_P = 115nF$. Durchgezogene Linie: Meßergebnisse Strichlierte Linie: Analytische Berechnungen.

die Werte für den Primär-, den Sekundär- und den Streufluß gegeben. Aufgrund des Verhältnisses der Bauelemente im Resonanzkreis und der Last arbeitet der Konverter wiederum nur im DCV-Modus.

Bemerkung: Ein Brückenzweig wird immer im Nulldurchgang des Resonanzstromes I_P geschaltet (ZCS). Um für den gesamten Betriebsbereich sicherzustellen, daß die antiparallele Diode des MOSFETs hart abkommutiert wird, muß der ZCS-Zweig immer ein wenig vor dem eigentlichen Nulldurchgang des Stromes umgeschaltet werden. Diese Sicherheitsmarge variiert mit dem Laststrom und beeinflußt die tatsächliche Schaltfrequenz des Konverters. Dieser Effekt ist im beschriebenen analytischen Modell nicht berücksichtigt und verursacht mit anderen Effekten zusammen die relativ große Abweichung ($\leq 5\%$) des berechneten Ergebnisses vom gemessenen bei großen Ausgangsströmen in Abbildung 2.35.

Auch bei diesem Aufbau stimmen die analytischen Berechnungen gut mit den gemessenen überein. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß das vorgestellte analytische Berechnungsmodell gut mit den Ergebnissen der Simulationen und Messungen übereinstimmt und für die Berechnung von Betriebspunkten und die Optimierung des gesamten Konverters geeignet ist.

2.5 Beschreibung - JAVA Applet

In den vorangegangen Abschnitten wurden analytische Zusammenhänge, welche den Serien-Parallel-Resonanzkonverter inklusive magnetischer Bauelemente beschreiben, erläutert. Diese Zusammenhänge können zu relativ komplexen und umfangreichen Gleichungssystemen zusammengefaßt werden, welche zum einen den Fall kontinuierlicher und zum anderen den Fall diskontinuierlicher Spannung am Parallelkondensator beschreiben. Um die Handhabung und Lösung dieser Gleichungssystem zu vereinfachen, wurden diese in einem Java-Applet implementiert (siehe Abbildung 2.36). Dieses berechnet bei Vorgabe der Bauelementwerte - C_S , L_S , C_P , L_{mag} sowie des Übersetzungsverhältnisses des Transformators - und Eingabe der Betriebsbedingungen - Eingangsspannung, Lastkennlinie und Laststrom - den Arbeitspunkt des Konverters, d.h. Arbeitsfrequenz, Duty Cycle, Strom-, Spannungs- und Flußverteilung. Die Werte der Bauelemente können durch Klicken auf die roten Variablen eingegeben werden. Der Wert für die Serieninduktivität wird



Abbildung 2.36: Screen-Shot des Hauptfensters des Java-Applets für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter.

im Fenster für die Spezifikation des Transformators eingegeben.

Neben dem Arbeitspunkt werden auch noch die Verluste in den Wicklungen und im Kern des integrierten Transformators auf Basis der Zusammenhänge in Kapitel 6 berechnet. Dazu müssen die Daten des Transformators - wie z.B. Wicklungsaufbau, Kernquerschnitt, etc. - im Fenster für den Transformator, welches erscheint, wenn man auf den Transformator klickt, spezifiziert werden. Das genannte Fenster ist in Abbildung 2.37 dargestellt.

Auf Basis der berechneten Ströme und Spannungen im System werden mit den Gleichungen aus Kapitel 8 die Verluste in den Halbleitern (Leistungsschalter und Gleichrichterdioden) berechnet. Für die Berechnung der Schalt- und Durchlaßverluste werden die Daten der Halbleiter benötigt, welche in einem separaten Fenster eingegeben werden können, das erscheint, wenn man auf einen der rot umrahmten MOSFETs klickt. Dabei wird der Zweig, welcher im Nulldurchgang des Resonanzstromes schaltet, mit ZCS und der Zweig, welcher nach "Ablauf" des Duty Cy-



Abbildung 2.37: Screen-Shot des Fensters für die Spezifikation des Transformators.

cles schaltet, mit ZVS bezeichnet, wobei für die Zweige verschiedene Parameter angegeben werden können.

Die Schaltverluste des ZCS-Zweiges ergeben sich aus den Verlusten pro Schaltvorgang, welche meßtechnisch ermittelt werden müssen. Um die Verluste, welche unabhängig vom Resonanzstrom sind, zu berechnen, wird dieser Wert einfach mit der Schaltfrequenz multipliziert.

Die Schaltverluste im ZVS-Zweig sind abhängig vom geschalteten Strom bzw. Resonanzstrom. Aus diesem Grund werden die Verluste anhand der Gleichung: $P_V = k_2 I_{ZVS}^2 + k_1 I_{ZVS} + k_0$, deren Koeffizienten ebenfalls meßtechnisch ermittelt werden müssen (weitere Informationen hierzu in Abschnitt 8.3), ermittelt. Unterhalb des Stromes i_{Limit} wird angenommen, daß keine Schaltverluste entstehen. Der geschaltete Strom I_{ZVS} ergibt sich dabei aus dem analytischen Konvertermodell und dem ermittelten Betriebspunkt.

Die Berechnung des Betriebspunktes und der anderen Parameter wird durch Klicken auf die Schaltfläche "Berechne Arbeitspunkt" gestartet. Bei der numerischen Lösung des Gleichungssystems wird ein Suchraster verwendet, welches den Suchraum unterteilt. Die Anzahl der Unterteilungen kann durch Anklicken der Schaltfläche "Suchraster…" und Eingabe eines Wertes modifiziert werden. Dabei steigt die benötigte Rechenzeit stark mit der Anzahl der Unterteilungen an. Werte im Bereich von 15-30 liefern erfahrungsgemäß gute Ergebnisse innerhalb kurzer Zeit (20-50s auf einem Pentium mit 3GHz). Der numerische Fehler beim Lösen der Gleichungen wird am linken unteren Rand angezeigt, wobei Werte kleiner als ca. 0.1 normalerweise ausreichend genaue Ergebnisse liefern.

Falls für die spezifizierten Parameter kein entsprechender Arbeitspunkt gefunden werden kann, liefert die Berechnung das Ergebnis θ für alle Werte.

In folgender Tabelle ist die Bedeutung der einzelnen Ein- und Ausgabeparameter und die dazugehörigen Einheiten wiedergegeben.

Eingabewerte

U_{cd}	Spannung im Zwischenkreis [V]
C_S	Kapazität des Serienkondensators [F]
C_P	Kapazität des Parallelkondensators [F]
R_L	Widerstand der Lastkennlinie $[\Omega]$
$U_{L,off}$	Offset der Lastkennlinie [V]
Iout	Gewünschter Ausgangsstrom [A]
L_M	Magnetisierungsinduktivität [H]
L_{σ}	Serieninduktivität [H]
N_{sek}	Windungen pro Teilwdg. (Sekundär) $(N_{sek} + N_{sek})$
N_{prim}	Primärwindungen
$M_{L,prim}$	Anzahl der Lagen Primärwicklung
$M_{L,sek}$	Anzahl der Lagen Sekundärwicklung
ds_{prim}	Durchmesser einer Einzellitze (Primär) [m]
ds_{sek}	Durchmesser einer Einzellitze (Sekundär) [m]
Ns_{prim}	Anzahl der Einzellitzen (Primär)
Ns_{sek}	Anzahl der Einzellitzen (Sekundär)
l_m	Mittlere Windungslänge [m]
b_{Wdg}	Breite des Wicklungsfensters [m]
A_{prim}	Kernquerschnitt im Bereich der Primärwdg. $[cm^2]$
A_{sek}	Querschnitt im Bereich der Sekundärwdg. $[cm^2]$
A_{sigma}	Querschnitt des Streuflußpfades (links+rechts) [cm ²]
V_{Kern}	Volumen des Kerns (ohne Streuflußpfad) $[\text{cm}^3]$

$V_{L\sigma}$	Volumen des Streuflußpfades $[cm^3]$
$U_{f,diode}$	Vorwärtsspannung Antiparallele Diode [V]
U_f	Vorwärtsspannung einer Gleichrichter-Diode [V]
r_{DSon}	On-Widerstand $R_{DS,on}$ der MOSFETs (125°C) [Ω]
$U_{gate,on}$	Gatespannung, wenn MOSFET ein ist: V_1 [V]
$U_{gate,off}$	Gatespannung, wenn MOSFET aus ist: $-V_2$ [V]
Q_{gate}	Gateladung Q_1 [C]
$C_{gs} + C_{gd}$	Wirksame Kapazität am Gate [F]
P_{Schalt}	Schaltverluste im ZCS-Zweig [J]
k_0	1. Koeffizient der Schaltverlustkurve ZVS-Zweig
k_1	2. Koeffizient
k_2	3. Koeffizient
i_{Limit}	Grenzwert, ab welchem Schaltverluste entstehen

Ausgabewerte

freq	Betriebsfrequenz [Hz]
Du	Duty Cycle
$i_{P,max}$	Spitzenwert des Primärstromes [A]
$i_{S,max}$	Spitzenwert des Sekundärstromes [A]
$u_{Cs,max}$	Spitzenwert der Serienkondensatorspannung [V]
$u_{Cp,max}$	Spitzenwert der Parallelkondensatorspannung [V]
$u_{Ls,max}$	Spitzenwert der Serieninduktivitätsspannung [V]
Primaer	Verluste in der Primärwicklung [W]
Sekundaer	Verluste in der Sekundärwicklung [W]
Kern	Verluste im Kern [W]
Gesamt	Gesamtverluste im Transformator [W]
$P_{v,ZCS}$	Halbleiterverluste ZCS-Zweig [W]
$P_{v,ZVS}$	Halbleiterverluste ZVS-Zweig [W]
$P_{v,Driver}$	Verluste im Gatetreiber durch Gateladung [W]
$P_{v,D}$	Halbleiterverluste in Gleichrichterdioden [W]
B_1	Flußdichte im Bereich der Primärwdg. [T]
B_2	Flußdichte im Bereich der Sekundärwdg. [T]
B_s	Flußdichte im Streuflußpfad [T]

Tabelle2.4:Variablen im Java-Applet des Serien-Parallel-Resonanzkonverters.

Kapitel 3

Integration von Induktivitäten

Um die Leistungsdichte des Serien-Parallel-Resonanzkonverters zu erhöhen und die Fertigung zu vereinfachen, wird im Rahmen dieser Arbeit unter anderem untersucht, ob der Resonanzkreis (d.h. C_S, L_S, C_P und der Transformator) mittels eines elektromagnetisch integrierten Aufbaus realisiert werden kann. Dazu werden in diesem Kapitel in einem ersten Integrationsschritt verschiedene Möglichkeiten untersucht, wie die Serieninduktivität im Transformator durch gezieltes Erhöhen der Streuinduktivität mittels eines zusätzlichen Streuflußpfades integriert werden kann.

Die Möglichkeiten der Integration können dabei vereinfachend in zwei Gruppen eingeteilt werden (Abb. 3.1 und 3.2). Das prinzipielle Unterscheidungsmerkmal ist die Ausrichtung des Streuflußpfades (LFP=leakage flux path) im Bezug zur Wicklungsachse. Bei der ersten Gruppe ist der Streuflußpfad senkrecht zur Achse der Wicklung (PLP = perpendicular leakage path) und bei der zweiten ist dieser parallel zur Wicklungsachse (ALP = aligned leakage path).

Im folgenden werden zuerst, ausgehend von einem kubischen Aufbau mit PLP, verschiedene allgemein bekannte (z.B. [54, 55]) und auch neue planare Aufbauformen mit PLP abgeleitet und verschiedene Realisierungsmöglichkeiten des Streuflußpfades diskutiert. Anschließend werden planare Aufbauten mit ALP (z.B. [61, 62]) und verschiedenen – z.T. neuen – Wicklungsanordnungen von einem kubischen Aufbau mit ALP abgeleitet. Weiterhin werden speziellere – z.T. neue – Integrationsformen mit ALP, wie z.B. Matrix-Transformator, Toroid-Kern, U/UR-Kerne sowie Transformatoren mit drei Kernen betrachtet. Zum Abschluß wird noch ein vergossener Transformator vorgestellt, welcher in keine der beiden Gruppen eingeordnet werden kann.

Bemerkung: Bei allen vorgestellten integrierten Transformatoren ist es prinzipiell immer möglich, die Primär- und die Sekundärwicklung zu vertauschen.

3.1 Perpendicular Leakage Path (PLP) und Untergruppen

In Abbildung 3.1 sind die grundlegenden Möglichkeiten für die Realisierung eines Aufbaus mit senkrechtem Streuflußpfad (PLP) gegeben. Um einen Transformator mit niedrigem Querschnitt zu erhalten (LPT=Low Profile Transformer), kann der kubische Transformator (CPT=Cubic Profile Transformer) in die drei Koordinatenrichtungen x, y und z gestaucht werden. Das Ergebnis der unterschiedlichen Stauchungen ist in der zweiten Reihe von Abbildung 3.1 dargestellt.

Z-compressed Kernform

Die Aufbauform in der ersten Reihe links von Abbildung 3.1 ist die bekannte planare Kernform (vgl. ELP xx bzw. ER xx / siehe [156]), deren Wicklungen oft als Leiterbahnen auf Leiterplatten realisiert werden. Der Nachteil dieser Kernform ist die relativ lange Windungslänge im Vergleich zum kubischen Transformator. Außerdem ist es schwierig Wicklungen mit einen großen nutzbaren Leiterquerschnitt und damit niedrigen ohmschen Verlusten bei hohen Frequenzen zu realisieren (vgl.Abschnitt 5.6.1 und Kapitel 6). Der Grund dafür ist, daß die Breite der Leiterbahnen (x-Richtung) durch die Breite des Wicklungsfensters begrenzt ist und ein breiteres Wicklungsfenster gleichzeitig die mittlere magnetische Weglänge und damit die Kernverluste erhöht. Die Höhe der Leiterbahnen (z-Richtung)ist durch den Skin-Effekt und im Falle eines integrierten Streuflußpfades vor allem durch den Proximity-Effekt (kein Interleaving möglich) begrenzt. Ein einfaches Parallelschalten von mehreren Wicklungen ohne Verschachtelung der Primär- und der Sekundärwicklung ist ebenfalls nicht sinnvoll, da die Aufteilung der Ströme auf die einzelnen Wicklungen im Bereich höherer Frequenzen meistens sehr unsymmetrisch ist (siehe. [52]).

Um eine gleichmäßigere Stromaufteilung bei parallel geschalteten Wicklungen zu erhalten, muß man die Wicklungen zusammen mit dem Streuflußpfad verschachteln. Dies ist in der letzten Reihe links in Abbildung 3.1 beispielhaft für die z-compressed Kernform dargestellt. Da die obere und untere Wicklung (orange) parallel geschalten sind, sind auch die "obere" und die "untere" Streuinduktivität (jeweils implemen-



Abbildung 3.1: Reihe 1: Kubischer Transformator (CPT) mit senkrechtem Streuflußpfad (PLP). Reihe 2: Stauchen des CPTs in x-, y- oder z-Richtung resultiert in Transformatoren mit niedrigem Querschnitt (LPT). Reihe 3: Vier Realisierungsmöglichkeiten von Streuflußpfaden am Beispiel des Z-compressed Transformators. Reihe 4: Links: Interleaving der Wicklungen, um die Proximity-Effekt-Verluste zu reduzieren (inkl. Ersatzschaltbild für die Streuinduktivitäten) / Rechts: Aufteilen einer Wicklung um die Streuinduktivität anzupassen und die Luftspaltlänge zu verkleinern (inkl. Ersatzschaltbild für die in Serie geschalteten Wicklungen). tiert mit dem oberen und dem unteren Streuflußpfad) parallel geschalten. Bei konstanter Gesamtstreuung und doppelten Gesamtvolumen der Streuflußpfade ist somit die Flußdichte in beiden Streuflußpfaden genauso hoch wie im Fall nicht verschachtelter Wicklungen (Erläuterung in 6.1.6). Damit verdoppeln sich auch die Kernverluste im Streuflußpfad.

Verzichtet man auf die Möglichkeit der Integration von Kapazitäten (siehe Kap. 5), so kann man anstatt von Folien auch Litzen für die Wicklungen verwenden. Durch die Verschränkung der Litze kann ein höherer optimaler Leiterquerschnitt und damit niedrigere Gesamtverluste ohne oben erwähnte Beschränkungen erzielt werden. Allerdings erhöht sich dadurch die minimal erreichbare Bauhöhe des Transformators und der Fertigungsaufwand. In der Veröffentlichung [53] haben die Autoren für ein- oder mehrlagige Aufbauten die Verwendung von planaren Litzen vorgeschlagen, welche jedoch eine sehr große Anzahl an Vias benötigt und hauptsächlich nur bei magnetischen Feldern senkrecht zur Leiterfläche Vorteile bietet. Aufgrund des integrierten Induktivität sind die magnetischen Felder im Wicklungsfenster bei entsprechendem Aufbau des Streuflußpfades jedoch vor allem parallel zu Leiterfläche, so daß die planare Litze keine nennenswerten Vorteile bietet.

Um minimale Verluste bei einem gegebenen Kernvolumen zu erhalten, müssen die Querschnitte der drei Kernabschnitte – Abschnitt der Primärwicklung, der Sekundärwicklung und des Streuflußpfades – an die jeweiligen Flußdichten angepaßt werden. Für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter können die Flußdichten in den einzelnen Kernabschnitten mit dem analytischen Modell, welches in Abschnitt 2 beschrieben wird, berechnet werden. Damit kann das Gesamtvolumen minimiert und eine relativ gleichmäßige Dichte der Verlustleistung erzielt werden. Dies gilt für alle im folgenden diskutierte Kernformen.

Y-compressed

Diese Bauform des Kernes (siehe Mitte der zweiten Reihe in Abbildung 3.1) bietet kürzere Windungslängen (vergleichbar mit dem CPT), jedoch ist die Länge des magnetischen Pfades größer. Auch bei dieser Kernform ist die Querschnittsfläche des Leiters durch die Breite des Wicklungsfensters begrenzt, wenn Folien als Leiter eingesetzt werden. Ein breiteres Wicklungsfenster führt gleichzeitig zu einer weiteren Erhöhung der magnetischen Weglänge. Außerdem ist die Stromverteilung innerhalb der Folien im Bereich höherer Frequenzen nicht gleichmäßig,
da sich der Strom im Bereich der Folie konzentriert, welcher nahe am Streuflußpfad ist (dies resultiert aus einer Verringerung der Energie, welche im magnetischen Feld gespeichert ist).

Um den Leitungsquerschnitt zu erhöhen, ist auch bei dieser Kernform ein Interleaving zusammen mit dem Streuflußpfad möglich. Dabei ergeben sich die gleichen Nachteile, wie oben bereits erwähnt.

Wie beim Z-compressed Kern können die genannten Einschränkungen bei Verwendung von Litze anstatt von Folie vermieden werden. Außerdem kann der mittlere Schenkel als Spulenkörper verwendet werden, was die Fertigungskosten reduziert.

X-compressed

Eine weitere planare Bauform des Kernes ergibt sich, wenn man den CPT in x-Richtung staucht. Das Resultat ist rechts in der zweiten Reihe von Abbildung 3.1 dargestellt. Diese Kernform hat eine Windungslänge, welche näherungsweise gleich der magnetischen Weglänge und im allgemeinen länger als beim CPT ist. Bei Verwendung von Folien als Leiter ergeben sich dieselben Einschränkungen wie beim in Y-Richtung gestauchten Kern, welche mit Litzen umgangen werden können. Da der Kern fast die gesamt Windung umschließt, hat dieser Transformator ein relativ geringes Streufeld.

Beim planaren Standard-Kern (Z-compressed) können sowohl keramische Materialien als auch Dielektrika, welche kompatibel zum Fertigungsprozeß von Leiterplatten sind, zur Integration von Kapazitäten eingesetzt werden. Die in y- und x-Richtung gestauchten Kernformen können technisch sinnvoll nur mit flexiblen Dielektrika wie dielektrischen Folien (Kapton, PP/PS) zu elektromagnetisch integrierte Bauteilen erweitert werden. Aufgrund der geringen Fläche und der niedrigen Permeabilität der dielektrischen Folien, können im Y-compressed Kern nur relativ geringe Kapazitätswerte integriert werden.

3.1.1 Realisierungsmöglichkeiten von Streuflußpfaden

In der dritten Zeile von Abbildung 3.1 sind vier verschiedene Möglichkeiten für die Realisierung von Streuflußpfaden am Beispiel des Zcompressed Kerns dargestellt. Diese werden im folgenden erläutert. • Die erste Möglichkeit ist, einen Block aus Ferrit zwischen die beiden Wicklungen einzufügen. Dabei wird der magnetische Widerstand (Reluktanz) des Streuflußpfades und damit die Streuinduktivität durch den Luftspalt zwischen dem Kern und dem Ferrit-Block eingestellt. Um eine geringe Toleranz der Streuinduktivität sicherzustellen, müssen die Abmessungen des Luftspaltes innerhalb eines engtolerierten Bereiches liegen. Da der Luftspalt normalerweise aus einer ungeschliffenen Fläche des Kernes (Seitenfläche des Wicklungsfensters) und dem Ferrit-Block besteht, ist dies in der Serienproduktion aufgrund von Fertigungstoleranzen nur schwer umsetzbar [54]. Wird die Kernfläche, welche zusammen mit dem Ferrit-Block den Luftspalt bildet, ebenfalls geschliffen, so kann das Toleranzproblem bei höheren Fertigungskosten vermieden werden.

Teilt man den Luftspalt in mehrere kleine auf (Ferrit-Luftspalt-Ferrit-Luftspalt-...), so können das Streufeld und damit auch die durch dieses Feld erzeugten Verluste und EMV-Probleme reduziert werden [56].

- Anstatt eines Ferrit-Blocks in Verbindung mit einem oder mehreren Luftspalten kann man auch ein Material mit niedriger Permeabilität verwenden. Die Permeabilität des Materials muß dabei so gewählt werden, daß sich die gewünschte Streuinduktivität ergibt. Auch bei dieser Variante ergibt sich das Problem der mechanischen Toleranzen bei industrieller Fertigung. Außerdem haben alle Materialien, welche für höhere Frequenzen (>100kHz) entwickelt wurden und eine niedrigere Permeabilität haben (z.B. FPC von Epcos, 1230 von Prometheus, Vitroperm von Vacuumschmelze [57] [59]), deutlich höhere Kernverluste als Ferrit. Im Bereich mittlerer Frequenzen (≤ 100kHz) könnte der Streuflußpfad z.B. auch mit Metallpulver (z.B. Kool-mu von Magnetics [60])realisiert werden. Dieses hat im genannten Frequenzbereich Verluste in der gleichen Größenordnung wie Ferrit und bietet zudem eine höhere Sättigungsflußdichte.
- Die Autoren von [54] propagieren die Verwendung eines Blocks aus niederpermeablen Material, welcher zwischen die beiden Kernhälften gelegt wird. Dies ist im zweiten Bild von rechts in der dritten Reihe der Abbildung 3.1 dargestellt. Dadurch werden die Probleme mit den mechanischen Toleranzen bei der Fertigung ver-

mieden. Gleichzeitig sinkt jedoch die Magnetisierungsinduktivität und damit steigt der Magnetisierungsstrom an, da der niederpermeable Block auch Teil des Hauptflußpfades ist. Das Verhältnis der Größe der Magnetisierungsinduktivität zur Streuinduktivität kann ungefähr anhand des Verhältnisses der Weglängen - Länge des niederpermeablen Materials im Streuflußpfad / Länge des niederpermeablen Materials im Hauptflußpfad - abgeschätzt werden $(L_{\sigma} < L_h < 10..15 L_{\sigma})$. Bei normalen planaren Kernformen ist somit die Magnetisierungsinduktivität deutlich kleiner als gewöhnlich. Daneben können die hohen Verluste im niederpermeablen Material wiederum Probleme verursachen.

• Die bisherigen Konzepte basieren auf der Idee eine zusätzliche magnetische Lage in Form eines Blocks für den Streuflußpfad einzufügen. Eine weitere Möglichkeit ergibt sich aus der Verwendung zweier E- und eines I-Ferrit-Kernes, wie ganz rechts in der dritten Reihe von Abbildung 3.1 dargestellt ist. Der Luftspalt zwischen den Mittelschenkeln der beiden E-Kerne und dem I-Kern wird durch Schleifen der Mittelschenkel eingestellt, wodurch die Toleranzen in einem engen Bereich kontrolliert werden können. Allerdings werden für diesen Aufbau spezielle Kerne benötigt und der Zusammenbau des Transformators ist komplizierter als bei Standardkernen.

Die anhand des Z-compressed Kernes beschriebenen Realisierungsmöglichkeiten können analog - mit den gleichen Vor- und Nachteilen für die beiden anderen Aufbauformen eingesetzt werden.

3.1.2 Geteilte Wicklungen

Bei allen bisher diskutierten Aufbauformen waren immer alle Windungen der beiden Wicklungen (Primär und Sekundär) mit dem gesamten Streufluß im zusätzlichen Streuflußpfad verkettet. Unter der Annahme, daß die benötigte Streuung nicht mittels des Streuflusses durch die Luft erreicht werden kann (z.B. EMV-Probleme), benötigt man im Falle einer großen Anzahl von Windungen und einer relativ kleinen zu integrierenden Serieninduktivität einen großen Luftspalt bzw. ein Material mit sehr niedriger Permeabilität zum Einstellen der benötigten magnetischen Reluktanz. Ein großer Luftspalt kann aufgrund der starken durch den Streuflußpfad konzentrierten Streufelder zu erheblichen Proximity-Effekt Verlusten in den Wicklungen und zu EMV Problemen führen. Desweiteren erzeugen, wie bereits erwähnt, die bekannten Ferrit-Materialien mit niedriger Permeabilität hohe Kernverluste. Um die genannten Probleme zu umgehen, kann eine Wicklung in zwei Teile aufgeteilt (= split winding - SW) werden, wie rechts in der letzten Reihe der Abbildung 3.1 dargestellt ist (die orange Wicklung ist aufgeteilt). Dadurch wird die Anzahl der Windungen, welche mit dem Streufluß verkettet sind, und damit wiederum die Streuinduktivität bei konstantem Luftspalt reduziert.

Rechts neben dem Transformator ist das dazugehörige Ersatzschaltbild dargestellt, welches aus einer Verschaltung von zwei Transformatoren besteht. Eine Wicklung ist dabei in Serie, die zweite parallel geschaltet. Der obere Transformator mit einer großen Streuung repräsentiert dabei den oberen Teil der orangen Wicklung, welche mit dem gesamten Streufluß verkettet ist. Der untere Transformator repräsentiert den unteren Teil der orangen Wicklung, welche nicht mit dem Streufluß im Streupfad verkettet ist.

Durch die Verringerung der Anzahl der Windungen, die mit dem Streufluß verkettet sind, steigt die Amplitude des Streuflusses an, da der verkettete Streufluß durch den festen Wert der Streuinduktivität und den Primärstrom bestimmt wird.

Der Teil der orangen geteilten Wicklung, welcher nicht mit dem Streufluß verkettet ist, kann normal mit der roten Wicklung verschachtelt (interleaved) werden. Wohingegen der Teil der orangen Wicklung, welcher durch den Streuflußpfad getrennt wird, wiederum zusammen mit dem Streuflußpfad - wie oben beschrieben - verschachtelt werden müßte.

3.2 Aligned Leakage Path(ALP) und Untergruppen

Neben den Aufbauformen mit senkrechtem Streuflußpfad, gibt es noch diejenigen mit einem Streuflußpfad parallel zur Wicklungsachse. Diese sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Um wieder einen Transformator mit niedrigem Querschnitt zu erhalten (LPT), muß der kubische Transformator in der ersten Reihe der Abbildung in eine der drei Koordinatenrichtungen z, y oder x gestaucht werden. Das daraus resultierende

Ergebnis ist in der zweiten Reihe der Abbildung 3.2 dargestellt.

Z-compressed Kernform

Diese Kernform ist wiederum ähnlich zu den bekannten planaren Kernformen (ELP xx), bei welchen die Windungen normalerweise als Leiterbahnen auf einer Leiterplatte oder als isolierte Kupferfolien um den mittleren Schenkel herum realisiert werden. In der abgebildeten Struktur sind die Wicklungen um die beiden äußeren Schenkel des Kerns angebracht und der Mittelschenkel ist der Streuflußpfad. Alternativ kann eine Wicklung auch um den Mittelschenkel des E-Kernes gewickelt werden und der Streuflußpfad wird mit einem der beiden Außenschenkel realisiert, wie die Autoren von [61] vorschlagen (siehe 3. Reihe E-E-Kern V2 in Abb.3.2). Falls die Wicklungen als breite Leiterbahnen auf einer Leiterplatte realisiert werden, ist es wichtig zu beachten, daß die Stromverteilung innerhalb des Querschnitts der einzelnen Bahnen im Bereich höherer Frequenzen ungleichmäßig wird, da sich der Strom in dem Teil der jeweiligen Bahn konzentriert, welcher sich nahe am Streuflußpfad befindet. Folglich sollten Leiterbahnen, welche in z-Richtung übereinander liegen, parallel geschalten werden um den Querschnitt der Leiters zu erhöhen und mehrere oder alle Windungen sollten sich innerhalb einer Lage befinden. Alternativ kann auch Litze anstatt der Leiterplatte verwendet werden, womit eine gleichmäßigere Stromverteilung bei höherem Fertigungsaufwand möglich ist. Wie bereits bei der Version mit senkrechtem Streuflußpfad erwähnt, ist die mittlere Windungslänge dieses Aufbaus relativ groß.

Y-compressed Kernform

In der Mitte der zweiten Reihe von Abbildung 3.2 ist der in *y*-Richtung gestauchte Transformator dargestellt. Diese Kernform hat die kleinste mittlere Windungslänge, jedoch aufgrund der breiten Wicklungen auch die größte mittlere magnetische Weglänge. Mit den (in *y*-Richtung) breiten Wicklungen ist es trotz Skin- und Proximity-Effekt möglich, im Bereich höherer Frequenzen bei mäßigen ohmschen Verlusten relativ große Ströme in den Wicklungen zu führen, wenn z.B. Kupferfolie als Leiter eingesetzt wird. Weiterhin kann durch die große Breite der Wicklunge (\Rightarrow Fläche) eine relativ große Kapazität in den Wicklungen integriert werden.



Abbildung 3.2: Reihe 1: Kubischer Transformator (CPT) mit parallelem Streuflußpfad (ALP). Reihe 2: Stauchen des CPTs in x-, y- oder z-Richtung resultiert in Transformatoren mit niedrigem Querschnitt (LPT). Reihe 3: Vier Realisierungsmöglichkeiten von Streuflußpfaden am Beispiel des Z-compressed Transformators. Reihe 4: Transformatoren mit niedrigem Querschnitt und umschließenden Wicklungen reduzieren die EMV-Problematik. Reihe 5: Draufsicht des in y-Richtung gestauchten EW Transformators. Reihe 6: Umschließender (SP I) und nicht umschließender (SP II) Wicklungsaufbau, um die Streuinduktivität einzustellen und die Länge des Luftspaltes zu verkleinern. Reihe 7: Realisierungsvarianten mit U- bzw. UR-Kernen. Reihe 8: Parallele Kerne und parallele Wicklungen (rot) führen zum Konzept des Matrix-Transformators (Übersetzungsverhältnis = Windungsverhältnis × Flächenverhältnis.

Da sich der Strom in den Teilen des Leiterquerschnitts konzentriert, wo die größte magnetische Feldstärke herrscht (d.h. vor allem parallel zum Streuflußpfad), ist die Stromverteilung bei dieser Aufbauform prinzipiell gleichmäßiger als bei der X- und der Y-compressed Kernform mit senkrechtem Streuflußpfad. Dies führt zu geringeren Kupferverlusten.

Verzichtet man auf die Möglichkeit der Integration einer Kapazität, so kann man bei dieser Aufbauform ebenfalls Litze sehr gut für die Wicklungen einsetzen. Um Kosten zu sparen, können dabei die beiden Außenschenkel direkt als Spulenkörper verwendet werden. Aufgrund der relativ großen Breite des Wicklungsfensters sind bei niedrigen Windungszahlen einlagige oder zweilagige Litzen-Wicklungen möglich, welche nur geringe Proximity-Effekt-Verluste verursachen.

X-compressed Kernform

Die in x-Richtung gestauchte Kernform des Transformators mit parallelem Streuflußpfad hat eine große mittlere Windungslänge und eine mittelmäßige mittlere magnetische Weglänge. Die große mittlere Windungslänge und die große Breite der Wicklung ermöglichen die Integration von relativ großen Kapazitätswerten, wenn z.B. Kupferfolie für den Aufbau der Wicklung verwendet wird.

Auch hier ist es möglich anstatt der Folie Litze und die beiden Außenschenkel als Spulenkörper zu verwenden.

3.2.1 Realisierungsmöglichkeiten von Streuflußpfaden

In der dritten Zeile von Abbildung 3.2 sind wiederum verschiedene Realisierungsmöglichkeiten des Streuflußpfades am Beispiel des in z-Richtung gestauchten Aufbaus dargestellt. Diese sind - bis auf den E-E Kern - sehr ähnlich zu den Realisierungsmöglichkeiten des senkrechten Streuflußpfades. Auch die damit verbundenen Probleme sind vergleichbar, so daß im folgenden nur kurz auf die verschiedenen Möglichkeiten eingegangen wird.

• Die erste Variante ergibt sich wiederum aus dem Einfügen eines Blocks aus Ferrit (oder verteilter Luftspalt) zwischen den beiden Wicklungen.

- Alternativ kann ein Standard-E-Kern mit einem Luftspalt im Mittelschenkel verwendet werden. Dies reduziert die Kosten und beseitigt gleichzeitig die Probleme mit Fertigungstoleranzen.
- Die zweite Form des E-E-Kerns ist eine Variation der Wicklungsanordnung, welche in [61] vorgeschlagen wurde. Bei dieser können durch den Luftspalt im äußeren Schenkel, welcher nicht von einer Wicklung umschlossen wird, und die damit verbundenen Streufelder EMV-Probleme entstehen.
- Die gezeigte Variante mit eine Block aus niederpermeablen Material weist dieselben Problem auf wie der korrespondierende Aufbau mit senkrechtem Streuflußpfad.
- Neben den Problemen, welche der vergleichbare Aufbau mit senkrechtem Streuflußpfad aus niederpermeablen Material hat, ist die gezeigt Variante zusätzlich noch schwierig zu fertigen bzw. zu montieren.

Die gezeigten Realisierungsmöglichkeiten des Streuflußpfades können wiederum mit den gleichen Vor- und Nachteilen auf die anderen Kernformen übertragen werden.

3.2.2 Umschließende Wicklungen

In der zweiten Reihe der Abbildung 3.2 sind Transformatoren mit niedrigem Querschnitt und räumlich getrennten Wicklungen abgebildet. Aufgrund der genannten räumlichen Trennung sind die magnetischen Streufelder außerhalb des Bereichs des Kernes relativ groß (siehe Abb. 3.3(a)), was zu EMV-Problemen führen kann. Dies gilt auch für die oben gezeigten Aufbauformen mit senkrechtem Streuflußpfad.

Das EMV-Problem kann durch Verwendung von umschließenden Wicklungen reduziert werden, welche in der vierten Reihe von Abbildung 3.2 dargestellt sind. Wie man in Abbildung 3.3(b) erkennt, verschwindet das magnetische Feld außerhalb des Kernbereichs fast vollständig. Bei der genannten Wicklungsanordnung umschließt eine Wicklung sowohl den Streuflußpfad als auch die zweite Wicklung und hat dadurch eine relativ große mittlere Windungslänge. Die magnetischen Verhältnisse im Kern verändern sich im Verhältnis zum Aufbau mit getrennten Wicklungen nur geringfügig.



Abbildung 3.3: Streufeld eines Aufbaus mit getrennten und mit umschließenden Wicklungen.

Durch die große mittlere Windungslänge ergeben sich einerseits relativ hohe ohmsche Verluste, andererseits können jedoch auch relativ große Kapazitätswerte in der Wicklung integriert werden und es steht eine große Fläche zur Kühlung zur Verfügung.

3.2.3 Geteilte Wicklungen

In der fünften Reihe von Abbildung 3.2 ist die Draufsicht des in *y*-Richtung gestauchten Transformators mit umschließenden Wicklungen dargestellt. Wie bei den Aufbauformen mit senkrechtem Streuflußpfad ist es hier ebenso möglich eine Wicklung aufzuteilen, damit nicht alle Windungen mit dem Streufluß verkettet sind (siehe orange Wicklung in der 6. Reihe in Abb. 3.2). Dadurch verkleinert sich wiederum die benötigte Länge des Luftspaltes und vergrößert sich der Fluß im Streuflußpfad. Bei der Wicklungsanordnung SP I umschließt die äußere orange Wicklung sowohl den Streuflußpfad als auch die zweite rote Wicklung. Vernachlässigt man den Streufluß durch das Wicklungsfenster und den Fluß, welcher aus den seitlichen Flächen des Kernes austritt, so addieren sich die Flüsse in den drei Schenkeln des Kerns näherungsweise zu null. Aus diesem Grund können die Windungen der orangen Wicklung, welche mit dem Streufluß verkettet sind und den Mittelschenkel des Kerns umschließen, ebenso auf den linken Außenschenkel verschoben werden. Dies ist in der Wicklungsanordnung SP II in Abbildung 3.2 dargestellt. Bei dieser werden alle Windungen der orangen Wicklung um den Mittelschenkel gewickelt und zusätzlich werden die Windungen, welche mit dem Streufluß verkettet sind, um den linken Außenschenkel gewickelt. Diese Struktur geht tendenziell in Richtung von "integrated magnetics" (vgl. [63]), da eine "zusätzliche", getrennte Wicklung für die integration der Induktivität verwendet wird.

Die Aufbauten mit U-Kernen bzw. der Matrix-Transformator in den Reihen 7 und 8 werden zusammen mit den Variationen in Abbildung 3.4 im nächsten Abschnitt erläutert.

3.2.4 U / UR-Kerne

Alle bisher beschriebenen Transformatoren basieren auf E-Kerne in verschiedensten Ausführungsformen. Durch die Integration der Serieninduktivität ergibt sich oft eine - bezogen auf die beiden Außenschenkel unsymmetrische Verteilung der Flüsse im Kern und für einen bezüglich des Volumens optimalen Aufbau ist es häufig besser, wenn ein Außenschenkel einen größeren Kernquerschnitt hat als der andere. Dies ist z.B. umsetzbar, wenn statt eines E-Kerns zwei U-Kerne (siehe 7. Reihe in Abb. 3.2), welche auch unterschiedliche Kernquerschnitte haben können, verwendet werden. Mit den U-Kernen sind zudem geometrische Variationen möglich, welche es erlauben den Transformator räumlich besser in ein Gesamtsystem zu integrieren. Weiterhin ist die Länge der Windungen, welche neben der Primärwicklung auch den Streuflußpfad umschließen, relativ gering (z.B. rechte Aufbauform in Abb. 3.2). Neben den U-Kernen können in kostensensitiven Applikationen auch UR-Kerne verwendet werden, welche sehr preiswert sind.

In Abbildung 3.4 ist die Ableitung verschiedener Wicklungs- und Kernanordnungen mit E- und U- bzw. UR-Kernen dargestellt. Ausgehend von der Grundform des Transformators mit parallelem Streuflußpfad (vgl. 1. Reihe in Abb. 3.2) - siehe V1/H4 - ergeben sich verschiedene Variationen. Zum einen kann natürlich die Lage des Streuschenkels modifiziert werden (V2/H4 und V1/H3). Nimmt man an, daß der gesamte Fluß näherungsweise im Kern fließt, so kann die rote Wicklung des Aufbaus V1/H3 entlang des Kernes verschoben werden und man gelangt zum Aufbau V2/H3, welcher umschließende Wicklungen hat. Dies gilt äquivalent für die Strukturen V2/H4 und V2/H5. Die umschließenden Wicklungen können wiederum aufgeteilt werden, so daß nur ein Teil



Abbildung 3.4: Ableitung der einzelnen Aufbauformen mit parallelem Streuflußpfad und Realisierung des Aufbaus mit U-Kernen. Mit den U-Kernen ergeben sich weitere Variationsmöglichkeiten bezüglich der Wicklungs- bzw. Kernanordnung bis hin zum Matrix-Transformator.

der Windungen mit dem Streufluß verkettet ist (siehe V2/H2) und der Luftspalt verkleinert werden kann. Verzichtet man auf die abschirmende Wirkung der umschließenden Wicklung, so gelangt man zur Aufbauform V1/H1. Bei der linken Variante fließt im Mittelschenkel die Summe aus dem Haupt- und dem Streufluß, welche normalerweise größer ist als der Hauptfluß alleine (abhängig von Phasenlage der Flüsse). Damit ist diese Variante besser für normale E-Kerne geeignet, da bei diesen der Mittelschenkel meistens eine doppelt so große Querschnittsfläche hat, wie die Außenschenkel.

In der Spalte V3 der Abbildung 3.4 ist der Aufbau der Strukturen aus den Spalten V1 und V2 mit geteilten Kernen dargestellt. Bei diesen wird jeweils ein Kern als Transformator (dunkelgrau) und ein Kern als Induktivität (hellgrau) verwendet. Dies bietet unter anderem den Vorteil, daß ein Material mit niedriger Permeabilität (=verteilter Luftspalt), wie z.B. Eisenpulver, für den Kern der Induktivität verwendet werden kann. Damit wird das äußere Streufeld geringer und die HF-Verluste in den Wicklungen sinken. Ein weiterer Vorteil ist, daß die Windungen der Struktur mit umschließenden Wicklungen, welche den Haupt- und den Streufluß umschließen, kürzer sind, da diese nicht zweimal die gesamte Breite des Wicklungsfensters überbrücken müssen.

Beginnend beim Aufbau V3/H5 gelang man zum darüberliegenden Aufbau, indem die gelbe Wicklung auf den bezüglich des Flusses äquivalenten "Außenschenkel" verschoben wird (Annahme: Fluß fließt nur im Kern). Von diesem "Außenschenkel" kann die Wicklung nach innen verschoben werden, woraus Aufbau V3/H3 resultiert. Durch Teilung der roten Wicklung 1 – zum Verkleinern des Luftspaltes im Streukern – gelangt man zu Aufbau V3/H2. Bei diesem können die Windungen der roten Wicklung, welche nur mit dem Hauptfluß verkettet sind, auch auf den Außenschenkel geschoben werden. Dies gilt ebenso für alle Windungen der Wicklung 2 (orange) - siehe V3/H1.

Um den Kernquerschnitt zu erhöhen, können auch mehrere Kerne parallel geschaltet werden, wie dies in Spalte V4 beispielhaft für zwei parallele Kerne dargestellt ist. Nun besteht die Möglichkeit, eine der beiden Wicklungen aufzutrennen und um jeden der parallelen Kerne getrennt zu wickeln (siehe Spalte V5). Schaltet man die getrennte Wicklung in Serie so hat sich gegenüber der Spalte V4 nichts verändert, außer daß die mittlere Windungslänge der getrennten Wicklung angestiegen ist. Ist die getrennt Wicklung die Sekundärwicklung des Transformators und wird diese parallel geschaltet, so resultiert ein Matrix-Transformator



Abbildung 3.5: Durch Verschieben der einzelnen Kerne ergeben sich weitere geometrische Gestaltungsmöglichkeiten bezüglich des Aufbaus des Transformators.

mit dem Übersetzungsverhältnis $N_S/(2N_P)$. Im Falle, daß die getrennte Wicklung gleich der Primärwicklung ist und daß diese parallel geschaltet wird, ergibt sich ein Matrix-Transformator mit $2N_S/N_P$. Mehr Informationen zum Thema Matrix-Transformator folgen im nächsten Abschnitt.

Werden beide Wicklungen getrennt auf den jeweiligen Kern gewickelt (Spalte V6), so erhält man einen Transformator mit doppelter Kern-Querschnittsfläche, welcher aus einzelnen kleineren Transformatoren aufgebaut ist. Dies erlaubt bei einer höheren Stückzahl der einzelnen "Kleintransformatoren" zum Beispiel den modularen Aufbau von Transformatoren höherer Leistung.

Wird die Anzahl der parallelen Kerne weiter erhöht, so ergeben sich auf Basis der gezeigten Varianten weitere Kombinations- und Verschaltungsmöglichkeiten der einzelnen Kerne und Wicklungen. Die einzelnen Kerne können dabei verschieden angeordnet werden, so daß verschiedenste Grundformen resultieren, wie in Abbildung 3.5 beispielhaft für einige Varianten gezeigt ist. Damit läßt sich der Transformator geometrisch besser in das Gesamtsystem integrieren.



Abbildung 3.6: Gesamtaufbau eines Matrix-Transformators und Verlauf der Primärwicklung.

3.2.5 Matrix-Transformator

Wie bereits im vorangegangen Abschnitt an einem Beispiel gezeigt, kann das Übersetzungsverhältnis eines Transformators nicht nur über das Verhältnis der Primär- zur Sekundärwindungszahl festgelegt werden. Nimmt man zwei Transformatoren mit integrierter Serieninduktivität – beispielhaft wurde ein Aufbau mit U-Kernen gewählt (siehe achte Reihe in Abbildung 3.2) – und schaltet die beiden Primärwicklungen (N_P) in Serie und die Sekundärwicklungen (N_S) parallel, so ist das Übersetzungsverhältnis des Transformators gleich $1/2N_S/N_P$ anstatt von N_S/N_P für einen normalen Transformator. Das Übersetzungsverhältnis bestimmt sich somit über die Windungszahlen und das Verhältnis der Flächen, welche jeweils von der Primär- und von einer der parallel geschalteten Sekundärwicklungen umschlossen werden. Dabei besteht - wie im vorigen Abschnitt bereits gezeigt - auch die Möglichkeit das Flächenverhältnis zum Hochtransformieren der Spannung zu verwenden $(2N_S/N_P)$, indem man die Primär- und die Sekundärwicklung vertauscht.

Transformatoren, deren Übersetzungsverhältnis sich zumindest zum Teil aus dem Flächenverhältnis der jeweils umschlossenen Fläche ergibt, werden häufig als Matrix-Transformatoren bezeichnet. Allgemeine Informationen hierzu sind in [64] und [65] zu finden. E. Herbert hat Teile des Matrix-Transformators patentiert (siehe z.B. [66]). Weitere Informationen sind auf der Homepage [67] zu finden.

In Abbildung 3.6(a)ist beispielhaft einplanarer Matrix-Transformator dargestellt. Die einzelnen gelben Sekundärwicklungen befinden sich oben. Den Verlauf der Primärwicklung kann man Abbildung 3.6(b) entnehmen. Diese verläuft mäanderförmig auf einer Ebene und umschließt dabei jede zweite Reihe der Schenkel $(1, 3, 5, \ldots$ von unten gezählt). Welche Reihen umschlossen werden, ist dabei auch vom Weg, auf welchem die Wicklung extern geschlossen wird, abhängig. Die in Abbildung 3.6(b) dargestellte Primärwicklung hat eine Windungszahl von eins. Höhere Windungszahlen erhält man indem man mehrere der in Abbildung 3.6(b) dargestellten Windungen in Serie schaltet. Dabei bildet jede Windung eine eigene Lage. Aufgrund der niedrigen Zahl an Primärwindungen benötigt man eine relativ große Kernfläche $(L \sim N \cdot A \cdot B)$, um eine entsprechende Magnetisierungsinduktivität zu erreichen.

Die Sekundärwicklung (gelb in Abbildung 3.6(a)) verläuft senkrecht zur Primärwicklung und umschließt nur einen Teil der von der Primärwicklung umschlossenen Fläche. Die einzelnen Sekundärwicklungen werden parallel geschaltet. Dadurch reduziert sich der Strom durch die Wicklungen und damit auch die Verluste. Da jede Sekundärwicklung die Amperewindungen (Durchflutung) des entsprechenden Abschnittes der Primärwicklung "kompensiert", ist durch den Aufbau prinzipiell sichergestellt, daß durch alle Sekundärwicklungen ein Strom mit der gleichen Amplitude fließt. Dies erlaubt z.B. ein einfaches Parallelschalten von Gleichrichterdioden auf der Sekundärseite. Auch beim Matrix-Transformator besteht die Möglichkeit des Interleavings von Primärund Sekundärwicklungen.

Eine mögliche verschachtelte Variante mit zwei Sekundärwicklungen, welche um eine Primärwicklung angeordnet sind, könnte z.B. folgenden Lagenaufbau haben: Sekundärwicklung (gelb) - Primärwicklung (rot) -Sekundärwicklung (gelb). Dadurch kann die Stromstärke durch die einzelnen Sekundärwicklungen nochmals reduziert werden, was eine weitere Reduktion der Verluste zur Folge hat. Die niedrige Windungszahl und die verhältnismäßig kurze mittlere Windungslänge führen dazu, daß die gesamte Windungslänge relativ kurz ist. Damit sind auch der ohmsche Widerstand und die damit verbundenen Verluste der Sekundärwicklungen relativ klein.

Wie bei den herkömmlichen Transformatoren kann die Streuinduk-



Abbildung 3.7: Matrix Transformator mit Streuflußpfaden.

tivität des Matrix-Transformators durch Einbringen von magnetischen Streuflußpfaden erhöht werden. Dies ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Da die Windungszahl der Primärwicklung sehr niedrig ist, benötigt man eine relativ große Fläche, um eine gegebene Serieninduktivität zu integrieren. Es gilt $L \cdot i = \Psi = N \cdot B \cdot A$ und damit benötigt man bei einem Matrix-Transformator mit $N_P = 1$ eine N-fache Fläche für den Streuflußpfad im Vergleich zu einem herkömmlichen Transformator mit $N_P = N$. Dies geht einher mit relativ hohen Kernverlusten, welche die Gewinne bei den ohmschen Verlusten aufzehren können. Welche Variante zu einer kompakteren und effizienteren Lösung führt ist von den jeweiligen Rahmenbedingungen abhängig.

Eine weitere Möglichkeit die Streuflußpfade zu realisieren, ergibt sich durch Einbringen einer magnetisch leitenden Schicht zwischen der Primär- und der Sekundärwicklung des Aufbaus nach Abbildung 3.6. Dieser Aufbau hat dann zwischen den senkrechten Schenkeln folgende Schichtung: Kupferfolie, magnetisch leitende Schicht, Kupferfolie. Neben den oben genannten Nachteilen bezüglich der Fläche und der Verluste, hat diese Variante außerdem noch den Nachteil, daß diese relativ schwierig zu fertigen ist (magnetische Schichten müßten gefräst/geschliffen werden).

3.2.6 Zusätzlicher Streukern

Im Abschnitt 3.2.4 wurden bereits "integrierte" Transformatoren gezeigt, welche eine zweiten getrennten Kern benützen, um eine Serieninduktivität zu integrieren. Das Verwenden eines zweiten Kernes widerspricht zwar ein wenig dem Gedanken der Integration, bietet aber den Vorteil, daß zum einen verschiedene Materialien für die Kerne verwendet werden können und die Luftspalte im Streukern einfach einzustellen sind. Zum anderen ist die mittlere Windungslänge gegenüber einer komplett diskreten Lösung geringer. Außerdem lassen sich damit leicht verschiedene Kernquerschnitte für den Haupt- und den Streufluß realisieren, was die Optimierung des Aufbaus erleichtert.

In Abbildung 3.8(a) ist ein Transformator dargestellt, dessen eine Wicklung neben dem Kern für den Transformator selbst noch eine zweiten Kern für den Streuflußpfad umschließt (vgl. [62]). Der zweite Kern (Streukern) erhöht dabei die Streuinduktivität des Transformators und besteht entweder aus einem niederpermeablen Material oder enthält einen oder mehrere Luftspalte. Welche der beiden Wicklungen (Primäroder Sekundärwicklung) dabei den Streukern umschließt, hat auf den Wert der Streuinduktivität prinzipiell keinen Einfluß.

Ist der Wert der zu integrierenden Serieninduktivität gering, so kann



Abbildung 3.8: Erhöhung der Streuinduktivität eines Transformators durch gezielte Streuflußpfade durch die Luft bzw. durch Verwendung eines zusätzlichen E- oder U-Kerns.

es ausreichend sein, zwischen der Primär- und der Sekundärwicklung einen mit Luft gefüllten Streuraum einzufügen (siehe Abb. 3.8(b)). Dieser Ansatz wurde z.B. in [35] gewählt, um eine Serieninduktivität von $1.8\mu H$ für einen 35kVA Resonanzkonverter zu integrieren. Da kein expliziter magnetischer Pfad vorgesehen ist, welcher den Streufluß führt, können bei dieser Methode Probleme bezüglich der EMV entstehen, da es außerhalb des Kernes große Bereiche gibt, in welchen die Summe der resultierenden Durchflutung relativ groß ist.

3.2.7 Aufbau mit I- und speziellem E-Kern

Wie bei der Erläuterung der möglichen Realisierungsvarianten von Streuflußpfaden bereits erwähnt, kann die mechanische Toleranz bei der Fertigung von Ferritkernen zu relativ großen Abweichungen des Induktivitätswertes der integrierten Serieninduktivität führen, wenn der Luftspalt durch nicht geschliffene Flächen gebildet wird. Eine Aufbauform, welche die genannte Problematik umgeht, ist in Abbildung 3.9(a) dargestellt. Bei dieser wird der dritte Schenkel eines E-Kernes durch einen I-Kern gebildet. Zwischen dem I-Kern und dem speziellen "E-Kern" befinden sich zwei Luftspalte, welche in Reihe geschaltet sind. Dadurch verkleinert sich die Länge der einzelnen Luftspalte und damit das äußere Streufeld, welches zu EMV-Problemen und HF-Verlusten führen



Abbildung 3.9: Streuflußpfad wird mit I-Kern, zwei Luftspalten und einem speziellem E-Kern realisiert.

kann. Der Nachteile des beschriebenen Aufbaus sind die komplizierte Fertigung und der benötigte spezielle E-Kern.

Anstatt eines speziellen E-Kernes kann auch ein U-Kern benützt werden. Der Streuflußpfad besteht dann z.B. aus zwei flachen U-Kernen oder bei größerem Luftspalt aus zwei Ferrit-Platten, welche an beiden Seiten des U-Kernes angebracht sind (siehe Abb. 3.9). Auch bei dieser Variante ist der Zusammenbau komplex und es werden normalerweise spezielle Kerne benötigt.

3.2.8 Integrierter Transformator mit Ringkernen

Eine Kernform, welche bei der Integration bis jetzt völlig außer acht gelassen wurde, ist der Ringkern/Toroid. In Abbildung 3.10 ist ein integrierter Transformator mit Ringkernen dargestellt. Der innere, kleinere Ringkern ist von beiden Wicklungen umschlossen und führt den Hauptfluß. Der äußere Kern, welcher einen größeren Querschnitt aufweisen kann, ist nur von einer Wicklung (hier eine Hochstromwicklung) umschlossen und führt den Streufluß, welcher bei vielen Anwendungen größer ist als der Hauptfluß. Ist die Amplitudenverteilung der Flüsse umgekehrt, wird auch die Funktion der Kerne umgedreht: Transformator-Kern außen, Streukern innen. Diese Variante bietet zusätzlich den Vorteil, daß das äußere Streufeld sehr gering ist, da der Kern komplett von einer Wicklung umschlossen wird.

Bei näherungsweise gleichen Amplituden der Flüsse, kann der zweite Ringkern auch vertikal oberhalb des ersten Ringkerns liegen. Damit haben beide Kerne eine identische Querschnittsfläche.

Die Anfertigung eines Luftspaltes im Ringkern ist sehr aufwendig. Deshalb ist es besser für den Streukern ein niederpermeables Material mit verteiltem Luftspalt (z.B. Eisenpulver) zu verwenden.

Die fertigungstechnische Realisierung des gezeigten Aufbaus ist insgesamt relativ aufwendig. Eine Möglichkeit die Windungen einfacher zu fertigen besteht darin, jede einzelne Windung aus einem Drahtbügel oder aus einem gestanzten und gebogenem Kupferblech anzufertigen, welcher/welches von oben in eine Leiterplatte oder eine entsprechend geätzte Verschienung gesteckt und angelötet wird. Die Verschaltung der einzelnen Leiterplatten erfolgt auf der Leiterplatte.



Abbildung 3.10: Realisierung der integrierten Serieninduktivität mit Ringkernen.

3.2.9 Planarer Transformator mit E-E-I Kern

In Abbildung 3.11(a) ist der Querschnitt eines integrierten Transformators mit niedrigem Querschnitt und parallelem Streuflußpfad dargestellt. Dieser besteht aus zwei planaren E-Kernen und einem I-Kern. Auf dem Joch/den Querstegen des mittleren Kerns 2 ist die Primärwicklung des Transformators gewickelt, wobei sich eine Hälfte der Windungen links vom Mittelschenkel und die andere Hälfte rechts vom Mittelschenkel befindet. Oberhalb des Kern 2 liegt - durch einen Luftspalt vom E-Kern getrennt - der I-Kern, welcher den Kern 2 magnetisch schließt. Durch diesen fließt jeweils der halbe Streufluß ϕ_{σ} , wie in Abbildung 3.11(b) ersichtlich. In den beiden Querstegen des Kerns 2 fließt die Summe der beiden Flüsse, wobei bei der Addition der Flüsse die Phasenlage dieser zueinander berücksichtigt werden muß.

Da in dem Wicklungsfenster nur jeweils die halbe Windungszahl der Primärwicklung liegt, kann das Wicklungsfenster des Kern 2 mit sehr geringer Bauhöhe ausgeführt werden, was die Gesamthöhe des Aufbaus reduziert. Zur weiteren Veranschaulichung des Aufbaus sind in Abbildung 3.12 die beiden Draufsichten der E-Kerne mit dem Verlauf der Windungen dargestellt.

Der untere E-Kern, d.h. Kern 1, trägt im dargestellten Fall eine Sekundärwicklung, welche eine Mittelpunktanzapfung hat. Auch bei dieser befindet sich die halbe Windungszahl links vom Mittelschenkel und die andere Hälfte rechts davon. Allerdings ist der Verlauf der Wicklung so,



Abbildung 3.11: Querschnitt durch den Gesamtaufbau des integrierten E-E-I-Kern Transformators mit (a) dem Verlauf der einzelnen Windungen und (b) der Flußverteilung.

daß das erste Viertel der Windungen der Sekundärwicklung von S_1 aus gezählt im linken Wicklungsfenster liegt und das zweite Viertel der Windungen von S_1 bis zum Mittelpunkt M_P im rechten Wicklungsfenster liegt.

Für die zweite Hälfte der Wicklung von M_P bis S_2 gilt das gleiche. Ein Viertel der Windungen befindet sich im linken und ein Viertel im rechten Wicklungsfenster. Im dargestellten Fall ist der Verlauf der einzelnen Viertel - wenn man diese bei S_1 beginnend numeriert: 1-3 || 2-4, womit ein symmetrischer Aufbau resultiert. Ein etwas einfacheren, unsymmetrischen Aufbau der Sekundärwicklung erhält man mit dem Schema: 1-4 || 2-3.

Der Grund für das oben beschriebene Aufteilen der Windungen der Sekundärwicklung auf die beiden Wicklungsfenster ist der DC-Strom I_{DC} , welcher bei vielen Anwendungen zur Mittelpunktanzapfung M_P hinein- bzw. herausfließt (siehe Abschnitt 6.3.4). Dieser teilt sich normalerweise symmetrisch auf die beiden Wicklungen auf (siehe Abb. 3.11(b)), da in diesem Fall die geringste Energie im System gespeichert ist. Mit dem beschriebenen Aufbau der Sekundärwicklung kompensiert sich die Durchflutung des DC-Stromes, so daß kein DC-Fluß im Kern entsteht und den Kern sättigen könnte.

Durch den Kern 1 fließt nur der Hauptfluß ϕ_h , welcher bei vielen Applikationen eine deutlich kleinere Amplitude als der Streufluß hat, so daß die Möglichkeit besteht, den Kernquerschnitt des Kern 1 kleiner zu machen als den Querschnitt des Kern 2. In den beiden Wicklungsfenstern des Kern 1 befinden sich jeweils die halbe Windungszahl der



Abbildung 3.12: Planarer E-E-I Kern Transformator: (a) Draufsicht auf Kern 2 mit Primärwicklung (b) Draufsicht Kern 1 mit Sekundärwicklung und Mittelpunktanzapfung.

Primär- und der Sekundärwicklung. Folglich muß dieses höher sein als das Wicklungsfenster des Kern 1.

Die beiden Hälften des Aufbaus - links und rechts der strichpunktierten Symmetrielinie in Abbildung 3.11(b) - sind bei dieser Konstruktion prinzipiell vollkommen unabhängig, solange kein DC-Fluß im Kern fließt. Aus diesem Grunde könnte der Kern auch entlang der strichpunktierten Linie in zwei getrennte Transformatoren geteilt werden, ohne daß dies einen Einfluß auf die Funktionsweise des integrierten Transformators hätte.

Mit jedem der zwei "Teil-Transformatoren" wird eine Induktivität mit dem Wert $L_{\sigma}/2$ realisiert, welche vom gesamten Strom I durchflossen wird und deren Fluß nur mit der halben Windungszahl N/2 verkettet ist. Vergleicht man die Flußdichte im Streuflußpfad dieses Aufbaus (AB_1) mit der Flußdichte eines Aufbaus AB_2 , der die gleichen Querschnittsflächen des Kerns besitzt, bei welchem jedoch die Wicklungen den Mittelschenkel und nicht das Joch umschließen (vgl. z.B. Abb. 3.8), so ist die Flußdichte im hier vorgestellten E-E-I-Aufbau AB_1 doppelt so hoch. Der Grund dafür ist, daß jeder Teil-Transformator nur die halbe Querschnittsfläche im Streuflußpfad besitzt und der Fluß nur mit der halben Windungszahl verkettet ist.

Aufbau
$$AB_2$$
:
 $Li = N\phi = NBA$
Aufbau AB_1 :
 $\frac{L}{2}i = \frac{N}{2}\phi = \frac{N}{2}\frac{A}{2}2B$

Dies ist ein entscheidender Nachteil dieser Aufbauvariante.

Um die Kosten zu senken, kann bei diesem Transformatordesign der Kern selbst als Spulenkörper verwendet werden. Ein Nachteil des beschriebenen Aufbaus ist, daß die Windungen der Sekundärwicklung teilweise auch außerhalb des Kernes verlaufen, was evtl. zu Problemen bezüglich der EMV führen kann und die Montage des Transformators unter Umständen erschweren kann. Diese Nachteile können umgangen werden, wenn unterhalb des E-Kerns 1 noch ein weiterer E-Kern (Schenkel nach oben) mit einem Luftspalt zwischen diesem Kern und Kern 1 angebracht wird. Somit hat man einen zweiten Streuflußpfad.

Wie bei allen beschriebenen integrierten Transformatoren ist es auch beim E-E-I-Kern Trafo möglich die Primär- und die Sekundärwicklung zu vertauschen. Insgesamt lassen sich relativ kompakte Aufbauten mit der beschriebenen Trafovariante realisieren.

Variante des E-E-I-Kern Transformators

Möchte man die Nachteile, welche durch den abschnittsweisen Verlauf der Sekundärwicklung außerhalb des Kernes entstehen, vermeiden, so kann die Sekundärwicklung auch komplett um den Mittelschenkel des unteren E-Kerns 1 gewickelt werden. Der resultierende Aufbau ist in Abbildung 3.13 dargestellt.

Die prinzipielle Funktionsweise dieses Transformators ist identisch zu dem integrierten Trafo in Abbildung 3.11(a) und auch der Nachteil, der im Vergleich zu einem Aufbau z.B. nach Abbildung 3.8 erhöhten



Abbildung 3.13: Querschnitt durch Aufbau eines integrierten E-E-I Kern Transformators mit einer Sekundärwicklung, welche den Mittelschenkel des Kern 1 umschließt.



Abbildung 3.14: Planarer E-E-I Kern Transformator mit einer Sekundärwicklung, welche den Mittelschenkel umschließt: (a) Draufsicht auf Kern 2 mit Primärwicklung (b) Draufsicht auf Kern 1 mit Sekundärwicklung.

Flußdichte aufgrund der Tatsache, daß nur die halbe Windungszahl der Primärwicklung mit jeweils dem halben Fluß verkettet ist (s.o.), besteht bei dieser Aufbauform.

Da nun alle Sekundärwicklungen durch jeweils ein Wicklungsfenster des Kern 1 geführt werden müssen, benötigt man für diesen Aufbau deutlich größere Wicklungsfenster, wenn ein gleicher Leiterquerschnitt wie bei obigen Transformator vorausgesetzt wird. Aufgrund des größeren Kernvolumens erzeugt diese Trafovariante somit höhere Kernverluste als die vorangegangene Variante, bietet jedoch eine größere Fläche zum Anbinden an einen Kühlkörper und eine einfachere Montage.

Bei diesem Aufbau ist eine Wicklung parallel zum Streuflußpfad und eine senkrecht dazu, so daß dieser nicht eindeutig als ALP oder PLP Transformator bezeichnet werden kann.

3.3 Vergossene Kerne

Völlig neuartige Aufbauformen, welche schwer in die Kategorien ALP oder PLP Transformatoren eingeordnet werden können, lassen sich mit dem nanokristallinem magnetischen Puler VitropermTM der Firma Vacuumschmelze [36] realisieren. Dieses niederpermeable Material ermöglicht es, einen hochpermeablen Transformator-Kern (z.B. aus Ferrit), welcher die beiden Wicklungen des Transformators trägt und den Hauptfluß führt, einfach in diesem niederpermeablen ($\mu \sim 45$) zu vergießen. Wie bei einem Kern aus Eisenpulver ergibt sich somit ein verteilter Luftspalt. Je nachdem wie weit die beiden Transformatorenwicklungen räumlich voneinander getrennt sind – z.B. nur durch einen Spalt zwischen den Wicklungen, welche sich auf dem gleichen Schenkel befinden, oder die Wicklungen befinden sich auf den beiden getrennten Schenkeln eines U-Kerns – ergibt sich eine größere oder kleinere Streuinduktivität. Diese wird somit gänzlich von der Geometrie des Aufbaus bestimmt und ist nachträglich nicht mehr veränderbar.

In Abbildung 3.15 ist beispielhaft eine vergossene, einphasige Induktivität dargestellt. Die Wicklung besteht bei dieser aus einem starren Runddraht mit 1.5mm Durchmesser, welche einfach mit Vitroperm vergossen ist. Um die angegebene erlaubte maximale Stromstärke von 30ADC plus 10A Stromrippel mit f = 100kHz führen zu können, muß die Spule an einem Kühlkörper thermisch angebunden werden.



Abbildung 3.15: Bild einer vergossenen Spule mit $L = 13\mu H$, I = 30A, $\Delta I = 10A$, f = 100kHz, $P_L = 4.9W$ und einer Baugröße von $1 \times 1.06 \times 1.06in^3$ (Angaben: VAC).

Bei der Fertigung des vergossenen Transformators wird zuerst der Transformator mit seinen beiden Wicklungen und dem hochpermeablen Kern in gewohnter Weise hergestellt. Anschließend wird der Kern mit den Wicklungen in einer Form fixiert (Abstand zu den Rändern), welche die äußere Gestalt der vergossenen Struktur bestimmt. Diese Form wird mit dem pulverförmigen Vitroperm und einer Mischung aus Epoxydharz gefüllt. Im letzten Arbeitsschritt wird die Füllung bei ca. 120°C-140°C ausgehärtet.

Dadurch, daß der gesamte Aufbau eingegossen ist und aufgrund der relativ guten Wärmeleitfähigkeit des Vitroperms, kann relativ viel Wärme vom Inneren der Spule an die Oberfläche befördert werden. Der aus Vitroperm geformte Kern kann dabei so gestaltet werden, daß dieser an einem Kühlkörper befestigt wird, oder daß dieser selbst Kühlrippen besitzt. Somit kann eine relativ große Verlustleistung abgeführt und der integrierte Transformator sehr kompakt aufgebaut werden.

Die elektrische Leitfähigkeit des Materials und evtl. unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten müssen bei der Konstruktion des Transformators und bei der Wahl des Isolationsmaterials berücksichtigt werden.

Kapitel 4

Parasitäre Kapazitäten in Transformatoren

Im vorangegangenen Kapitel wurden verschiedene Methoden zur Integration der Serieninduktivität im Transformator untersucht. Eine weitere Variante der Integration ergibt sich aus der Nutzung der parasitären Kapazitäten der Wicklungen, mit welcher unter anderem Kapazitäten parallel zu den Wicklungen realisiert werden können. Bei normalen Transformatoren, deren Windungszahlen und Übersetzungsverhältnis klein sind, ist die durch die parasitären Kapazitäten realisierbare Parallelkapazität relativ klein (einige 10pF), so daß diese nur in Kombination mit einer diskreten Kapazität als Resonanzelement verwendet werden kann.

Wird der Resonanzkonverter jedoch als Hochspannungserzeuger eingesetzt, so hat der Transformator sekundärseitig eine große Windungszahl und das Übersetzungsverhältnis ist relativ groß. Damit lassen sich Kapazitäten parallel zu den Wicklungen integrieren, welche, auf die Primärseite bezogen, Werte im Bereich von einigen Nanofarad besitzen und als Parallelkondensator in einem Serien-Parallel Resonanzwandler verwendet werden können. Obwohl der Fokus der Arbeit auf Konverter mit niedriger Ausgangsspannung und hohem Ausgangsstrom liegt, wird diese interessante Form der Steigerung der Leistungsdichte in diesem Kapitel untersucht.

Zu diesem Zweck werden die in der Literatur bekannten Ansätze zum

Berechnen von parasitären Wicklungskapazitäten [68]-[104] gesammelt und in ein strukturiertes Berechnungsverfahren mit Angabe der jeweiligen Quelle eingeordnet. Fehlende Zusammenhänge werden ergänzt, und auf Basis der gegebenen Gleichungen wird ein Verfahren vorgeschlagen, mit welchem die Einflüsse der parasitären Kapazitäten für jeden Transformator mittels eines Ersatzschaltbildes, bestehend aus 6 Kapazitäten, modelliert werden kann. Zur Validierung der Modelle werden die Kapazitäten von vier verschiedenen Hochspannungstransformatoren berechnet und mit den Messungen verglichen.

4.1 Aufbau von Hochspannungstransformatoren

In Abbildung 4.1(a) ist das Bild eines typischen Hochspannungstransformators gegeben, welcher im betrachteten Fall 17 Primär- und 2x255 Sekundärwindungen hat. Rechts davon ist der Querschnitt des Transformators mit den relevanten parasitären Kapazitäten dargestellt. Dort erkennt man, daß die Sekundärwicklung in mehrere Kammern aufge-



Abbildung 4.1: Bild eines Hochspannungstransformators mit $N_1 = 17$ und $N_2 = 2 \times 255$ und dem dazugehörigen Querschnitt.

teilt ist, um die Spannungen zwischen benachbarten Windungen zu begrenzen. Aufgrund der hohen Windungszahl der Sekundärwicklung und dem üblichen hohen Übersetzungsverhältnis kann bei der Berechnung der äquivalenten Parallelkapazität auf der Primärseite der Einfluß der Primärwicklung näherungsweise vernachlässigt werden (1pF äquivalenter Kapazität auf der Sekundärseite entspricht im betrachteten Fall primärseitig einer Kapazität mit ~900pF). Folglich werden nur Gleichungen zur Berechnung der parasitären Kapazitäten von mehrlagigen Wicklungen mit einer oder mehreren Kammern benötigt.

Betrachtet man die Verteilung der elektrischen Energie innerhalb der Sekundärwicklung, welche in Abbildung 4.2(a) gegeben ist, so erkennt man, daß die Energie hauptsächlich zwischen den Lagen der Wicklung konzentriert ist. Im Vergleich dazu ist die Energie, welche zwischen den einzelnen Windungen einer Lage gespeichert wird, und damit die parasitären Kapazitäten zwischen den Windungen einer Lage vernachlässigbar. Aus diesem Grund werden im folgenden nur Ansätze zur Berechnung der Kapazität zwischen zwei benachbarten Wicklungslagen untersucht.

Informationen über die Berechnung der äquivalenten Kapazität einlagiger Spulen, deren Wert hauptsächlich von den parasitären Kapazität zwischen den Windungen einer Lage abhängt, sind in den Veröffentlichungen [105]-[109] zu finden.



Abbildung 4.2: Simulierte Verteilung der elektrischen Energie innerhalb einer Hochspannungswicklung. Die Verbindung der Lagen ist in (b) und die dazugehörige Spannungsverteilung in (c) dargestellt.

4.2 Berechnung der statischen Kapazität zwischen zwei Lagen

Alle folgenden Modelle von Windungskapazitäten basieren auf dem Modell für die statische Kapazität zwischen zwei Lagen einer oder zweier unterschiedlicher Wicklungen. Mit dieser Kapazität kann die elektrische Energie, welche zwischen zwei Lagen gespeichert wird, berechnet werden. Diese Energie wird benötigt, um im folgenden Kapitel die äquivalente Wicklungskapazität zu berechnen.

Bei der Berechnung der statischen Lagenkapazität wird angenommen, daß die einzelnen Lagen elektrisch isoliert sind, d.h. die Verbindung zwischen den Lagen entfernt wurde, und daß alle Windungen einer Lage auf demselben Potential liegen, d.h. diese bilden äquipotentiale Oberflächen. Weiterhin werden Randeffekte vernachlässigt. Somit können zwei aufeinanderfolgende Lagen näherungsweise als idealer Plattenkondensator modelliert werden, wie dies in Abbildung 4.3(a) dargestellt ist.

4.2.1 Modellierung mittels Plattenkondensators

In der einschlägigen Literatur werden insgesamt fünf verschiedene Modelle zum Berechnen der statischen Lagenkapazität diskutiert. Beim einfachsten Modell werden im ersten Schritt die üblicherweise runden Drähte einer Wicklung durch rechteckige Leiter ersetzt, wie dies in Abbildung 4.4 beispielhaft für eine orthogonale (a) und eine orthozyklische (b) Wicklung dargestellt ist. Bei orthogonalen Wicklungen liegen die Leiter aufeinanderfolgender Lagen direkt aufeinander, wohingegen



Abbildung 4.3: Modell der statischen Lagenkapazität als (a) Plattenkondensator (b) Zylinderkondensator.



Abbildung 4.4: Transformation einer (a) orthogonalen Wicklung und einer (b) orthozyklischen Wicklung in (c) rechteckige Leiter mit dem effektiven Abstand h_{eff} .

die Leiter von orthozyklischen Wicklungen jeweils in der Lücke liegen, welche zwei benachbarte Rundleiter der darunterliegenden Lage bilden.

Im zweiten Schritt werden die rechteckigen Leiter, welche - wie oben beschrieben - alle auf dem gleichen Potential liegen, durch zwei leitende Platten ersetzt. Da die elektrische Verbindung zwischen den Lagen getrennt wurde, entsteht somit ein einfacher Plattenkondensator wie in Abbildung 4.3(a) dargestellt.

Bei der Herleitung des effektiven Abstandes d_{eff} zwischen den beiden Kondensatorplatten wird zuerst die Kapazität der realen Anordnung der runden Drähte, d.h. der Drahtgitter (siehe Abb. 4.4(a) und (b)), analytisch berechnet. Dabei wird von einem Drahtgitter mit unendlicher Ausdehnung ausgegangen, welches eine zweidimensionale Betrachtung des Problems ermöglicht, und die einzelnen Drähte werden zur Vereinfachung durch Pol- bzw. Dipollinien ersetzt. Dies erlaubt die näherungsweise Berechnung der Potentialverteilung des Drahtgitters und damit der Kapazität zwischen den Gitterlagen, wobei die erhaltenen analytischen Funktionen stark vereinfacht wurden, um die Rechnungen zu erleichtern (Gültigkeit: $2r/d_{tt} \approx 0.5...0.9$ und $d/d_{tt} \approx 1.2...1.8$).

Mit der Gleichung für die Kapazität des Plattenkondensators und durch Gleichsetzen der Kapazitätswerte des Gitters und des Plattenkondensators folgt der effektive Abstand als eine Funktion der geometrischen Größen des Drahtgitters (4.1). Es gilt

$$d_{eff} = d' - 2.3 \cdot (r_0 - \delta) + 0.26 \cdot d_{tt} \tag{4.1}$$

 mit

$$d' = d = 2 \cdot r_0 + h$$

für orthogonale Wicklungen und mit

$$d' = \begin{cases} d = 2 \cdot r_0 + h & \text{für } h > 0 \\ \\ r_0 + \frac{h}{2} + \frac{\sqrt{(2r_0 + h)^2 + \frac{d_{tt}^2}{4}}}{2} & \text{für } h \le 0 \end{cases}$$

für orthozyklische Wicklungen, wobei bei dieser in Abhängigkeit vom Abstand h der beiden Lagen jeweils ein anderer Zusammenhang gültig ist.

In der Veröffentlichung von Schröder [71] ist die Herleitung der analytischen Zusammenhänge für den effektiven Abstand und in der Arbeit [76] von Zuhrt die Anwendung der Gleichungen auf mehrlagige Spulen detailliert beschrieben. Aufgrund der Kompaktheit der Arbeit werden diese hier nicht wiedergegeben. Für die Kapazität des Plattenkondensators folgt somit

$$C_{0,pla} = \varepsilon_0 \,\varepsilon_{r,m} \,\frac{l_{w,m} \,L_L}{d_{eff}} = \varepsilon_0 \,\varepsilon_{r,m} \,\frac{l_{w,m} \,z \,2 \,r_0}{d_{eff}}.$$
(4.2)

Die effektive relative dielektrische Konstante $\epsilon_{r,m}$ und die mittlere Windungslänge $l_{w,m}$ zweier Lagen, welche in Gleichung (4.2) verwendet werden, ergeben sich aus

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{\varepsilon_D \,\varepsilon_F \,\left(\delta + h\right)}{\varepsilon_F \,\delta + \varepsilon_D \,h} \tag{4.3a}$$

$$h = R_{2,cyl} - R_{1,cyl} \tag{4.3b}$$

$$l_{w,m} = \pi \left(R_{1,cyl} + R_{2,cyl} \right).$$
(4.3c)

Die relative Dielektrizitätskonstante ergibt sich durch Gleichsetzen der Spannung über den in Reihe geschalteten Dielektrika und der Spannung über dem äquivalenten Dielektrikum der Ersatzanordnung oder aus einer Betrachtung der gespeicherten Energien [110]. Bemerkung: Der Autor des Buches [80] benützt die Modellierung der parasitären Wicklungskapazität mittels eines Plattenkondensators, um die relative Dielektrizitätskonstante an Hand von Meßdaten an Wicklungen mit einem Drahtdurchmesser im Bereich $r_0 = 0.05..0.35mm$ abzuschätzen. Das Ergebnis dieser Berechnungen ist, daß bei orthogonalen Wicklungen die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r von 1.3 für dickere Drähte bis zu 2.2 für dünnere Drähte variiert. Bei orthozyklischen Wicklungen wird die relative Dielektrizitätskonstante näherungsweise einfach verdoppelt. Weiterhin nimmt der Autor an, daß bei normalen Wicklungen ungefähr die Hälfte der Windungen orthogonal und die andere Hälfte orthozyklisch aufeinander liegen. Unter diesen Annahmen kann die statische Lagenkapazität für Wicklungen ohne zusätzliche Isolationslage, d.h. h = 0, näherungsweise durch

$$C_{0,app} \approx 180e^{-12} \cdot l_{w,m} \cdot \frac{z \, (z+1) \, (2z+1)}{6z^2}$$

$$\approx 60 \cdot l_{w,m} z \quad [pF] \qquad (z \gg 1)$$
(4.4)

berechnet werden. Mit dieser Gleichung kann in einem ersten Schritt die Lagenkapazität grob abgeschätzt werden.

4.2.2 Modellierung mittels Zylinderkondensators

Viele Transformatoren haben Wicklungen, welche einen näherungsweise zylinderförmigen Aufbau haben. Aus diesem Grund wird beim zweiten Modell für die Lagenkapazität der Plattenkondensator durch einen Zylinderkondensator ersetzt, wie in Abbildung 4.3(b) gezeigt. Dabei wurden die runden Drähte der Wicklung ebenfalls zuerst durch rechteckige Leiter und anschließend durch leitende Zylinder, analog zum vorangegangenen Abschnitt, ersetzt. Die Kapazität des Zylinderkondensators kann mit

$$C_{0,cyl} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,m} 2\pi L_L}{\ln\left(\frac{R_{1,cyl} + d_{eff}}{R_{1,cyl}}\right)} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,m} 2\pi 2zr_0}{\ln\left(\frac{R_{1,cyl} + d_{eff}}{R_{1,cyl}}\right)}$$
(4.5)

ermittelt werden. Der Radius des inneren Zylinders ergibt sich dabei aus dem Mittelwert der Radien der beiden zylinderförmigen Lagen minus dem halben effektiven Abstand d_{eff}

$$R_{1,cyl} = \frac{R_{L1} + R_{L2} - d_{eff}}{2} \tag{4.6}$$

Vergleicht man die Ergebnisse des Plattenkondensator-Modells mit den Zahlen des Zylinderkondensator-Modells für normale Werte $R_{1,cyl}$ und $R_{2,cyl}$ von Leistungstransformatoren, so stellt man fest, daß der Unterschied zwischen den beiden Modellen sehr gering ist. Aus diesem Grund kann in den meisten Fällen das einfachere Modell eines Plattenkondensators verwendet werden.

4.2.3 Analytisches Modell für orthogonale Wicklungen

Bei den drei verbleibenden Ansätzen werden die Runddrähte nicht durch rechteckige Leiter ersetzt, sondern der Verlauf der elektrischen Feldlinien zwischen den Lagen durch Geradenstücke approximiert. Dabei wird der Bereich zwischen den Leitern in Basiszellen unterteilt (vgl. Abb. 4.5). Das Gebiet innerhalb einer Basiszelle kennzeichnet den Bereich, in welchem elektrische Feldlinien, ausgehend von einem Rundleiter der oberen Ebene zu einem einzigen Rundleiter in der darunterliegenden Ebene, verlaufen. Dies ist in Abbildung 4.5(a) für eine orthogonale Wicklung dargestellt, wobei eine Basiszelle im betrachteten Fall den Bereich $\varphi = 0..180$ abdeckt.

Die Basiszelle wird einfach entlang der Lage(n) für jeden Leiter wiederholt, d.h. um die Lagenkapazität zu berechnen, wird die parasitäre Kapazität einer Basiszelle einfach mit der Anzahl der Leiter pro Ebene z multipliziert.

Aufgrund der guten elektrischen Leitfähigkeit der Rundleiter hat das elektrische Feld keine tangentiale Komponente an der Oberfläche der Leiter und die Feldlinien stehen somit senkrecht auf den Leitern. We-



Abbildung 4.5: Basiszelle einer orthogonalen Wicklung und approximierter Verlauf der Feldlinie.

gen der geringen Dicke der Isolation verläuft die Feldlinie von der Leiteroberfläche bis zum Rand der Isolation näherungsweise entlang einer Geraden [69]. Am Rand der Isolation wird angenommen, daß die Feldlinie in Richtung der darauffolgenden Lage abknickt und entlang einer zweiten Gerade zur nächsten Lage verläuft. Diese zweite Gerade schneidet die Symmetrielinie der beiden Lagen (gestrichelte Linie in Abb. 4.5) senkrecht und der Verlauf der Feldlinie zwischen dieser Symmetrielinie und dem zweiten Leiter ist ebenfalls symmetrisch bezüglich der Symmetrielinie. Diese Näherung wird für alle Winkel φ von 0 bis 180 verwendet, d.h. alle angenäherten Feldlinien innerhalb einer Basiszelle verlaufen von einem Leiter zu dem direkt darunterliegenden Leiter.

Zur Validierung des approximierten Verlaufes der Feldlinien sind in Abbildung 4.6(a) die Feldlinien dargestellt, welche aus einer finite Elemente Simulation resultieren. Der approximierte Verlauf der Feldlinien korrespondiert vor allem im Bereich $\varphi \approx 90$ sehr gut mit den simulierten Feldlinien. In diesem Bereich ist auch die elektrische Feldstärke/Energiedichte und damit die parasitäre Kapazität am größten. An den Rändern der Basiszelle ($\varphi \rightarrow 0$ und $\varphi \rightarrow 180$) weicht der approximierte Verlauf der Feldlinien am stärksten vom simulierten Verlauf ab. Dort ist allerdings auch die elektrische Feldstärke relativ gering und damit der Einfluß auf die parasitäre Kapazität einer Basiszelle. Insgesamt resultiert mit der vorgestellten Approximation der Feldlinien eine relativ gute Näherung der parasitären Kapazität einer Basiszelle.



Abbildung 4.6: (a) Verlauf der Feldlinien und (b) Verteilung der elektrischen Feldstärke zwischen zwei Lagen einer orthogonalen Wicklung basierend auf einer Finite Elemente Simulation.

Mit dem approximierten Verlauf der Feldlinie kann im nächsten Schritt die Verteilung der elektrischen Feldstärke in einer Basiszelle berechnet werden. Dafür wird neben der relativen Dielektrizitätskonstante der Drahtisolation und der eventuell vorhandenen Isolationslage auch die Spannung zwischen den beiden Drähten benötigt, welche durch die Lagenspannung gegeben ist. Aus der Verteilung der Feldstärke kann die elektrische Energie, welche zwischen den beiden betrachteten Drähten gespeichert ist, berechnet werden. Diese elektrische Energie muß gleich der Energie sein, welche in der äquivalenten statischen Kapazität gespeichert ist, wenn die Spannung an dieser gleich der Lagenspannung ist. Damit kann die Kapazität einer Basiszelle berechnet werden. Multipliziert man diese mit der Anzahl der Windungen pro Lage z, so erhält man die statische Lagenkapazität der betrachteten zwei orthogonalen Lagen. Eine detaillierte Beschreibung der Berechnung und eine numerische Vereinfachung der Kapazitätsberechnung ist in [69] zu finden.

$$C_{0,ortho} = \frac{\varepsilon_0 \cdot z \cdot l_{w,m}}{1 - \frac{\delta}{\varepsilon_D \cdot r_0}} \cdot \left[V + \frac{1}{8 \cdot \varepsilon_D} \cdot \left(\frac{2 \cdot \delta}{r_0}\right)^2 \cdot \frac{Z}{1 - \frac{\delta}{\varepsilon_D \cdot r_0}} \right] \quad (4.7)$$

mit

$$V = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta + 1}{\beta - 1}}\right) - \frac{\pi}{4}$$
$$Z = \frac{\beta \left(\beta^2 - 2\right)}{\left(\beta^2 - 1\right)^3/2} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta + 1}{\beta - 1}}\right) - \frac{\beta}{2\left(\beta^2 - 1\right)} - \frac{\pi}{4}$$
$$\alpha = 1 - \frac{\delta}{\varepsilon_D r_0} \quad ; \qquad \beta = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{h}{2 \cdot \varepsilon_F \cdot r_0}\right)$$

4.2.4 Analytisches Modell für orthozyklische Wicklungen

Für orthozyklische Wicklungen gibt es einen vergleichbaren Ansatz für die Approximation der Feldlinien wie für orthogonale Wicklungen [69]. Die Basiszellen orthozyklischer Wicklungen sind dreiecksförmig (A-B-D), wie in Abbildung 4.7 dargestellt. Dort ist auch der Verlauf einer
approximierten Feldlinie abgebildet. Im Bereich der Isolation der einzelnen Drähte wird wieder angenommen, daß die Feldlinien entlang von Geraden verlaufen, welche senkrecht auf Leitern stehen. Wegen der angenommenen geringen Dicke der Isolation und da sich die Feldlinien des oberen Drahtes (ein 60° Winkel im Dreieck A-B-D) auf die beiden Leiter der unteren Lage "aufteilen" (zwei 60° Winkel im Dreieck), wird angenommen, daß die Feldlinien näherungsweise auch auf der Isolation des oberen Drahtes senkrecht stehen. Folglich knickt die Feldlinie erst an der Grenze Luft/Isolation des unteren Leiters in Richtung des unteren Leiters ab.

Dieser angenommene Verlauf korrespondiert sehr gut mit den simulierten Verläufen, wie man Abbildung 4.8 entnehmen kann. Dies stimmt vor allem für die Bereiche hoher elektrischer Feldstärke (nahe der Verbindungslinien der Drahtmittelpunkte), welche den Wert der parasitären Kapazität einer Basiszelle maßgeblich bestimmen.

Zur Berechnung der statischen Lagenkapazität wird mit dem approximierten Verlauf der Feldlinie die in einer Basiszelle gespeicherte elektrische Energie berechnet, wie dies schon im vorangegangenen Abschnitt getan wurde. Um die gesamte Energie zu erhalten, welche zwischen einer Windung der oberen Lage und den beiden angrenzenden Windungen der darunterliegenden Lage gespeichert ist, muß man zu der Energie der Basiszelle A-B-D noch die in den Dreiecken A-D-E und B-C-D gespeicherte Energie addieren. Da die beiden Dreiecke A-D-E und B-C-D jeweils die Hälfte der beiden an die Zelle A-B-D angrenzende Basiszelle darstellen, kann man die Addition der Energien einfach durch eine Multiplikation der in einer Basiszelle gespeicherten Energie mit dem Faktor zwei ersetzen.

Die gesamte Lagenkapazität $C_{0,cyclic}$ erhält man wiederum durch



Abbildung 4.7: Aufbau einer Basiszelle und approximierter Verlauf der Feldlinien für orthozyklische Wicklungen.

einen Vergleich der gespeicherten Energien, wie dies bereits im vorangegangen Abschnitt erläutert wurde. Das Ergebnis der Rechnung ist

$$C_{0,cyclic} = 4 \cdot \varepsilon_0 \cdot z \cdot l_{w,m} \cdot \left[M_L + \frac{4 \cdot \delta \cdot r_0 - 2 \cdot \delta^2}{\varepsilon_D \cdot (2 \cdot r_0)^2} \cdot M_D \right]$$
(4.8)

mit

$$M_{L} = \int_{0}^{\pi/6} \frac{\cos^{2}\psi - \cos\psi \cdot \sqrt{\cos^{2}\psi - \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}}{2\left[\cos\psi - \left(1 - \frac{\delta}{2\varepsilon_{D}r_{0}}\right)\left(\sqrt{\cos^{2}\psi - \frac{3}{4}} + \frac{1}{2}\right)\right]^{2}}d\psi$$
$$M_{D} = \int_{0}^{\pi/6} \frac{\sin^{2}\psi + \cos\psi \cdot \sqrt{\cos^{2}\psi - \frac{3}{4}}}{2\left[\cos\psi - \left(1 - \frac{\delta}{2\varepsilon_{D}r_{0}}\right)\left(\sqrt{\cos^{2}\psi - \frac{3}{4}} + \frac{1}{2}\right)\right]^{2}}d\psi$$

Bemerkung: Um eine bessere Übereinstimmung zwischen den analytischen und den Meßergebnissen zu erhalten, haben die Autoren von [79] eine empirische Gleichung zur Berechnung der relativen Dielektrizitätskonstante in Gleichung (4.8) eingeführt.

$$\varepsilon_D = 2.5 + \frac{0.7}{\sqrt{2 \cdot r_i/mm}} \tag{4.9}$$

Mit dieser empirischen Funktion variiert ϵ_D von 2.95 für einen Drahtradius von $r_i = 1.25$ mm bis 6 für einen Drahtradius von $r_i = 0.02$ mm.



Abbildung 4.8: (a) Verlauf der Feldlinien und (b) Verteilung der elektrischen Feldstärke zwischen zwei Lagen einer orthozyklischen Wicklung basierend auf einer Finite Elemente Simulation.

4.2.5 Zweites analytisches Modell für orthozyklische Wicklungen

Im Artikel [70] wird ein weiteres Verfahren zur Berechnung der parasitären Lagenkapazität von orthozyklischen Wicklungen vorgeschlagen. Dieser Ansatz ist sehr ähnlich zu dem Ansatz im vorangegangen Abschnitt. Nur der angenommene Verlauf der elektrischen Feldlinien, und die Form der Basiszelle sind verschieden, wie man Abbildung 4.9 entnehmen kann. Die Basiszelle hat hier die Gestalt eines Rhombus (z.B. A-B-C-D).



Abbildung 4.9: Aufbau einer Basiszelle und approximierter Verlauf der Feldlinien für orthozyklische Wicklungen nach dem zweiten Ansatz.

Um die gesamte Energie zu berechnen, welche zwischen einer Windung der oberen Lage und den beiden angrenzenden Windungen der darunterliegenden Lage gespeichert ist, muß man das Gebiet der beiden Rhomben A-B-C-D und B-F-E-C betrachten. Die Fläche dieser beiden Rhomben ist etwas kleiner als die vergleichbare Fläche (Basiszelle + zwei Dreiecke - A-B-C-E in Abb. 4.8) des ersten Ansatzes für orthozyklische Wicklungen. Weiterhin wird der Verlauf der Feldlinien in der Luft zwischen den Drahtisolationen durch eine Gerade angenähert, welche parallel zu der Verbindungslinie der dazugehörigen Drahtmittelpunkte ist. Dies führt zu geringfügigen Differenzen zwischen den numerischen Ergebnissen der Gleichungen (4.8) und (4.10).

$$C_{0,cyclic\,II} = z \,\varepsilon_0 \, l_{w,m} \frac{4\varepsilon_r tan^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{3}-1\right) \left(2\varepsilon_r + \ln \frac{r_0}{r_i}\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right) \sqrt{\ln \frac{r_0}{r_i} \left(2\varepsilon_r + \ln \frac{r_0}{r_i}\right)}} \right]}{\sqrt{2\varepsilon_r \ln \frac{r_0}{r_i} + \left(\ln \frac{r_0}{r_i}\right)^2}}$$
(4.10)

4.2.6 Vergleich der Modelle für die Lagenkapazität

In der Tabelle 4.1 sind die numerischen Ergebnisse der verschiedenen Modelle für eine beispielhafte orthogonale und eine orthozyklische Wicklung gegeben. Neben den vorgestellten Modellen ist auch der Kapazitätswert angegeben, welchen man einfach mit der Gleichung des Plattenkondensators mit Plattenabstand= $2\delta + h$ erhält. In der Tabelle ist auch das dazugehörige Ergebnis einer finite Elemente Simulation aufgelistet.

Die relativ aufwendigen Ansätze, welche den Verlauf der Feldlinien approximieren, liefern sowohl für orthogonale als auch für orthozyklische Wicklungen gute Ergebnisse. Eine Vereinfachung des realen Aufbaus zu einem Platten- oder Zylinderkondensator führt bei der Berechnung der Wicklungskapazität jedoch zu relativ großen Fehlern. Dies trifft vor allem zu, wenn man anstatt mit dem effektiven Plattenabstand einfach die Isolationsdicke als Abstand der Kondensatorplatten wählt.

Bemerkung: Eine zu genaue Modellierung des Verlaufes der Feldlinien bzw. der statischen Lagenkapazität ist nicht zweckmäßig, da die geometrischen Toleranzen und die nicht exakt bekannte Lage der einzelnen Drähte das Ergebnis relativ stark beeinflussen.

4.2.7 Wicklungen aus Litze anstatt von Runddrähten

Für die Berechnung der statischen Lagenkapazität C_0 wird der äußere Durchmesser $2r_0$ und der nominale Durchmesser d_i der Drähte benötigt. Um obige Berechnungen auch auf Transformatoren und Induktivitäten, deren Wicklungen aus Litze bestehen, anwenden zu können, müssen die beiden Parameter r_0 und d_i - wie in [79] beschrieben - von der Spezifikation der verwendeten Litze abgeleitet werden. Dazu sind in Abbildung 4.10 die Geometrie einer Litze und der dazugehörige Runddraht dargestellt.

Der nominale Durchmesser d_i des Runddrahtes kann durch Subtraktion der Isolationsdicke des Litzenbündels und der Isolationsdicke einer einzelnen Litze vom Außendurchmesser des Litzenbündels berechnet werden.

$$r_i = r_0 - \delta = r_0 - \delta_{Twist} - \delta_{Wire} \tag{4.11}$$

Der Außendurchmesser d_0 des Litzenbündels kann dabei dem Daten-



Abbildung 4.10: Transformation einer Litze in einen Runddraht.

blatt entnommen werden oder mit folgendem auf der Litzengeometrie basierenden Zusammenhang, welcher in [79] vorgeschlagen wird, näherungsweise berechnet werden.

$$r_0 = \sqrt{\frac{4N_S}{\pi}} \cdot \frac{d_{W,0}}{2}$$
(4.12)

Orthogonale Wicklung			
FEA: $51.8 \mathrm{pF/m}$	Wert	Fehler	
Plattenkondensator (4.2)	$70.8 \mathrm{pF/m}$	36.7%	
Plattenkondensator (ohne d_{eff})	$106 \mathrm{pF/m}$	105%	
Zylinderkondensator (4.5)	$71 \mathrm{pF/m}$	37.1%	
Orthogonale Wick. (4.7)	$49.2 \mathrm{pF/m}$	-4.9%	
Orthozyklische Wicklung			
FEA: $136.5 pF/m$	Value	Error	
FEA: 136.5pF/m Plattenkondensator (4.2)	Value 168pF/m	Error 23.4 %	
FEA: 136.5pF/mPlattenkondensator (4.2)Plattenkondensator (ohne d_{eff})	Value 168pF/m 266pF/m	Error 23.4 % 95 %	
FEA: 136.5pF/mPlattenkondensator (4.2)Plattenkondensator (ohne d_{eff})Zylinderkondensator (4.5)	Value 168pF/m 266pF/m 168pF/m	Error 23.4 % 95 % 23.8 %	
FEA: 136.5pF/mPlattenkondensator (4.2)Plattenkondensator (ohne d_{eff})Zylinderkondensator (4.5)Orthozyklische Wick. (4.8)	Value 168pF/m 266pF/m 168pF/m 140pF/m	Error 23.4 % 95 % 23.8 % 2.8 %	
FEA: 136.5pF/mPlattenkondensator (4.2)Plattenkondensator (ohne d_{eff})Zylinderkondensator (4.5)Orthozyklische Wick. (4.8)Orthozyklische Wick. II (4.10)	Value 168pF/m 266pF/m 168pF/m 140pF/m 158pF/m	Error 23.4 % 95 % 23.8 % 2.8 % 16.8 %	

Tabelle 4.1: Numerische Ergebnisse für die verschiedenen Modelle der Lagenkapazität für einen Aufbau mit $l_{w,m} = 1m$; $\delta = 100 \mu m$; $r_0 = 0.5mm$; z = 1; h = 0.15mm; $\varepsilon_D = 3$; $\varepsilon_F = 3$.

Eine weitere Möglichkeit d_0 zu berechnen, ist die Gleichung (4.13). Diese wird in [74] vorgestellt und basiert auf der Interpolation von Datenblattangaben verschiedener Litzen.

$$r_0 = \frac{135 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \left(\frac{N_S}{3}\right)^{0.45} \cdot \left(\frac{d_{W,0} - 2\delta_{Wire}}{40 \cdot 10^{-6}}\right)^{0.85} - \delta_{Twist} \quad (4.13)$$

Die Genauigkeit der analytischen Berechnung der Lagenkapazität bzw. der äquivalenten Wicklungskapazität von Wicklungen aus Litze ist im allgemeinen begrenzt, da die Zugspannung während des Wickelns und die Form des Spulenkörpers die parasitäre Kapazität der Wicklung stark beeinflussen. Numerische Ergebnisse für die Lagenkapazität in Abhängigkeit von der Zugspannung und anderen Parametern sind in [79] zu finden.

4.3 Einfluß der Lagenverschaltung einer Wicklung

Bei der Berechnung der statischen Lagenkapazität wurde die Spannungsverteilung innerhalb einer Lage nicht berücksichtigt. Diese ist von der Verschaltung der Lagen abhängig (standard oder flyback - siehe Abb. 4.11 und 4.12). Je nach der verwendeten Wicklungsmethode ändert sich die äquivalente Lagenkapazität da die statische Lagenkapazität nicht gleichmäßig geladen wird, sondern die Ladungsverteilung von der Verteilung der Lagenspannung abhängt.

4.3.1 Standard-Wicklungsmethode (Zwei Lagen)

Bei der Standard-Wicklungsmethode (Abb. 4.11) sind auf einer Seite die beiden Lagen miteinander verbunden $(x = 0 \rightarrow V_{LL} = 0)$ und auf der anderen Seite $x = L_L$ ist die Spannung zwischen den Lagen gleich der doppelten Lagenspannung V_{Wdg}/N_{Layer} . Dabei wird angenommen, daß beide Lagen die gleiche Windungszahl z besitzen. Diese Spannungsverteilung resultiert in relativ hohen Feldstärken und dielektrischen Verlusten auf der nicht verbundenen Seite der Lage $(x = L_L)$.

Wenn man annimmt, daß alle Windungen einer Lage mit demselben magnetischen Fluß verkettet sind, ergibt sich eine näherungsweise lineare Verteilung der Spannung von einer Lage zur nächsten (siehe Abb. 4.11(b)). Der exakte Verlauf ist mehr stufenförmig, wobei bei einer größeren Anzahl von Windungen pro Lage die Stufen im Verhältnis zur gesamten Lagenspannung relativ klein sind.

$$V_{LL}(x) = \frac{2V_{Wdg}}{N_{Layer}} \frac{x}{L_L} = V_{LL} \frac{x}{L_L}$$
(4.14)

Bei dieser Annahme wird der Streufluß, welcher zwischen den einzelnen Windungen einer Lage fließt, vernachlässigt, da dieser bei gewöhnlichen Aufbauformen von Transformatoren im Verhältnis zum Hauptfluß relativ gering ist. Mit der angenommenen Verteilung der Lagenspannung $V_{LL}(x)$ kann die zwischen den Lagen gespeicherte elektrische Energie $W_{E,LL}$ berechnet werden, wobei für zwei Lagen $V_{Wdq} = V_{LL}$ gilt.

$$W_{E,LL} = \frac{C_0}{2 \cdot L_L} \cdot \int_0^{L_L} V_{LL}^2(x) \, \mathrm{d}x = \frac{2 \cdot C_0}{3} \left(\frac{V_{Wdg}}{N_{Layer}}\right)^2 =$$

$$= \frac{C_{Layer} \cdot V_{Wdg}^2}{2}$$
(4.15)

Setzt man diese Energie gleich der Energie, welche in der äquivalenten Lagenkapazität gespeichert wird, wenn diese auf die Spannung V_{Wdg} aufgeladen ist, so ergibt sich für die äquivalente Lagenkapazität C_{Layer}

$$C_{Layer} = \frac{C_0}{3}.\tag{4.16}$$



Abbildung 4.11: Lagenspannung für eine Wicklung mit Standard-Wicklungsmethode.

4.3.2 Flyback-Wicklungsmethode (Zwei Lagen)

Bei der Flyback-Wicklungsmethode werden alle Lagen in die gleiche Richtung gewickelt und die Spannung zwischen den zwei Lagen ist konstant gleich der Lagenspannung V_{Wdg}/N_{Layer} (siehe Abb. 4.12). Aus diesem Grunde ist die elektrische Feldstärke und damit die Belastung des Dielektrikums gleichmäßig über die Lage verteilt und die dielektrischen Verluste sind geringer im Vergleich zur Standard-Wicklungsmethode.

Ein Nachteil der Flyback-Wicklungsmethode ist, daß am Ende einer Lage der Wicklungsdraht zum Beginn der Lage zurückgeführt werden muß. Dabei kreuzt dieser alle Windungen der beiden benachbarten Lagen. Dies führt zu einer größeren Länge der Wicklung und zu einer schwer berechenbaren Verkleinerung der Lagenkapazität, da die beiden Lagen nicht am gesamten Umfang direkt aufeinander liegen. Dieses Problem kann durch spezielle Anordnung des Verbindungsdrahtes der beiden Lagen (z.B. außerhalb der Wicklung) vermieden werden, was jedoch in einem relativ komplexen Wicklungsaufbau resultiert.

Bei der Berechnung der Spannungsverteilung entlang einer Lage wird wiederum angenommen, daß alle Windungen mit demselben Fluß verkettet sind.

$$V_{LL}(x) = \frac{V_{Wdg}}{N_{Layer}} \tag{4.17}$$

Durch Gleichsetzen der zwischen den Lagen gespeicherten Energie $W_{E,LL}$ (hier gilt wieder $V_{Wdg} = V_{LL}$) und der im äquivalenten Kondensator gespeicherten Energie

$$W_{E,LL} = \frac{C_0}{2L_L} \int_0^{L_L} V_{LL}^2(x) \, \mathrm{d}x = \frac{C_0}{2} \left(\frac{V_{Wdg}}{N_{Layer}}\right)^2 =$$

$$= \frac{C_{Layer} V_{Wdg}^2}{2}$$
(4.18)

erhält man für die äquivalente Lagenkapazität C_{Layer}

$$C_{Layer} = \frac{C_0}{4}.\tag{4.19}$$



Abbildung 4.12: Lagenspannung für eine Wicklung mit Flyback-Wicklungsmethode.



Abbildung 4.13: Definition der Spannung an zwei beliebigen Lagen.

4.3.3 Allgemeiner Ansatz zum Berechnen der äquivalenten Lagenkapazität von zwei Lagen

In den beiden vorangegangenen Abschnitten wurde die Spannungsverteilung zwischen zwei Lagen und damit die äquivalente Kapazität getrennt für Wicklungen nach der Standard- und der Flyback-Wicklungsmethode berechnet. Im folgenden wird ein mehr allgemeiner Ansatz für beliebige Wicklungsmethoden erläutert, welcher von vielen Autoren (z.B. [68]) verwendet wird. Die Spannung zwischen den zwei Lagen kann unabhängig von der verwendeten Wicklungsmethode entweder mit V_1 , V_2 und V_3 oder mit V_3 und V_4 berechnet werden.

$$V_{LL}(x) = V_3 + (V_2 - V_1) \ t \frac{x}{L_L} = V_3 + (V_4 - V_3) \ \frac{x}{L_L}$$
(4.20)

Mit der Lagenspannung wird wiederum die gespeicherte elektrische Energie berechnet und gleich der Energie im äquivalenten Kondensator gesetzt. Daraus folgt die Gleichung (4.21), mit welcher die äquivalente Lagenkapazität berechnet werden kann.

$$C_{Layer} = \frac{C_0}{3} \frac{\left(V_3^2 + V_3 V_4 + V_4^2\right)}{V_{LL}^2} =$$

$$= \frac{C_0}{3} \left(\left(V_2 - V_1\right)^2 + 3V_3 \left(V_2 - V_1\right) + 3V_3^2\right)$$
(4.21)

Werden die Lagen entweder mit der Standard- oder mit der Flyback-Wicklungsmethode verbunden, so liefert der allgemeine Ansatz die gleichen Ergebnisse, wie in den beiden vorangegangenen Abschnitten berechnet.

4.3.4 Mehrlagige Wicklungen

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Berechnung der äquivalenten Lagenkapazität für verschiedene Wicklungsmethoden beschrieben. Mit den dort hergeleiteten Gleichungen wird nun im folgenden die äquivalente Kapazität von mehrlagigen Wicklungen, welche mit der Standard- oder mit der Flyback-Wicklungsmethode (siehe Abb. 4.14) realisiert sein können, beschrieben.

Die äquivalente Kapazität der gesamten Wicklung wird wiederum durch Gleichsetzen der Energie, welche in den Lagenkapazitäten gespeichert wird, und der Energie, welche im äquivalenten Kondensator gespeichert wird, berechnet.

$$W_{E,Wdg} = \frac{C_{Wdg} V_{Wdg}^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{N_{Layer}-1} C_{Layer,\nu} \left(\frac{2 V_{Wdg}}{N_{Layer}}\right)^2$$

$$\implies C_{Wdg} = \sum_{\nu=1}^{N_{Layer}-1} C_{Layer,\nu} \left(\frac{2}{N_{Layer}}\right)^2$$

$$(4.22)$$

Im Falle, daß alle Lagenkapazitäten $C_{Layer,\nu}$ den gleichen Wert haben, kann obige Gleichung zu der bekannten Gleichung

$$C_{Wdg} = 4 \frac{N_{Layer} - 1}{N_{Layer}^2} C_{Layer}$$
(4.23)

vereinfacht werden.

In Gleichung (4.22) wird die äquivalente Wicklungskapazität C_{Wdg} durch Gleichsetzen von gespeicherten Energien berechnet. Die äquivalente Kapazität kann auch durch Transformation der Impedanzen über das Wicklungsverhältnis berechnet werden. Dabei wird die äquivalente Lagenkapazität $C_{i,i+1}$ durch Multiplikation mit dem Quadrat des Windungsverhältnisses in eine Kapazität $C'_{i,i+1}$, welche an die beiden Anschlüsse der Wicklung angeschlossen ist, transformiert.

$$C'_{i,i+1} = \frac{\left(N_{L,i} + N_{L,i+1}\right)^2}{\left(\sum_{k=1}^{N_{Layer}} N_{L,k}\right)^2} \cdot C_{i,i+1} \implies C_{Wdg} = \sum_{i=1}^{N_{Layer}-1} C'_{i,i+1} \quad (4.24)$$

Die an die Wicklungsenden transformierten äquivalenten Kapazitäten der verschiedenen Lagen sind parallel geschaltet und können zur äquivalenten Wicklungskapazität C_{Wdg} aufaddiert werden, welche ebenfalls parallel zur Wicklung ist.



Abbildung 4.14: Mehrlagige Wicklung mit (a) Standard-Wicklungsmethode oder (b) Flyback-Wicklungsmethode $(N_{Layer} = 4)$.

4.3.5 Nicht vollständig bewickelte Lagen

Bis jetzt wurden nur Lagen betrachtet, welche alle die gleiche Windungszahl z haben. Im folgenden wird eine Wicklung mit $N_{Layer} - 1$ Lagen mit z Windungen und mit der letzten Lagen mit k < z Windungen betrachtet, wie dies in Abbildung 4.15 dargestellt ist (vgl. [79]).

Die Lagenkapazität der kompletten Lagen kann, wie in den vorangegangen Abschnitten beschrieben, berechnet werden. Die äquivalente Kapazität der nicht vollständigen Lagen kann linear mit der Windungszahl skaliert werden, wie in folgender Gleichung gezeigt.

$$C_{Layer,N} = C_{Layer} \cdot \frac{k}{z}$$
 with $N = N_{Layer} - 1$ (4.25)

Die äquivalente Wicklungskapazität C_{Wdg} kann wiederum durch Transformation aller Lagenkapazitäten mittels des Windungsverhältnisses an die Anschlüsse der Wicklung berechnet werden.

$$C_{Wdg} = \frac{C_{Layer,N} \cdot 2k^2 + \sum_{\nu=0}^{N_{Layer}-2} C_{Layer,\nu} \cdot 2z^2}{\left(\left(N_{Layer}-1\right)z+k\right)^2}$$
(4.26)

Im Falle, daß alle Lagenkapazitäten $C_{Layer,\nu}$ den gleichen Kapazitätswert besitzen, kann die obige Gleichung zu

$$C_{Wdg} = \frac{4 \cdot C_{Layer} \cdot (N_{Layer} - 1) \cdot (z^2 + k^2)}{((N_{Layer} - 1) \cdot z + k)^2}$$
(4.27)

vereinfacht werden.



Abbildung 4.15: Wicklung mit einer nicht vollständigen Lage.



Abbildung 4.16: Ersatzschaltbild zweier unabhängiger Lagen bzw. Wicklungen.

4.4 Allgemeines Modell zweier Lagen

Im vorangegangenen Abschnitt 4.3 wurde eine Ersatzschaltung für zwei oder mehr Lagen einer Wicklung berechnet, wohingegen in diesem Abschnitt ein Kapazitätsmodell für zwei benachbarte Lagen beliebiger Wicklungen ermittelt wird. Dieses Modell kann zum Berechnen der äquivalenten Kapazität zweier Lagen von verschiedenen Wicklungen zum Beispiel der Primär- und der Sekundärwicklung oder verschachtelter Wicklungen verwendet werden.

4.4.1 Kapazitätsmodell mit 6 Kondensatoren

Wie die Autoren von [72] gezeigt haben, kann der Einfluß von parasitären Kapazitäten auf das Verhalten eines Transformators durch ein Dreitor (Primär- und Sekundärspannung sowie die Offsetspannung zwischen den Wicklungen) modelliert werden. Im betrachteten Fall bestehe der Transformator aus den benachbarten Lagen der unterschiedlichen Wicklungen. Im linearen Arbeitsbereich und im Falle, daß der Effekt der Wellenausbreitung vernachlässigt werden kann, können die parasitären Kapazitäten des Dreitors mittels 6 unabhängiger Kapazitäten, wie in Abbildung 4.16 dargestellt ist, modelliert werden, da es insgesamt 6 Freiheitsgrade gibt: jeweils Betrag und Vorzeichen/Richtung der Spannungen V_1 , V_2 , und V_3 .

Die Kapazitätswerte der 6 Kondensatoren in Abbildung 4.16 werden wieder mittels eines Vergleichs der gespeicherten Energie berechnet. Zuerst wird mit Hilfe der Lagenspannung (siehe Gl. (4.20) / Abb. 4.13) die Energie $W_{E,LL}$ berechnet, welche zwischen den beiden Lagen gespeichert ist. Diese Energie ist eine Funktion der drei Spannungen V_1, V_2 und V_3 .

$$W_{E,LL} = \frac{C_0}{6} \left(\left(V_2 - V_1 \right)^2 + 3V_3 \left(V_2 - V_1 \right) + 3V_3^2 \right)$$
(4.28)

Im zweiten Schritt wird die elektrische Energie $W_{E,6C}$ berechnet, welche in den 6 Kondensatoren der Abbildung 4.16 gespeichert ist. Diese ist ebenfalls eine Funktion der Spannungen V_1 , V_2 und V_3 .

$$W_{E,6C} = \frac{1}{2} \cdot \left(C_1 \cdot V_1^2 + C_2 \cdot V_2^2 + C_3 \cdot V_3^2 + C_4 \cdot \left(V_2 + V_3 - V_1 \right)^2 + C_5 \cdot \left(V_2 + V_3 \right)^2 + C_6 \cdot \left(V_3 - V_1 \right)^2 \right)$$

$$(4.29)$$

Setzt man die beiden Energien $W_{E,LL}$ und $W_{E,6C}$ gleich und vergleicht die Koeffizienten der Spannungsterme V_1^2 , V_2^2 , V_3^2 , $V_1 \cdot V_2$, $V_1 \cdot V_3$ und $V_2 \cdot V_3$, so erhält man die Kapazitätswerte der 6 Kondensatoren als Funktion der statischen Lagenkapazität.

$$W_{E,LL} = W_{E,6C} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = C_2 = -\frac{C_0}{6} \\ C_3 = C_4 = \frac{C_0}{3} \\ C_5 = C_6 = \frac{C_0}{6} \end{cases}$$
(4.30)

Die Werte der 6 Kondensatoren können auch anhand von drei unabhängigen Messungen, wie in [72] und [73] beschrieben, ermittelt werden. Dort wird zu Beginn angenommen, daß das Dreitor symmetrisch ist und somit $C_1 = C_2, C_3 = C_4$ und $C_5 = C_6$ gilt.

4.4.2 Kapazitätsmodell mehrlagiger Transformatoren

Mit der Ersatzschaltung für Lagen von verschiedenen Wicklungen ist es nun möglich, die vollständige Wicklungsstruktur beliebiger Transformatoren zu modellieren. Jedes Paar benachbarter Lagen wird mittels einer Ersatzschaltung, bestehend aus 6 Kondensatoren, modelliert (Abb. 4.16) [75]. Daraus resultiert ein relativ komplexes Modell für die parasitären Kapazitäten im Fall, daß die Anzahl der Lagen größer als 2 ist. Dieses kann jedoch immer zu einer Ersatzschaltung, bestehend aus nur 6 Kondensatoren, vereinfacht werden, wie im folgenden anhand des beispielhaften Aufbaus in Abbildung 4.17 gezeigt wird.

Die Primärwicklung des betrachteten Transformators besteht aus drei Lagen (hellgrau, $P_1 - P_3$ in Abb. 4.17), welche mit der aus einer Lage bestehenden Sekundärwicklung (dunkelgrau, S_1 in Abb. 4.17) verschachtelt ist. Zuerst wird für jedes Paar benachbarter Lagen ein Ersatzschaltbild, bestehend aus 6 Kondensatoren (vgl. Abb. 4.16), berechnet, wie dies in Abbildung 4.18 dargestellt ist. Dort sind zu jeder inneren Lage entsprechend den Basiszellen auf beiden Seiten der inneren Lage jeweils zwei Kondensatoren parallel geschaltet - z.B. C_{2a} und C_{1b} zu der Sekundärlage S_1 . Der Wert der statischen Lagenkapazität kann dabei für jedes Lagenpaar unterschiedliche Werte annehmen.

Die Lagen P_2 und P_3 der Primärwicklung sind nicht mit der Sekundärwicklung verschachtelt und sind am unteren Ende nach der Standard-Wicklungsmethode direkt verbunden. Aus diesem Grunde kann die parasitäre Kapazität zwischen diesen beiden Lagen auch einfach mit einem Kondensator $C_{P2,P3}$ anstatt mit den 6 Kondensatoren $C_{1c} - C_{6c}$ modelliert werden, wie in Abbildung 4.18 im grau unterlegten Bereich dargestellt ist. Die Berechnung dieses einen Ersatzkondensators wurde in Abschnitt 4.3 erläutert.

Allgemein gilt, daß die Ersatzkapazität zweier benachbarter Lagen,



Abbildung 4.17: Transformator mit verschachtelter Primär- und Sekundärwicklung.

welche zu derselben Wicklung gehören, je nach Wicklungsmethode direkt mit $C_{Layer} = C_0/3$ oder $C_{Layer} = C_0/4$ berechnet werden können, anstatt das allgemeine Netzwerk, bestehend aus 6 Kondensatoren, zu verwenden. Nur zwei benachbarte Lagen, welche nicht zu derselben Wicklung gehören, müssen mittels eines Ersatznetzwerkes aus 6 Kondensatoren beschrieben werden.

Im zweiten Schritt werden die äquivalenten Kondensatoren mittels des Verhältnisses der Windungszahl an die Wicklungsenden (A, B, C und D in Abb. 4.17 und 4.18) transformiert (vgl. Gl. (4.24)). Damit resultiert für den Kondensator $C_{P2,P3}$ im betrachteten Beispiel

$$C_{P2,P3} = \frac{C_{0c}}{3} \implies C'_{P2,P3} = C_{AB} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{C_{0c}}{3}.$$
 (4.31)

Weiterhin können auch die Ersatznetzwerke, bestehend aus 6 Kondensatoren, an die Enden der Wicklungen transformiert werden. Dazu müssen zuerst die Spannungen über den 6 Kondensatoren als Funktion der Primär- V_1 und der Sekundärspannung V_2 ermittelt werden.

$$V_{C_1} = (a - b) \cdot V_1 \qquad V_{C_2} = (c - d) \cdot V_2$$

$$V_{C_3} = -b \cdot V_1 + d \cdot V_2 + V_3 \qquad V_{C_4} = -a \cdot V_1 + c \cdot V_2 + V_3 \qquad (4.32)$$

$$V_{C_5} = -b \cdot V_1 + c \cdot V_2 + V_3 \qquad V_{C_6} = -a \cdot V_1 + d \cdot V_2 + V_3$$

Anschließend wird die elektrische Energie $W_{E,6C_org}$, welche in den 6 ursprünglichen Kondensatoren (siehe Abb. 4.19) gespeichert ist, als Funktion der Spannungen V_1 und V_2 berechnet.



Abbildung 4.18: Allgemeines Ersatzschaltbild für den Transformator in Abbildung 4.17.

$$W_{E,6C_org} = \frac{C_0}{12} \left[-V_{C_1}^2 - V_{C_2}^2 + 2V_{C_3}^2 + 2V_{C_4}^2 + V_{C5}^2 + V_{C6}^2 \right] \quad (4.33)$$

Diese Energie wird gleich der Energie $W_{E,6C}$, welche in den 6 an die Wicklungsenden transformierten Kondensatoren gespeichert ist (vgl. Gl. (4.29)), gesetzt. Durch Vergleich der Koeffizienten der Spannungsterme $V_1^2, V_2^2, V_3^2, V_1 \cdot V_2, V_1 \cdot V_3$ und $V_2 \cdot V_3$ ergeben sich die Kapazitätswerte



Abbildung 4.19: Transformation eines Ersatznetzwerkes aus 6 Kondensatoren an die Wicklungsenden.



Abbildung 4.20: Resultierendes Ersatznetzwerk der parasitären Kapazitäten für den Transformator nach Abbildung 4.17.

der transformierten Kondensatoren als Funktion der Verhältnisse a, b, c und d.

$$W_{E,6C_org} = W_{E,6C} \Rightarrow$$

$$C_{1} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (2a^{2} + 2ab + 2b^{2} - 3a - 3b)$$

$$C_{2} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (2c^{2} - 3c - 3d + 2d^{2} + 2cd)$$

$$C_{3} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (-3a + 2ac + ad - 3b + 2bd + bc - 3c - 3d + 6) \quad (4.34)$$

$$C_{4} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (2ac + ad + 2bd + bc)$$

$$C_{5} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (-2ac - ad - 2bd - bc + 3c + 3d)$$

$$C_{6} = \frac{C_{0}}{6} \cdot (3a - 2ac - ad + 3b - 2bd - bc)$$

Alle transformierten Ersatznetzwerke aus 6 Kondensatoren sind parallel geschaltet. Dies trifft auch auf die transformierten äquivalenten Lagenkapazitäten der Wicklung 1, welche parallel zu C_1 in Abbildung 4.16 sind, und alle transformierten äquivalenten Lagenkapazitäten der Wicklung 2, welche parallel zu C_2 sind, zu. Faßt man alle parallelen Kondensatoren zu einem zusammen, so resultiert wiederum ein Ersatznetzwerk, bestehend aus 6 Kondensatoren, als Modell für alle betrachteten parasitären Kapazitäten. Für das betrachtete Beispiel ist das Ergebnis der geschilderten Berechnung in Abbildung 4.20 dargestellt, wo angenommen wurde, daß alle statischen Lagenkapazitäten ($C_{0a} = C_{0b} = C_{0c}$) den gleichen Wert haben.

4.5 Verifikation der Modelle an 4 Hochspannungstransformatoren

In Tabelle 4.2 sind die numerischen Ergebnisse aufgelistet, welche man mit den verschiedenen Ansätzen für einen Wicklungsaufbau für die zwei möglichen Wicklungsmethoden (Standard oder Flyback) erhält. Neben den Ergebnissen für die rein analytischen Modelle sind auch noch die numerischen Werte für die zwei empirischen Ansätze (Gl. (4.4) und (4.9)) aufgelistet. Den größten Wert erhält man für orthozyklische Wicklungen, da der Abstand zwischen den Drähten am geringsten ist, und somit relativ hohe elektrische Feldstärken zwischen den Drähten auftreten. Auch die beiden empirischen Ansätze liefern in diesem Fall Kapazitätswerte, welche nahe dem Ergebnis des orthozyklischen Modells sind. Am unteren Ende des Intervalls der Ergebniswerte findet man die Resultate für das Modell der orthogonalen Wicklungen und des Platten- bzw. Zylinderkondensators, da die dort angenommenen Abstände zwischen den Lagen relativ groß sind.

In Tabelle 4.3 sind die gemessenen und die berechneten Werte für die parasitäre Kapazität von vier verschiedenen Hochspannungstransformatoren gegeben. Die Meßwerte, welche mittels eines Impedanz Analysers HP4294A der Firma Agilent gemessen wurden, stimmen gut mit den berechneten Werten überein, solange die Dicke der Isolation im Verhältnis zum Drahtdurchmesser gering ist (HVT-1: $\delta/r_0 \approx 11$ und HVT-2: $\delta/r_0 \approx 10$). Die Streuung der berechneten Werte ergibt sich aus den mechanischen Toleranzen des Wicklungsaufbaus, wobei der fett gedruckte Wert aus den Sollwerten der Größen resultiert.

Bei Transformatoren, deren Isolation im Verhältnis zum Drahtdurchmesser relativ dick ist (HVT-3: $\delta/r_0 \approx 50$ und HVT-4: $\delta/r_0 \approx 20$), ist der Fehler bei der Berechnung der äquivalenten Kapazität relativ groß,

	Wicklungsmethode	
C_{Layer}	Standard	Flyback
Plattenkondensator (4.2)	140pF	$105 \mathrm{pF}$
Zylinderkondensator (4.5)	140pF	$105 \mathrm{pF}$
Orthogonal (4.7)	133pF	$99 \mathrm{pF}$
Orthozyklisch (4.8)	$236 \mathrm{pF}$	$171 \mathrm{pF}$
Orthozyklisch II (4.10)	$246 \mathrm{pF}$	$185 \mathrm{pF}$
Empirisch (Platte) (4.4)	187pF	140pF
Empirisch (Zylin.) $(4.8) + (4.9)$	209pF	$156 \mathrm{pF}$

Tabelle 4.2: Vergleich der verschiedenen Modelle für die Lagenkapazität für eine Wicklung mit $R_{L1} = 15mm; \ l_{w,m} = 1m; \ \delta = 30\mu m; \ r_0 = 0.75mm; z = 30; \ h = 0mm; \ \varepsilon_D = 2.5; \ \varepsilon_F = 2.5$

da dort die elektrischen Feldlinien nicht nur von einer Lage zur nächsten verlaufen, sondern auch durch die wegen der dicken Isolation relativ großen Flächen zwischen den Drähten hindurch zur übernächsten Lage. Folglich müssen bei der Berechnung der äquivalenten Kapazität einer Lage nicht nur die zwei Lagen selbst, sondern auch die daran angrenzenden Lagen berücksichtigt werden.

Aus den berechneten und gemessenen Werten geht hervor, daß die prinzipielle Nutzung der parasitären Kapazität der Sekundärwicklung als Parallelkondensator eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters möglich ist. Da der Fokus der Arbeit jedoch auf Resonanzkonvertern mit hohem Ausgangsstrom liegt, werden die Phänomene bei Wicklungen mit relativ dicker Isolation im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Baureihe	HVT-1	HVT-2	
	100		
	Sekundärseitige Wicklungskapazität		
Gemessen	4.3pF	12.4pF	
Orthogonal (4.7)	2.452.783.14 pF	6.47.38.3 pF	
Orthozyklisch (4.8)	4.124.755.44 pF	10.712.414.2 pF	
Orthozykl.(4.8+4.9)	3.914.565.28 pF	9.6611.313.2 pF	
Orthozykl. II (4.10)	4.555.175.86 pF	11.913.615.4 pF	
Plattenkond. (4.2)	3.684.124.56 pF	9.710.812.1 pF	
Baureihe	HVT-3	PT1	
	Sekundärseitige Wicklungskapazität		
Gemessen	7.15pF	4.2pF	
Orthogonal (4.7)	0.991.161.35 pF	$0.83.\ldots 1.31\ldots 3.35 \mathrm{pF}$	
Orthozyklisch (4.8)	1.401.702.03 pF	1.252.156.05 pF	
Orthozykl. (4.8+4.9)	1.051.311.57 pF	1.262.166.1 pF	
Orthozykl. II (4.10)	1.812.092.41 pF	1.602.446.35 pF	
Plattenkond. (4.2)	1.291.511.75 pF	1.252.014.17 pF	

Tabelle4.3: Experimentelle Ergebnisse für vier verschiedene Hoch-
spannungstransformatoren

ϵ_D	Relative dielektrische Konstante der Drahtisolation
ϵ_F	Rel. dielektrische Konstante der Folie zwischen den Lagen
r,m	Effektive dielektrische Konstante
δ	Dicke der Drahtisolation
δ_{Twist}	Dicke der äußeren Isolation eines Litzenbündels
δ_{Wire}	Dicke der Isolation einer einzelnen Litze
b_{Sec}	Breite einer Wicklungskammer
C_0	Statische Kapazität zwischen zwei Lagen
C_{Layer}	Äquivalente Kapazität zweier Lagen
C_{Sec}	Äquivalente Kapazität einer Wicklungskammer
C_{Wdq}	Äquivalente Kapazität einer gesamten Wicklung
C_{16}	Äquivalente Kapazität des allgemeinen Modells
d	Abstand zwischen 2 Windungen aufeinanderfolgender Lagen
$d_{W,0}$	Durchmesser einer einzelnen Litze mit Isolation
d_{Sec}	Abstand zwischen 2 aufeinanderfolgenden Wicklungskammern
d_{tt}	Abstand zwischen zwei Windungen auf einer Lage
h	Dicke der Isolationsfolie bzw. Abstand der Lagen
d_{eff}	Effektive Abstand zwischen zwei Lagen
k	Anzahl der Windungen einer nicht vollständigen Lage
L_L	Länge der Spule bzw. Summe der Länge der Kammern
$l_{w,m}$	Mittlere Windungslänge der zwei betrachteten Lagen
N_S	Anzahl der Einzeldrähte in einer Litze
N_{Layer}	Anzahl der aller Lagen einer Wicklung
$N_{L,i}$	Anzahl der Windungen in Lage i
N_{Sec}	Anzahl der Wicklungskammern
R_{L1}	Radius der innenliegenden der beiden betrachteten Lagen
R_{L2}	Radius der außenliegenden der beiden betrachteten Lagen
d_i/r_i	Durchmesser / Radius des Drahtes ohne Isolation
d_0/r_0	Durchmesser / Radius des Drahtes mit Isolation
V_{LL}	Spannung zwischen zwei aufeinanderfolgende Lagen
V_{Wdq}	Spannung über einer Wicklung
V _{tt}	Spannung zwischen zwei aufeinanderfolgende Windungen
$W_{E,LL}$	Zwischen zwei Lagen gespeicherte elektrische Energie
$W_{E,6C}$	Energie im allgemeinen aus 6 Cs bestehenden Modell
$W_{E,Wdg}$	In der Wicklung gespeicherte elektrische Energie
z	Anzahl der Windungen in einer kompletten Lage

Parasitäre Kapazitäten im Transformator

Tabelle4.4: Liste der verwendeten Variablen.

Kapitel 5

Modell elektromagnetisch integrierter Strukturen

Werden die beiden Ansätze - Integration der Serieninduktivität und Integration der Kapazitäten - aus den beiden vorangegangenen Kapiteln prinzipiell vereint, so gelangt man zur elektromagnetischen (EM) Integration, mit welcher der gesamte Resonanzkreis in einem elektromagnetisch integriertem Transformator (EMIT in Abb. 5.1) zusammengefaßt werden kann. Bei der EM Integration sind spezielle Aufbauformen notwendig, mit welchen neben den Parallelkapazitäten auch Seri-



Abbildung 5.1: Serien-Parallel-Resonanzkonverter.

enkapazitäten in Transformatoren mit beliebigen Windungszahlen integriert werden können. Die Funktionsweise und die Konstruktion der elektromagnetisch integrierten Komponenten ist prinzipiell seit langem bekannt [111]-[113] und in den letzten Jahren verstärkt Gegenstand der Forschung [114], [117] und [142]. Die Modellierung der Komponenten, welche Thema der Veröffentlichungen [23]-[25] ist, erfolgt dabei mittels allgemeiner Leitungsgleichungen.

Im folgenden wird die Modellierung elektromagnetisch integrierter Komponenten durch Leitungsgleichungen auf Basis von [119] zuerst für ein Basis-Modul, d.h. einen Abschnitt mit konstanten Belägen, und für verschiedene Beschaltungsvarianten, von welchen eine neu und besonders für Materialien mit niedrigem ϵ_r vorteilhaft ist, erläutert. Dies wird anschließend auf reale Aufbauten, welche normalerweise aus mehreren Abschnitten bestehen und durch Mehrleitersysteme [120, 121] beschrieben werden, erweitert. Dabei wird ein grundsätzlicher Fehler, des in [121] abgeleiteten Gleichungssystems, korrigiert und die Modellierung auf mehrlagigen Aufbauten erweitert.

Wie sich aufgrund von verschiedenen Simulationen und Messungen zeigt, können elektromagnetisch integrierte Struktur bei guter Kopplung der Leiter untereinander, welche wegen der ebenfalls zu integrierenden Kapazität normalerweise gegeben ist, bis im Bereich der zweiten Resonanzfrequenz durch eine Ersatzschaltung, bestehend aus einigen konzentrierten Elementen, modelliert werden.

Im folgenden werden die Grundprinzipien der elektromagnetischen Integration ausgehend von einem Basis-Modul erläutert.

5.1 Basis-Modul der EM-Integration

Das Basis-Modul der elektromagnetischen Integration besteht aus einem Dielektrikum, welches auf beiden Seiten mittels einer leitenden Schicht kontaktiert wird (=Plattenkondensator). Das kontaktierte Dielektrikum wird vollständig von einem magnetischen Kern umschlossen, welcher die Induktivität des Aufbaus erhöht. Die folgenden Betrachtungen sind jedoch ebenfalls gültig, falls das Dielektrikum von keinem Kern umschlossen wird ($\mu_r = 1$). In Abbildung 5.2(a) ist die 3D Ansicht eines Basis-Moduls mit dem schematisierten Aufbau (b) und dem dazugehörigen Symbol (c) dargestellt.



Abbildung 5.2: (a) 3D Ansicht des Basis-Moduls der elektromagnetischen Integration (b) Schematisierter Aufbau des Basis-Moduls (c) Ersatzsymbol des Basis-Moduls.

Im folgenden wird die obere (rote) Kontaktierung des Dielektrikums mit Folie F_1 und die untere Kontaktierung (orange) mit Folie F_2 bezeichnet, wobei im allgemeinen die Kontaktierung des Dielektrikums sowohl mit Folien (z.B. Kupferfolien) als auch z.B. mit aufgedampften Metallschichten, gesinterten Pasten, etc. erfolgen kann.

5.1.1 Ersatzschaltbild des Basis-Modules

Für die Berechnung und den Entwurf von elektromagnetisch integrierten Schaltungen wird ein einfaches analytisches Modell der integrierten Struktur benötigt. Aus diesem Grund wird im folgenden zuerst ein Modell für das Basis-Modul hergeleitet, welches im gesamten Frequenzbereich gültig ist. Dieses wird im Anschluß daran so vereinfacht, daß dieses ein Basis-Modul in der Praxis relevanten Frequenzbereiche genügend genau beschreibt.

Im allgemeinen verhält sich das Basis-Modul wie ein Abschnitt einer Leitung, welche durch die verallgemeinerten Leitungsgleichungen beschrieben wird [119]. In Abbildung 5.3 ist ein infinitesimal kurzes Element der Leitung dargestellt. Dieses kann mit Hilfe der Grenzübergänge

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{V(x + \Delta x, t) - V(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} V(x, t)$$
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{I_1(x + \Delta x, t) - I_1(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} I_1(x, t)$$
(5.1)
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{I_2(x + \Delta x, t) - I_2(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} I_2(x, t)$$

und Anwendung der Kirchhoffschen Gesetzte mit den Gleichungen 5.1 beschrieben werden.

$$-\frac{\partial}{\partial x}V(x,t) = (L-M)\frac{\partial}{\partial t}\left[I_1(x,t) - I_2(x,t)\right] + R\left[I_1(x,t) - I_2(x,t)\right] -\frac{\partial}{\partial x}I_1(x,t) = C\frac{\partial}{\partial t}V(x,t) + G \cdot V(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}I_2(x,t)$$
(5.2)

Dabei muß beachtet werden, daß der Zusammenhang $I_1(x,t) = -I_2(x,t)$, welcher bei konventionellen Leitungen gegeben ist, im allgemeinen nicht gültig ist. Dies ist z.B. ersichtlich, wenn das Basis-Modul



Abbildung 5.3: Ersatzschaltbild eines infinitesimalen Abschnittes des Basis-Moduls.

als Serienschwingkreis verwendet wird (weitere Erläuterungen hierzu folgen unten), d.h. das Modul wird als Zweipol mit den Anschlußpunkten A und D benutzt - die Anschlüsse C und B werden nicht verwendet.

5.1.2 Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung

Für den Fall, daß die Spannungen und Ströme in dem Leitungsabschnitt rein sinusförmige Größen sind, sind die partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung gleich (vgl. [119])

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V(x) = 2 \cdot [R + \mathrm{j}\,\omega(L - M)] \cdot I_{DM}(x)$$
$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM}(x) = (G + \mathrm{j}\,\omega C)\,V(x) \tag{5.3}$$

mit

$$I_{DM}(x) = \frac{I_1(x) - I_2(x)}{2}$$
(5.4)

und die Wellengleichung der Leitung gleich

$$0 = -\frac{d^2}{d^2 x} V(x) - \gamma^2 V(x)$$

$$0 = -\frac{d^2}{d^2 x} I_{DM}(x) - \gamma^2 I_{DM}(x)$$
(5.5)

mit

$$\gamma = \sqrt{2[R + j\omega(L - M)][G + j\omega C]}.$$

Zeigergrößen werden dabei nicht speziell als solche gekennzeichnet, da die Zugehörigkeit der Variablen jeweils aus dem Zusammenhang hervorgeht. Die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichungen ergibt sich zu

$$V(x) = V_a \cdot e^{-\gamma x} + V_b \cdot e^{\gamma x}$$
$$I_{DM}(x) = I_a \cdot e^{-\gamma x} + I_b \cdot e^{\gamma x} = \frac{V_a}{Z_0} \cdot e^{-\gamma x} - \frac{V_b}{Z_0} \cdot e^{\gamma x}$$
(5.6)

mit

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega(L - M)}{G + j\omega C}} \,.$$

Dabei bezeichnet V_a den Spannungszeiger der vorlaufenden Welle und V_b den Spannungszeiger der zurücklaufenden Welle. Die Impedanz Z_0 ist die charakteristische Impedanz der Leitung und γ der Ausbreitungskoeffizient / Fortpflanzungskonstante der Welle. Diese Lösung stimmt mit der Lösung der klassischen Leitungsgleichung überein, wenn man $I_1(x,t) = -I_2(x,t)$ setzt. Die Wellenlänge der Spannungs- bzw. Stromwelle auf der Leitung beträgt

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\sqrt{(G^2 + \omega^2 C^2)((L - M)^2 \omega^2 + R^2)} + (L - M)\omega^2 C - R G}}$$
(5.7)

5.1.3 Vereinfachung des Ersatzschaltbildes

Die Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung kann nun dazu verwendet werden, das Basis-Modul durch eine Serienschaltung infinitesimaler Abschnitte der verallgemeinerte Leitung (vgl. Abb. 5.3) zu modellieren [119]. Dieses Modell ist relativ komplex, jedoch ist es damit möglich, das Verhalten des Basis-Moduls im gesamten Frequenzbereich zu berechnen.

Wird das Konzept der elektromagnetischen Integration für resonante DC-DC-Wandler oder Filterstufen eingesetzt, so ist für das Betriebsverhalten des Systems hauptsächlich der Frequenzgang des Basis-Moduls bis zur zweiten, maximal dritten Resonanzstelle relevant. Aus diesem Grunde wird im folgenden das allgemeine Modell des Basis-Moduls vereinfacht [119]. Dabei werden die verschiedenen Verschaltungen des Basis-Moduls als Resonanzkreis oder Filterstufe getrennt betrachtet und anschließend ein vereinfachtes allgemeines Modell erläutert.

Beschaltung als Serienschwingkreis

Als erstes wird ein elektromagnetisch integrierter Serienschwingkreis, wie in Abbildung 5.4(a) dargestellt, betrachtet. Dazu wird das Basis-Modul als Zweipol mit den beiden Anschlußklemmen A und D betrieben. Die Klemmen B und C werden nicht kontaktiert. Mit der Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung wird nun der Impedanzverlauf des integrierten Serienschwingkreis berechnet (vgl. [119]).

Aufgrund der Ladungserhaltung gilt in jedem infinitesimal langen Stück des allgemeinen Leitungsmodells (vgl. Abb. 5.3), daß

$$I_1(x) + I_2(x) = I. (5.8)$$

Mit Gleichung (5.4) können somit die Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ durch

$$I_{1}(x) = \frac{I}{2} + I_{DM}(x) = I_{CM}(x) + I_{DM}(x)$$

$$I_{2}(x) = \frac{I}{2} - I_{DM}(x) = I_{CM}(x) - I_{DM}(x)$$
(5.9)

ausgedrückt werden. Die Ströme I_{DM} und I_{CM} bezeichnen dabei den Gegentakt- (fließt z.B. in Folie F_1 nach rechts und in Folie F_2 nach links) bzw. den Gleichtaktstrom (fließt in beiden Folien in die gleiche Richtung). Für die Berechnung der Impedanz Z_{AD} des Serienschwingkreises benötigt man die Spannung V_{AD} ($Z_{AD} = V_{AD}/I$), welche sich als Summe der Teilspannungen V_{AB} und V_{BD} ergibt.

Die Spannungen an den Anschlüssen des Basis-Moduls (V_{AC} und V_{BD}) ergeben sich direkt aus der Lösung der Leitungsgleichung (vgl. Gl. (5.6)).

$$V_{AC} = V_a + V_b$$

$$V_{BD} = V_a \cdot e^{-\gamma l} + V_b \cdot e^{\gamma l}$$
(5.10)

Um die Spannung V_{AB} zu berechnen, muß man die Spannungsanteile (ohmscher und induktiver Spannungsabfall plus induzierte Spannung) entlang des oberen Leiters integrieren (5.11). Mit einer äquivalenten



Abbildung 5.4: (a) Beschaltung des Basis-Moduls als Serien-Resonanzkreis. (b) Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Resonanzkreises.

Rechnung für den unteren Leiter erhält man die Spannung V_{CD} .

$$\begin{split} V_{AB} &= \int_{0}^{l} \left[I_{1}(x) \left(R + j \omega L \right) + I_{2}(x) j \omega M \right] dx \\ &= \left(R + j \omega L \right) \int_{0}^{l} I_{1}(x) dx + j \omega M \int_{0}^{l} I_{2}(x) dx \\ &= \frac{\left(R + j \omega L \right)}{2} \left[2 \int_{0}^{l} I_{DM}(x) dx + I \cdot l \right] \\ &+ \frac{\left(j \omega M \right)}{2} \left[I \cdot l - 2 \int_{0}^{l} I_{DM}(x) dx \right] \end{split}$$
(5.11)
$$&= \frac{\left(R + j \omega (L + M) \right)}{2} I \cdot l \\ &+ \frac{\left(R + j \omega (L - M) \right)}{2} \frac{1}{Z_{0}\gamma} \left[V_{a} (1 - e^{-\gamma l} + V_{b} (1 - e^{\gamma l}) \right] \\ &= \frac{\left(R + j \omega (L + M) \right)}{2} I \cdot l \\ &+ \frac{1}{2} \left[V_{a} (1 - e^{-\gamma l} + V_{b} (1 - e^{\gamma l}) \right] \end{split}$$

Zur Berechnung der Impedanz Z_{AD} , welche nun als Funktion der Spannungen V_a und V_b sowie der elektrischen Kenndaten des Basis-Moduls vorliegt, werden noch die Spannungszeiger V_a und V_b benötigt. Diese ergeben sich aus den Randbedingungen

$$\left. \begin{array}{c}
I_{1}(0) = I \\
I_{1}(l) = 0 \\
I_{2}(0) = 0 \\
I_{2}(l) = I
\end{array} \right\} \implies \begin{array}{c}
I_{DM}(0) = \frac{I}{2} \\
I_{DM}(l) = \frac{-I}{2}
\end{array}$$
(5.12)

und der Maschengleichung

$$V_{AC} + V_{CD} = V_{AB} + V_{BD} (5.13)$$

zu

$$V_a = I \cdot Z_0 \cdot \frac{1 + e^{\gamma l}}{2(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}$$

$$V_b = I \cdot Z_0 \cdot \frac{1 - e^{\gamma l}}{2(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}.$$
(5.14)

Mit den Gleichungen (5.10), (5.11) und (5.14) kann nun die Impedanz Z_{AD} des Basis-Moduls für die Beschaltung als Serienschwingkreis berechnet werden (Gl. (5.15)).

$$Z_{AD} = \frac{V_{AB} + V_{BD}}{I}$$

= $\frac{1}{2} \cdot \left(R + j \omega (L + M) \cdot l + \frac{Z_0}{\sinh(\gamma l)} + \frac{Z_0}{\tanh(\gamma l)} \right)$ (5.15)
= $\frac{1}{2} \cdot \left(R + j \omega (L + M) \cdot l + \frac{Z_0 \cdot (1 + \cosh(\gamma l))}{\sinh(\gamma l)} \right)$

Der Verlauf des Betrages und der Phase der Impedanz über der Frequenz ist in Abbildung 5.5 für verschiedene Werte des Kopplungsfaktors k ($M = k \cdot L$) zwischen den beiden Leitern und für die Parameter in Tabelle 5.1 dargestellt. Für ideale Kopplung der beiden Leiter, d.h. M = L, ist der Impedanzverlauf des Basis-Moduls gleich dem Impedanzverlauf eines reinen Serienschwingkreises mit Dämpfung. Je kleiner der Kopplungsfaktor wird, desto mehr Resonanzstellen treten im Bereich oberhalb der ersten Resonanz auf. Dabei ist der Verlauf von 0Hz bis unterhalb der zweiten Resonanzstelle immer gleich dem eines idealen Serienschwingkreises. Die Resonanzstellen oberhalb der ersten (Serien-)Resonanz entstehen dadurch, daß die Leitungslänge l ein Vielfaches Wellenlänge $\lambda/4$ der Spannungs-/Stromwellen auf der Leitung ist. Dadurch kommt es aufgrund von Reflexionen an den Leitungsenden zu stehenden Wellen, d.h. Resonanzen auf der Leitung.

Für eine verlustlose Leitung (R = 0 und G = 0) vereinfachen sich der Wellenausbreitungskoeffizient γ und die charakterische Impedanz Z_0 zu

$$\gamma = \sqrt{2[R + j\omega(L - M)][G + j\omega C]}$$
$$= j\omega\sqrt{2C(L - M)}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{2 \left[R + j \omega (L - M)\right]}{G + j \omega C}}$$

$$=\sqrt{\frac{2(L-M)}{C}}.$$
 (5.16)

Induktivitätsbelag ${\cal L}$	$100~\mu H/m$
Kapazitätsbelag ${\cal C}$	$1.25 \ \mu F/m$
Gegeninduktivitätsbelag ${\cal M}$	$k \cdot L$
Widerstandsbelag R	$0.1\Omega/m$
Leitwertsbelag pro Länge G	$0.1/(\Omega m)$
Länge der Leitung <i>l</i>	0.1 m

Tabelle5.1: Parameter für die Berechnungen in Abbildung 5.5



Abbildung 5.5: Verlauf des Betrages (durchgezogen) und der Phase (strichliert) der Impedanz für den Serienschwingkreis.

Damit resultiert für die Impedanz des Basis-Moduls

$$Z_{AD} = \frac{j\omega(L+M)l}{2} + \frac{\sqrt{\frac{2(L-M)}{C}}(1 + \cos(\omega l\sqrt{2C(L-M)}))}{2j\sin(\omega l\sqrt{2C(L-M)})}.$$
 (5.17)

Wenn die beiden Leiter des Basis-Moduls sehr gut gekoppelt sind, wird die Differenz zwischen der Induktivität L und der Gegeninduktivität M sehr klein und es gilt näherungsweise

$$\sin(\omega l \sqrt{2C(L-M)}) \approx \omega l \sqrt{2C(L-M)}$$

$$\cos(\omega l \sqrt{2C(L-M)}) \approx 1.$$
(5.18)

Mit diesen Näherungen resultiert die Impedanz

$$Z_{AD} \approx \frac{\mathrm{j}\,\omega(L+M)}{2}\,l - \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega C\,l}\,,\qquad(5.19)$$

welche der Impedanz eines Serienschwingkreises mit der Resonanzfrequenz

$$f = \frac{1}{\left(\pi l \sqrt{2(L+M)C}\right)} \tag{5.20}$$

entspricht.

Das Phänomen, daß die Resonanzen oberhalb der ersten Serienresonanz für ideale Kopplung (L = M) in Richtung unendlich hoher Frequenzen verschoben werden, kann auch mit Hilfe der Wellenlänge λ erklärt werden. Für verlustlose Leitungen vereinfacht sich λ zu

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{2(L-M)C}}.$$
(5.21)

Dies verdeutlicht, daß für den Fall der idealen Kopplung die Wellenlänge der Strom- und Spannungswellen unendlich groß wird und somit die Resonanzstellen zu unendlich hohen Frequenzen verschoben werden.

Aus obigen Überlegungen folgt nun, daß ein Basis-Modul in der Beschaltung nach Abbildung 5.4(a) gut mittels eines konzentrierten L-C Serienschwingkreises (Abb. 5.4(b)) für den Frequenzbereich von 0Hz bis über die erste Resonanzfrequenz hinaus modelliert werden kann, wenn die Leiter gut gekoppelt sind. Da die gute Kopplung zwischen den Leitern im allgemeinen gegeben ist, wie im Abschnitt 5.1.3 noch erläutert wird, kann das Basis-Modul in der Verschaltung als Serienschwingkreis einfach mittels zweier konzentrierter Energiespeicher (vgl. Abb. 5.4(b)) modelliert werden. Dieses Modell ist in einem weiten Frequenzbereich gültig, welcher für leistungselektronische Anwendungen normalerweise ausreichend ist.

Beschaltung als Tiefpaßfilter

Wird das Basis-Modul - wie in Abbildung 5.6 dargestellt - als Zweitor mit den Eingangsklemmen A und D und den Ausgangsklemmen B und D betrieben, so verhält sich dieses wie ein Tiefpaß. Die Eingangsimpedanz des unbelasteten Tiefpaßes ist identisch zu der Impedanz des Serienschwingkreises (vgl. (5.17)). Im folgenden wird die allgemeine Übertragungsfunktion V_2/V_1 des Filters berechnet. Dazu werden im ersten Schritt die Amplituden der hin- und der rücklaufenden Spannungswelle V_a und V_b aus den Randbedingungen ermittelt.

Bei diesem Aufbau gilt aufgrund der Ladungserhaltung in jedem infinitesimal langen Stück des allgemeinen Leitungsmodells, daß

$$I_1(x) + I_2(x) = I. (5.22)$$

Damit und mit (5.4) ergibt sich

$$I_1(x) = \frac{I}{2} + I_{DM}(x) = I_{CM}(x) + I_{DM}(x)$$

$$I_2(x) = \frac{I}{2} - I_{DM}(x) = I_{CM}(x) - I_{DM}(x) .$$
(5.23)



Abbildung 5.6: (a) Beschaltung des Basis-Moduls als Tiefpaß mit (b) dazugehörigem Ersatzschaltbild.

Nun können mit den Randbedingungen

$$\begin{bmatrix}
 I_1(0) = I \\
 I_1(l) = I_{ZL} \\
 I_2(0) = 0 \\
 I_2(l) = I - I_{ZL}
 \end{bmatrix} \implies
 \begin{bmatrix}
 I_{DM}(0) = \frac{I}{2} \\
 I_{DM}(l) = \frac{-I + 2I_{ZL}}{2}
 \end{bmatrix}$$
(5.24)

und der Gleichung für den Zusammenhang zwischen der Ausgangsspannung V_{BD} und dem Ausgangsstrom I_{ZL}

$$V_{BD} = I_{ZL} \cdot Z_L = V(l) \tag{5.25}$$

die Amplituden der hin- und der rücklaufenden Spannungswelle

$$V_{a} = \frac{IZ_{0}}{2} \cdot \frac{(Z_{L} + Z_{0})e^{\gamma l} + Z_{L}}{Z_{L}(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_{0}(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})}$$

$$V_{b} = -\frac{IZ_{0}}{2} \cdot \frac{(Z_{0} - Z_{L})e^{-\gamma l} - Z_{L}}{Z_{L}(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_{0}(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})} .$$
(5.26)

berechnet werden. Mit den Lösungen der Leitungsgleichungen kann die Spannung V_{AB} mit dem Zusammenhang

$$V_{AB} = (R + j \,\omega L) \int_{0}^{l} I_1(x) dx + j \,\omega M \int_{0}^{l} I_2(x) dx, \qquad (5.27)$$

welcher bereits in Abschnitt 5.1.3 verwendet wurde, berechnet werden. Da die Gleichungen der Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ identisch zu dem Fall des Serienresonanzkreises sind, ergibt sich das gleiche Resultat für V_{AB} (vgl. 5.11).

Die Spannung zwischen den Klemmen A und D der Leitung ist durch die Eingangsspannung V_1 gegeben. Damit kann der Eingangsstrom I in Abhängigkeit der Eingangsspannung V_1 ausgedrückt und in den Gleichungen eliminiert werden. Die Ausgangsspannung V_2 ist identisch zu der Spannung V_{BD} am Ende (x = l) der Leitung.

$$V_1 = V_{AB} + V_{BD}$$

$$V_2 = V_{BD}$$
(5.28)

Mit diesen Zusammenhängen kann die Übertragungsfunktion H_{TP} =

 V_2/V_1 des Tiefpaßes

$$H_{TP} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_a \cdot e^{-\gamma l} + V_b \cdot e^{\gamma l}}{V_{AB} + V_{BD}}$$
$$= \frac{Z_L \cdot (\cosh \gamma l + 1)}{(Z_L + Z_S l) \cosh \gamma l + \frac{1}{\gamma} (Z_D + Z_S \frac{Z_L}{Z_0} \gamma l) \sinh \gamma l + Z_L} \quad (5.29)$$

mit

$$Z_S = R + j \omega(L + M)$$
$$Z_D = R + j \omega(L - M)$$

berechnet werden. In Abbildung 5.7 ist der Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion H_{TP} in Abhängigkeit der Frequenz für verschie-



Abbildung 5.7: Verlauf des Betrages (durchgezogen) und der Phase (strichliert) der Übertragungsfunktion H_{TP} in Abhängigkeit der Frequenz und der magnetischen Kopplung k der beiden Leiter.
dene Kopplungsfaktoren k dargestellt. Wiederum ist der Verlauf der Funktion für ideale Kopplung (L = M) identisch zu dem Verlauf der Schaltung aus zwei konzentrierten Energiespeichern. Die Resonanzfrequenzen oberhalb der ersten Resonanz- bzw. Knickfrequenz sinken mit fallender Kopplung k.

Für ein verlustloses Basis-Modul (R = 0, G = 0) mit guter Kopplung zwischen den beiden Folien $(M \approx L)$ ergibt sich die vereinfachte Übertragungsfunktion

$$H_{TP} \approx \frac{2Z_L}{2Z_L + j\,\omega(L+M)l - Z_L l^2(L+M)\,C\omega^2},$$
 (5.30)

welche identisch zu der Übertragungsfunktion eines idealen LC-Tiefpaßes nach Abbildung 5.6(b) ist. Daraus resultiert die Knickfrequenz

$$f_{Knick} = \frac{1}{\left(\pi l \sqrt{2(L+M)C}\right)} \tag{5.31}$$

für den ungedämpften Fall.

Beschaltung als Parallelschwingkreis - Variante I

Neben der Beschaltung des Basis-Moduls als Serienresonanzkreis und als Tiefpaß gibt es noch die Möglichkeit einen Parallelschwingkreis zu realisieren. Dabei gibt es zwei Varianten, welche sich bezüglich der maximal realisierbaren äquivalenten Induktivität und Kapazität unterscheiden.

Mit der ersten Variante (Abb. 5.8) erreicht man im Vergleich zum Basis-Modul einen höheren Induktivitätswert ($4L_{Mod}$) und eine niedrigeren Kapazitätswert ($C_{Mod}/4$). Bei der zweiten Realisierungsform



Abbildung 5.8: (a) Beschaltung des Basis-Moduls als Parallel-Resonanzkreis - Variante I mit (b) dazugehörigem Ersatzschaltbild.

(Abb. 5.10) sind die Werte identisch zu den Werten des Basis-Modules $(L = L_{Mod} \text{ und } C = C_{Mod})$. Aus der Verschaltung resultieren höheren Leitverlusten durch die größere Windungslänge und niedrigeren Verlusten im Dielektrikum aufgrund der reduzierten effektiven Kondensatorspannung für die erste Variante im Bezug zur zweiten. Die Resonanzfrequenzen beider Systeme sind jedoch identisch.

Im folgenden wird nun zuerst die Impedanz des Parallelschwingkreises mit der Aufbauform nach Abbildung 5.8 berechnet.

Hier gilt wiederum aufgrund der Ladungserhaltung in jedem infinitesimal langen Stück des allgemeinen Leitungsmodells, daß

$$I_1(x) + I_2(x) = I + I_{BD} . (5.32)$$

Zusammen mit der Gleichung (5.4) ergibt sich

$$I_{1}(x) = \frac{I + I_{BD}}{2} + I_{DM}(x) = I_{CM}(x) + I_{DM}(x)$$

$$I_{2}(x) = \frac{I + I_{BD}}{2} - I_{DM}(x) = I_{CM}(x) - I_{DM}(x)$$
(5.33)

für die Ströme in den Leitern. Daraus resultiert für die Randbedingungen des Gegentaktstromes

$$\left. \begin{array}{l}
I_{1}(0) = I \\
I_{1}(l) = I_{BD} \\
I_{2}(0) = I_{BD} \\
I_{2}(l) = I \end{array} \right\} \Longrightarrow \begin{array}{l}
I_{DM}(0) = \frac{I - I_{BD}}{2} \\
I_{DM}(l) = \frac{-I + I_{BD}}{2}.
\end{array}$$
(5.34)

Durch die Verbindung der Anschlußpunkt C und B folgt, daß die Spannungen V_{AB} und V_{AC} gleich groß sind.

$$V_{AC} = V_{AB} \tag{5.35}$$

Die Spannung V_{AC} ist gleich der Spannung auf der Leitung V(x) (siehe Gl. (5.6)) für x = 0 und die Spannung V_{AB} kann wieder mit dem Zusammenhang

$$V_{AB} = (R + j \,\omega L) \int_{0}^{l} I_1(x) dx + j \,\omega M \int_{0}^{l} I_2(x) dx \qquad (5.36)$$

mit den Randbedingungen berechnet werden. Daraus resultiert

$$V_{AB} = \frac{R + j \omega (L + M)}{2} (I + I_{BD}) l + \frac{1}{2} \left[V_a (1 - e^{-\gamma l} + V_b (1 - e^{\gamma l}) \right].$$
(5.37)

Die Amplituden der hin- und der rücklaufenden Spannungswelle ergeben sich mit der Spannung V_{AB} , den Bedingungen (5.34) und der Gleichung (5.35) zu

$$V_{a} = \frac{IZ_{0} \cdot (Z_{L} + [R + j\omega(L + M)]l) \cdot (1 + e^{\gamma l})}{(2Z_{L} + [R + j\omega(L + M)]l)(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_{0}(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l} + 2)}$$

$$V_{b} = \frac{IZ_{0} \cdot (Z_{L} + [R + j\omega(L + M)]l) \cdot (1 + e^{-\gamma l})}{(2Z_{L} + [R + j\omega(L + M)]l)(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_{0}(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l} + 2)}.$$
(5.38)

Somit folgt für die Impedanz Z_{AD} des Parallelschwingkreises

$$Z_{AD} = \frac{V_{AB} + V_{BD}}{I}$$

= $\frac{(Z_L + 2Z_S) \left(\frac{1}{\sinh(\gamma l)} + \frac{1}{\tanh(\gamma l)}\right) + \frac{Z_L Z_S}{Z_0}}{\frac{Z_S}{Z_0} + \frac{2Z_L}{Z_0} + \frac{1}{\sinh(\gamma l)} + \frac{1}{\tanh(\gamma l)}}$ (5.39)

mit

$$Z_S = [R + j\,\omega(L + M)]l.$$

Der Verlauf des Betrages und der Phase der Impedanz Z_{AD} ist in Abbildung 5.9 wiederum für verschiedene Werte des Koppelfaktors k für die Parameter aus Tabelle 5.1 dargestellt. Auch hier nähert sich der Verlauf der Funktionen dem idealen Verlauf des Betrages und der Phase für einen Parallelschwingkreis bestehend aus zwei konzentrierten Energiespeichern für steigende Koppelfaktoren an. Die Resonanzstellen oberhalb der Parallelresonanz verschieben sich auch hier zu höheren Frequenzen für steigenden Koppelfaktoren.

Für ein verlustloses Basis-Modul (R = 0, G = 0) mit einem Kopplungsfaktor zwischen den beiden Leitern nahe 1 ergibt sich näherungsweise die vereinfachte Impedanz

$$Z_{AD} = \frac{1}{\frac{1}{2j\,\omega(L+M)l} + \frac{j\,\omega Cl}{4}},$$
(5.40)



Abbildung 5.9: Verlauf des Betrages (durchgezogen) und der Phase (strichliert) der Impedanz für den Parallelschwingkreis Variant I.

welche gleich der Impedanz eines idealen Parallelschwingkreises mit einer Resonanzfrequenz von

$$f_{Res,P1} = \frac{1}{\left(\pi l \sqrt{2(L+M)C}\right)} \tag{5.41}$$

ist.

Beschaltung als Parallelschwingkreis - Variante II

In diesem Abschnitt wird das Ersatzschaltbild des Basis-Moduls für die Beschaltung als Parallelschwingkreis / Variante II nach Abbildung 5.10 berechnet und - wie in den vorangegangenen Abschnitten - anschließend vereinfacht. Für die Summe der beiden Leiterströme I_1 und I_2 gilt hier aufgrund der Ladungserhaltung in jedem infinitesimal langen Stück des allgemeinen Leitungsmodells, daß

$$I_1(x) + I_2(x) = I - I_{Cp} . (5.42)$$

Damit folgt mit Gleichung (5.4)

$$I_{1}(x) = \frac{I - I_{Cp}}{2} + I_{DM}(x) = I_{CM}(x) + I_{DM}(x)$$

$$I_{2}(x) = \frac{I - I_{Cp}}{2} - I_{DM}(x) = I_{CM}(x) - I_{DM}(x)$$
(5.43)

für die Leiterströme. Mit den daraus resultierenden Randbedingungen für den Gegentaktstrom

$$\begin{bmatrix}
 I_1(0) = I \\
 I_1(l) = I - I_{Cp} \\
 I_2(0) = -I_{Cp} \\
 I_2(l) = 0
 \end{bmatrix} \implies
 \begin{bmatrix}
 I_{DM}(0) = \frac{I + I_{Cp}}{2} \\
 I_{DM}(l) = \frac{I - I_{Cp}}{2}
 \end{bmatrix}$$
(5.44)

und der Gleichheit der beiden Spannungen

$$V_{AC} = V_{AB} \tag{5.45}$$

aufgrund der Verbindung der Anschlußpunkte B und D, kann die Amplitude der hin- und der rücklaufenden Spannungswelle zu

$$\frac{V_{a}}{IZ_{0}} = \frac{Z_{0}\gamma - (R + j\omega(L - M))(1 - e^{\gamma l}) + \gamma l [R + j\omega(L + M)] e^{\gamma l}}{2\gamma l [R + j\omega(L + M)] \sinh(\gamma l) - 2Z_{0}(1 + \cosh(\gamma l))}
\frac{V_{b}}{IZ_{0}} = \frac{Z_{0}\gamma + (R + j\omega(L - M))(1 - e^{-\gamma l}) + \gamma l [R + j\omega(L + M)] e^{\gamma l}}{2\gamma l [R + j\omega(L + M)] \sinh(\gamma l) - 2Z_{0}(1 + \cosh(\gamma l))}$$
(5.46)



Abbildung 5.10: (a) Beschaltung des Basis-Moduls als Parallel-Resonanzkreis - Variante II mit (b) dazugehörigem Ersatzschaltbild.

berechnet werden. Dabei wurde die Spannung

$$V_{AB} = \frac{(R + j\omega(L + M))}{2} (I - I_{Cp}) l + \frac{1}{2} \left[V_a (1 - e^{-\gamma l} + V_b (1 - e^{\gamma l})) \right]$$
(5.47)

wieder mit dem Zusammenhang aus der ersten Zeile der Gleichung (5.11) berechnet. Damit ergibt sich die Impedanz Z_{AB} des Serienschwingkreises zu

$$Z_{AB} = \frac{Z_0}{\gamma (2Z_0 \cosh(\gamma l) + 2Z_S l \sinh(\gamma l) + 2Z_0)^2} \cdot \left\{ -4Z_0 [2(2j\omega M - Z_S) \sinh(\gamma l) - \gamma l Z_S \cosh(\gamma l)] + 2(Z_S l - Z_0)((j\omega 2M - Z_S) \sinh(2\gamma l) - \gamma l Z_S \cosh(2\gamma l)) + 2Z_S l(Z_0 \gamma - Z_S + j\omega M) \right\}$$
(5.48)

 mit

$$Z_S = R + j \,\omega (L + M).$$

Für den Verlauf des Betrages und der Phase der Impedanz Z_{AB} in Abbildung 5.11 gilt das gleiche wie für die Impedanz Z_{AD} in Abschnitt 5.1.3.

Für ein verlustloses Basis-Modul (R = 0, G = 0) mit einem Kopplungsfaktor zwischen den beiden Leitern nahe 1 ergibt sich näherungsweise die vereinfachte Impedanz

$$Z_{AD} = \frac{1}{\frac{1}{j\,\omega(L+M)/2l} + j\,\omega Cl},$$
(5.49)

welche gleich der Impedanz eines idealen Parallelschwingkreises mit einer Resonanzfrequenz von

$$f_{Res,P2} = \frac{1}{\left(\pi l \sqrt{2(L+M)C}\right)} \tag{5.50}$$

ist. Diese ist identisch zu der Resonanzfrequenz des Parallelschwingkreises nach Beschaltungsvariante I.



Abbildung 5.11: Verlauf des Betrages (durchgezogen) und der Phase (strichliert) der Impedanz für den Parallelschwingkreis Variante II.

Resultierendes Ersatzschaltbild des Basis-Moduls

Bei den vier betrachteten Schaltungsvarianten - Serienschwingkreis, Tiefpaß und zwei Parallelschwingkreise - hat sich gezeigt, daß ein Basis-Modul gut durch zwei konzentrierte Energiespeicher modelliert werden kann, wenn die magnetische Kopplung zwischen den beiden Leitern gut ist.

Die Kopplung der beiden Leiter/Folien hängt maßgeblich von der Geometrie der beiden Leiter ab. Da die Kapazität, welche in einem Basis-Modul integriert werden kann, proportional zur Fläche der Leiter auf dem Dielektrikum (vgl. Plattenkondensator) ist und die integrierbare Kapazität pro Fläche relativ gering ist (beschränktes ϵ_R - vgl. Tabelle 5.5) sind die Leiter normalerweise sehr flach, d.h. sie haben eine große Oberfläche. Überdies sind die Leiter parallel (ober- und unterhalb des Dielektrikums) angeordnet und haben - aufgrund der zu maximierenden integrierbaren Kapazität pro Fläche - einen geringen Abstand.

Die magnetische Kopplung zwischen den Leitern hängt nun stark von dem Verhältnis des Flusses, welcher zwischen den beiden Leitern fließt ("Streufluß"), zu dem Fluß, welcher mit beiden Leitern verkettet ist ("Hauptfluß"), ab. Aufgrund des magnetischen Kernes und des geringen Abstandes der Leiter (s.o.) ist der Streufluß im Verhältnis zum Hauptfluß relativ klein und die Kopplung somit im allgemeinen gut.

Aus den obigen Überlegungen folgt nun, daß im leistungselektronischen Bereich ein Basis-Modul gut durch ein konzentriertes L-C Ersatzschaltbild modelliert werden kann. Das entsprechende Ersatzschaltbild ist zusammen mit dem schematisierten Aufbau in Abbildung 5.12 dargestellt.

Die Frequenz der ersten Resonanzstelle (bzw. Knickfrequenz) ergibt sich hauptsächlich aus den Induktivitäts- und Kapazitätswerten des Gesamtaufbaus und ist in erster Näherung relativ unabhängig vom Kopplungsfaktor (Vernachlässigung des Einflusses von $M = k \cdot L$). Die Resonanzstellen (=Leitungsresonanzen) oberhalb der ersten Resonanzfrequenz entstehen durch Reflexionen an den Leitungsenden und der Tatsache, daß die Leitungslänge l ein Vielfaches der Wellenlänge $\lambda/4$ des Aufbaus ist. Durch eine Variation des Kopplungsfaktors k verschiebt sich die Wellenlänge des Aufbaus und damit die Leitungsresonanzen sehr stark (vgl. 5.7). Für Kopplungsfaktoren nahe 1 treten somit die Leitungsresonanzen weit oberhalb der Resonanz der konzentrierten Bauelemente auf.

Für ein gegebenes Basis-Modul, d.h. die Abmessungen und der Induktivitäts-, Kapazitäts-, Leitwert- und Widerstandsbelag sind fest, ist die erste Resonanzfrequenz bzw. Knickfrequenz des Filters unabhän-



Abbildung 5.12: (a) Schematisiertes Basis-Modul mit (b) vereinfachter Ersatzschaltung.

gig von der Verschaltung des Moduls gleich

$$f = \frac{1}{\left(2\pi l\sqrt{(L+M)/2C}\right)}$$

$$\approx \frac{1}{\left(2\pi\sqrt{L_{Mod}C_{Mod}}\right)}.$$
(5.51)

Die Induktivität L_{Mod} eines Leiters des Basis-Moduls (vgl. Abb. 5.12b) läßt sich wie bei jeder anderen Induktivität aus den Kern-/Geometriedaten und den geometrischen Abmessungen eventuell vorhandener Luftspalte berechnen. Bei gut gekoppelten Aufbauten kann die Gegeninduktivität M einfach mittels $M \approx L$ abgeschätzt werden und somit gilt $L_{Mod} \approx (L + M)/2$. Die Kapazität der Ersatzschaltung C_{Mod} ergibt sich aus den geometrischen Abmessungen und den Eigenschaften des Dielektrikums und kann einfach mittels

$$C_{Mod} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d} \tag{5.52}$$

berechnet werden.

Wird das Basis-Modul als reine Leitung verwendet, d.h. die Anschlüsse A und C sind die Eingangsklemmen und die Anschlüsse B und D die Ausgangsklemmen, so verschiebt sich die erste Resonanzfrequenz des Aufbaus zu höheren Frequenzen. Der Grund dafür ist, daß bei einer konventionellen Leitung nur die Streuinduktivität zwischen den beiden Leitern als Resonanzinduktivität eine wesentliche Rolle spielt. Dies ist auch aus dem Ersatzschaltbild (siehe Abb. 5.12(b)) aufgrund der Kopplung der beiden Induktivitäten ersichtlich. Bei den oben besprochenen Aufbauten wird gezielt die Induktivität eines Leiters bzw. die gekoppelte Induktivität beider Leiter zusammen (5.1.3 Parallelresonanzkreis Variante I) als Resonanzkreisinduktivität eingesetzt, so daß die Resonanzfrequenz sinkt.

Bemerkung: Oben gesagtes gilt für ein Basis-Modul, das aus einer Lage Dielektrikum besteht, welches auf beiden Seiten kontaktiert ist. Weiterhin besteht die Metallisierung auf dem Dielektrikum aus einer breiten Bahn, d.h. es werden nicht mehrere Windungen mit der Metallisierung realisiert. Aufbauten mit mehreren Lagen und/oder mehreren Windungen pro Lage werden im Abschnitt 5.3 betrachtet.

5.2 Kaskadierung von Basis-Modulen

Im Abschnitt 5.1 wurde das allgemeine Modell eines Basis-Moduls und die Grundschaltungen mit einem Basis-Modul beschrieben. Das allgemeine Modell kann bei guter Kopplung der beiden Leiter zu einem einfachen L-C Netzwerk (≤ 4 Elemente) mit konzentrierten Bauelementen (siehe Abb. 5.12) vereinfacht werden.

Elektromagnetisch integrierte Strukturen für leistungselektronische Anwendungen bestehen aus einer Kombination mehrerer Basis-Module, welche unterschiedliche Widerstands-, Leitwerts-, Kapazitäts-, Induktivitätsbeläge und Kopplungsfaktoren haben können. Diese werden im Normalfall in Serie geschaltet, d.h. das Ende der oberen/unteren Folien



Abbildung 5.13: (a) 3D Ansicht einer integrierten Aufbaus mit einer Lage und einer Windung. (b) Schematisierter Ersatzaufbau.



Abbildung 5.14: Kaskadierte Basis-Module in Beschaltung als Serienschwingkreis.

eines Moduls wird mit dem Anfang der oberen/unteren Folie des darauffolgenden Moduls, usw. verbunden. In Abbildung 5.13 ist ein Aufbau dargestellt, welcher aus einer Lage metallisiertem Dielektrikum besteht, das teilweise von einem Magnetkern umschlossen wird. Dieser Aufbau kann näherungsweise in vier Abschnitte/Basis-Module unterteilt werden. Das erste und das dritte Basis-Modul besteht aus den Abschnitten des Dielektrikums im Kern und das zweite und vierte Modul aus den "Wicklungsköpfen" außerhalb des Kerns. Der Induktivitätsbelag des zweiten und des vierten Abschnittes ist relativ klein, da sich diese außerhalb des Kerns befinden.

Im folgenden wird gezeigt, wie die Serienschaltung bzw. Kaskadierung von n Basis-Modulen mit Hilfe der allgemeinen Modelle für Basis-Module beschrieben werden kann [119]. Die allgemeine Beschreibung der Kaskadierung wird wiederum auf ein einfaches L-C Netzwerk reduziert. Die Erläuterung der Zusammenhänge erfolgt am Beispiel des Serienresonanzkreises nach Abbildung 5.14 (Kontaktierung A und D). Diese und die daraus resultierenden Ergebnisse sind jedoch analog auf die anderen Beschaltungsvarianten übertragbar.

Die Gleichungen für die Spannung $V_i(x)$ und den Strom $I_{DM,i}(x)$ in den einzelnen Leitungsabschnitten i (Gl. (5.53)) ergeben sich direkt aus der Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung (siehe Gl. (5.6)).

$$V_i(x) = V_{a,i} \cdot e^{-\gamma_i x} + V_{b,i} \cdot e^{\gamma_i x}$$
$$I_{DM,i}(x) = I_{a,i} \cdot e^{-\gamma_i x} + I_{b,i} \cdot e^{\gamma_i x} = \frac{V_{a,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{-\gamma_i x} - \frac{V_{b,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{\gamma_i x} \quad (5.53)$$

mit

$$Z_{0,i} = \sqrt{\frac{R_i + j\omega(L_i - M_i)}{G_i + j\omega C_i}}$$

Aufgrund der Ladungserhaltung ist die Summe der Ströme $I_{1,i}(x)$ und $I_{2,i}(x)$ gleich

$$I_{1,i}(x) + I_{2,i}(x) = I (5.54)$$

für die Beschaltung als Serienschwingkreis. Mit Gleichung (5.4)ergibt sich somit

$$I_{1,i}(x) = \frac{I}{2} + I_{DM,i}(x) = \frac{I}{2} + \frac{V_{a,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{-\gamma_i x} - \frac{V_{b,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{\gamma_i x}$$

$$I_{2,i}(x) = \frac{I}{2} - I_{DM,i}(x) = \frac{I}{2} - \frac{V_{a,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{-\gamma_i x} + \frac{V_{b,i}}{Z_{0,i}} \cdot e^{\gamma_i x}$$
(5.55)

für die Ströme in den Leitungen. Da die Ströme beim Übergang von einem Abschnitt zum nächsten stetig sein müssen, ergeben sich folgende n-1 Gleichungen für die Übergänge.

$$I_{DM,1}(l_1) = \frac{V_{a,1}}{Z_{0,1}} e^{-\gamma_1 l_1} - \frac{V_{b,1}}{Z_{0,1}} e^{\gamma_1 l_1}$$

$$= I_{DM,2}(0) = \frac{V_{a,2}}{Z_{0,2}} - \frac{V_{b,2}}{Z_{0,2}}$$

$$I_{DM,2}(l_2) = \frac{V_{a,2}}{Z_{0,2}} e^{-\gamma_2 l_2} - \frac{V_{b,2}}{Z_{0,2}} e^{\gamma_2 l_2}$$

$$= I_{DM,3}(0) = \frac{V_{a,3}}{Z_{0,3}} - \frac{V_{b,3}}{Z_{0,3}}$$
(5.56)

$$I_{DM,n-1}(l_{n-1}) = \frac{V_{a,(n-1)}}{Z_{0,(n-1)}} e^{-\gamma_{n-1}l_{n-1}} - \frac{V_{b,(n-1)}}{Z_{0,(n-1)}} e^{\gamma_{n-1}l_{n-1}}$$
$$= I_{DM,n}(0) = \frac{V_{a,n}}{Z_{0,n}} - \frac{V_{b,n}}{Z_{0,n}}$$

Zusätzlich müssen noch – wie bei einem einzelnen Basis-Modul – die Randbedingungen

$$I_{DM,1}(0) = \frac{V_{a,1}}{Z_{0,1}} - \frac{V_{b,1}}{Z_{0,1}} = \frac{I}{2}$$

$$I_{DM,n}(l_n) = \frac{V_{a,n}}{Z_{0,n}} - \frac{V_{b,n}}{Z_{0,n}} = -\frac{I}{2}$$
(5.57)

für die Ströme am Anfang und Ende der Leitung erfüllt sein. Neben den Strömen müssen ebenfalls die Spannungen an den Übergängen stetig

sein. Damit ergeben sich weiter
en-1Gleichungen.

$$V_{1}(l_{1}) = V_{a,1}e^{-\gamma_{1}l_{1}} + V_{b,1}e^{\gamma_{1}l_{1}}$$

$$= V_{2}(0) = V_{a,2} + V_{b,2}$$

$$V_{2}(l_{2}) = V_{a,2}e^{-\gamma_{2}l_{2}} + V_{b,2}e^{\gamma_{2}l_{2}}$$

$$= V_{3}(0) = V_{a,3} + V_{b,3}$$

$$\vdots$$

$$V_{(n-1)}(l_{n-1}) = V_{a,(n-1)}e^{-\gamma_{n-1}l_{n-1}} + V_{b,(n-1)}e^{\gamma_{n-1}l_{n-1}}$$

$$= V_{n}(0) = V_{a,n} + V_{b,n}$$

(5.58)

Aus den vorangegangenen 2(n-1) + 2 Gleichungen können die 2n Unbekannten $V_{a,i}$ und $V_{b,i}$ (i = 1..n) berechnet werden, womit die Stromund Spannungsverteilung der kaskadierten Struktur gegeben ist. Mit dem Ansatz nach Gleichung (5.11) kann somit die Spannung zwischen den Anschlußpunkten A und B der einzelnen Module berechnet werden.

$$V_{AB,i} = \int_{0}^{l_{i}} [I_{1,i}(x) (R_{i} + j \omega L_{i}) + I_{2,i}(x) j \omega M_{i}] dx$$

$$= \frac{(R_{i} + j \omega (L_{i} + M_{i}))}{2} I \cdot l_{i}$$

$$+ \frac{1}{2} \left[V_{a,i} (1 - e^{-\gamma_{i} l_{i}} + V_{b,i} (1 - e^{\gamma_{i} l_{i}}) \right]$$
(5.59)

Die Gesamtspannung V_{AB} der Kaskade ergibt sich aus der Summe der einzelnen Teilspannungen und die Spannung am Ende der Leitung V_{BD} ist gleich der Leitungsspannung V(x) am Ende der Leitung.

$$V_{AB} = \sum_{i=1}^{n} V_{AB,i}$$

$$V_{BD} = V_n(l_n)$$
(5.60)

Damit kann die Impedanz Z_{AD} der Serienschaltung der Basis-Module

analog zu Abschnitt 5.1.3 berechnet werden.

$$Z_{AD} = \frac{V_{AB} + V_{BD}}{I}$$

= $\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i + j\omega(L_i + M_i))}{2} \cdot l_i$
+ $\frac{1}{2I} \sum_{i=1}^{n} \left[V_{a,i}(1 - e^{-\gamma_i l_i} + V_{b,i}(1 - e^{\gamma_i l_i})) \right]$
+ $V_{a,n} \cdot e^{-\gamma_n l_n} + V_{b,n} \cdot e^{\gamma_n l_n}$ (5.61)

In Abbildung 5.15 ist der Verlauf des Betrages der Impedanz Z_{AD} für eine Kaskade aus vier Basis-Modulen für die Parameter in Tabelle 5.2 über der Frequenz für verschiedene Kopplungsfaktoren k dargestellt. Zum Vergleich ist in dieser Abbildung ebenfalls der Verlauf des Betrages der Impedanz Z_{AD} für ein Basis-Modul dargestellt, welches den gleichen äquivalenten Widerstands-, Induktivitätsbelag, etc. wie die Serienschaltung hat.

Wie man erkennt, weichen die beiden Impedanzverläufe nur im Frequenzbereich oberhalb der ersten Serienresonanz voneinander ab. Die Frequenz und der Betragsverlauf der ersten Serienresonanz sind für beide identisch. Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal sind die unterschiedlichen Frequenzen der Resonanzstellen nach der ersten Serienresonanz. Die Unterschiede werden um so deutlicher, je geringer die Kopplung zwischen den beiden Leitern ist. Somit kann auch die Serienschaltung von Basis-Modulen für eine gute Kopplung zwischen den Leitern mittels eines einfachen L-C Netzwerkes aus konzentrierten Ele-

	Modul 1	Modul 2	Modul 3	Modul 4	
L-Belag	160	10	160	10	$[\mu H/m]$
$C ext{-Belag}$	1.25	1.25	1.25	1.25	$[\mu F/m]$
M-Belag	$k \cdot L_1$	$0.98k \cdot L_2$	$k \cdot L_3$	$0.98k \cdot L_4$	$[\mu H/m]$
R-Belag	0.1	0.1	0.1	0.1	$[\Omega/m]$
$G ext{-Belag}$	0.1	0.1	0.1	0.1	$[1/(\Omega m)]$
Länge <i>l</i>	0.03	0.02	0.03	0.02	[m]

 Tabelle
 5.2: Parameter f
 ür die Berechnungen in Abbildung 5.5



menten nach Abbildung 5.16 modelliert werden.

Abbildung 5.15: Verlauf des Betrages der Impedanz einer Kaskade aus Leitungen (durchgezogen, schwarz) und der Impedanz des äquivalenten Leitungsabschnittes (strichliert, grau).



Abbildung 5.16: Einfaches äquivalentes Ersatzschaltbild einer Serienschaltung von Basis-Modulen.

Die Frequenz der ersten Serienresonanz der Kaskade bzw. der Resonanzfrequenz der Ersatzschaltung kann anhand von

$$f = \frac{1}{\left(2\pi l_g \sqrt{(L_{eq} + M_g)/2C_{eq}}\right)}$$
(5.62)

mit

$$l_{eq} = l_1 + l_2 + \dots + l_n$$

$$L_{eq} = (L_1 l_1 + L_2 l_2 + \dots + L_n l_n) / l_{eq}$$

$$M_{eq} = (M_1 l_1 + M_2 l_2 + \dots + M_n l_n) / l_{eq}$$

$$C_{eq} = (C_1 l_1 + C_2 l_2 + \dots + C_n l_n) / l_{eq}$$

berechnet werden. Die äquivalente Gesamtinduktivität L_{eq} eines Aufbaus nach Abbildung 5.13 kann einfach aus der Windungszahl und z.B. dem A_L -Wert des Kernes mit $L_{eq} = A_L N^2$ ermittelt werden. Genauso kann die äquivalente Kapazität mit $C_{eq} = \epsilon_0 \epsilon_R \frac{A_G}{d}$ aus der gesamten Fläche A_G des metallisierten Dielektrikums berechnet werden, wenn das Dielektrikum durchgehend gleich ist. Somit sind L_{eq} und C_{eq} relativ unabhängig voneinander berechenbar und designbar.

5.3 Modell einer Lage mit mehreren Windungen

Mit dem Modell für ein Basis-Modul und dessen Kaskadierung kann ein Aufbau einer elektromagnetisch integrierten Struktur mit einer Lage und einer Windung korrekt beschrieben werden. Werden mehrere Windungen pro Lage realisiert, wie in Abbildung 5.17(a) dargestellt ist, oder mehrere Lagen mit jeweils einer Windung verwendet, wie in Abbildung 5.17(b) dargestellt ist, so ergeben sich kapazitive Kopplungen zwischen den einzelnen Windungen bzw. Lagen.

In diesem Abschnitt wird das Modell für ein Basis-Modul um die kapazitive Kopplung zwischen den Windungen auf einer Lage (siehe Abb. 5.17(a)) erweitert. Dazu wird zuerst die Koppelkapazität zwischen zwei koplanaren Leitern auf einem Dielektrikum mit Hilfe der Schwarz-Christoffel-Transformation berechnet. Anschließend wird der Aufbau mit mehreren Windungen pro Lage in Abschnitte unterteilt,



Abbildung 5.17: (a) Aufbau mit 2 Windungen pro Lage. (b) Aufbau mit 2 Lagen und einer Windung pro Lage.

welche jeweils als ein gekoppeltes Mehrleitersystemen modelliert werden können. Die Gleichungen für ein gekoppeltes Mehrleitersystem werden im darauffolgenden Abschnitt hergeleitet. Diese werden dann für die Modellierung des Gesamtaufbaus verwendet.

5.3.1 Kapazitive Kopplung zwischen den Leitern einer Lage

In Abbildung 5.18 ist beispielhaft ein Aufbau mit zwei Windungen pro Lage und ein Schnitt durch den Aufbau dargestellt. Die vertikale kapazitive Kopplung zwischen den Leitern L_{1a} und L_{2a} bzw. zwischen L_{1b} und L_{2b} wird in den Abschnitten 5.1.1-5.1.3 behandelt und ist bereits im Modell des Basis-Moduls bzw. der Serienschaltung berücksichtigt.



Abbildung 5.18: (a) Aufbau mit 2 Windungen pro Lage. (b) Schnitt durch Aufbau aus (a).

Die horizontale kapazitive Kopplung zwischen den Leitern in einer Ebene, d.h. zwischen koplanaren Leitern (z.B. L_{1a} und L_{1b} bzw. L_{2a} und L_{2b}), welche zu aufeinanderfolgenden Windungen gehören, wird im folgenden betrachtet. Dabei wird nur die Kopplung der beiden Leiter L_{1a} und L_{1b} bzw. die Kapazitäten C_{ga} , C_{gs} und C_{ge} betrachtet, da sich die äquivalenten Kapazitäten für die Leiter L_{2a} und L_{2b} analog ergeben.

Schwarz-Christoffel-Transformation

Für eine Geometrie nach Abbildung 5.18 gibt es keine einfache geschlossene Lösung zum direkten Berechnen der Feldverteilung bzw. der parasitären Kapazitäten zwischen den Leitern. Eine Möglichkeit die Feldverteilung zu berechnen, ergibt sich z.B. durch numerische Verfahren wie finite Elemente Programme (MAXWELLTM / FEMLABTM) oder die Momenten-Methode [128, 129], welche relativ rechenintensiv sind und keine direkten funktionalen Zusammenhänge zwischen den geometrischen Abmessungen und z.B. der Kapazität aufzeigen.

Neben den numerischen Verfahren besteht auch die Möglichkeit die gegebene Geometrie mittels einer Abbildung so zu transformieren, daß für die resultierende Geometrie eine geschlossene Lösung des Problems existiert. Um zu einer geeigneten Geometrie zu gelangen, kann es notwendig sein, mehrere Transformationen nacheinander anzuwenden. Dabei ist es wichtig, daß die Lösung der Feldgleichungen im Bildbereich ebenfalls für den Originalbereich gültig sind und daß die Randbedingungen entsprechend mittransformiert werden. Eine Klasse von Abbildungen, die diese Bedingungen erfüllen, sind die konformen Abbildungen. Diese bilden eine komplexe Ebene (d.h. eine 2D-Geometrie) auf eine andere komplexe Ebene ab.

Einen Aufbau nach Abbildung 5.18 ohne die beiden unteren Leiter $(L_{1b} \text{ und } L_{1b})$ findet man häufig in der Hochfrequenztechnik wieder (Coplanar Strip). Dort wird die Kapazität zwischen den beiden Leitern mittels einer konformen Abbildung – der Schwarz-Christoffel-Transformation – berechnet [123, 122]. Dieses Verfahren wird nun auf den Gesamtaufbau mit vier Leitern angewendet (siehe [120]), um die Koppelkapazitäten zu berechnen.

Die Schwarz-Christoffel-Transformation bildet das Innengebiet eines Polygons in einer komplexen Ebene auf die obere Halbebene einer zweiten komplexen Ebene ab (und umgekehrt). Die Rand- bzw. Eckpunkte des Polygons werden auf die *u*-Achse der *W*-Ebene abgebildet (siehe



Abbildung 5.19: Schwarz-Christoffel-Transformation eines Polygons von der Z-Ebene (a) in die Bildebene W (b).

Abb. 5.19). Aufgrund der Konformität werden dabei Schnittwinkel zwischen zwei Linien im Transformationsgebiet bei der Abbildung nicht verändert.

Die Vorschrift der Abbildung ist durch folgende Gleichung gegeben.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = K_1 \cdot \prod_{k=1}^n (w - u_k)^{\left(\frac{\alpha_k}{\pi} - 1\right)}$$

$$\Rightarrow z = K_1 \cdot \int \prod_{k=1}^n (w - u_k)^{\left(\frac{\alpha_k}{\pi} - 1\right)} \mathrm{d}z + K_2$$
(5.63)

Mit der Variablen K_1 kann dabei die Skalierung der Abbildung beeinflußt werden und die Variable K_2 ergibt sich aus der unbestimmten Integration $(K_1, K_2 \in \mathbb{C})$. Die Winkel α_k sind die Innenwinkel des Polygons in der Z-Ebene und die Eckpunkte z_k des Polygons werden auf die Punkte u_k der u-Achse in der W-Ebene abgebildet. Daraus folgt, daß sowohl die Variablen K_1 und K_2 als auch die Bildpunkte u_k festgelegt werden müssen, bevor man die Transformation anwenden kann. Für Polygone mit drei oder weniger Ecken gibt es gewisse Freiheitsgrade bei der Wahl der Parameter. Ab vier Ecken müssen geeignete Parameter gefunden werden, welche die gewünschte Abbildung ermöglichen.

Berechnung der Koppelkapazität koplanarer Leiter

Im folgenden wird mit der Schwarz-Christoffel-Transformation die Koppelkapazität C_{ge} des Aufbaus nach Abbildung 5.20 berechnet. Das

Original-Polygon in der Z-Ebene ist ein Zweieck, dessen Ecken bei $\pm \infty$ liegen (Verlauf der Integration: $z_A, z_B, \infty, z_C - z'_C, -\infty, z'_B, z_A$). Würde man die Ecken des Polygons ins Endliche legen, träten dort singuläre Punkte auf, welche die Berechnung der Kapazitäten erschweren würden. Da die Feldstärken außerhalb des Bereiches, in welchem die Leiter liegen, vernachlässigbar sind, werden die Ecken ins Unendliche verschoben. Weiterhin muß angenommen werden, daß die einzelnen Leiter unendlich dünn sind, da die endliche Dicke der Leiter mit dem Polygon der Schwarz-Christoffel-Transformation nicht berücksichtigt werden kann.

Die Koordinaten der Punkte A bis D im Originalbereich (vgl. Abb. 5.20(a)) sind in (5.64) gegeben.

$$z_{A} = \frac{a}{2}$$

$$z_{B} = \frac{a}{2} + b$$

$$z_{C} = \frac{a}{2} + b + j d$$

$$z_{D} = \frac{a}{2} + j d$$
(5.64)

Die Innenwinkel des Polygons / Zweiecks an den beiden Ecken $x=\pm\infty$ sind

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0. \tag{5.65}$$

Damit ergibt die Gleichung der Schwarz-Christoffel-Transformation zu 5.66. Da das zu transformierende Polygon nur zwei Ecken besitzt, bleiben im betrachteten Fall zwei Freiheitsgrade. Die Konstante K_2 (vgl. (5.63)) wird gleich Null gesetzt, so daß der Ursprung der Z-Ebene auf den Ursprung der W-Ebene transformiert wird. Weiterhin wird $K_1 = 1$ gewählt.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = \frac{1}{(w - u_1)(w - u_2)} \tag{5.66}$$

Die beiden Bildpunkte u_1 und u_2 der Ecken des Polygons sind noch nicht bekannt. Da es sich um einen symmetrischen Aufbau handelt und der Ursprung der Z-Ebene auf den Ursprung der W-Ebene transformiert wird, liegen die Bildpunkte der Ecken in der Z-Ebene symmetrisch zum Ursprung des Bildbereiches. Somit ist $u_2 = -u_1$ und die Transformationsgleichung kann vereinfacht werden zu

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = \frac{1}{(w^2 - u_1^2)}.$$
(5.67)

Nach [138] liefert die Integration von Gleichung (5.67) folgenden Zusammenhang für z.

$$z = \frac{1}{2} \frac{\ln\left(\frac{w-u_1}{w+u_1}\right)}{u_1} \tag{5.68}$$

Vergleicht man das Polygon im Original- und im Bildbereich (Abbildung 5.20(a) & (b)), so erkennt man, daß der Punkt jd in der Z-Ebene ins Unendliche der W-Ebene transformiert wird (das Polygon wird "auf-



Abbildung 5.20: Schwarz-Christoffel-Transformation des Aufbaus nach Abbildung 5.18. (a) Originalbild in der Z-Ebene. (b) Transformiertes Bild in der W-Ebene. (c) Rücktransformiertes Bild in der T-Ebene.

geklappt"). Damit kann der Bildpunkt u_1 der Ecken des Polygons in der Z-Ebene zu

$$u_1 = -\frac{1}{2}\frac{\pi}{d}$$
(5.69)

bestimmt werden. Auflösen der Gleichung (5.68) nach der Variablen wund vereinfachen liefert

$$w = \frac{1}{2} \frac{\pi \left(e^{\frac{\pi (-z+jd)}{t}} + 1 \right)}{d \left(e^{\frac{\pi (-z+jd)}{d}} - 1 \right)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\pi \tanh \frac{1}{2} \frac{z\pi}{d}}{d}.$$
(5.70)

Damit ergeben sich folgende Koordinaten der Leiter im Bildbereich.

$$w_{A} = \frac{\pi}{2d} \tanh \frac{\pi a}{4d}$$

$$w_{B} = \frac{\pi}{2d} \tanh \frac{\pi (b + \frac{a}{2})}{2d}$$

$$w_{C} = \frac{\pi}{2d} \tanh \frac{\pi (b + \frac{a}{2} + jd)}{2d} = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{\tanh \frac{\pi (b + \frac{a}{2})}{2d}}$$

$$w_{D} = \frac{\pi}{2d} \tanh \frac{\pi (\frac{a}{2} + jd)}{2d} = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{\tanh \frac{\pi (b + \frac{a}{2})}{2d}}.$$
(5.71)

Um eine Geometrie zu erhalten, mich welchen die Kapazität C_{ge} berechnet werden kann, ist eine weitere Transformation notwendig. Dies ist die inverse Schwarz-Christoffel-Transformation von der W-Ebene in die T-Ebene (vgl. Abb. 5.20). Die Innenwinkel des Polygons im Originalbereich der Transformation (hier die T-Ebene) sind

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{\pi}{2}.$$
 (5.72)

Mit diesen Innenwinkeln ergibt sich die Transformationsgleichung zu (5.73), womit die Bildpunkte in der *T*-Ebene mit Hilfe eines elliptischen

Integrals berechnet werden können.

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}w} = \frac{1}{\sqrt{(w - w_A)(w - w'_A)(w - w_D)(w - w'_D)}}
= \frac{1}{\sqrt{(w - w_A)(w + w_A)(w - w_D)(w + w_D)}}
= \frac{1}{\sqrt{(w^2 - w_A^2)(w^2 - w_D^2)}}
\Rightarrow t = F(w) = \int_0^w \frac{\mathrm{d}w}{\sqrt{(w^2 - w_A^2)(w^2 - w_D^2)}},$$
(5.73)

Die Koordinaten der Bildpunkte ergeben sich somit zu

$$t_A = F(w_A)$$

$$t_B = F(w_B)$$

$$t_C = F(w_C)$$

$$t_D = F(w_D).$$

(5.74)

Nach der zweiten Transformation kann die Kapazität C_{ge} zwischen den beiden Leitern L_{1a} und L_{1b} mit der Gleichung für einen Plattenkondensator berechnet werden, wenn näherungsweise eine homogene Feldverteilung zwischen den Leitern angenommen wird. Die Fläche des Kondensators ist

$$A_{Cge} = |(F(w_D) - F(w_C))l| = \left| \int_{w_C}^{w_D} \frac{l \, \mathrm{d}w}{\sqrt{(w^2 - w_A^2)(w^2 - w_D^2)}} \right|$$
(5.75)
$$= \left| \frac{j \, l}{w_D} \text{ EllipticF} \left(\sqrt{\frac{w_D^2 - w_C^2}{w_D^2 - w_A^2}}, \sqrt{1 - \frac{w_A^2}{w_D^2}} \right) \right|$$

und der Abstand der Kondensatorplatten

$$d_{Cge} = 2F(w_A) = \int_{0}^{w_A} 2\frac{\mathrm{d}w}{\sqrt{(w^2 - w_A^2)(w^2 - w_D^2)}}$$
$$= \frac{2}{w_D} \text{ EllipticK}\left(\frac{w_A}{w_D}\right).$$
(5.76)

Dabei ist l die mittlere Länge der beiden Windungen, EllipticK ein vollständiges elliptisches Integral erster Gattung und EllipticF(y, M) ein unvollständiges elliptisches Integral erster Gattung mit dem Argument y (Integrationsgrenze) und dem Modul M. Die Kapazität C_{ge} kann somit mit

$$C_{ge} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_R \, \frac{A_{Cge}}{d_{Cge}} \tag{5.77}$$

berechnet werden.

Neben der kapazitiven Kopplung der beiden Leiter L_{1a} und L_{1b} durch das Dielektrikum (vgl. Abb. 5.21), gibt es ebenfalls eine Kopplung durch die Isolation oberhalb der Leiter (C_{ga}). Bei einem mehrlagigem Aufbau, wie in Abbildung 5.21 dargestellt ist, kann die Kapazität C_{ga} mit der entsprechenden relativen Permittivität und Abstand d_{ISO} genauso berechnet werden wie die Kapazität C_{ge} .

Wird hingegen ein einlagiger Aufbau betrachtet, so ist näherungsweise der gesamte Raum oberhalb der Leiter mit Luft erfüllt. Die Kapazität kann wiederum mit einem ähnlichem Ansatz berechnet werden, wie er oben für die Kapazität C_{ge} beschrieben wurde (siehe [122]). In diesem Fall strebt die Dicke d gegen Unendlich und die relative Permittivität ist gleich 1.



Abbildung 5.21: Kapazität oberhalb der Leiter für mehrlagigen Aufbau

Das Resultat der Rechnung ist

$$C_{ga} = \epsilon_0 \frac{\text{ElliptiK}(\mathbf{k}')}{2 \cdot \text{ElliptiK}(\mathbf{k})} \qquad [F/m] \tag{5.78}$$

mit

$$k = \frac{a}{2b+a}$$
 und $k' = \sqrt{1-k^2}$. (5.79)

Bei den Berechnungen der Kapazitäten C_{ge} und C_{ga} mittels Schwarz-Christoffel-Transformation wird angenommen, daß die Leiter unendlich dünn sind. Durch die endliche Dicke der Leiter h_T ergibt sich neben den bereits genannten Kapazitäten noch die Kapazität C_{gs} zwischen den Stirnflächen der Leiter. Diese kann näherungsweise mit der Gleichung für den Plattenkondensator berechnet werden.

$$C_{gs} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_R \frac{h_T}{a} \tag{5.80}$$

Insgesamt ist die Parallelschaltung der Kondensatoren C_{ge} , C_{ga} und C_{gs} zwischen den benachbarten Leitern einer Lage wirksam. Diese wirksame Kapazität wird zusammenfassend als $C_g = C_{ge} + C_{ga} + C_{gs}$ bezeichnet.

5.3.2 Unterteilung des Aufbaus in Abschnitte bestehend aus Mehrleitersystemen

Im folgenden wird ein Aufbau mit mehreren Windungen pro Lage in Abschnitte unterteilt, welche – direkt oder nach einer Transformation – mittels Gleichungen für gekoppelte Mehrleitersysteme beschrieben werden können. In Abbildung 5.22 ist die Draufsicht eines solchen Aufbaus mit mehreren Windungen pro Lage gegeben. Dieser kann in vier gerade Abschnitte (B, D, F und H) und vier Eck-Abschnitte (A, C, E und G) unterteilt werden, welche näherungsweise jeweils konstante Induktivitäts-, Kapazitäts-, Widerstands-, Leitwertsbeläge und Koppelfaktoren besitzen. Die geraden Abschnitte stellen gekoppelte Mehrleitersysteme dar, welche direkt mittels den Gleichungen für Mehrleitersysteme (siehe z.B. [130, 131]) beschrieben werden können. Dabei sind die Abschnitte B und F innerhalb des Magnetkerns magnetisch sehr gut gekoppelt und haben einen relativ großen Induktivitätsbelag und die Abschnitte D und H außerhalb des Kerns sind magnetisch schlechter gekoppelt und haben einen geringen Induktivitätsbelag. Bei der Herleitung der Gleichungen für ein gekoppeltes Mehrleitersystem wird die Strom-, Spannungs- und Feldverteilung für eine Querschnittsfläche berechnet, welche alle Leiter senkrecht schneidet und welche in Richtung des Stromes bzw. in Richtung des elektrischen Feldes entlang des Leiters, d.h. senkrecht zur Querschnittsfläche, eine infinitesimale Ausdehnung ∂x hat (vgl. Einleitung von [130]). Weiterhin wird angenommen, daß die berechnete Verteilung der einzelnen Größen entlang der Leitung konstant ist, d.h. es handelt sich um eine homogene Leitung mit konstanten Leitungsparametern.

Im betrachteten Aufbau nach Abbildung 5.22 existieren solche Querschnittsflächen für die Eck-Abschnitte nicht. Außerdem sind die Parameter entlang der Leitung nicht konstant. Dies gilt vor allem für die Kopplung der Leitungen, welche im Bereich der Ecken abnimmt. Dadurch variiert die charakteristische Impedanz der Leitung mit dem Ort und es treten zusätzliche Reflexionen und Kopplungen auf [133, 134]. Diese Effekte können mit Hilfe von Kettenmatrizen beschrieben werden [135].

Eine Möglichkeit diese Reflexionen zu reduzieren ist, daß die Ecken durch Viertelkreise ersetzt werden, wie in Abbildung 5.23 dargestellt ist. Für diese existieren oben genannte Querschnittsflächen und die Parameter sind im Bereich der Krümmung konstant. Allerdings sind solche Strukturen in der Fertigung etwas schwieriger zu handhaben.

Da der Einfluß der Ecken auf das Verhalten des Gesamtaufbaus re-



Abbildung 5.22: Draufsicht auf Aufbau mit 3 Windungen pro Lage.



Abbildung 5.23: Ersatz der Ecken durch Kreisbögen.

lativ gering und hauptsächlich auf Bereiche relativ hoher Frequenzen beschränkt ist, werden im folgenden die Ecken näherungsweise in gerade Abschnitte transformiert, wie in der Dissertation [136] vorgeschlagen wird. Dabei werden die elektrischen Eigenschaften der transformierten Mehrleitersysteme (d.h. Induktivitätsbelag, etc.) so gewählt, daß diese das gleiche Übertragungsverhalten bzw. elektrische Verhalten zeigen, wie wenn der Eck-Abschnitt ein Mehrleitersystem mit homogener Parameterverteilung wäre. Dies bedeutet, daß z.B. die Einflüsse einer nicht konstanten charakteristischen Impedanz im Bereich relativ hoher Frequenzen vernachlässigt werden.

Betrachtet man die Gleichungen eines Zweileitersystems (siehe Gl. (5.6)) mit homogener Parameterverteilung, so ändert sich die relative Spannungs- und Stromverteilung auf der Leitung nicht, wenn man die Länge der Leitung ändert und das Produkt aus dem Wellenausbreitungskoeffizienten γ und der Leitungslänge *l* konstant hält. Mit einem konstanten Produkt γl ergibt sich weiterhin für die in der Länge modifizierte Leitung ein Induktivitäts-, Kapazitäts-, Widerstands-, Leitwertsbelag und ein Koppelfaktor, welcher zu einem konstanten Produkt des Belages und der Länge bzw. der Kopplung und der Länge führt. Dies bedeutet, daß die Gesamtinduktivität, -kapazität und -kopplung sowie der Gesamtwiderstand und -leitwert der Leitung sich nicht ändern, wenn die Länge der Leitung bei konstantem γl modifiziert wird. Somit können die Längen des einzelnen Eck-Abschnitte so transformiert werden, daß diese alle gleich der normierten Länge des transformierten geraden Mehrleitersystems sind. Die normierten Längen der einzelnen Mehrleitersysteme sind in den Gleichungen (5.81) für einen Aufbau mit N Windungen (im betrachteten Fall 3) gegeben.

$$l_{A0} = 2b + 2d_C + d_T$$

$$l_{B0} = l_{F0} = l_{Core}$$

$$l_{D0} = l_{H0} = w_{Core}$$

$$l_{C0} = b + 2d_C = l_{E0} = l_{G0}$$
(5.81)

Mit den normierten Längen für jeden Abschnitt können die Induktivitäts- und Widerstandsbeläge des jeweiligen Abschnittes anhand von

$$L_{X(\nu)} = L_{X(\nu),Sec}/l_{X0}$$

$$R_{X(\nu)} = R_{X(\nu),Sec}/l_{X0}$$
(5.82)

mit

$$X = A \dots H$$
$$\nu = 1 \dots 2n$$

berechnet werden. Dabei bezeichnen die Größen $L_{X(\nu),Sec}$ und $R_{X(\nu),Sec}$ jeweils die gesamte Induktivität bzw. den gesamten Widerstand eines Abschnittes. Die Induktivitäten müssen dabei im allgemeinen mittels FEM Simulationen berechnet werden. Verzichtet man bei den Widerstandswerten für die Abschnitte außerhalb des Kernes auf den Einfluß der HF-Verluste bzw. approximiert man den *H*-Feldverlauf durch einfache Näherungen, so können diese analytisch berechnet werden. Andernfalls müssen diese ebenfalls anhand von FEM Simulationen ermittelt werden, da die exakte *H*-Feld Verteilung außerhalb des Kernes nicht analytisch bestimmt werden kann.

Die Berechnung des Kapazitätsbelages des transformierten Mehrleitersystems erfolgt durch eine lineare Transformation des Kapazitätsbelages des ursprünglichen Systems. Aus diesem Grund werden die realen Längen der einzelnen Leiter des ursprünglichen Systems benötigt. Diese sind gleich

$$l_{A1} = l_{A2} = d_C + n(b + d_T) - d_T$$

$$l_{A(2\nu-1)} = l_{A(2\nu)} = l_{A0} + 2(n - \nu)(b + d_T)$$

$$l_{B(\nu)} = l_{F(\nu)} = l_{B0}$$

$$l_{D(\nu)} = l_{H(\nu)} = l_{D0}$$

$$l_{C(2\nu)} = l_{C(2\nu-1)} = l_{C0} + 2(n - \nu)(b + d_T)$$

$$= l_{E(2\nu-1)} = l_{E(2\nu)}$$

$$= l_{G(2\nu-1)} = l_{G(2\nu)}$$
(5.83)

mit

$$\nu = 1 \dots n.$$

Mit diesen Längen können die Kapazitätsbeläge $C'_{2\nu,2\nu-1}$ und die Leitwertsbeläge $G'_{2\nu,2\nu-1}$ zwischen den vertikal übereinander liegenden Leitern des ursprünglichen Systems in die Kapazitäts- und Leitwertsbeläge des transformierten Systems anhand von

$$C'_{2\nu-1,2\nu} = C'_{2\nu,2\nu-1} = C_P \frac{l_{X(2\nu-1)}}{l_{X0}}$$
$$G'_{2\nu-1,2\nu} = G'_{2\nu,2\nu-1} = G_P \frac{l_{X(2\nu-1)}}{l_{X0}}$$
(5.84)

mit

$$X = A \dots H$$
$$\nu = 1 \dots n$$
$$C_P = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{b}{d}$$

umgerechnet werden. Dabei bezeichnet C_P einfach die Kapazität pro Längeneinheit zwischen den parallelen Flächen der Leiter. Der Leitwertsbelag G_P ergibt sich aus den spannungsabhängigen Verlusten des Dielektrikums und ist vom verwendeten Material abhängig. Wird ein Dielektrikum mit niedrigen Verlusten eingesetzt, so kann dieser Verlustanteil normalerweise vernachlässigt werden.

Um die Kapazitäten zwischen den Windungen einer Ebene transformieren zu können, benötigt man die mittlere Länge der Spalte zwischen den Windungen. Diese sind gleich

$$l_{A1,3} = l_{A2,4} = l_{A0}$$
$$l_{A(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{A(2\nu),(2\nu+2)} = l_{A(2\nu-1)} - b - d_T$$

mit

$$\nu = 2 \dots N - 1$$

sowie

$$l_{B(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{B(2\nu),(2\nu+2)} = l_{B0}$$

= $l_{F(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{F(2\nu),(2\nu+2)}$

$$l_{C(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{C(2\nu),(2\nu+2)} = l_{C(2\nu-1)} - b - d_T$$

= $l_{E(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{E(2\nu),(2\nu+2)}$ (5.85)
= $l_{G(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{G(2\nu),(2\nu+2)}$
 $l_{D(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{D(2\nu),(2\nu+2)} = l_{D0}$
= $l_{H(2\nu-1),(2\nu+1)} = l_{H(2\nu),(2\nu+2)}$

mit

 $\nu = 1 \dots n - 1.$

Damit können wiederum die transformierten Kapazitäts- und Leitwertsbeläge zwischen den Windungen einer Ebene anhand von

$$C'_{\nu-1,\nu+1} = C'_{\nu,\nu+2} = C_g \frac{l_{X(\nu-1),(\nu+1)}}{l_{X0}}$$
$$G'_{\nu-1,\nu+1} = G'_{\nu,\nu+2} = G_g \frac{l_{X(\nu-1),(\nu+1)}}{l_{X0}}$$

mit C_g aus Abschnitt 5.3.1 und

$$X = A \dots H$$
$$\nu = 2 \dots n - 1$$

ermittelt werden. Die Koppelkapazitä
t C_g der koplanaren Leiter ergibt sich dabei aus den Gleichungen (5.77), (5.78) und (5.80) aus dem vorangegangenen Abschnitt. Wie die koplanare Koppelkapazitä
t C_g (vgl. Abb. 5.21) wird der Leitwertsbelag
 G_g durch mehrere parallel geschaltete Anteile bestimmt, welche sich aus dem Dielektrikum unterhalb, und der Isolation zwischen und oberhalb der Leiter ergeben. Dabei gilt für den Wert der Leitwerte das Gleiche wie oben für den Leitwertsbelag G_P erläutert wurde. Für Isolationsmaterialien und Dielektrika mit geringen Verlusten kann der Leitwertsbelag G_g – analog zu
 G_P – vernachlässigt werden.

Mit den beschriebenen Zusammenhängen können die vier Eck-Abschnitte näherungsweise in gerade Mehrleitersysteme transformiert werden. Damit kann der Aufbau einer elektromagnetisch integrierten Struktur nach Abbildung 5.22 als Serienschaltung von acht Mehrleitersystemen (siehe Abb. 5.24(a)) beschrieben werden. Die Eck-Abschnitte C, E und G sowie jeweils die Geradenpaare B / F und D / H haben



b)

$A_1 \qquad C_1 + E_1 + G_1$	$B_1 + F_1$	$D_1 + H_1$
$A_2 \qquad C_2 + E_2 + G_2$	$B_2 + F_2$	$D_2 + H_2$
$A_3 \qquad C_3 + E_3 + G_3$	$B_3 + F_3$	$D_3 + H_3$
$-A_4 - C_4 + E_4 + G_4$	$B_4 + F_4$	$D_4 + H_4$
$A_5 C_5 + E_5 + G_5$	$B_{5} + F_{5}$	$D_5 + H_5$
$A_6 C_6 + E_6 + G_6$	$B_6 + F_6$	$D_6 + H_6$

Abbildung 5.24: (a) Serienschaltung der Mehrleitersysteme entsprechend dem Aufbau nach Abb. 5.22. (b) Reduziertes Mehrleitersystem (Zusammenfassen gleicher Abschnitte).

dabei jeweils näherungsweise die gleichen elektrischen Eigenschaften (L, M, \ldots) und können zu einem Mehrleitersystem mit der dreifachen bzw. doppelten Länge des einzelnen Abschnittes zusammengefaßt werden, da nur das Gesamtübertragungsverhalten des Aufbaus von Interesse ist. Damit ergibt sich folgendes Ersatzschaltbild aus einer Serienschaltung von Mehrleitersystemen für den Aufbau.

Für ein solches Mehrleitersystem werden im folgenden Abschnitt zuerst die Gleichungen und die dazugehörigen Lösungen hergeleitet. Anschließend werden die Lösungen des Mehrleitersystems dann zur Berechnung des Gesamtaufbaus verwendet.

5.3.3 Lösung der Leitungsgleichungen eines Mehrleitersystems

In Abbildung 5.25(a) ist ein Mehrleitersystem mit 2n geraden Leitern und einer dielektrischen Lage dargestellt. Die Leiter befinden sich dabei jeweils zur Hälfte auf der Ober- und zur Hälfte auf der Unterseite des Dielektrikums und die jeweils vertikal übereinander liegenden Leiter bilden ein elektromagnetisch integriertes Basis-Modul. Ein potentieller magnetischer Kern, welcher den Aufbau zur Steigerung des Induktivitätsbelags und der Kopplung umschließt, ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

Dieses allgemeine Mehrleitersystem dient im folgenden als Modell für einen geraden Abschnitt (z.B. $C_{\nu} + E_{\nu} + G_{\nu}$ in Abb. 5.24(b)) des transformierten Modells eines Aufbaus mit mehreren Windungen pro Lage. Das dazugehörige Ersatznetzwerk mit verteilten Parametern ist in Abbildung 5.25(b) gegeben. Dort wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit alle resistiven Bauelemente weggelassen. Für die Modellierung von ohmschen bzw. dielektrischen Verlusten müssen Widerständen in Serie zu den Induktivitäten bzw. Leitwerte parallel zu den Kapazitäten eingefügt werden, wobei diese in den Gleichungen berücksichtigt sind.

Die Querkapazitäten zwischen den Leitern einer Ebene in Abbildung 5.25(b) resultieren aus der kapazitiven Kopplung koplanarer Leiter,



Abbildung 5.25: (a) Gekoppeltes Mehrleitersystem mit 2n Leitern auf einem Dielektrikum. (b) Verlustloses Ersatzschaltbild mit verteilten Parametern

welche im Abschnitt 5.3.1 erläutert wurde. Die dargestellten Induktivitäten sind jeweils untereinander magnetische gekoppelt, wobei die Induktivitätswerte und die Kopplungsfaktoren z.B. mit Hilfe von FEM-Simulationen berechnet werden können. Mit diesen Größen können nun die allgemeinen Gleichungen für die Strom- und Spannungsverteilung des gegebenen Systems aus mehreren Leitern berechnet werden. Die folgenden Gleichungen basieren auf den Herleitungen in [130], welche von den Autoren des Artikels [121] auf oben beschriebenen Aufbau angewendet wurde, wobei die in diesem Artikel genannten Randbedingungen nicht vollständig sind.

Mit den Kirchhoffschen Gesetzen können unter Verwendung der komplexen Wechselstromrechnung folgende Zusammenhänge (vgl. [121]) für die Spannungen V_i (i = 1...2n) der 2n einzelnen Leiter gegenüber einem beliebigen Bezugspotential (normalerweise Erde)

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{1}(x) = (R_{1} + \mathrm{j}\,\omega L_{1})I_{1}(x) + \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=2}^{2n}M_{1,i}I_{i}(x)$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{2}(x) = \mathrm{j}\,\omega M_{2,1}I_{1}(x) + (R_{2} + \mathrm{j}\,\omega L_{2})I_{2}(x) + \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=3}^{2n}M_{2,i}I_{i}(x)$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{3}(x) = \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=1}^{2}M_{3,i}I_{i}(x) + (R_{3} + \mathrm{j}\,\omega L_{3})I_{3}(x) + \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=4}^{2n}M_{3,i}I_{i}(x)$$

$$\vdots \qquad (5.86)$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{2n}(x) = j\omega \sum_{i=1} M_{2n,i}I_i(x) + (R_{2n} + j\omega L_{2n})I_{2n}(x)$$

und für die Ströme I_i in den Leitern

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{1}(x) = (G_{1,2} + j\omega C_{1,2})(V_{1}(x) - V_{2}(x)) + (G_{1,3} + j\omega C_{1,3})(V_{1}(x) - V_{3}(x)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{2}(x) = (G_{2,1} + j\omega C_{2,1})(V_{2}(x) - V_{1}(x)) + (G_{2,4} + j\omega C_{2,4})(V_{2}(x) - V_{4}(x)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{3}(x) = (G_{3,1} + j\omega C_{3,1})(V_{3}(x) - V_{1}(x)) + (G_{3,4} + j\omega C_{3,4})(V_{3}(x) - V_{4}(x))$$
(5.87)

$$+ (G_{3,5} + j\omega C_{3,5})(V_3(x) - V_5(x))$$

$$\vdots$$

$$-\frac{d}{dx}I_{2n}(x) = (G_{2n,2n-2} + j\omega C_{2n,2n-2})(V_{2n}(x) - V_{2n-2}(x))$$

$$+ (G_{2n,2n-1} + j\omega C_{2n,2n-1})(V_{2n}(x) - V_{2n-1}(x))$$

ermittelt werden. Dabei sind $C_{i,i+2}$ die Kapazitäten und $G_{i,i+2}$ die Leitwerte zwischen den koplanaren Leitern einer Ebene und $C_{i,i+1}$ die Kapazitäten und $G_{i,i+1}$ die Leitwerte zwischen den Leitern, welche sich auf den beiden Seiten des Dielektrikums gegenüberliegen. Betrachtet man die Gleichungen (5.87), welche die Zu- bzw. Abnahme des Stromes entlang der einzelnen Leiter beschreiben, so erkennt man, daß der Strom nur innerhalb der gegebenen 2n Leiter fließt. Folglich ist die Summer aller 2n Ströme immer Null $(\sum_{\nu=1}^{2n} I_{\nu} = 0)$ und die Gleichungen (5.87) sind nicht linear unabhängig. Dadurch ist die in [121] vorgeschlagene Transformation der Gleichungen zum Lösen des Problems nicht eindeutig und numerisch nicht stabil.

Ein weiterer problematischer Punkt des Lösungsvorschlags in [121] ist, daß die Spannungen in Gleichung (5.86) alle auf ein Bezugspotential (z.B. Erde) bezogen sind, aber in den Randbedingungen, welche zum Lösen des Gleichungssystems ((5.86) und (5.87)) benötigt werden, nur die Differenzen zwischen den Spannungen definiert werden. Damit ist das Potential des Mehrleitersystems gegenüber Erde nicht definiert, was wiederum zu numerischen Problemen bei der Berechnung der Lösung führt, da das System beliebige Spannungen gegenüber Erde annehmen kann.

Mit dem Gleichungssystem bestehend aus (5.86) und (5.87) wird das Systemverhalten von 2n Leitern gegenüber einem festen Bezugssystem bzw. einer leitenden Erde beschrieben, d.h. es beschreibt das Gleichund das Gegentaktverhalten des Systems. Bei einem Mehrleitersystem, wie es in Abbildung 5.25 dargestellt ist, ist jedoch nur das Gegentaktverhalten (siehe auch allgemeine Leitungsgleichungen), welches bei einem System aus 2n Leitern mittels 4n-2 Gleichungen beschrieben werden kann, definiert. Somit muß das in [121] vorgestellte Gleichungssystem modifiziert werden.

Eine Möglichkeit ist, daß man nur das Gegentaktverhalten des Mehr-

leitersystems z.B. mit folgenden 4n-2-Gleichungen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_{2,1} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_2 - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_1$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_{3,1} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_3 - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_1$$

$$\vdots$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_{2n,1} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_{2n} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_1$$
(5.88)

für die Spannungen zwischen den Leitern $(dV_{\nu}/dt \text{ aus Gl. } (5.86))$ und

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM,1,2}(x) = \frac{1}{2}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_1(x) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_2(x)\right]$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM,1,3}(x) = \frac{1}{2}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_1(x) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_3(x)\right]$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM,3,4}(x) = \frac{1}{2}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_3(x) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_4(x)\right]$$

$$\vdots$$

$$(5.89)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM,2n-3,2n-1}(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{2n-3}(x) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{2n-1}(x) \right]$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{DM,2n-1,2n}(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{2n-1}(x) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I_{2n}(x) \right]$$

für die Ströme in den Leitern und den dazugehörigen Randbedingungen beschreibt.

Eine zweite Variante ist, daß man das Verhalten des Mehrleitersystems gegenüber Erde in den Systemgleichungen berücksichtigt bzw. definiert. Dies kann z.B. dadurch geschehen, daß in den Gleichungen (5.87) für den Strom auch parasitäre Kapazitäten $C_{\nu,\nu}$ bzw. $G_{\nu,\nu}$ Leitwerte der einzelnen Leiter zur Erde berücksichtigt werden. Damit ergeben sich folgende Gleichungen für den Strom im Mehrleitersystem

$$-\frac{d}{dx}I_{1}(x) = (G_{1,1} + j\omega C_{1,1})V_{1}(x) + (G_{1,2} + j\omega C_{1,2})(V_{1}(x) - V_{2}(x)) + (G_{1,3} + j\omega C_{1,3})(V_{1}(x) - V_{3}(x)) - \frac{d}{dx}I_{2}(x) = (G_{2,2} + j\omega C_{2,2})V_{2}(x) + (G_{2,1} + j\omega C_{2,1})(V_{2}(x) - V_{1}(x)) + (G_{2,4} + j\omega C_{2,4})(V_{2}(x) - V_{4}(x)) - \frac{d}{dx}I_{3}(x) = (G_{3,3} + j\omega C_{3,3})V_{3}(x) + (G_{3,1} + j\omega C_{3,1})(V_{3}(x) - V_{1}(x)) + (G_{3,4} + j\omega C_{3,4})(V_{3}(x) - V_{4}(x)) + (G_{3,5} + j\omega C_{3,5})(V_{3}(x) - V_{5}(x)) \vdots - \frac{d}{dx}I_{2n}(x) = (G_{2n,2n} + j\omega C_{2n,2n})V_{2n}(x) + (G_{2n,2n-2} + j\omega C_{2n,2n-2})(V_{2n}(x) - V_{2n-2}(x)) + (G_{2n,2n-1} + j\omega C_{2n,2n-1})(V_{2n}(x) - V_{2n-1}(x))$$
(5.90)

Weiterhin muß die Gleichtaktspannung des Mehrleitersystems gegenüber Erde anhand von Randbedingungen definiert werden, wie bei den weiter unten folgenden Gleichungen (5.117) für die Randbedingungen noch gezeigt wird.

Da die elektromagnetisch integrierten Systeme z.B. als Resonanzkreis in einem Serien-Parallel-Resonanzwandler oder in einem integrierten EMV-Filter eingesetzt werden sollen, in welchen auch das Gleichtaktverhalten der Struktur und insbesondere die Gleichtaktströme durch parasitäre Elemente eine wichtige Rolle spielen, wird im folgenden die zweite Variante gewählt und eine Lösung für das Gleichungssystem (5.86) und (5.90) ermittelt.

In einem ersten Schritt werden die Gleichungen für die Spannungen (5.86) und die Gleichungen für die Ströme (5.90) in Matrizenschreibwei-
se geschrieben.

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V(x) = ZI(x)$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}I(x) = YV(x)$$
(5.91)

mit

$$V(x) = [V_1(x)V_2(x)...V_{2n}(x)]^T$$
$$I(x) = [I_1(x)I_2(x)...I_{2n}(x)]^T$$

Durch Ableiten und gegenseitiges Einsetzen in die Gleichungen (5.91) können die Ströme und Spannungen voneinander entkoppelt werden.

$$-\frac{d^2}{\mathrm{d}x^2}V(x) = ZYV(x)$$

$$-\frac{d^2}{\mathrm{d}x^2}I(x) = YZI(x)$$
(5.92)

In nächsten Schritt werden die einzelnen Gleichungen für die Spannungen bzw. Ströme entkoppelt. Dazu werden die Transformationsmatrizen T und W eingeführt, welche die modalen Größen ($\hat{V} \& \hat{I}$) in die realen Größen (V & I) überführen.

$$V(x) = T\hat{V}(x)$$

$$I(x) = W\hat{I}(x)$$
(5.93)

Einsetzen dieser Zusammenhänge liefert

$$-\frac{d^2}{\mathrm{d}x^2}\hat{V}(x) = (T^{-1}ZYT)\hat{V}(x)$$

$$-\frac{d^2}{\mathrm{d}x^2}\hat{I}(x) = (W^{-1}YZW)I(x).$$
 (5.94)

Um die einzelnen Gleichungen zu entkoppeln, müssen die Matrizen Tund W so gewählt werden, daß die Gleichung

$$T^{-1}ZYT = W^{-1}YZW = \gamma^2 = diag\{\gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3^2, \dots, \gamma_{2n}^2\}$$
(5.95)

erfüllt ist, d.h. die Matrix $T^{-1}ZYT$, welche die Spannung mit deren Ableitung bzw. den Strom mit dessen Ableitung koppelt, muß eine Diagonalmatrix sein. Die Größen γ_i^2 (i = 1..2n) sind die Eigenwerte der Matrix ZY, d.h. durch die 2n Lösungen der Gleichung

$$|\mathbf{Z}\mathbf{Y} - \gamma^2 \mathbf{E}| = 0 \tag{5.96}$$

gegeben. Dabei ist die Matrix E die Einheitsmatrix und die Matrizen Tund W bestehen aus den 2n linear unabhängigen Eigenvektoren der Matrizen ZY bzw. YZ. Die Transformationsmatrix T kann somit durch Lösen der Gleichung

$$(\mathbf{Z}\mathbf{Y} - \gamma_i^2 \mathbf{E})\mathbf{t}_i = \mathbf{0}, \qquad i = 1\dots 2n \qquad (5.97)$$

ermittelt werden. Die Transformationsmatrix \boldsymbol{W} kann einfach durch $\boldsymbol{W} = \left(\boldsymbol{T}^{-1}\right)^T$ berechnet werden.

Nach dem Entkoppeln sind die Zeilen der Gleichungen (5.94), d.h. die einzelnen Differentialgleichungen, in der Standardform der Leitungsgleichungen (vgl. Gl. (5.5)) gegeben und die Lösung ist für jeden Leitung gleich der Lösung der allgemeinen Leitungsgleichung aus Abschnitt 5.1.2 (siehe Gl. (5.6)). Die modalen Spannungen der einzelnen Leiter sind somit durch

$$\hat{V}_{1}(x) = \hat{V}_{1(a)} e^{-\gamma_{1}x} + \hat{V}_{1(b)} e^{\gamma_{1}x}
\hat{V}_{2}(x) = \hat{V}_{2(a)} e^{-\gamma_{2}x} + \hat{V}_{2(b)} e^{\gamma_{2}x}
\vdots
\hat{V}_{2n}(x) = \hat{V}_{2n(a)} e^{-\gamma_{2n}x} + \hat{V}_{2n(b)} e^{\gamma_{2n}x}$$
(5.98)

und die modalen Ströme durch

$$\hat{I}_{1,DM}(x) = \hat{I}_{1(a)} e^{-\gamma_1 x} + \hat{I}_{1(a)} e^{\gamma_1 x}$$

$$\hat{I}_{2,DM}(x) = \hat{I}_{2(a)} e^{-\gamma_2 x} + \hat{I}_{2(a)} e^{\gamma_2 x}$$

$$\vdots$$

$$\hat{I}_{2n,DM}(x) = \hat{I}_{2n(a)} e^{-\gamma_{2n} x} + \hat{I}_{2n(a)} e^{\gamma_{2n} x}$$
(5.99)

gegeben.

Um eine Verbindung zwischen der modalen Spannung und dem modalen Strom für den einzelnen Leiter wie z.B.

$$\hat{I}_{i}(x) = \hat{Y}_{wi}(\hat{V}_{i(a)}e^{-\gamma_{i}x} + \hat{V}_{i(b)}e^{\gamma_{i}x})$$
(5.100)

zu bekommen, muß man die modale Admittanzmatrix

$$\hat{Y}_{w} = diag\{\hat{Y}_{w1}, \hat{Y}_{w2}, \hat{Y}_{w3}, \dots, \hat{Y}_{w2n}\}$$
(5.101)

so bestimmen, daß

$$\hat{I}_{(a)} = +\hat{Y}_w \hat{V}_{(a)}$$

 $\hat{I}_{(b)} = -\hat{Y}_w \hat{V}_{(b)}$
(5.102)

erfüllt ist. Die Vektoren $\hat{V}_{(a)}$ & $\hat{I}_{(a)}$ bestehen dabei aus den Amplituden der hinlaufenden und die Vektoren $\hat{V}_{(b)}$ & $\hat{I}_{(b)}$ aus den Amplituden der zurücklaufenden Größen auf den Leitungen.

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{(\boldsymbol{a})} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{1(a)}, \hat{V}_{2(a)}, \hat{V}_{3(a)}, \dots, \hat{V}_{2n(a)} \end{bmatrix}^T$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{(\boldsymbol{b})} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{1(b)}, \hat{V}_{2(b)}, \hat{V}_{3(b)}, \dots, \hat{V}_{2n(b)} \end{bmatrix}^T$$
(5.103)

Nimmt man die Gleichung (5.91) und ersetzt die realen Größen durch die modalen, so ergibt sich für die modale Admittanzmatrix

$$\hat{Y}_{w} = \begin{cases} (T^{T}Z^{-1}T)\gamma & \text{oder} \\ (T^{T}YT)\gamma^{-1}. \end{cases}$$
(5.104)

Die Matrix γ ist eine Diagonalmatrix mit den jeweiligen Eigenwerten (entsprechend ihrer algebraischen Vielfachheit) auf der Diagonale.

Die modale Impedanzmatrix läßt sich aus der Admittanzmatrix \hat{Y}_w mit $\hat{Z}_w = \hat{Y}_w^{-1}$ berechnen.

Aus den Gleichungen (5.93), (5.98), (5.99) und (5.100) erhält man nun die allgemeine Lösung für die Spannungen und Ströme in einem Mehrleitersystem.

$$V(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{T}\hat{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{2n} t_i \left(e^{-\gamma_i \boldsymbol{x}} \hat{V}_{i(a)} + e^{\gamma_i \boldsymbol{x}} \hat{V}_{i(b)} \right)$$

$$I(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{2n} w_i \hat{Y}_{wi} \left(e^{-\gamma_i \boldsymbol{x}} \hat{V}_{i(a)} - e^{\gamma_i \boldsymbol{x}} \hat{V}_{i(b)} \right)$$
(5.105)

Diese kann auch in Matrizenform

$$V(x) = (Te^{-\gamma x}T^{-1}) T\hat{V}_{(a)} + (Te^{\gamma x}T^{-1}) T\hat{V}_{(b)}$$
(5.106)
$$I(x) = W\hat{Y}_w T^{-1} \left((Te^{-\gamma x}T^{-1}) T\hat{V}_{(a)} - (Te^{\gamma x}T^{-1}) T\hat{V}_{(b)} \right)$$

dargestellt werden, wobei $\mathbf{e}^{-\gamma x}$ und $\mathbf{e}^{-\gamma x}$ durch die Diagonalmatrizen

$$\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{x}} = diag\{\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}_{1}x}, \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}_{2}x}, \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}_{3}x}, \dots, \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\gamma}_{2n}x}\}$$

$$\mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{x}} = diag\{\mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}_{1}x}, \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}_{2}x}, \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}_{3}x}, \dots, \mathbf{e}^{\boldsymbol{\gamma}_{2n}x}\}$$
(5.107)

gegeben sind.

Mit einigen Umformungen soll im folgenden mittels Gleichung (5.106) ein direkter Zusammenhang zwischen den realen Spannungen $V_i(x)$ und Ströme $I_i(x)$ im Leitungssystem und den realen Eingangsspannungen $V_i(0)$ und -strömen $I_i(0)$ hergestellt werden. Dazu werden folgende Größen eingeführt:

• Die Amplituden der realen Spannungen der hin- und rücklaufenden Welle:

$$V_{(a)} = TV_{(a)}$$

$$V_{(b)} = T\hat{V}_{(b)}$$
(5.108)

• Die Amplituden der realen Ströme der hin- und rücklaufenden Welle:

$$I_{(a)} = Y_w V_{(a)} = Y_w T V_{(a)}$$

$$I_{(b)} = -Y_w V_{(b)} = -Y_w T \hat{V}_{(b)}$$
(5.109)

• Die charakteristische Admittanz- und Impedanzmatrix

$$Y_{w} = W \hat{Y}_{w} T^{-1} = Z^{-1} \Gamma = Y \Gamma^{-1}$$

$$Z_{w} = Y_{w}^{-1} = \Gamma^{-1} Z = \Gamma Y^{-1}$$
(5.110)

 mit

$$\Gamma = T \gamma T^{-1}$$

Mit den Randbedingungen für x = 0 sind die Amplituden der hin- und der rücklaufenden realen Spannungswelle gleich

$$V_{a} = \frac{1}{2} [V(0) + Z_{w}I(0)]$$

$$V_{b} = \frac{1}{2} [V(0) - Z_{w}I(0)].$$
(5.111)

Zusammen mit den Abkürzungen

$$\mathbf{e}^{\pm\Gamma x} = T\mathbf{e}^{\pm\gamma x}T^{-1}$$

$$\cosh(\Gamma x) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{e}^{\pm\Gamma x} + \mathbf{e}^{-\pm\Gamma x}\right]$$

$$\sinh(\Gamma x) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{e}^{\pm\Gamma x} - \mathbf{e}^{-\pm\Gamma x}\right]$$

(5.112)

ergibt sich die allgemeine Lösung des gekoppelten Mehrleitersystems zu

$$V(x) = \frac{1}{2} \left[e^{\Gamma x} + e^{-\Gamma x} \right] V(0) - \frac{1}{2} \left[e^{\Gamma x} - e^{-\Gamma x} \right] Z_w I(0)$$

= $\cosh(\Gamma x) V(0) - \sinh(\Gamma x) Z_w I(0)$
(5.113)
$$I(x) = -\frac{1}{2} Y_w \left[e^{\Gamma x} - e^{-\Gamma x} \right] V(0) - \frac{1}{2} Y_w \left[e^{\Gamma x} + e^{-\Gamma x} \right] Z_w I(0)$$

$$egin{aligned} I(x) &= -rac{1}{2}Y_w\left[\mathrm{e}^{\Gamma x} - \mathrm{e}^{-\Gamma x}
ight]V(0) - rac{1}{2}Y_w\left[\mathrm{e}^{\Gamma x} + \mathrm{e}^{-\Gamma x}
ight]Z_wI(0) \ &= -Y_w \mathrm{sinh}(\Gamma x)V(0) + Y_w \mathrm{cosh}(\Gamma x)Z_wI(0) \end{aligned}$$

Zusammenfassend müssen in einem konkreten Fall die folgenden Berechnungen Schritt für Schritt durchgeführt werden, um die Spannungs- und Stromverteilung anhand des Gleichungssystems 5.113 zu berechnen.

- 1. Das Matrizenprodukt ZY berechnen.
- 2. Die Eigenwerte γ_i^2 der Matrix ZY mit Gleichung (5.96) berechnen. Damit sind die 2n Wellenausbreitungskoeffizienten γ_i der einzelnen Leitungen gegeben.
- 3. Berechnen der Eigenvektoren t_i der Matrix ZY mit Gleichung (5.97) zur Ermittlung der beiden Transformationsmatrizen T und W.
- 4. Aufstellen der charakteristischen modalen Impedanz- \hat{Z}_{w} und Admittanzmatrix \hat{Y}_{w} anhand von Gleichung (5.104) (Dieser Schritt kann entfallen, wenn man die charakteristischen Impedanz- und Admittanzmatrix im folgenden Schritt mit dem mittleren bzw. rechten Zusammenhang in Gleichung (5.110) berechnet).
- 5. Ermitteln der charakteristischen Impedanz- und Admittanzmatrix, sowie die Matrix der Ausbreitungskoeffizienten Γ aus Gleichung (5.110)

Weiterhin benötigt man die Randbedingungen für die Spannungen V(0) und die Ströme I(0) am Anfang der Leitung, um mit dem Gleichungssystem (5.113) die Spannungen und Ströme auf den Leitungen berechnen zu können. Die ermittelten Gleichungen für die Spannungsund Stromverteilung auf den Leitungen stellen dabei Lösungen für allgemeine Mehrleitersysteme dar. Nur die Inhalte der beiden Matrizen Zund Y müssen auf das jeweilige System angepaßt werden.

Beispiel eines Serienschwingkreises

Im folgenden werden die benötigten Randbedingungen für das Gleichungssystem (5.113) für den Fall angegeben, daß mit dem Aufbau nach Abbildung 5.25(a) für n = 3, d.h. 6 Leitern, ein Serienschwingkreis aufgebaut wird. In der praktischen Realisation könnte dies z.B. eine mit zwei leitenden Folien beschichtete dielektrische Folie sein, welche um den Mittelschenkel eines Topfkernes gewickelt ist, wobei die Koppelkapazitäten zwischen den Lagen vernachlässigbar sein muß (siehe Abschnitt 5.4). Eine andere Möglichkeit ist eine elektromagnetisch integrierte Struktur bestehend aus einer Windung in einem Planarkern. Die Abschnitte im Kern und die "Wicklungsköpfe" können dabei näherungsweise als separates Basis-Modul betrachtet werden.

Um einen Serienschwingkreis zu erhalten muß das Ende $(x = l_S)$ des Leiters 1 mit dem Anfang (x = 0) von Leiter 3 und das Ende des Leiters 3 wiederum mit dem Anfang von Leiter 5 verbunden sein, wie in Abbildung 5.26 dargestellt ist. Für die unteren Leiter 2, 4 und 6 gilt analoges. Weiterhin wird angenommen, daß der Schwingkreis an den Punkten 1 und 6 kontaktiert wird und der Punkt 6 geerdet ist. Damit ist auch die Gleichtaktspannung des Systems definiert.

Durch die Verbindung des Endes eines Leiters mit dem Anfang eines anderen Leiters sind die Spannungen an den genannten Anschlüssen der



Abbildung 5.26: Verschaltung der Leiter eines Mehrleitersystems zum Serienschwingkreis.

beiden Leiter über die Gleichungen

1:
$$V_1(x=l_S) = V_3(x=0)$$
 2: $V_2(x=l_S) = V_4(x=0)$
3: $V_3(x=l_S) = V_5(x=0)$ 4: $V_4(x=l_S) = V_6(x=0)$
(5.114)

verknüpft. Da die Ströme in den Leitern und an den Verbindungspunkten kontinuierlich sind, ergeben sich weiterhin die Bedingungen

5:
$$I_1(x=l_S) = I_3(x=0)$$
 6: $I_2(x=l_S) = I_4(x=0)$
7: $I_3(x=l_S) = I_5(x=0)$ 8: $I_4(x=l_S) = I_6(x=0)$
(5.115)

für die Ströme an den Übergangsstellen zwischen den einzelnen Leitern. Nun Fehlen noch die Bedingungen für den Strom am Anfang des Leiters 2 und am Ende des Leiters 5. Da diese an den genannten Stellen nicht kontaktiert sind, müssen die Ströme dort gleich null sein, d.h. es gilt

9:
$$I_2(x=0) = 0$$
 10: $I_5(x=l_S) = 0.$ (5.116)

Die letzten beiden benötigten Randbedingungen ergeben sich aus dem Zusammenhang für die Gleichtaktspannung, welcher hier durch die Tatsache definiert ist, daß der Schwingkreis am Ende des Leiters 6 geerdet ist

$$11: V_6(x = l_S) = 0 \tag{5.117}$$

und der Gleichung für die Erregung, die hier durch eine Stromquelle mit der Amplitude 1 erfolgen soll

$$12: I_1(x=0) = 1. \tag{5.118}$$

Mit den beschriebenen Randbedingungen können die Spannungs- und Stromverläufe der einzelnen Leiter und damit die Impedanz des Serienschwingkreises anhand von $Z_{1,6} = V_1/I_1 = V_1$ berechnet werden. Der Verlauf der Impedanz ist in Abbildung 5.27 dargestellt.

Zum Vergleich ist in dieser Abbildung ebenfalls der Verlauf der Impedanz (vgl. Abb. 5.5) für eine einfache Leitung, welche zu einem Serienschwingkreis verschaltet ist (vgl. Abb. 5.4), gegeben. Die Induktivitäts-, Kapazitäts-, und Leitwertsbeläge sowie die magnetische Kopplung der Leiter des Mehrleitersystems sind in Tabelle 5.3 zusammengefaßt. Diese wurden dabei so gewählt, daß sich bis zur ersten Serienresonanz der gleiche Impedanzverlauf für beide Leitungssysteme ergibt. Damit



Abbildung 5.27: Impedanzverlauf eines Serienschwingkreises bestehend aus kaskadierten Mehrleitersystemen (vgl. Abb. 5.26) mit den Parametern aus Tabelle 5.3.

folgt, daß bis auf den Induktivitätsbelag die Parameter des Mehrleitersystems gleich den Werten für die einfache Leitung sind, wenn man voraussetzt, daß die Länge der einzelnen Leiter des Mehrleitersystems gleich $l_{Mehrleiter} = 1/n l_{einfacheLeitung}$ ist.

Da beim Induktivitätswert die Windungszahl (hier n = 3) quadratisch eingeht, muß neben der Länge auch der Induktivitätsbelag durch 3 geteilt werden $(L/3 \text{ und } l/3 \Rightarrow 1/n^2)$.

Aufgrund der kapazitive Kopplung zwischen benachbarten Leitern auf einer Ebene tritt beim Mehrleitersystem mit idealer Kopplung k = 1neben der Serienresonanz noch eine Parallelresonanz auf. Diese ergibt sich aus der Parallelschaltung der Gesamtinduktivität des Aufbaus und der gesamten Kapazität, welche zwischen den Leitern einer Ebene wirkt. Somit kann das Mehrleitersystem bei idealer Kopplung k = 1 durch das einfache Ersatzschaltbild in Abbildung 5.28 beschrieben werden [137].

Die Werte der konzentrierten Kapazitäten ergeben sich dabei einfach aus der Geometrie des Aufbaus. Im Falle von C_{eq} durch die Gleichungen für einen Plattenkondensator und im Falle von C_g durch das in Abschnitt 5.3.1 beschriebene Berechnungsverfahren für koplanare Lei-



Abbildung 5.28: Ersatzschaltbild des Mehrleitersystems bei idealer Kopplung und Verschaltung der Leiter zum Serienschwingkreis (k = 1).

tungen. Der Induktivitätswert ergibt sich wie bei normalen Spulen aus dem magnetischen Widerstand bzw. A_L -Wert des Kernes und der Windungszahl. Die Kopplung hingegen kann nur mittels FEM-Simulationen genau ermittelt werden, da die exakte Feldverteilung nicht analytisch bestimmt werden kann.

Dabei hängt der Wert für die Kopplung der beiden Leiter/Folien maßgeblich von der Geometrie der Leiter ab. Da die Kapazität, welche in einem Basis-Modul integriert werden kann, proportional zur Fläche der

Induktivitätsbelag ${\cal L}$	$100/3\mu H/m$
Kapazitätsbelag $C_{\nu,\nu+1}$	$1.25 \ \mu F/m$
Kapazitätsbelag $C_{\nu,\nu+2}$	$0.15\mu F/m$
Gegeninduktivitätsbelag ${\cal M}$	$k \cdot L$
Widerstandsbelag R	$0.1\Omega/m$
Leitwertsbelag pro Länge ${\cal G}$	$0.1/(\Omega m)$
Länge einer Einzelleitung l	0.1/3~m
Anzahl der "Windungen" n	3

Tabelle5.3: Parameter des Mehrleitersystems für den Impedanzver-lauf in Abbildung 5.27.

Leiter auf dem Dielektrikum (vgl. Plattenkondensator) ist und die integrierbare Kapazität pro Fläche relativ gering ist (beschränktes ϵ_R vgl. Tabelle 5.5) sind die Leiter normalerweise sehr flach, d.h. sie haben eine große Oberfläche. Außerdem sind die Leiter parallel (oberund unterhalb des Dielektrikums) angeordnet und haben, aufgrund der zu maximierenden integrierbaren Kapazität pro Fläche, einen geringen Abstand.

Die magnetische Kopplung zwischen den Leitern hängt nun stark von dem Verhältnis des Flusses, welcher zwischen den beiden Leitern fließt ("Streufluß"), zu dem Fluß, welcher mit beiden Leitern verkettet ist ("Hauptfluß"), ab. Aufgrund des magnetischen Kernes und des geringen Abstandes der Leiter (s.o.) ist der Streufluß im Verhältnis zum Hauptfluß relativ klein und die Kopplung somit im allgemeinen gut.

Damit ergeben sich normalerweise Werte für die Kopplung in der Nähe von eins. Weiterhin ist der Einfluß der Kopplung auf das Übertragungsverhalten des einfachen Ersatzschaltbildes bei guter Kopplung relativ gering, so daß man in einer ersten Näherung $k \approx 1$ setzen kann. Dies trifft vor allem zu, wenn man hauptsächlich an dem Betriebsbereich zwischen der ersten Serien- und der ersten Parallelresonanz - wie im Fall des Serien-Parallel-Resonanzkonverters - interessiert ist.

Die soeben für den Serienschwingkreis beschriebene Tatsache, daß die elektromagnetisch integrierte Struktur im Bereich von DC bis maximal zur zweiten Resonanzstelle gut durch relativ einfache Ersatzschaltbilder mit konzentrierten Elementen beschrieben werden kann, trifft im Normalfall auf alle elektromagnetisch integrierten Strukturen zu. Die Resonanzen aufgrund von Reflexionen und Laufzeiterscheinungen in der Leitung treten erst oberhalb der zweiten Resonanzstelle auf und sind vor allem für das EMV- und HF-Verhalten der integrierten Strukturen relevant.

Wird die elektromagnetisch integrierte Struktur zur Integration von Resonanzkreisen leistungselektronischer Konverter eingesetzt, so werden die Strukturen meistens im Bereich der ersten bzw. zweiten Resonanzstelle eingesetzt und die Strom- bzw. Spannungsverläufe sind näherungsweise sinusförmig und damit oberschwingungsarm. Somit ist es normalerweise vollkommen ausreichend die elektromagnetisch integrierten Strukturen durch relativ einfache Ersatzschaltbilder zu beschreiben. Daraus folgt weiterhin, daß die integrierten Strukturen mit relativ einfachen analytischen Zusammenhängen basierend auf der Geometrie des Aufbaus dimensioniert werden können. Dieser Ansatz wurde beim den Prototypen, welche in Kapitel 7 beschrieben werden, angewendet.

Bei der Berechnung der Verluste muß jedoch die genaue Stromverteilung in den einzelnen Leitern berücksichtigt werden, wie dies im Kapitel 6 gezeigt wird.

Mit den Lösungen und den Randbedingungen des Gleichungssystems eines gekoppelten Mehrleitersystems werden nun im nächsten Schritt die Spannungs- und Stromverteilung für einen Aufbau, welcher aus einer Serienschaltung von mehreren Mehrleitersystemen besteht, ermittelt.

5.3.4 Modellierung des Gesamtaufbaus durch Mehrleitersysteme

Wie in den vorangegangen Abschnitten bereits erläutert, können die einzelnen Abschnitte des Aufbaus nach Abbildung 5.22 jeweils durch gekoppelte Mehrleitersysteme beschrieben werden, wie dies in Abbildung 5.29 dargestellt ist. Dabei sind die Abschnitte selbst untereinander nicht magnetisch oder kapazitiv gekoppelt und können jeweils mit einem Gleichungssystem nach (5.113) modelliert werden.

Um die Ableitung der Zusammenhänge für ein Systems aus mehreren gekoppelten Mehrleitersystemen übersichtlicher zu gestalten, werden die



Abbildung 5.29: Reduziertes Mehrleitersystem zur Modellierung eines Aufbaus mit mehreren Windungen pro Lage.

Gleichungen für ein gekoppeltes Mehrleitersystem (siehe Gl. (5.113)) zur Vereinfachung in Form von Matrizen geschrieben [136]. Damit ergibt sich

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_V & -G_V \\ -G_I & F_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix}$$
(5.119)

mit den Abkürzungen

$$egin{aligned} F_V &= \cosh(\Gamma x) \ G_V &= \sinh(\Gamma x) Z_w \ G_I &= Y_w \sinh(\Gamma x) \ F_I &= Y_w \cosh(\Gamma x) Z_w. \end{aligned}$$

Mit den Gleichungen in Matrix-Form können die Ströme $I_{S\nu}(x)$ und Spannungen $V_{S\nu}(x)$ auf den jeweiligen Leitungen eines Mehrleitersystems nach Abbildung 5.29 anhand von

$$\begin{bmatrix} V_{S1}(l_{S1}) \\ I_{S1}(l_{S1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{V,S1} & -G_{V,S1} \\ -G_{I,S1} & F_{I,S1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{S1}(0) \\ I_{S1}(0) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} V_{S2}(l_{S2}) \\ I_{S2}(l_{S2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{V,S2} & -G_{V,S2} \\ -G_{I,S2} & F_{I,S2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{S2}(0) \\ I_{S2}(0) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} V_{S3}(l_{S3}) \\ I_{S3}(l_{S3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{V,S3} & -G_{V,S3} \\ -G_{I,S3} & F_{I,S3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{S3}(0) \\ I_{S3}(0) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} V_{S4}(l_{S4}) \\ I_{S4}(l_{S4}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{V,S4} & -G_{V,S4} \\ -G_{I,S4} & F_{I,S4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{S4}(0) \\ I_{S4}(0) \end{bmatrix}$$

mit den Längen des jeweiligen Abschnittes

$$l_{S1} = l_{A0}$$

$$l_{S2} = l_{C0} + l_{E0} + l_{G0}$$

$$l_{S2} = l_{B0} + l_{F0}$$

$$l_{S3} = l_{D0} + l_{H0}$$

berechnet werden. Diese hängen von den Strömen I(0) und Spannungen V(0) an den Anfängen der jeweiligen Leitung, d.h. von den Randbedingungen ab.

Wie beim Beispiel des Serienschwingkreises gezeigt im letzten Abschnitt gezeigt wurde, ergeben sich die Randbedingungen aus der Verschaltung der einzelnen Leitungen. Aus der Kontinuität der Spannungen und Ströme an den Übergänge der Leitungen ergeben sich die Zusammenhänge

$$V_{S1,\nu}(l_{S1}) = V_{S2,\nu}(0)$$

$$V_{S2,\nu}(l_{S2}) = V_{S3,\nu}(0)$$

$$V_{S3,\nu}(l_{S3}) = V_{S4,\nu}(0)$$

$$I_{S1,\nu}(l_{S1}) = I_{S2,\nu}(0)$$

$$I_{S2,\nu}(l_{S2}) = I_{S3,\nu}(0)$$

$$I_{S3,\nu}(l_{S3}) = I_{S4,\nu}(0)$$

und aus den Bedingungen am Anfang und Ende der Leitung die Gleichungen

$$I_{S1,1}(0) = I$$

$$I_{S1,2}(0) = 0$$

$$I_{S3,5}(0) = 0$$

$$I_{S3,6}(0) = I.$$

(5.122)

Im betrachteten Beispiel mit 6 einzelnen Leitern gilt dabei $\nu = 1..6$.

Anhand des Gleichungssystems (5.120) und den dazugehörigen Randbedingungen können die Strom- und die Spannungsverteilung auf den Leitungen berechnet werden.

Aus der berechneten Spannungsverteilung kann wiederum im nächsten Schritt die Spannung zwischen den Anschlußpunkten A und B mit

$$V_{AB} = V_{S1,1}(0) - V_{S3,6} \tag{5.123}$$

bestimmt werden. Damit ergibt sich die Impedanz des zu einem Serienschwingkreis verschalteten Moduls, d.h. der Serienschaltung mehrerer Mehrleitersysteme, zu

$$Z_{AB} = \frac{V_{AB}}{I}.\tag{5.124}$$

Diese hat einen sehr ähnlichen Verlauf über der Frequenz wie die Impedanz des Serienschwingkreises aus einem Mehrleitersystem, nur daß durch die Übergangsstellen von einem Mehrleitersystem zum nächsten aufgrund von unterschiedlichen charakteristischen Impedanzen im Bereich hoher Frequenzen zusätzliche Resonanzen auftreten können. Wird das Modul jedoch zur Integration eines Resonanzkreises eingesetzt, bei welchem hauptsächlich der Bereich zwischen der ersten Serien- und der ersten Parallelresonanz entscheidend ist, so kann das System aus mehreren in Serie geschalteten Mehrleitersystemen wiederum mittels eines relativ einfachen Ersatzschaltbild bestehend aus konzentrierten Elementen beschrieben werden (vgl. Abb. 5.28). Die Werte der konzentrierten Bauelemente können wie beim Ersatzschaltbild eines gekoppelten Mehrleitersystems anhand der Geometrie und den Eigenschaften des magnetischen Kreises bestimmt werden. Für die Ermittlung und die Näherung der Kopplung gilt ebenfalls oben gesagtes.

Wird das Modul anstatt zu einem Serienschwingkreis zu einem Parallelschwingkreis verschaltet oder für die Integration eines Resonanzkreises in einem Transformator verwendet, so können die verschalteten Mehrleitersysteme im Frequenzbereich bis zur zweiten/dritten Resonanzstelle ebenfalls gut durch relativ einfache Ersatzschaltungen aus konzentrierten Elementen beschrieben werden. Dies bestätigt sich bei den Messungen an den Prototypen in Kapitel 7 – siehe z.B. Abschnitt 7.3.2.

5.4 Mehrere Lagen mit je einer Windung

Im folgenden wird kurz erläutert, wie die vorangegangenen Untersuchungen bezüglich Mehrleitersystemen auf Aufbauten mit N Windungen, die auf N Lagen aufgeteilt sind, d.h. pro Lage wird nur eine Windung realisiert, angewendet werden können. Das dazugehörige Ersatzschaltbild eines solchen Aufbaus ist in Abbildung 5.30 in Form eines Mehrleitersystems dargestellt. Die praktische Umsetzung einer solchen Struktur könnte z.B. eine mit zwei leitenden Folien beschichtete dielektrische Folie sein, welche um den Mittelschenkel eines Topfkernes gewickelt ist.

Bei dieser Aufbauform gibt es, wie bei einem Aufbau mit mehreren Windungen pro Lage, kapazitive Kopplungen (z.B. $C_{2,3}$ in Abb. 5.30) zwischen den Leitungen, die im eigentlichen Sinne nicht zum gleichen Basis-Modul/Leiterpaar gehören, d.h. zu kapazitiven Kopplungen zwischen den Basis-Modulen. Im Gegensatz zu den Aufbauten mit mehreren Windungen pro Lage hat jedoch nur jeweils ein Leiter über die Isolation der einzelnen Basis-Module eine kapazitive Kopplung zum benachbarten Basis-Modul. Im betrachteten Fall z.B. Leiter 3 $C_{2,3}$ zum Basis-Modul 1 und Leiter 4 $C_{4,5}$ zum Basis-Modul 3. Somit treten in der Impedanz- bzw. Admittanzmatrix weniger kapazitive Terme auf, als bei einem Aufbau mit mehreren Windungen pro Lage.

Werden relativ dicke Isolationslagen bzw. Isolationsmaterialien mit geringem ϵ_r verwendet, so sind die Koppelkapazitäten zwischen den Basis-Modulen relativ klein. Beschränken sich die Betrachtungen weiterhin auf den Bereich unterhalb und um die erste Resonanzfrequenz herum, so können die genannten Koppelkapazitäten im allgemeinen näherungsweise vernachlässigt werden und der Aufbau durch die Kaskadierung von einfachen Basis-Modulen/Zweileitungssystemen modelliert werden (siehe Abschnitt 5.2).

Bei einem ideal symmetrischen Aufbau, bei welchem alle Basis-Module die gleichen elektrischen Eigenschaften haben und keine Knicke oder anderweitige Störungen vorhanden sind, wirken sich die Kapazitäten zwischen den Basis-Modulen aufgrund der Isolationslagen bei einer Verschaltung zum Serienschwingkreis nicht auf den Impedanzverlauf aus. Der Grund dafür ist, daß die Spannungsverteilung über den Kapazitäten einer Isolationslage gleichmäßig ist und somit keine Resonanzen im Impedanzverlauf aufgrund dieser parasitären Kapazitäten auftreten/angeregt werden. Dies ist auch in Abbildung 5.31 zu erkennen, wo die Beträge der Impedanzverläufe eines Basis-Moduls und eines Aufbaus mit 3 Windungen/Lagen und je einer Windung pro Lage dargestellt sind. Die Parameter der beiden Aufbauten wurden dabei so



Abbildung 5.30: Gekoppeltes Mehrleitersystem mit 2n Leitern, n Windungen und einer Windung pro Lage.

gewählt, daß diese bei idealer Kopplung die gleiche Resonanzfrequenz für die erste Serienresonanz habe. Mit sinkender Kopplung sinkt die wirksame Induktivität des mehrlagigen Aufbaus, da der verkettete Fluß abnimmt, womit dessen erste Resonanzfrequenz leicht ansteigt.

Wie eben erläutert, wird der unterschiedliche Impedanzverlauf im Bereich hoher Frequenzen, welcher in den Plots für ideale Kopplung zu erkennen ist, nicht alleine durch die parasitären Kapazitäten der Isolationslagen verursacht, sondern durch die Annahme, daß auch zwischen den Leitungen 1/3, 2/4, $\nu/(\nu + 2)$ (z.B. im Randbereich) eine geringe



Abbildung 5.31: Verlauf des Betrages der Impedanz für eine Basis-Modul (grau) und einen Aufbau mit mehreren Lagen sowie jeweils einer Windung pro Lage (schwarz). Die beiden Aufbauten sind jeweils zu einem Serienschwingkreis verschaltet.

kapazitive Kopplung vorhanden ist. Hier wurde im Rahmen der Berechnungen ein Wert von 1nF/m, also ein relativ kleiner Wert, angenommen. Aufgrund dieser Kapazitäten ist das elektrische Verhalten des mehrlagigen Aufbaus ähnlich zu einem Aufbau mit mehreren Windungen pro Lage. Allerdings sind die unerwünschten parasitären Kapazitäten für den hier betrachteten Aufbau mit nur einer Windung pro Lage deutlich kleiner und damit dessen Verhalten im hochfrequenten Bereich und bezüglich der EMV deutlich besser. Weiterhin ist diese Aufbauform aufgrund der breiteren Leiterbahnen besser für Aufbauten mit hohen Stromstärken geeignet.

Gleichungssystem

Analog zu den Berechnungen für einlagige Aufbauten mit mehreren Windungen pro Lage in den Abschnitten 5.3.3 und 5.3.4 kann die Spannungs- und Stromverteilung auf bzw. in den Leitungen mit den Gleichungen für gekoppelte Mehrleitersysteme (5.113) bzw. (5.120) ermittelt werden.

Bei den Berechnungen müssen nur die Impedanz-Z bzw. Admittanzmatrix Y durch die Matrizen für das betrachtete System ersetzt werden. Diese ergeben sich hierbei aus den beiden folgenden Gleichungssystemen für die Änderung der Spannungs-

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{1}(x) = (R_{1} + \mathrm{j}\,\omega L_{1})I_{1}(x) + \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=2}^{2n}M_{1,i}I_{i}(x)$$
$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{2}(x) = \mathrm{j}\,\omega M_{2,1}I_{1}(x) + (R_{2} + \mathrm{j}\,\omega L_{2})I_{2}(x) + \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=3}^{2n}M_{2,i}I_{i}(x)$$
$$\vdots \qquad (5.125)$$
$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{2n}(x) = \mathrm{j}\,\omega\sum_{i=1}^{2n-1}M_{2n,i}I_{i}(x) + (R_{2n} + \mathrm{j}\,\omega L_{2n})I_{2n}(x)$$

und der Stromverteilung

$$-\frac{d}{dx}I_{1}(x) = (G_{1,1} + j\omega C_{1,1})V_{1}(x) + (G_{1,2} + j\omega C_{1,2})(V_{1}(x) - V_{2}(x)) - \frac{d}{dx}I_{2}(x) = (G_{2,2} + j\omega C_{2,2})V_{2}(x) + (G_{2,1} + j\omega C_{2,1})(V_{2}(x) - V_{1}(x)) + (G_{2,3} + j\omega C_{2,3})(V_{2}(x) - V_{3}(x)) - \frac{d}{dx}I_{3}(x) = (G_{3,3} + j\omega C_{3,3})V_{3}(x) + (G_{3,2} + j\omega C_{3,2})(V_{3}(x) - V_{2}(x)) + (G_{3,4} + j\omega C_{3,4})(V_{3}(x) - V_{4}(x)) \vdots - \frac{d}{dx}I_{2n}(x) = (G_{2n,2n} + j\omega C_{2n,2n})V_{2n}(x) + (G_{2n,2n-1} + j\omega C_{2n,2n-1})(V_{2n}(x) - V_{2n-1}(x))$$

entlang der Leitung.

Berechnet man mit diesen Matrizen die Impedanzverläufe für ver-

Induktivitätsbelag L	$100/3~\mu H/m$
Kapazitätsbelag $C_{\nu,\nu+1}$ (ν ungerade)	$1.25\mu F/m$
Kapazitätsbelag $C_{\nu,\nu+2}$ (ν gerade)	$0.15 \mu F/m$
Gegeninduktivitätsbelag ${\cal M}$	$k \cdot L$
Widerstandsbelag R	$0.1 \ \Omega/m$
Leitwertsbelag pro Länge G	$0.1/(\Omega m)$
Länge einer Einzelleitung l	0.1/3~m
Anzahl der "Windungen" n	3

Tabelle 5.4: Parameter für das Mehrleitersystem mit n = 3 Windungen und je einer Windung pro Lage

.

schiedene Verschaltungen der elektromagnetisch integrierten Struktur (z.B. Serien- oder Parallelschwingkreis), so erkennt man, daß bei guter Kopplung der Leiter die Gesamtschaltung wiederum relativ genau mittels konzentrierter Elemente beschrieben werden kann. Dies ist auch in Abbildung 5.4 zu erkennen, wo der Impedanzverlauf eines Serienschwingkreises mit je einem Leiter pro Lage und den Parametern in Tabelle 5.4 dargestellt ist und bei guter Kopplung nur im Bereich relativ hoher Frequenzen zusätzliche Schwingungen auftreten.

5.4.1 Allgemeine Aufbauten

Ein beliebiger elektromagnetisch integrierter Aufbau besteht aus der Kombination der beiden untersuchten Aufbauformen - alle Windungen auf einer Lage (ab Abschnitt 5.3.1) bzw. pro Lage nur eine Windung (Abschnitt 5.4). Diese Aufbauform kann ebenfalls mit den erläuterten Verfahren berechnet werden, wobei nur die Matrizen Z und Y, wie im Falle des Aufbaus mit jeweils nur einer Windung pro Lage gezeigt wurde, entsprechend abgeändert werden müssen.

Aufgrund der relativ großen Ausgangsleistungen der betrachteten Systeme und der damit verbundenen großen Ströme – vor allem auf der Sekundärseite – sind Strukturen mit mehreren Windungen pro Lage für diesen Anwendungsfall nicht besonders geeignet. Der Grund dafür ist, daß für die hohen Ströme ein entsprechender Leiterquerschnitt benötigt werden und diese nur durch breite Leiter realisiert werden können. Eine Parallelschaltung der Leiter ist aufgrund der damit verbundenen nicht gleichmäßigen Aufteilung des Stromes auf die parallel geschalteten Leiter kritisch. Eine gleichmäßige Stromaufteilung kann nur durch ein Interleaving der Wicklungen erreicht werden, welche jedoch entscheidende Nachteile bezüglich der Integration von Induktivitäten hat. Weitere Information hierzu sind in Abschnitt 3.1 zu finden.

5.5 Grundschaltungen elektromagnetisch integrierter Strukturen

Wie in den vorangegangen Kapiteln gezeigt wurde, lassen sich elektromagnetisch integrierte Strukturen, wie z.B. in Abbildung 5.32 dargestellt ist, sehr genau durch gekoppelte Mehrleitersysteme modellieren. Sind die einzelnen Leiter untereinander gut gekoppelt, d.h. der Streufluß zwischen den einzelnen Windungen ist klein, kann das Ersatzschaltbild für den relevanten Frequenzbereich auf wenige konzentrierte Elemente reduziert werden. Diese Voraussetzung ist bei integrierten Strukturen für leistungselektronische Schaltungen, wie oben erläutert wurde, normalerweise gut erfüllt. Aus diesem Grund werden die folgenden elektromagnetisch integrierten Aufbauten mittels konzentrierter Elemente modelliert und berechnet.

Je nach Beschaltung bzw. Kontaktierung der integrierten Struktur nach Abbildung 5.32 lassen sich verschiedene L-C Schaltungen realisieren. Im folgenden werden die resultierenden Ersatzelemente, welche vor allem für die erste Resonanzstelle der Aufbauten relevant sind, für die verschiedenen möglichen Strukturen angegeben (siehe Abbildung 5.33), um für eine gegebene Anwendung die geeignete Beschaltungsvariante auswählen zu können. Dabei werden die parasitären Elemente, d.h. zum Beispiel die unerwünschte kapazitive Kopplung und die nicht ideale magnetische Kopplung der Leiter, nicht spezifiziert, da diese stark von der Geometrie des Aufbaus abhängen und damit nicht einfach allgemein bestimmbar sind. Basierend auf der Struktur in Abbildung 5.32, bei welcher pro Lage nur eine Windung realisiert wird und welche durch eine Serienschaltung von Basis-Modulen modelliert werden kann, wird mit den Variablen L_{Mod} und C_{Mod} jeweils die Induktivität bzw. Kapazität einer einzelnen Windung bzw. eines Basis-Moduls bezeichnet.



Abbildung 5.32: Elektromagnetisch integriertes Element mit 2 Windungen.

In Abbildung 5.33(a) ist ein Serienschwingkreis dargestellt, dessen Impedanzverlauf bereits in Abschnitt 5.2 berechnet wurde. Die Gesamtinduktivität L des Schwingkreises steigt mit der Windungszahl N zum Quadrat und die Gesamtkapazität C ergibt sich aus der Gesamtfläche des Aufbaus und steigt damit linear mit der Windungszahl N. Bei den Berechnungen der Gesamtinduktivität muss dabei beachtet werden, daß die einzelnen Leiter untereinander magnetisch gekoppelt sind.

Mit der Verschaltung nach Abbildung 5.33(b) erhält man einen L-C Tiefpaß. Die Werte der Bauelemente ergeben sich dabei aus den gleichen Zusammenhängen wie für den Serienschwingkreis.

In 5.33(c) und (d) sind zwei unterschiedliche Varianten für den Aufbau eines Parallelschwingkreises dargestellt. Bei der Variante nach Abbildung 5.33(c) wird die untere Metallbeschichtung (orange) nur dazu verwendet, die parasitäre Kapazität der Wicklung zu erhöhen bzw. die Parallelkapazität zu realisieren. Zwischen den beiden leitenden Schichten (rot bzw. orange) liegt überall die volle Wicklungsspannung an. Aus diesem Grund ist die wirksame Gesamtkapazität C gleich die N-fache Kapazität einer Windung (N-fache Fläche). Die Gesamtinduktivität Lergibt sich wiederum aus N^2 mal der Induktivität einer Windung.

Beim Aufbau nach Abbildung 5.33(d) werden beide leitenden Folien (rot & orange) für die Realisierung der Induktivität verwendet. Deshalb ist die Gesamtinduktivität gleich $(2N)^2$ mal der Induktivität einer Windung, da pro einer Windung des Aufbaus der Kern zweimal umschlossen wird. Allerdings sinkt bei diesem Aufbau die Spannung zwischen den beiden Folien auf den halben Wert der Spannung über der gesamten Wicklung. Dadurch reduziert sich die wirksame Kapazität auf N/4 mal der Windungskapazität. Eine dritte Variante für den Aufbau eines Parallelschwingkreis erhält man dadurch, daß die untere Folie (orange) überhaupt nicht angeschlossen und die Wicklung über die Anschlußpunkte A und B kontaktiert wird. Dabei ist der gesamte Induktivitätswert gleich $L = N^2 \cdot L_{Mod}$ und der Kapazitätswert gleich $C = N \cdot C_{Mod}/12$. Da die effektive Gesamtkapazität sehr niedrig ist, ist diese Variante im allgemeinen uninteressant für die Integration von Kapazitäten.

Wird das Grundelement als Zweitor betrieben, so ergibt sich eine Stufe eines EMV-Filters, wie in Abbildung 5.33(e) dargestellt ist. Diese Stufe hat für Kopplungen k < 1 zwischen den beiden Leitungen sowohl eine Gleichtakt- als auch eine Gegentaktinduktivität. Für k = 1 ergibt



Abbildung 5.33: (a) Serienschwingkreis. (b) L-C Tiefpaß. (c) Parallelschwingkreis I (C groß, L klein). (d) Parallelschwingkreis II (C klein, L groß). (e) EMV-Filter.

sich nur eine Gleichtaktinduktivität.

Bei den vorangegangenen Überlegungen wurde jeweils angenommen, daß die Leiter der Basis-Module so in Reihe geschaltet sind, daß jeweils eine obere leitende Folie F_1 (rot) mit der darauffolgenden oberen leitenden Folie F_1 und eine untere Folie F_2 (orange) jeweils mit der nächsten unteren Folie F_2 verbunden ist (vgl. Abb. 5.32). Im allgemeinen ist es jedoch möglich, beliebige Verschaltungen der Folien zwischen den einzelnen Basis-Modulen vorzunehmen. Dies führt auf eine Reihe weiterer Schaltungsvarianten, welche u.a. in der Veröffentlichung [120] beschrieben sind. Da diese Varianten keine wesentliche Erweiterung der gezeigten Aufbauformen darstellen, d.h. keine hohe Werte für die Gesamtkapazität und/oder -induktivität erreicht werden und damit uninteressant für die Integration von leistungselektronischen Resonanzkreisen sind, und der Aufbau dieser fertigungstechnisch relativ komplex und ungeeignet für höhere Leistungen ist, werden diese im Rahmen dieser Arbeit nicht näher betrachtet.

5.6 Dielektrische Materialien für die Integration

Für den Aufbau von elektromagnetisch integrierten Strukturen werden geeignete dielektrische Materialien benötigt, welche den Kapazitätsbelag des Basis-Moduls erhöhen. Diese Materialien können in folgende Gruppen eingeteilt werden:

- 1. Keramische Materialien: e.g. LTCC-basiertes *HiK*/Bariumtitanat [139, 140]
- 2. Plastikfolien: e.g. Kapton / Polypropylene / Polystyrol [141]
- 3. Leiterplatten kompatibles Material: e.g. C-LAM / RO3210 [142, 143]

Die Eigenschaften einiger Materialien, welche zu diesen Gruppen gehören, sind in Tabelle 5.5 aufgelistet.

Kapazitive Lagen aus keramischen Material werden in einem Sinterprozeßes hergestellt, welcher spezielle Fertigungseinrichtungen und Know-How erfordert. Aufgrund der spröden Struktur des Materials ist die Größe der kapazitiven Lagen begrenzt und die Dicke der Lagen darf einen Mindestwert nicht unterschreiten, um die mechanische Stabilität des Aufbaus zu gewährleisten. Weiterhin werden mögliche realisierbare Lagenfolgen bzw. -strukturen durch die unterschiedliche Schrumpfung der einzelnen Lagen (Dielektrikum / Metallisierung) während des Sinterns und durch unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten eingeschränkt. Vor allem für mehrlagige Aufbauten ist ein weiterer limitierender Faktor die produzierbare Dicke der Metallisierung in einem Low-Temperature-Cofired-Ceramic (LTCC) Prozeß. Die Dicke der Metallisierung kann bei Aufbauten mit nur einer Lage Dielektrikum dadurch erhöht werden, daß das Dielektrikum durch Sputtern kontaktiert und die Dicke der Metallisierung z.B. durch elektrolytisches Aufkupfern erhöht wird [114]. Aufgrund der mechanischen Eigenschaften können keramische Dielektrika nur für planare Aufbauformen der Wicklung technisch sinnvoll eingesetzt werden.

Werden hingegen Kaptonfolien zur Realisierung von elektromagnetisch integrierten Strukturen verwendet, kann die Dicke der Metallisierung ohne Probleme erhöht werden, da die Metallfolie nur mittels eines speziellen Klebstoffes mit der Kaptonfolie verbunden wird [141]. Dies gilt auch für PP-/PS Folien, außer wenn diese durch Abscheiden von Metalldampf kontaktiert werden. In diesem Fall kann die Dicke der Metallisierung durch galvanisches Beschichten erhöht werden.

Die begrenzte Temperaturbeständigkeit von PP-/PS-Folien kann problematisch sein, wenn das elektromagnetisch integrierte Modul thermisch voll ausgenutzt werden soll, da das Kernmaterial und die Wicklungen normalerweise deutlich höhere Betriebstemperaturen als die Fo-

Dielektrikum	ϵ_r	Dicke $[\mu m]$	Kapazität pro cm ²	Durchbruch- spg. $\left[\frac{V}{mm}\right]$	$ an \delta$
LTCC <i>HiK</i>	30100	120	$0.220.74 \mathrm{nF}$	40kV	1e-3
Bariumtitanat	20014e3	200	$0.8962 \mathrm{nF}$	5-20kV	2e-2
PP/PS-Foil	$2.2 \ / \ 2.4$	510	$0.190.38 \mathrm{nF}$	ca. 200kV	3e-4
$Pyralux^{TM}$	4	25	$0.12 \mathrm{nF}$	$236 \mathrm{kV}$	3e-3
C-Lam TM	10	40	$0.2 \mathrm{nF}$	30kV	2e-2
Rogers RO3210	10.2	130	$70 \mathrm{pF}$	-	2.7e-3

Tabelle 5.5: Technische Daten einiger für die Integration von Kapa-zitäten geeigneten Materialien.

lien erlauben. Dies ist normalerweise kein Problem bei der Verwendung von Kaptonfolien, welche eine höhere Arbeitstemperatur erlauben. Die Herstellung der Wicklung ist identisch zu Herstellung von Wicklungen aus Kupferfolie. Es werden nur mehr Kontaktierungen / Abgriffe der Wicklung benötigt.

Auch beim Einsatz von PCB-kompatiblen Materialien ist der Fertigungsprozeß sehr ähnlich zu industriellen Standardprozeßen. Diese Materialien können in Standard-Leiterplattenprozessen verarbeitet werden und somit können die Leiterbahnen normalerweise bis zu $105\mu m$ dick sein. Dickere Bahnen sind jedoch als Sonderanfertigung erhältlich.

Ein Nachteil der zum Fertigungsprozeß von Leiterplatten kompatiblen Materialien und ebenso der Plastikfolien ist die niedrige Permittivität [142]. Dies wird teilweise durch die relativ geringe Dicke der dielektrischen Schichten kompensiert, was eine höhere maximale integrierbare Kapazität pro Fläche erlaubt. Mit steigender Schaltfrequenz des Konverters sinkt im Normalfall der benötigte Kapazitätswert und durch den Skin- und Proximity-Effekt steigt die, für geringe ohmsche Verluste benötigte, Oberfläche der Leiter. Diese Fläche stellt gleichzeitig die für die Integration von Kapazitäten zur Verfügung stehende Fläche dar. Folglich sind diese Materialien besser für Anwendungen im höheren Frequenzbereich geeignet.

Bis jetzt wurde der Verlustfaktor tan δ der einzelnen Materialien außer Acht gelassen. Dieser ist in der rechten Spalte der Tabelle 5.5 gegeben. Berechnet man mit diesem Verlustfaktor beispielhaft die Verluste im Parallelkondensator $C_P = 110nF$ eines Serien-Parallel-Konverters, dessen Schaltfrequenz f = 300 kHz und dessen Spannung am Parallelkondensator $V_{Cp} = 100V$ beträgt, so resultieren für Bariumtitanat [139, 140] und für C-Lam [142] ca. 41W dielektrische Verluste. Im Vergleich dazu verursacht ein Aufbau aus PP-/PS-Folie nur ca. 0.6W Verluste. Damit wird deutlich, daß in diesem Fall das Bariumtitanat und das C-Lam nicht für die Integration geeignet sind. Der Wert der Verluste für die PP/PS-Folien stellt eine Art Referenzwert dar, welcher mit einem diskreten Aufbau mit KP-, MKP-, MFP- oder KS-Kondensatoren erreicht wird. Die Materialien LTCC Hik (ca. 2W), RO3210 (ca. 5.6W) und Kapton (ca. 6.2W) verursachen im betrachteten Beispiel höhere, aber noch akzeptable Verluste und könnten für eine elektromagnetische Integration verwendet werden.

5.6.1 Konstruktionsbeschränkungen für Transformatoren

Betrachtet man die elektrischen und mechanischen Eigenschaften der möglichen Dielektrika aus dem vorangegangenen Abschnitt hinsichtlich ihrer Einflüsse auf die Bauform des Transformators, so erhält man zwei mögliche Aufbauformen von Transformatoren, welche prinzipiell für die Integration von Kapazitäten in den Wicklungen geeignet sind.

Dies ist zum einen ein planarer Aufbau (siehe Abb. 5.34(a) und zum anderen ein mehr konventioneller Aufbau nach Abbildung 5.34(b)). Dabei sind nur die Grundformen dargestellt, welche noch durch Stauchung in eine oder mehrere Richtungen modifiziert werden können (siehe Kapitel 3).

Das LTCC Hik-Material, welches eine hohe Permittivität besitzt, aber auch mit hohen Kosten verbunden und spröde ist, eignet sich für die Integration von Kapazitäten in planaren Aufbauten. Alternativ können Materialien wie RO3210, welche zum Fertigungsprozeß von Leiterplatten kompatibel sind, verwendet werden, wenn der zu integrierende Kapazitätswert kleiner ist. Die planaren Aufbauformen weisen durch die großen Wicklungsköpfe und die längliche Kernform eine relativ große mittlere Windungslänge auf. Dies führt zu verhältnismäßig großen ohmschen Verlusten. Um den Leiterquerschnitt zu vergrößern, muß die Windungsbreite der Wicklung erhöht werden, da die optimale Dicke der Metallisierung durch den Skin- und Proximity-Effekt beim Betrieb bei höherer Frequenzen begrenzt ist. Dies führt beim planaren Aufbau dazu, daß sowohl die mittlere Windungslänge als auch die mittlere Länge der Feldlinien im Magnetkern ansteigt. Ein weiterer limitierender Faktor ist, daß die maximale Dicke der Leiterbahnen bei Verwendung von keramischen Materialien durch den Fertigungsprozeß begrenzt ist.



Abbildung 5.34: (a) Planarer Aufbau und (b) Konventioneller Aufbau für die Integration von Kapazitäten.

Bei den mehr konventionellen Transformatorenformen kann die Kapazität mit Hilfe von Kapton-/PP-/PS-Folien integriert werden. Der realisierbare Kapazitätswert ist jedoch aufgrund der niedrigen Permittivität klein. Auch hier ist die optimale Dicke der leitenden Folien durch den Skin- und Proximity-Effekt begrenzt. Allerdings nimmt hier nur die mittlere Länge im Magnetkern zu, wenn der Leiterquerschnitt, d.h. die Wicklungsbreite, erhöht wird.

Kapitel 6

Verlustberechnung

Mit dem analytischen Modell des Konverters aus Kapitel 2 können die Ströme und Spannungen im Resonanzkreis und die Flußverteilung im (integrierten) Transformator für ein gegebenes Set aus Eingangsspannung, Lastkennlinie und Ausgangsstrom berechnet werden. In dem analytischen Modell wird nur das magnetische Verhalten der integrierten Komponente und deren Rückwirkung auf den elektrischen Kreis berücksichtigt. Die Verluste, welche in den passiven Komponenten entstehen und abgeführt werden müssen, werden dabei nicht ermittelt, da diese auf den Betriebspunkt näherungsweise keinen Einfluß haben. Diese führen bei der Optimierung des Konverters jedoch zu Randbedingungen (z.B. max. Verlustleistungsdichte pro Oberfläche), welche einen starken Einfluß auf die Lage des Minimums des Konvertervolumens und auf die Geometrie des Transformators haben.

Aus diesem Grund werden im folgenden, basierend auf dem Orthogonalitätsprinzip [144]-[147], die Gleichungen für die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste in Folien, Rundleitern und Litzen ein- und mehrlagiger Wicklungen hergeleitet.

Bei der Optimierung wird jeweils die bezüglich der Verluste optimale Höhe von Folienleitern (siehe [148]) bzw. der Durchmesser von Runddrähten/Litzen benötigt. Um diese nicht bei jedem Optimierungsschritt mittels der Verlustgleichungen numerisch neu bestimmen zu müssen, werden im Anschluß daran relativ einfache Zusammenhänge ermittelt, mit welchen die optimale Geometrie der Leiter schnell berechnet werden kann.

Mit den Gleichungen für die ohmschen Verluste können nun die Verluste in einem elektromagnetisch integrierten Serienschwingkreis, ausgehend von den Zusammenhängen in [155] berechnet werden. Dabei wird, was bisher nicht gegeben war, die angenommene Stromverteilung mittels der Zusammenhänge aus Kapitel 5 validiert und die optimale Dicke der Folien von integrierten Serienschwingkreisen berechnet. Mit diesem Zusammenhang können die Verluste eines optimalen integrierten und eines "normalen" Aufbaus verglichen werden.

Im Anschluß daran werden die neuen Verlustgleichungen für einen integrierten Parallelschwingkreis mit symmetrischem und asymmetrischem Aufbau hergeleitet. Ausgehend von diesen Gleichungen wird der symmetrische Aufbau mit dem asymmetrischen verglichen und die Zusammenhänge für einen Transformator mit Mittelpunktanzapfung erläutert. Den Abschluß des Kapitels bilden die Kernverluste, welche mittels der Steinmetz-Gleichung [166] ermittelt werden.

6.1 Berechnung der HF-Verluste in Wicklungen aufgrund von Wirbelströmen

Der Ausdruck Wirbelströme steht im allgemeinen kollektiv für den Effekt, daß elektrische Wechselströme nicht mehr gleichmäßig über den Querschnitt eines Leiters verteilt sind. Dafür gibt es zwei verschiedene Ursachen:

- Skin-Effekt: Der Strom im Leiter erzeugt ein magnetisches Wechselfeld im Leiter selbst, welches elektrische Felder in diesem Leiter induziert. Aufgrund dieser elektrischen Felder fließen Wirbelströme im Leiter, welche die Stromdichte in der Mitte des Leiters reduzieren und am Rand erhöhen.
- Proximity-Effekt: Der Strom in einem (oder mehreren) Leiter(n) erzeugt ein magnetisches Wechselfeld in- und außerhalb dieses Leiters. In einem weiteren stromlosen oder stromführenden Leiter, welcher sich in dem magnetischen Feld des/der benachbarten Leiter befindet, wird ein elektrisches Feld induziert. Durch diese elektrischen Felder fließen wiederum Wirbelströme im Leiter, welche

die Stromdichte in einigen Bereichen der Leiter reduzieren und in anderen erhöhen.

Bei der Berechnung der Wirbelströme wird auf das eindimensionale Berechnungsverfahren nach [144, 153] zurückgegriffen. Diesem liegt die Annahme zugrunde, daß eine Komponente der magnetischen Feldstärke des ebenen Feldproblems erheblich größer ist als die anderen Komponenten, so daß die Auswirkungen der kleineren Komponenten vernachlässigt werden können [154]. Dabei werden Verschiebungsströme in den Feldgleichungen aufgrund der Komplexität der geschlossenen Lösungen nicht berücksichtigt (quasi-statische Näherung). Der Einfluß der kapazitiven Ströme in den Aufbauten wird getrennt, z.B. durch eine abnehmende Amplitude des Stromes entlang des Leiters, berücksichtigt. Diese Vorgehensweise ist formal nicht korrekt, allerdings bestätigen die Ergebnisse, z.B. in [155, 154, 149] die Genauigkeit und Brauchbarkeit dieser Methode, womit bei vernünftiger Anwendung der Gleichungen gute Näherungswerte der tatsächlichen Verluste zu erwarten sind.

Da während der Optimierung eine Vielzahl verschiedener Transformatoren berechnet werden müssen, ist es wichtig, daß das verwendete Berechnungsverfahren bei ausreichender Genauigkeit wenig Rechenzeit benötigt. Somit scheiden genauere Methoden wie FEM-Simulationen und die bei vertretbarer Komplexität des Rechenmodells nur auf einfache Geometrien anwendbaren analytischen 2D Ansätze (siehe [154]) hier aus.

Liegt eine mit dem 1D Ansatz näherungsweise optimierte Version des Kernes vor, so können im Anschluß daran die Verluste mittels einer FEM-Simulation näher betrachtet werden und die Geometrie des Kernes bzw. der Wicklungen gegebenenfalls zur Verringerung der Verluste entsprechend angepaßt werden. Dadurch entfernt man sich nicht zu sehr vom optimalen Aufbau, da die Optima in der Regel relativ flach sind.

6.1.1 Herleitung der Diffusionsgleichungen für leitende Medien

Im folgenden werden die Maxwell-Gleichungen in Differentialgleichungen zweiter Ordnung umgewandelt, welche zum Berechnen der Wirbelströme in Leitern verwendet werden (vgl. [144, 145]). Diese Differentialgleichungen werden – in Anlehnung an die Theorie der Wärmeausbreitung – als Diffusionsgleichungen bezeichnet. Die dabei betrachteten Materialien sind homogen und linear. Die betrachteten Größen (Strom, Spannung, Felder) haben einen sinusförmigen Verlauf. Damit vereinfacht sich die zeitliche Ableitung $\partial/\partial t$ zu einer Multiplikation mit j ω und die Maxwell-Gleichungen können zu

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \tag{6.1}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -j\,\omega\boldsymbol{B} \tag{6.2}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0 \tag{6.3}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = j\,\omega\epsilon\mu\boldsymbol{E} + \mu\boldsymbol{J} \tag{6.4}$$

mit $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ vereinfacht werden. Um die elektrischen und magnetischen Felder zu entkoppeln, werden obige Maxwell-Gleichungen zu Differentialgleichungen umgeformt. Dazu wird die Stromdichte $J = \sigma E$ (Ohmsches Gesetz) gesetzt und in Gleichung (6.4) substituiert.

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = (\sigma + j\,\omega\epsilon)\mu\boldsymbol{E} \tag{6.5}$$

Die Substitution von Gleichung (6.2) in (6.5) liefert die Gleichung

rot rot
$$\boldsymbol{E} = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E} = -(\sigma + j \,\omega \epsilon) j \,\omega \mu \boldsymbol{E},$$
 (6.6)

welche mit Hilfe von (6.1) zu

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} = \frac{\operatorname{grad}\rho}{\epsilon} + (\sigma + j\,\omega\epsilon)j\,\omega\mu\boldsymbol{E}$$
(6.7)

umgeformt werden kann. Auf die gleiche Weise kann durch Einsetzen von (6.4) in (6.2) und einigen Umformungen der folgende Ausdruck für \boldsymbol{B} ermittelt werden.

rot rot
$$\boldsymbol{B} = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B} = -(\sigma + j\,\omega\epsilon)j\,\omega\mu\boldsymbol{B}$$
 (6.8)

Da div B = 0 gilt, vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = (\sigma + j\,\omega\epsilon)j\,\omega\mu\boldsymbol{B}.\tag{6.9}$$

Die Gleichungen (6.7) und (6.9) sind identisch bis auf den Term $\operatorname{grad} \rho/\epsilon$. Dieser beschreibt in leitenden Medien die induzierte Ladungsverteilung senkrecht zum Stromfluß, welche durch ein äußeres quasi-statisches elektrisches Feld hervorgerufen wird. Ein solches elektrisches Feld wird zum Beispiel durch die Spannung zwischen den Leitern einer Spulen-/Transformatorenwicklung hervorgerufen (vgl. parasitäre Windungskapazität Kap. 4). Der Verschiebungsstrom wird durch den Term $-\omega^2 \epsilon \mu$ in den Gleichungen (6.7) und (6.9) beschrieben. Dieser ist in gut leitenden Medien für alle praktisch relevanten Fälle vernachlässigbar. Bei der Beschreibung von kapazitiven Strömen zwischen den Leitern einer Wicklung spielt dieser jedoch eine wichtige Rolle. Der verbleibende Term j $\omega \sigma \mu$ beschreibt den Stromfluß im Leiter inklusive aller Wirbelströme.

Wird nun der Verschiebungsstrom im Leiter vernachlässigt, so ergeben sich die (Diffusions-)Gleichungen

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = j \,\omega \sigma \mu \boldsymbol{E} \tag{6.10}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = j\,\omega\sigma\mu\boldsymbol{B} \tag{6.11}$$

bzw. mit $\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$

$$\nabla^2 \boldsymbol{J} = j \,\omega \sigma \mu \boldsymbol{J} \tag{6.12}$$

als Ausgangspunkt für die Berechnung von Wirbelströmen von eindimensionalen Problemen. Diese Gleichungen werden im folgenden dazu verwendet, die Wirbelströme aufgrund des Skin- und Proximity-Effektes und die daraus resultierenden Verluste für Folien- und Rundleiter zu berechnen.

6.1.2 Folienleiter

Mit Hilfe der allgemeinen Diffusionsgleichungen (6.10)-(6.12) können nun die Wirbelströme in einem Folienleiter ermittelt werden. Dabei wird zuerst die Stromverteilung berechnet, welche entsteht, wenn durch den Folienleiter in x-Richtung ein sinusförmiger Strom mit dem Amplitude \hat{I} der Frequenz f fließt (Skin-Effekt siehe Abb. 6.1). Anschließend werden die durch ein externes magnetisches Feld hervorgerufenen Wirbelströme berechnet (Proximity-Effekt).

Skin-Effekt / Innerer Wirbelstrom

Bei nicht magnetischen Leitern, von welchen hier ausgegangen wird, kann die Flußdichte \boldsymbol{B} durch $\mu_0 \boldsymbol{H}$ ersetzt werden. Damit kann Gleichung (6.11) als

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} = \alpha^2 \boldsymbol{H} \tag{6.13}$$



Abbildung 6.1: Querschnitt eines in x-Richtung unendlichen Folienleiters mit der Stromdichte J_x in x-Richtung.

mit

$$\alpha = \frac{1+j}{\delta}$$

und

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu_0}}$$

geschrieben werden. Die Größe δ wird im allgemeinen als Skintiefe bezeichnet und kennzeichnet die äquivalente Eindringtiefe des Stromes in den Leiter.

Die allgemeine Lösung der Gleichung (6.13) ist durch

$$H_z = K_1 \mathrm{e}^{\alpha y} + K_2 \mathrm{e}^{-\alpha y} \tag{6.14}$$

gegeben. Für einen Leiter mit der Breite b, der Höhe $h \ll b$ und einem Strom mit der Amplitude I in x-Richtung, wie in Abbildung 6.1 dargestellt ist, kann die Abhängigkeit der Größen von der z-Koordinate ohne großen Fehler vernachlässigt werden [145]. Weiterhin wird angenommen, daß das magnetische Feld H nur eine Komponente in z-Richtung hat. Damit können die Unbekannten K_1 und K_2 der Gleichung (6.14) mit Hilfe der folgenden Randbedingung berechnet werden. Diese ergeben sich aus der Anwendung des Ampere'schen/Durchflutungsgesetzes auf den Leiter

$$H_{S1} = H_{S2} = \frac{\hat{I}}{2b},\tag{6.15}$$

unter der Annahme, daß das magnetische Feld \boldsymbol{H} nur eine Komponente in z-Richtung hat.

$$K_1 = \frac{\hat{I}}{4b\sinh\frac{\alpha h}{2}} = -K_2 \tag{6.16}$$

Mit den berechneten Konstanten ergibt sich die Feldverteilung H_z zu

$$H_z = \frac{\hat{I}\sinh\alpha y}{2b\sinh\frac{\alpha h}{2}} \tag{6.17}$$

und damit die Stromverteilung $(dH_z/dt = J_x)$ in x-Richtung zu

$$J_x = \frac{\alpha \hat{I} \cosh \alpha y}{2b \sinh \frac{\alpha h}{2}}.$$
(6.18)

Mit der Stromverteilung kann nun die ohmsche Verlustleistung pro Längeneinheit im Leiter mittels

$$P_S = \frac{b}{2\sigma} \int_0^h |J_x^2| \mathrm{d}y = \frac{\hat{I}^2}{4b\sigma\delta} \frac{\sinh\nu + \cos\nu}{\cosh\nu - \cos\nu}$$
(6.19)

 mit

$$\nu = \frac{h}{\delta}$$

berechnet werden. Vergleicht man diese Verlustleistung mit den Verlusten im Leiter aufgrund eines DC-Stromes gleichen Effektivwertes $(I_{DC} = \hat{I}/\sqrt{2})$, so ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$P_{DC} = \frac{\hat{I}^2}{2} R_{DC} = \frac{\hat{I}^2}{2\sigma bh}$$

$$P_S = \frac{\nu}{2} \frac{\sinh \nu + \sin \nu}{\cosh \nu - \cos \nu} P_{DC}$$

$$= R_{DC} F_F \hat{I}^2$$
(6.20)

mit

$$\nu = \frac{h}{\delta}$$

$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma bh}$$
$$F_F = \frac{\nu}{4} \frac{\sinh \nu + \sin \nu}{\cosh \nu - \cos \nu}$$

Der Faktor F_F bezeichnet dabei die Vergrößerung der ohmschen Verluste bei steigender Frequenz durch den Skineffekt.

Proximity-Effekt / Induzierter Wirbelstrom

Befindet sich ein elektrischer Leiter in einem externen (d.h. nicht von ihm selbst erzeugten) magnetischen Wechselfeld, so werden in diesem Wirbelströme induziert. In der Wicklung eines Transformators bzw. einer Spule wird dieses externe magnetische Feld z.B. durch die anderen Leiter der Wicklung(en) erzeugt.

Im folgenden werden die durch die induzierten Wirbelströme erzeugten Verluste in einem Folienleiter berechnet. Auf beiden Seiten des Folienleiters wirke ein externes magnetische Wechselfeld mit der Amplitude \hat{H}_S in z-Richtung. Mit dieser Randbedingung und der Gleichung (6.14) bzw. (6.17) ergibt sich folgende Feldverteilung

$$H_z = \frac{\cosh \alpha y}{\cosh \frac{\alpha h}{2}} \hat{H}_S \tag{6.21}$$

und damit die Stromverteilung $(dH_z/dt = J_x)$ in x-Richtung

$$J_x = \frac{\alpha \sinh \alpha y}{\cosh \frac{\alpha h}{2}} \hat{H}_S \tag{6.22}$$



Abbildung 6.2: Querschnitt eines in x-Richtung unendlichen Folienleiters mit externem H-Feld mit der Amplitude \hat{H}_S .
im Leiter. Mit der Stromverteilung kann nun wieder die ohmsche Verlustleistung pro Längeneinheit mittels

$$P_P = \frac{b}{2\sigma} \int_0^h |J_x^2| \, \mathrm{d}y = \frac{b}{\sigma\delta} \frac{\sinh\nu - \sin\nu}{\cosh\nu + \cos\nu} \hat{H}_S^2$$
$$= R_{DC} G_F \hat{H}_S^2 \tag{6.23}$$

mit

$$\nu = \frac{h}{\delta}$$

$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma b h}$$

$$G_F = b^2 \nu \frac{\sinh \nu - \sin \nu}{\cosh \nu + \cos \nu}$$

berechnet werden. Die resultierenden Gesamtverluste für einen Folienleiter sind somit

$$P = R_{DC}(F_F \hat{I}^2 + G_F \hat{H}^2).$$
(6.24)

6.1.3 Verluste im Rundleiter

Häufig werden für Wicklungen anstatt von Folienleitern Rundleiter bzw. Litzendrähte, welche aus vielen einzelnen voneinander isolierten Rundleitern bestehen, eingesetzt. In den kommenden beiden Abschnitten werden in Anlehnung an [144, 145] die inneren und die induzierten Wirbelstromverluste in einem Rundleiter berechnet. Dabei sei die Länge des Rundleiters im Verhältnis zu seinem Durchmesser sehr groß, so daß der Einfluß der Anschlüsse auf die Stromverteilung im Leiter vernachlässigt werden kann. Weiterhin wird angenommen, daß sich der Rückleiter im Unendlichen befindet. Damit ergibt sich ein Aufbau, welcher Zylindersymmetrie aufweist. In diesem Fall hat das Magnetfeld nur eine tangentiale und die Stromdichte nur eine axiale Komponente.

Skin-Effekt / Innerer Wirbelstrom

Unter Berücksichtigung der Zylindersymmetrie $(\frac{d}{d}\varphi = 0)$ und bei Vernachlässigung des Verschiebungsstromes (quasistatische Näherung)

kann die Maxwell-Gleichung (6.4) als

$$J_z = \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial r} + \frac{H_{varphi}}{r} \tag{6.25}$$

in Zylinderkoordinaten geschrieben werden. Mit der Maxwell-Gleichung rot $E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ und dem ohmschen Gesetz $J = \sigma E$ ergibt sich

$$\frac{\partial J_z}{\partial r} = j \omega \ \sigma \mu H_{\varphi}. \tag{6.26}$$

Ersetzt man mit dieser Gleichung das H-Feld in Gleichung (6.25), so ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}J_z + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}J_z = \mathrm{j}\,\omega\sigma\mu J_z \tag{6.27}$$

für die Stromdichte im Leiter. Dies ist eine Besselsche Differentialgleichung. Für einen Rundleiter ist

$$J_z = C \mathbb{J}_0(\alpha r) \tag{6.28}$$

die allgemeine Lösung für die gesamte Querschnittsfläche $(r \leq d/2)$. Die Funktion $\mathbb{J}_0(\alpha r)$ ist die sogenannte modifizierte Bessel-Funktion erster Art mit dem Index 0. Die Integrationskonstante C kann mit dem Zusammenhang, daß das Flächenintegral der Stromdichte über den Leiterquerschnitt A_L gleich dem Gesamtstrom I durch den Leiter ist, ermittelt



Abbildung 6.3: Querschnitt eines in z-Richtung unendlichen Rundleiters mit Strom in z-Richtung. $(r-\varphi$ -Ebene = x-y-Ebene)

werden.

$$I = \int_{A_L} J_z \mathrm{d}A_L = 2\pi C \int_0^{d/2} r \mathbb{J}_0(\alpha r) \mathrm{d}r$$
(6.29)

$$=\frac{2\pi}{\alpha r}\frac{d}{2}C\mathbb{J}_1(\alpha r) \tag{6.30}$$

Mit der daraus resultierenden Integrationskonstante ergibt sich die Stromdichte J_z zu

$$J_z = \frac{\alpha r I}{\pi d} \frac{\mathbb{J}_0(\alpha r)}{\mathbb{J}_1(\alpha d/2)}.$$
(6.31)

Setzt man diese in Gleichung (6.26) ein, ergibt sich für das *H*-Feld im Leiter

$$H_{\varphi} = \frac{I}{\pi d} \frac{\mathbb{J}_1(\alpha r)}{\mathbb{J}_1(\alpha d/2)}.$$
(6.32)

Aus dem Zusammenhang zwischen dem Strom I durch und dem magnetischen Feld im Leiter resultiert eine innere Induktivität des Leiters, welche zusammen mit dem ohmschen Widerstand zu einem Spannungsabfall entlang des Leiters führt. Aus diesem Spannungsabfall ergibt sich das elektrische Feld im Leiter, welches über das ohmsche Gesetz $(J = \sigma E)$ lokal mit der Stromdichte J_z verknüpft ist. Aus dem ohmschen Gesetz ergibt sich die elektrische Feldstärke zu

$$E_z = \frac{\alpha r I}{\sigma \pi d} \frac{\mathbb{J}_0(\alpha r)}{\mathbb{J}_1(\alpha d/2)}.$$
(6.33)

Diese muss gleich dem Spannungsabfall pro Länge aufgrund des ohmschen Widerstandes R und der inneren Induktivität L_i (Widerstand / Induktivität pro Länge) sein. Daraus resultiert die Gleichung

$$(R + j \,\omega L_i)I = \frac{\alpha r I}{\sigma \pi d} \frac{\mathbb{J}_0(\alpha r)}{\mathbb{J}_1(\alpha d/2)}.$$
(6.34)

Mit dem Realteil der rechten Seite der Gleichung (6.34) können die ohmschen Verluste, inklusive der Verluste durch den Skin Effekt, berechnet werden. Der Realteil kann mit Hilfe des Zusammenhangs $J_0(xe^{j\frac{3\pi}{4}}) = K_{Ber}(0,x) + j K_{Bei}(0,x)$ ermittelt werden. Nach einigen Umrechnungen ergibt sich

$$P_{S} = \frac{4}{\sigma \pi d^{2}} \frac{\xi}{2} \frac{\hat{I}^{2}}{2} \cdot \frac{K_{Ber}(0,\xi) K_{Bei}'(0,\xi) - K_{Bei}(0,\xi) K_{Ber}'(1,\xi)}{K_{Ber}'(0,\xi)^{2} + K_{Bei}'(0,\xi)^{2}} = R_{DC}F_{R}\hat{I}^{2}$$

$$(6.35)$$

mit

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{d}{\sqrt{2}\delta} \\ R_{DC} &= \frac{4}{\sigma\pi d^2} \\ F_R &= \frac{\xi}{4\sqrt{2}} \cdot \left[\frac{K_{Ber}\left(0,\xi\right)K_{Bei}\left(1,\xi\right) - K_{Ber}\left(0,\xi\right)K_{Ber}\left(1,\xi\right)}{K_{Ber}\left(1,\xi\right)^2 + K_{Bei}\left(1,\xi\right)^2} - \frac{K_{Bei}\left(0,\xi\right)K_{Ber}\left(1,\xi\right) + K_{Bei}\left(0,\xi\right)K_{Bei}\left(1,\xi\right)}{K_{Ber}\left(1,\xi\right)^2 + K_{Bei}\left(1,\xi\right)^2} \right] \end{aligned}$$

für die Verluste durch den Skin-Effekt im Rundleiter, wobei K_{Bei} die Bei-Kelvin Funktion und K_{Ber} die Ber-Kelvin Funktion ist (manchmal auch Thompson-Funktion genannt).

Proximity-Effekt / Induzierter Wirbelstrom

Ein Rundleiter in z-Richtung mit dem Durchmesser d befinde sich in einem magnetischen Wechselfeld $H(r, \varphi)$ mit der Amplitude H_0 , welches parallel zur $r-\varphi$ -Ebene ist (siehe Abb. 6.4). Unter diesen Bedingungen hat das magnetische Vektorfeld \boldsymbol{H} die Form $\boldsymbol{H} = H_r(r, \varphi)\vec{e}_r + H_{\varphi}(r, \varphi)\vec{e}_{\varphi}$ und das dazugehörige magnetische Vektorpotential, welches sich aus dem Zusammenhang

$$\boldsymbol{H} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A} \tag{6.36}$$

herleitet, die Form $\mathbf{A}(r,\varphi) = A_z(r,\varphi)\vec{\mathbf{e}}_r$. Das Magnetfeld induziert in dem Rundleiter Wirbelströme, die mittels der Maxwell-Gleichung (6.4) $(\mathbf{J} = \operatorname{rot} \mathbf{H} + \operatorname{j} \omega \epsilon \mathbf{E} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \operatorname{j} \omega \epsilon \mathbf{E})$ berechnet werden können. Diese kann unter Vernachlässigung des Verschiebungsstromes $(j \,\omega \epsilon E)$ und unter Verwendung des Vektorpotentials A zu

$$J_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial r} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2}$$
(6.37)

umgeformt werden.

Um eine partielle Differentialgleichung des magnetischen Vektorpotentials zu erhalten, muss die Stromdichte J_z in Gleichung (6.37) ersetzt werden. Dies gelingt mit der Maxwell-Gleichung (6.2) und dem ohmschen Gesetz ($J = \sigma E$)

$$\boldsymbol{J} = -\sigma\mu \mathbf{j}\,\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{A} \tag{6.38}$$

Daraus resultiert die partielle Differentialgleichung

$$\sigma\mu \mathbf{j}\,\omega\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2}.\tag{6.39}$$

Nach längerer Rechnung, welche z.B. in [145] (Seiten 91-95) erläutert wird, ergibt sich die Lösung

$$A_{z} = \frac{2\mu_{0}^{2}H_{0}\mathbb{J}_{1}(j^{3/2}\xi r)}{j^{3/2}\xi\mathbb{J}_{0}(j^{3/2}\xi d/2)}\sin\varphi$$
(6.40)

für einen Leiter mit der relativen Permeabilität $\mu_r = 1$ (näherungsweise z.B. Kupfer, Aluminium) in einem Medium mit der relativen Permeabilität 1 (z.B. Luft). Aus diesem magnetischen Vektorpotential folgt mit



Abbildung 6.4: Rundleiter im magnetischen Wechselfeld quer zum Leiter. $(r-\varphi$ -Ebene = x-y-Ebene)

(6.38) für die Stromdichte im Leiter

$$J_{z} = \frac{2\mu_{0}^{2}H_{0j}^{3/2}\xi \mathbb{J}_{1}(j^{3/2}\xi r)}{\mathbb{J}_{0}(j^{3/2}\xi d/2)}\sin\varphi.$$
(6.41)

Die daraus resultierenden Wirbelstromverluste pro Länge ergeben sich aus dem Doppelintegral über den Leiterquerschnitt [144, 145].

$$P_{P} = \frac{1}{2\sigma} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{d/2} |J_{z}^{2}| r dr d\varphi =$$

= $-\frac{2\pi\xi}{\sigma} \hat{H}^{2} \cdot \frac{K_{Ber}(2,\xi)K'_{Bei}(0,\xi) + K_{Bei}(2,\xi)K'_{Ber}(0,\xi)}{K_{Ber}(0,\xi)^{2} + K_{Bei}(0,\xi)^{2}} =$
= $R_{DC}G_{R}\hat{H}^{2}$ (6.42)

 mit

$$\begin{split} \xi &= \frac{d}{\sqrt{2}\delta} \\ R_{DC} &= \frac{4}{\sigma \pi d^2} \\ G_R &= -\frac{\xi \pi^2 d^2}{2\sqrt{2}} \cdot \left[\frac{K_{Ber}(2,\xi) K_{Ber}(1,\xi) + K_{Ber}(2,\xi) K_{Bei}(1,\xi)}{K_{Ber}(0,\xi)^2 + K_{Bei}(0,\xi)^2} + \frac{K_{Bei}(2,\xi) K_{Ber}(1,\xi) - K_{Bei}(2,\xi) K_{Ber}(1,\xi)}{K_{Ber}(0,\xi)^2 + K_{Bei}(0,\xi)^2} \right] \end{split}$$

Mit den beiden Faktoren F_R und G_R können die Gesamtverluste, resultierend aus Skin-Effekt und Proximity-Effekt, mit der Gleichung

$$P = R_{DC}(F_R \hat{I}^2 + G_R \hat{H}^2)$$
 (6.43)

berechnet werden.

6.1.4 Orthogonalität der Verlustanteile

Technische Transformatoren oder Spulen besitzen in der Regel eine oder mehrere Wicklungen, welche aus mehreren Windungen besteht/en.

Durch diese Wicklung fließt im allgemeinen ein nicht sinusförmiger Strom, welcher durch seine komplexen Fourierkomponenten I_{ν}

$$I(t) = \mathbf{I_0} + \mathbf{I_1} \cos \omega t + \ldots + \mathbf{I_\nu} \cos \nu \omega t + \ldots$$
(6.44)

bzw. durch die dazugehörige komplexen Stromdichtekomponenten J_{ν}

$$J(x, y, t) = \mathbf{J}_0(x, y) + \mathbf{J}_1(x, y) \cos \omega t + \ldots + \mathbf{J}_{\nu}(x, y) \cos \nu \omega t + \ldots$$
(6.45)

beschrieben werden kann. In diesem Fall treten bei den verschiedenen Frequenzanteilen in den einzelnen Leitern gleichzeitig Verluste auf, welche durch den Skin- und dem Proximity-Effekt hervorgerufen werden. Die dadurch entstehenden Gesamtverluste pro Länge ergeben sich zu

$$P = \frac{1}{\sigma T} \int_{A} \int_{0}^{T} |J(x, y, t)|^2 \mathrm{d}t \mathrm{d}A$$
(6.46)

mit

A =Querschnittsfläche des Leiters T =Periode des Stromes.

Da das Integral des Produktes von Fourieranteilen bei unterschiedlichen Frequenzen wegen der Orthogonalität der Funktionen gleich Null ist, kann die Gleichung (6.46) zu

$$P = \frac{1}{2\sigma} \sum_{i=0}^{\infty} \int_{A} \boldsymbol{J}_{i} \boldsymbol{J}_{i}^{*} \mathrm{d}A \qquad (6.47)$$

vereinfacht werden. Die Fourierkomponente der Stromdichte J_i ergibt sich aus der Summe der Stromdichten für den Skin- J_S (vgl. (6.18) und (6.28)) und den Proximity-Effekt J_P (vgl. (6.22) und (6.41)). Mit diesem Zusammenhang sind die Verluste durch

$$P = \frac{1}{2\sigma} \sum_{i=0}^{\infty} \int_{A} (J_{Si} + J_{Pi}) (J_{Si}^* + J_{Pi}^*) dA \qquad (6.48)$$

gegeben. Betrachtet man die einzelnen Stromdichten J_S und J_P für einen Folien- bzw. einen Rundleiter, so erkennt man, daß die Stromdichte durch den Skin-Effekt J_S eine gerade Symmetrie und die Stromdichte durch den Proximity-Effekt J_P eine ungerade Symmetrie aufweisen (siehe [147]). Somit sind die Integralanteile über die Fläche des Leiters für die Produkterme aus J_S und J_P gleich Null und die Gleichung für die Verluste vereinfacht sich zu

$$P = \frac{1}{2\sigma} \sum_{i=0}^{\infty} \int_{A} \left((\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{S}i} \boldsymbol{J}_{\boldsymbol{S}i}^{*}) + (\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{P}i} \boldsymbol{J}_{\boldsymbol{P}i}^{*}) \right) dA$$
$$= \sum_{i=0}^{\infty} (P_{\boldsymbol{S}i} + P_{\boldsymbol{P}i})$$
(6.49)

mit

 P_{Si} = Verluste durch Skin-Effekt der *i*-ten Harmonischen P_{Pi} = Verluste durch Proximity-Effekt der *i*-ten Harmonischen.

Die einzelnen Verlustanteile für Folien- und Rundleiter können dabei mit den Zusammenhängen aus den Abschnitten 6.1.2 und 6.1.3 berechnet werden.

6.1.5 Verluste im Litzendraht

Um die Verluste durch Skin- und Proximity-Effekt bei höheren Frequenzen zu reduzieren, werden neben Folien- und Rundleitern häufig Litzendrähte eingesetzt. Diese bestehen aus einer Vielzahl isolierter dünner Einzeldrähte, welche entlang des Leiters so verdrillt sind, daß jeder Einzeldraht jede Position im Leiterquerschnitt einnimmt. Dadurch teilt sich der Gesamtstrom gleichmäßiger auf die Einzeldrähte auf.



Abbildung 6.5: Querschnitt durch einen Litzendraht mit externem H_e - und innerem H_i -Feld.

Besteht der Litzendraht aus N_s Einzellitzen, so können die Verluste aufgrund des Skin-Effektes einfach als Summe der Skin-Effekt-Verluste der Einzeldrähte berechnet werden, da diese nicht von den anderen Leitern beeinflußt werden. Damit ergeben sich die Gesamtverluste durch den Skin-Effekt zu

$$P_{S,L} = N_s R_{DC,E} F_{R,E} \frac{\hat{I}^2}{N_s^2}$$
(6.50)

mit

$$R_{DC,E} = \frac{4}{\sigma \pi d_s^2}.$$

Beim Litzendraht gibt es zwei Magnetfeldkomponenten, welche Proximity-Effekt-Verluste in den einzelnen Drähten erzeugen (siehe Abb. 6.5). Dies ist zum einen das externe Magnetfeld H_e in x-Richtung, welches durch die benachbarten (Litzen-)Drähte erzeugt wird. Zum anderen erzeugen die einzelnen Drähte in einer Litze ein magnetisches Feld H_i , welches in den benachbarten Einzeldrähten der Litze selbst Proximity-Effekt-Verluste erzeugt (vgl. [144, 146]).

Das innere *H*-Feld wird mit Hilfe der integralen Form des Durchflutungsgesetzes (6.4) und der mittleren Stromdichte im Litzendraht berechnet. Unter der Annahme, daß in allen Litzen der gleiche Strom fließt, ergibt sich die mittlere Stromdichte im Litzenleiter mit dem Füllfaktor k_L näherungsweise zu

$$J_0 = \frac{k_L 4I}{N_s \pi d_s^2}$$
(6.51)

mit

$$k_L = \frac{N_s \pi d_s^2}{\pi d_a^2}.$$

Den Außendurchmesser des Litzendrahtes d_a entnimmt man entweder dem Datenblatt der Litze oder berechnet diesen näherungsweise aus dem Durchmesser d_s und der Anzahl N_s der Einzeldrähte [154].

$$d_a = 135e - 6\left(\frac{N_s}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{d_s}{40e - 6}\right)^{0.85} \tag{6.52}$$

Somit ergibt sich die Amplitude des inneren Magnetfeldes H_i zu

$$H_i = \frac{\pi r^2 J_0}{2\pi r} = \frac{2\hat{I}r}{\pi d_a^2}.$$
(6.53)

Mit dem Winkel φ zwischen der x-Achse und dem Vektor $\pmb{H_i},$ kann das innere magnetische Feld als

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{i}} = \frac{4Ir}{2\pi d_a^2} (\sin\varphi \,\vec{\mathbf{e}}_x + \cos\varphi \,\vec{\mathbf{e}}_y) \tag{6.54}$$

angegeben werden. Das magnetische Gesamtfeld H ergibt sich durch vektorielle Addition des inneren und des äußeren H-Feldes.

$$\boldsymbol{H} = (H_e + H_i \sin \varphi) \vec{\mathbf{e}}_x + H_i \cos \varphi \vec{\mathbf{e}}_y \tag{6.55}$$

Mit dem Gesamtfeld können die Proximity-Effekt-Verluste pro Flächeneinheit als Funktion des Winkels φ berechnet werden.

$$P_{P,Dichte}(\varphi) = \frac{4N_s R_{DC,E} G_{R,E} \boldsymbol{H}^2}{\pi d_a^2}$$
(6.56)

Wird die Verlustleistungsdichte über dem Leiterquerschnitt integriert, erhält man die gesamten Proximity-Effekt-Verluste eines Litzendrahtes

$$P_{P,L} = \frac{4N_s R_{DC,E} G_{R,E}}{\pi d_a^2} \int_0^{r_a} \int_0^{2\pi} \left[H_e^2 + H_e H_i + H_i^2 \right] d\varphi r dr$$
$$= \frac{4N_s R_{DC,E} G_{R,E}}{\pi d_a^2} \int_0^{r_a} \int_0^{2\pi} \left[H_e^2 + H_e \frac{2\hat{I}r\sin\varphi}{\pi d_a^2} + \frac{4\hat{I}^2 r^2}{\pi^2 d_a^4} \right] d\varphi r dr$$
$$= N_s R_{DC,E} G_{R,E} \left[H_e^2 + \frac{\hat{I}^2}{2\pi^2 d_a^2} \right].$$
(6.57)

Wie man in Gleichung (6.57) erkennt, können die Proximity-Effekt-Verluste aufgrund des externen magnetischen Feldes von den Verlusten durch das interne *H*-Feld getrennt werden. Damit ergeben sich die Verluste zu

$$P_{P,L} = P_{P,L,ext} + P_{P,L,int} (6.58)$$

mit

$$P_{P,L,ext} = N_s R_{DC,E} G_{R,E} H_e^2$$
$$P_{P,L,int} = \frac{N_s R_{DC,E} G_{R,E} \hat{I}^2}{2\pi^2 d_a^2}.$$

6.1.6 Aufbau mit mehreren Lagen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die Verluste durch den Skin- und den Proximity-Effekt von einzelnen Folien- und Rundleitern sowie von Litzen berechnet. Da die Wicklungen von Transformatoren im allgemeinen aus mehreren Windungen bzw. Lagen bestehen, werden im folgenden die Verluste in mehrlagigen Wicklungen auf Basis obiger Überlegungen berechnet.

Wie bei der Herleitung der Skin-Effekt-Verluste schon erläutert, sind diese nicht von der Lage des Leiters in einer Wicklung bzw. dem geometrischen Aufbau der Wicklung, sondern nur vom Leiter selbst und dem Strom durch den Leiter abhängig. Aus diesem Grunde können die Skin-Effekt-Verluste einfach durch Multiplikation der Verluste (pro Länge) (6.20), (6.35) und (6.50) mit der Länge des jeweiligen Leiters berechnet werden.

Die Proximity-Effekt-Verluste resultieren aus dem magnetische Feld, welches durch die anderen Leiter in der Nähe des betrachteten Leiters erzeugt wird. Somit benötigt man die Verteilung der magnetischen Feldstärke im Bereich der Wicklung, um die Verluste berechnen zu können. Eine allgemeine Berechnung der Feldverteilung unter Berücksichtigung der Rand-, End-, 2D-, und 3D-Effekte ist nur mit Hilfe von numerischen Methoden (z.B. FEM) möglich. Für spezielle Geometrien/Teilprobleme existieren auch (semi-)analytische Verfahren zur Feldberechnung [154, 152], welche Teile oben genannter Effekte mittels aufwendiger Berechnungen berücksichtigen. Da diese nur für spezielle Aufbauten gültig sind und die Luftspalte in den hier betrachteten Fällen durch verteilte Luftspalte bzw. Materialien mit niedriger Permeabilität realisiert werden, bzw. die Luftspalte sehr klein oder relativ weit von den Windungen entfernt sind, wird im folgenden das Prinzip des 1D Ansatzes nach Dowell [153] angewendet.

Beim 1D-Ansatz nach Dowell (siehe Abb. 6.6) wird davon ausgegangen, daß das magnetische Feld H_z parallel zur Leiteroberfläche ist und nur eine Komponente in z-Richtung aufweist. Dies wird dadurch begründet, daß die relative Permeabilität des Kernes sehr viel größer ist als die relative Permeabilität im Wicklungsfenster (idealerweise geht μ_r des Kernes gegen unendlich). Damit wirkt der magnetische Kern oberund unterhalb wie ein "magnetischer Spiegel", was theoretisch in einen unendlich breiten Leiter resultiert.

Weiterhin wird angenommen, daß die Breite der Folien im Idealfall gleich der Breite des Wicklungsfensters ist $(b \approx b_F)$, d.h. die Folien schließen oben und unten mit dem Wicklungsfenster bündig ab. Unter diesen Bedingungen kann das magnetische Feld mit dem Durchflutungsgesetz, z.B. für den 1. Leiter zwischen y_1 und y_2 mit

$$\oint_{C} \boldsymbol{H} dl = b_F \int_{y_1}^{y_2} J_x(y) dy$$
(6.59)

berechnet werden. Damit folgt für das Magnetfeld $H_{z,1}$ zwischen dem



Abbildung 6.6: Querschnitt durch einen Transformator mit Folienwicklung. Verlauf und Betrag des magnetischen Feldes.

1. und dem 2. Leiter

$$H_{z,1} = \frac{I}{b_F},\tag{6.60}$$

wenn in dem Leiter 1 ein Gesamtstrom I in x-Richtung fließt.

Für die Berechnung der Proximity-Effekt-Verluste wird angenommen, daß das magnetische Feld auf beiden Seiten des Leiters gleich ist. Dies ist bei einem realen Aufbau, bei welchem Strom durch den Leiter fließt, physikalisch nicht korrekt, kann aber als gute Näherung verwendet werden, wenn der Einfluß eines Einzelleiters auf das gesamte Magnetfeld gering ist, d.h. das ΔH zwischen der linken und der rechten Seite des Leiters im Vergleich zur Gesamtamplitude klein ist. In praktischen Anwendungen wird normalerweise angenommen, daß auf beiden Seiten des Leiters der Mittelwert des Magnetfeldes von der linken und der rechten Seite des Leiters anliegt ($H_{mittel} \approx 1/2[H_{links} + H_{rechts}]$). Damit ergibt sich für einen Aufbau nach Abbildung 6.6 mit N Windungen das durchschnittliche Magnetfeld H_{avg} zu

$$H_{avg} = \frac{2m-1}{2} \frac{\hat{I}}{b_F} \qquad m = 1..N \tag{6.61}$$

und damit die Gesamtverluste in der Wicklung mit der mittleren Windungslänge l_m

$$P = R_{DC} (F_F \hat{I}^2 N + G_F \sum_{m=1}^{N} \hat{H}_{avg}^2) l_m$$

= $R_{DC} \hat{I}^2 \left(F_F + G_F \frac{4N^2 - 1}{12b_F^2} \right) N l_m$ (6.62)

mit

$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma bh}.$$

Aus der Gleichung folgt, daß die Verluste aufgrund des Proximity-Effektes mit steigender Windungs- bzw. Lagenzahl wegen der steigenden Amplitude des H-Feldes dominieren.

Interleaving der Wicklungen

Eine Möglichkeit, die Verluste durch den Proximity-Effekt zu reduzieren, ergibt sich durch eine Verkleinerung der Amplitude des magnetischen Feldes. Dies kann man z.B. durch Verschachteln (Interleaving) der Primär- und der Sekundärwicklung erreichen (vgl. Abb. 6.7 ohne Shunts). Da immer eine positive Durchflutungsquelle (z.B. primär) und eine negative Quelle (z.B. sekundär) direkt aufeinanderfolgen, reduziert sich die Amplitude des H-Feldes und damit die Proximity-Effekt-Verluste deutlich. Allerdings erhöht sich die parasitäre Kopplungskapazität zwischen der Primär- und der Sekundärwicklung im gleichen Maße wie sich das H-Feld reduziert, da die Stirnflächen zwischen den Wicklungen zunehmen. Dadurch verschlechtert sich unter anderem das EMV-Verhalten.

Soll im Transformator eine Serieninduktivität integriert werden, muß zwischen jedem Abschnitt der Primär- und Sekundärwicklung ein magnetischer Shunt eingefügt werden (vgl. Abb. 6.7). Vergleicht man einen normalen Aufbau (vgl. Abb. 6.6) mit der Streuinduktivität L_{sigma} mit einem verschachtelten Aufbau mit n Verschachtelungsstellen, welcher die gleiche Streuinduktivität aufweist, so benötigt der verschachtelte



Abbildung 6.7: Querschnitt durch einen Transformator mit verschachtelter Folienwicklung. Verlauf und Betrag des magnetischen Feldes.

Aufbau näherungsweise das n-fache Volumen für den Shunt. Dieser Zusammenhang resultiert aus folgenden Überlegungen und Annahmen:

- 1. Annahme: Die magnetische Energie ist nur im Bereich des magnetischen Shunts gespeichert. Dies stimmt um so besser, je höher die Permeabilität des Shunts gegenüber der Luft ist und je größer das Volumen des Shunts im Vergleich zum restlichen Volumen zwischen den beiden Wicklungen ist.
- 2. Die magnetische Energie im Streuflußpfad kann für den normalen Transformator nach Abbildung 6.6 näherungsweise mit

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \mu H_1^2 V_1 = \frac{1}{2} L_\sigma I^2$$
$$= \frac{1}{2} B_1 H_1 V_1$$

 mit

 H_1 = Amplitude des *H*-Feldes für normalen Trafo V_1 = Volumen des mangetischen Shuntes μ = Permeabilität des Shuntes

berechnet werden.

3. Im Transformator mit Interleaving reduziert sich die Amplitude des H-Feldes von H_1 auf H_1/n , wenn der Transformator nVerschachtelungen besitzt. Die magnetische Flußdichte B_1 in den einzelnen Shunts bleibt konstant, da die einzelnen magnetischen Shunts gleich ausgenutzt werden sollen. Damit ist die magnetische Energie gleich:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} (n \mu) \left(\frac{H_1}{n}\right)^2 (n V_1) = \frac{1}{2} L_\sigma I^2$$
$$= \frac{1}{2} B_1 \frac{H_1}{n} (n V_1) = \frac{1}{2} B_1 H_2 (n V_1)$$

Daraus folgt, daß jeder der n Shunts ein Volumen gleich V_1 haben muß, damit der verschachtelte Transformator die gleiche Streuinduktivität und die gleiche Flußdichte in den Shunts hat. Somit sind das Gesamtvolumen der Shunts und damit auch die Kernverluste in den Shunts um den Faktor n größer als beim normalen Transformator (vgl. auch Abschnitt 3.1).

Schmale Folienleiter / Mehrere Folienleiter pro Lage

Bei vielen realen Aufbauten ist die Breite der Folie b_L deutlich kleiner als die Breite des Wickelfensters b_F (z.B. aufgrund eines Spulenkörpers) oder es befinden sich mehrere Folienleiter in einer Lage, wie in Abbildung 6.8 dargestellt ist. Solche Aufbauten können näherungsweise dadurch beschrieben werden, daß diese in einen Folienleiter transformiert werden, welcher sich über die gesamte Breite des Wicklungsfensters erstreckt. Dowell [153] schlägt als Transformationsvorschrift vor, daß der DC-Widerstand des ursprünglichen Leiters und der des transformierten Leiters identisch sein sollen. Dies erreicht man durch Einführen des "Porosity"-Faktors η , welcher durch

$$\eta = \frac{N_L b_L}{b_F} \qquad (\eta \le 1) \tag{6.63}$$



Mehrere Folienleiter pro Lage

Abbildung 6.8: Querschnitt durch einen Transformator mit Folienwicklung, welche aus schmalen Folien bzw. mehreren Leitern pro Lage (hier: $N_L = 4$) aufgebaut ist. mit

$$N_L$$
 = Anzahl der Leiter pro Lage
 b_L = Breite der einzlenen Leiter

definiert ist. Mit dem Porosity-Faktor werden die Leitfähigkeit, die Skintiefe und die Variable ν des transformierten Leiters neu definiert

$$\sigma' = \eta \sigma \tag{6.64}$$

$$\delta' = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma' \mu}} \tag{6.65}$$

$$\nu' = \frac{h}{\delta'} \tag{6.66}$$

und in den Formeln für die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste (6.20) und (6.23) eingesetzt. Mit steigendem Porosity-Faktor nimmt die Skintiefe zu, d.h. das Verhältnis zwischen AC- und DC-Widerstand sinkt im Vergleich zu einer Rechnung ohne η . Damit wird der 2D-Gestalt des H-Feldes für Aufbauten mit schmalen Folien bzw. mehreren Leitern pro Lage Rechnung getragen, welches zwischen die Leiter bzw. zwischen den Leiter und den Magnetkern eindringt. Dadurch steigt die effektiv leitende Oberfläche an und die Verluste sinken [150]. Aus diesem Grunde ist es besser, den Porosity-Faktor als (empirischen) Faktor zu betrachten, welcher 2D-Effekte modelliert. Eine theoretische und physikalische Begründung für die Transformationsvorschrift von Dowell gibt es nicht [151] (z.B. die Skintiefe ist unabhängig von der Geometrie). Die meßtechnischen Ergebnisse zeigen jedoch, daß die Berechnungen mit dem Porosity-Faktor gute Ergebnisse liefern, wenn η in der Nähe von 1 ist, d.h die Wicklung dicht gepackt ist.

Die Verluste für den schmalen Folienleiter können mit der Gleichung (6.62) berechnet werden, wenn die transformierten Größen (6.64)-(6.66) eingesetzt werden. Die Verluste von Wicklungen, welche aus mehreren Folienleitern pro Lage bestehen, können auf die gleiche Weise berechnet werden. Bei diesen muss jedoch beachtet werden, daß der felderzeugende Strom in Gleichung (6.61) gleich $N_L I$ ist.

Falls eine Lage (meistens die erste bzw. letzte Lage) nicht vollständig bewickelt ist, so wird diese getrennt betrachtet. Dabei ist zu beachten, daß der Verlauf des H-Feldes nach Abbildung 6.6 stetig ist.



Transformierter Folienleiter

Abbildung 6.9: Querschnitt durch einen Transformator mit Rundleiter, welche in einen äquivalenten Folienleiter transformiert werden.

Wicklungen aus Runddraht

Die oben beschriebene Transformation für mehrere Folienleiter pro Lage kann auch auf Rundleiter angewendet werden [153], wie in Abbildung 6.9 dargestellt ist. Dabei werden die Rundleiter zuerst in äquivalente quadratische Leiter mit der Kantenlänge h transformiert. Diese haben die gleiche Querschnittsfläche wie die Rundleiter, woraus folgende Transformationsvorschrift resultiert

$$h = \sqrt{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}d$$
(6.67)

$$\eta = \frac{N_L h}{b_F} = \frac{N_L \sqrt{\pi}d}{2b_F} \qquad (\eta \le 1) \tag{6.68}$$

mit

$$N_L$$
 = Anzahl der Leiter pro Lage
 d = Durchmesser der Rundleiter/Litze.

Anschließend werden die quadratischen Leiter mit Hilfe der Gleichungen (6.63)-(6.66) in einen Folienleiter transformiert, für welchen das magnetische Feld nach oben beschriebener Methode berechnet werden kann. Die Gesamtverluste für eine Wicklung aus Rundleitern werden genauso berechnet, wie die Verluste für eine Wicklung aus mehreren Folienleitern pro Ebene.

Die Transformation von Rundleitern in einen äquivalenten Folienleiter ist z.T. mit großen Fehlern behaftet vor allem, wenn die Windungen nicht dicht gepackt sind bzw. der Faktor ν/d relativ groß ist [147]. Hier ist es besser, die oben beschriebenen Verlustgleichungen für Rundleiter zu verwenden. Das magnetische Feld zwischen den Leitern für die Berechnung der Proximity-Effekt-Verluste wird durch den gleichen Ansatz wie für Folienleiter berechnet (siehe Gl. (6.61)). Damit ergibt sich:

$$P = R_{DC} \left(NF_R \hat{I}^2 + N_L G_R \sum_{m=1}^{M_L} \hat{H}_{avg}^2 \right) l_m$$

= $R_{DC} \hat{I}^2 \left(NF_F + N_L M_L G_F \frac{4M_L^2 - 1}{12b_F^2} \right) l_m$ (6.69)

mit

$$R_{DC} = \frac{4}{\sigma \pi d^2}$$

M_L = Anzahl der kompletten Lagen.

Auch hier müssen – wie bei den Folienleitern – nicht komplette Lagen getrennt betrachtet werden.

Wicklungen aus Litze

Die Berechnung der Verluste einer Wicklung aus Litze erfolgt auf die gleiche Weise wie die Berechnung der Verluste für Rundleiter im vorangegangenen Abschnitt. Es werden die Gleichungen aus Abschnitt 6.1.5 für die HF-Effekte verwendet und das magnetische Feld wird genauso berechnet wie für Folienleiter beschrieben (siehe Gl. (6.61)). Jedoch müssen bei der Litze zusätzlich die Proximity-Effekt-Verluste durch das innere *H*-Feld beachtet werden. Diese sind – unabhängig von der Position bzw. dem geometrischen Aufbau – gleich für alle Windungen der Litze und können wie die Skin-Effekt-Verluste behandelt werden. Somit ergibt sich für die Wicklungsverluste

$$\begin{split} P_{Litze} &= R_{DC,E} N l_m \left(\frac{F_{R,E}}{N_s} + G_{R,E} \frac{N_s}{2\pi^2 d_a^2} \right) \hat{I}^2 \\ &+ R_{DC,E} l_m G_{R,E} N_s \sum_{m=1}^{M_L} N_L \left(\frac{2m-1}{2} \frac{N_L}{b_F} \right)^2 \hat{I}^2 \\ P_{Litze} &= R_{DC,E} l_m \left[\frac{NF_{R,E}}{N_s} + G_{R,E} \frac{NN_s}{2\pi^2 d_a^2} + \\ &+ G_{R,E} N_s N_L^3 \frac{M_L (4M_L^2 - 1)}{b_F^2} \right] \hat{I}^2 \end{split}$$

mit

$$R_{DC,E} = \frac{4}{\sigma \pi d_s^2}$$

6.1.7 Optimale Höhe eines Folienleiters

Mit den Gleichungen aus den vorangegangenen Abschnitten können die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste in Folienwicklungen von Transformatoren für beliebige Ströme i(t) nach

$$i(t) = I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$
(6.70)

berechnet werden. Betrachtet man die Verluste in Abhängigkeit der Dicke der Folie, so erkennt man, daß es eine optimale Dicke gibt, für welche die Verluste minimal werden. Dies resultiert daraus, daß die Skin-Effekt-Verluste mit steigender Dicke ab- und die Proximity-Effekt-Verluste zunehmen (siehe Abb. 6.10).

Diese optimale Dicke kann mit obigen Gleichungen numerisch berechnet, jedoch nicht analytisch angegeben werden. Um einen analytischen Zusammenhang zu ermitteln, haben die Autoren von [148] folgende Näherungen für die Skin- F_F (6.20) und Proximity-Effekt-Faktoren G_F

(6.23) angewendet.

$$\frac{\sinh\nu + \sin\nu}{\cosh\nu - \cos\nu} \approx \frac{2}{\nu} + \frac{1}{90}\nu^3 - \frac{1}{37800}\nu^7 + O(\nu^{11})$$
(6.71)

$$\frac{\sinh\nu - \sin\nu}{\cosh\nu + \cos\nu} \approx \frac{1}{6}\nu^3 - \frac{17}{2520}\nu^7 + O(\nu^{11})$$
(6.72)

Werden nur die Terme bis inklusive der dritten Ordnung verwendet, so ergibt sich nach [148] für Gleichung (6.71) ein relativer Fehler von 1.2% für $\nu < 1.2$ und für Gleichung (6.72) ein relativer Fehler von 4.1% für $\nu < 1$ und 8.4% für $\nu < 1.2$. Da der Faktor ν bei der optimalen Dicke einen Wert zwischen 0.3 und 1 hat, sind die obigen Näherungen exakt genug, um einen analytischen Ausdruck für die optimale Dicke zu berechnen.

Mit den Approximationen für die Skin- und Proximity-Effekt-Faktoren ergeben sich näherungsweise die Verluste pro Längeneinheit



$$P_{app,n} = R_{DC} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\nu^4}{360} \right) + \left(\frac{\nu^4}{72} \left(4N^2 - 1 \right) \right) \right] \hat{I}^2$$
(6.73)

Abbildung 6.10: Skin- und Proximity-Effekt-Verluste in einer Folie als Funktion der Foliendicke.

mit

$$\nu = \frac{h}{\delta} = h\sqrt{\pi f \sigma \mu_0}$$
$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma b h}$$

für einen sinusförmigen Strom mit der Frequenz f, welcher in einer Wicklung fließt, die aus einem Folienleiter mit der Breite b besteht (= Breite des Wickelfensters b_F). Teilt man die approximierten Verluste durch den DC-Widerstand R_{DC} und die Amplitude des Stromes im Quadrat \hat{I}^2 , so erhält man das Verhältnis zwischen dem AC- und dem DC-Widerstand für die jeweilige Harmonische n.

$$\frac{R_{AC,n}}{R_{DC}} = k_n = \frac{1}{2} + \nu_0^4 n^2 \left(\frac{N^2}{18} - \frac{1}{90}\right)$$
(6.74)

mit

$$\nu_0 = \text{Faktor } \nu$$
 für die Grundschwingung

Damit lassen sich die gesamten Verluste, welche durch den Strom i(t)mit den Harmonischen I_n erzeugt werden, anhand von

$$P_{app} = \frac{N l_m \left(I_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n I_n^2 \right)}{\sigma b h}$$

= $\frac{N l_m \left(I_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + n^2 \frac{h^4}{\delta_0^4} \left(\frac{N^2}{18} - \frac{1}{90} \right) \right] I_n^2 \right)}{\sigma b h}$ (6.75)
= $G_1 \frac{1}{h} + G_2 h^3$

mit

 $\delta_0 =$ Skintiefe bei der Grundfrequenz

berechnen. In der letzten Zeile der vorangegangenen Gleichung wird die Abhängigkeit der Gesamtverluste von der Höhe der Folie verdeutlicht. Diese setzen sich aus der Summe einer Hyperbel und einer kubischen Funktion zusammen. Mit den gegebenen Koeffizienten haben die Gesamtverluste somit immer ein Minimum, welches bei der reellen positiven Nullstelle der Ableitung der Funktion liegt. Die optimale Höhe der Folie ist somit

$$h_{opt} = \delta_0 \sqrt[4]{\frac{15}{5N^2 - 1}} \left(\frac{2I_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2 I_n^2} \right)^{\frac{1}{4}}.$$
 (6.76)

Diese hängt neben der Frequenz von der Anzahl der Lagen (=Anzahl der Windungen N), dem DC-Strom und den Harmonischen des Stromes ab. Fließt in einer Wicklung aus Folienleiter ein rein sinusförmiger Strom, so kann die optimale Höhe der Folienleiter näherungsweise mit

$$h_{opt,sin} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \sqrt[4]{\frac{15}{5N^2 - 1}}$$

$$\approx \frac{0.13}{\sqrt[4]{5N^2 - 1} \sqrt{f}}$$
(6.77)

berechnet werden. Der Verlauf der optimalen Höhe in Abhängigkeit der Lagenzahl ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die optimale Höhe der Folienleiter startet für einlagige Wicklungen bei ca. $1.4 \times$ der Skintiefe und nimmt dann rasch mit der Lagenzahl ab und tendiert für $N \to \infty$ gegen Null.

Bei einem sinusförmigen Strom mit DC-Anteil ergibt sich die optimale Höhe des Folienleiters aus

$$h_{opt,DC} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \sqrt[4]{\frac{15}{5N^2 - 1}} \frac{\sqrt[4]{2I_{DC}^2 + I_1^2}}{\sqrt{I_1}}.$$
 (6.78)

Die vorangegangenen Betrachtungen bezüglich der optimalen Höhe eines Folienleiters können analog für eine Wicklung mit mehreren Folienleitern pro Lage angestellt werden. Das daraus resultierende Verhältnis zwischen dem AC- und dem DC-Widerstand für die jeweilige Harmonische ist

$$\frac{R_{AC,n}}{R_{DC}} = k_n = \frac{1}{2} + \nu_0^4 n^2 \left(\frac{1}{360} - \frac{1}{72}N_L^2 + \frac{1}{18}N_L^2M_L^2\right).$$
(6.79)

Damit erhält man auf dem gleichen Weg, wie oben beschrieben, die optimale Höhe der Folie zu

$$h_{opt,N_L} = \delta_0' \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2} \ 15^{\frac{1}{4}}}{\left(1 - 5N_L^2 + 20N_L^2M_L^2\right)^{\frac{1}{4}}}} \left(\frac{2I_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2 I_n^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$
(6.80)

 mit

$$\delta_0' = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma' \mu}}.$$

Dabei müssen die durch den Porosity-Faktor η transformierten Größen σ', δ' und ν' eingesetzt werden (siehe Gl. (6.63) - (6.66)). Für $N_L = 1$ gehen die beiden Gleichungen (6.79) und (6.80) in die obigen Gleichungen (6.74) und (6.77) für einen Folienleiter pro Lage über.



Abbildung 6.11: Verlauf der optimalen relativen Höhe $\frac{h_{opt}}{\delta}$ eines Folienleiters in Abhängigkeit von der Lagenzahl N.

6.1.8 Optimaler Litzendurchmesser

Im folgenden soll eine Wicklung betrachtet werden, welche aus einer HF-Litze besteht. Die Wicklung habe N Windungen und muß in dem zur Verfügung stehenden Wickelfenster mit der Breite b_F untergebracht werden. Dadurch ist der Außendurchmesser d_a der Litze nach oben begrenzt $(N\pi (d_a/2)^2 < k_{CU}A_{Fenster})$. Mit der Breite b_F und dem Durchmesser d_a ist außerdem die maximale Anzahl von Leitern pro Lage $N_L < b_F/d_a$ gegeben.

Für minimale Kupferverluste muß der zur Verfügung stehende Wickelraum bestmöglich ausgenutzt werden. Damit bleibt als einziger Freiheitsgrad bei der Wahl der Litze der Durchmesser d_s der Einzellitzen, welcher durch die empirische Gleichung [154]

$$N_s = \frac{135}{40^{0.85}} \frac{d_a^{20/9}}{d_s^{17/9}} \tag{6.81}$$

mit der Anzahl der Einzellitzen N_s verknüpft ist. Auch hier gibt es eine optimale Kombination aus d_s und N_s , welche zu minimalen Verlusten führt (siehe Abb. 6.12 - f = 50 kHz, $b_F = 10 \text{ mm}$, $d_a = 2 \text{ mm}$, $N = 20 \text{ und } N_L = 4$).

Die optimale Kombination der beiden Variablen ist im Wertebereich der Variablen d_a, d_s, N_s, \ldots für handelsübliche Litzen nicht geschlossen berechenbar. Nur für begrenzte Bereiche ist eine Näherung der optimalen Einzeladerdicke als Funktion von N_s , wie beim Folienleiter im vorangegangen Abschnitt möglich. Allerdings können die ohmschen Verluste in der Litze durch gebrochenrationale Gleichungen näherungsweise berechnet werden, so daß die Zusammenhänge einfach in verschiedenen Programmiersprachen implementiert werden können. Die Herleitung der gebrochenrationalen Funktionen wird im folgenden kurz hergeleitet.

Der Faktor $F_{R,E}$ zur Berechnung der Skin-Effekt-Verluste in den einzelnen Litzendrähten kann für den relevanten Bereich ($\xi = 0..1$) durch

$$F_{R,E} \approx 1 - 1.1248 \mathrm{E}^{-3} \,\xi + 2.8120 \mathrm{E}^{-3} \,\xi^2$$
 (6.82)

und damit die Skin-Effekt-Verluste durch

$$P_{S,L} \approx \frac{\hat{I}^2 \left(1 - 1.1248 \mathrm{E}^{-3} \,\xi + 2.8120 \mathrm{E}^{-3} \,\xi^2\right) N l_m}{\sigma \, N_s \pi \xi^2 \delta^2} \tag{6.83}$$

angenähert werden. Dabei ist der relative Fehler kleiner als 0.4% im Bereich $\xi = 0..1$.

Zum Berechnen der Verluste durch den inneren und äußeren Proximity-Effekt wird der Faktor $G_{R,E}$ benötigt. Dieser kann näherungsweise mit

$$G_{R,E} \approx 0.3927 \,\frac{\xi^4}{\sigma} \tag{6.84}$$

berechnet werden. Der dabei entstehende Fehler ist kleiner als 3% für den Bereich von $\xi = 0..1$. Damit resultiert für die inneren

$$P_{P,int} \approx 0.1964 \, \frac{N_s \hat{I}^2 \xi^4 N l_m}{\sigma \pi^2 d_a^2}$$
 (6.85)

und die äußeren Proximity-Effekt-Verluste

$$P_{P,ext} \approx \frac{N_s \xi^4 \hat{I}^2 N \left(-3.2725 \mathrm{E}^{-2} N_L^2 + 0.1309 N^2\right) l_m t}{\sigma b_F^2}.$$
 (6.86)



Abbildung 6.12: Verlauf der Verluste einer Wicklung aus HF-Litze in Abhängigkeit der relativen Dicke $\xi = d/\sqrt{2\delta}$ einer Einzelader.

Mit diesen Näherungen können die Gesamtverluste durch

$$P_L \approx \frac{\left[\left(-0.03272N_L^2 + 0.1309N^2\right)N_s^2\delta^2 d_a^2 + 0.01989N_s^2\delta^2 b_F^2\right]\xi^6}{\sigma\xi^2 N_s\delta^2 d_a^2 b_F^2} + \frac{8.951\mathrm{E}^{-4} d_a^2 b_F^2 \xi^2 - 3.5802\mathrm{E}^{-4} d_a^2 b_F^2 \xi + 0.3184 d_a^2 b_F^2}{\sigma\xi^2 N_s\delta^2 d_a^2 b_F^2} \quad (6.87)$$

berechnet werden. Der relative Fehler bei der Berechnung der Gesamtverluste ist dabei kleiner als ca. 1.5% im Bereich $N_s = 10..5000$ und $\xi = 0..0.8$.

Mit sinkender Breite des Wickelfensters b_F und steigender Anzahl der Lagen übereinander nimmt die optimale relative Dicke ξ und damit der optimale Durchmesser d_s der Einzeladern ab. Gleichzeitig nimmt die Anzahl der Einzeladern N_s zu. Für einen einzelnen Rundleiter liegt die optimale relative Dicke ξ im Bereich von ca. 0.75..0.9 – abhängig von der Lagenzahl und Fensterbreite.

Eine genauere Berechnung der Kelvin-Funktionen ist mittels der unendlichen Reihen nach [145]

$$K_{Ber}(n,x) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+p} \left(\frac{1}{2}x\right)^{n+2p} \cos\left(\frac{1}{4} \left(n+2p\right)\pi\right)}{p! (n+p)!}$$
(6.88)

und

$$K_{Bei}(n,x) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+p+1} (1/2x)^{n+2p} \sin(1/4(n+2p)\pi)}{p!(n+p)!}$$
(6.89)

möglich.

6.2 Verluste in einem elektromagnetisch integrierten Serienschwingkreis

Mit den oben hergeleiteten Gleichungen zum Berechnen der Verluste werden nun die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste für einen elektromagnetisch integrierten Serienschwingkreis, wie in Abbildung 6.13 dargestellt, berechnet. Der Aufbau besteht dabei aus Folienleitern mit dazwischenliegendem Dielektrikum. Da der Fokus dieser Arbeit hauptsächlich auf integrierten Strukturen höherer Leistung liegt, werden hier aufgrund der hohen Ströme in den Wicklungen nur Folienleiter betrachtet, welche sich über die gesamte Breite des Wickelfensters erstrecken. Dies bedeutet, daß pro Lage nur eine Windung realisiert wird. Verlustberechnungen von Strukturen für niedrigere Leistungen werden in [155] behandelt.

Bei der Herleitung der Verlustgleichungen wurde unter anderem angenommen, daß Verschiebungsströme vernachlässigt werden können. Unter diesen Bedingungen ändert sich der Gesamtstrom entlang des Leiters nicht. Bei elektromagnetisch integrierten Strukturen wird jedoch der Verschiebungsstrom gezielt erhöht, um Kapazitäten in den Wicklungen zu integrieren. Dies ist in Abbildung 6.13 beispielhaft für einen integrierten Serienschwingkreis dargestellt. Aus diesem Grunde können die Verschiebungsströme nicht vernachlässigt und obige Gleichungen zum Berechnen der Verluste können nicht unmittelbar angewendet werden.

Für die Berechnung der Verluste muß der Verlauf der Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ in den Folien in Abhängigkeit der x-Koordinate bekannt sein. Diese können mit Hilfe des allgemeinen Leitungsmodells aus Kapitel



Abbildung 6.13: Aufbau eines elektromagnetisch integrierten Serienschwingkreises.

5.1.3 ermittelt werden. Aus dem Modell resultiert für den Strom $I_1(x)$:

$$I_1(x) = \frac{1}{2}I + \frac{V_a e^{-\gamma x}}{Z_0} - \frac{V_b e^{\gamma x}}{Z_0}$$

und mit der Lösung für den Serienschwingkreis 5.14 ergibt sich

$$I_{1}(x) = \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}\frac{I\left(1 + e^{\gamma l}\right)e^{-\gamma x}}{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}} - \frac{1}{2}\frac{I\left(1 + e^{-\gamma l}\right)e^{\gamma x}}{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}$$
$$= \frac{1}{4}\frac{I\left(2\sinh\left(\gamma l\right) - 2\sinh\left(\gamma x\right) + 2\sinh\left(\gamma \left(l - x\right)\right)\right)}{\sinh\left(\gamma l\right)}.$$
 (6.90)

Der Strom $I_2(x)$ kann einfach aus dem Zusammenhang $I_1(x)+I_2(x)=I$ berechnet werden.

In Abbildung 6.14(a) und (b) ist der Verlauf der Impedanz des Serienschwingkreises und der Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ entlang des Leiters in Abhängigkeit der Frequenz für ideale Kopplung der Leiter (k = 1) dargestellt. Über den gesamten Frequenzbereich ist die Zu- bzw. Abnahme des Stromes linear mit der Länge x. Nimmt die Kopplung zwischen dem Leiterpaar ab, so treten bei höheren Frequenzen Resonanzen im Strom auf. Diese sind für einen festen Zeitpunkt und für zwei verschiedene Koppelfaktoren (k = 0.95 und k = 0.7) in Abbildung 6.14(c) und (d) dargestellt. Die Ursache der Stromschwingungen/-überhöhungen liegt zum einen in den Resonanzen der Serienimpedanz (siehe Abb.5.5) und zum anderen in den Reflexionen an den Leitungsenden, da die Leitung nicht mit der Leitungsimpedanz abgeschlossen ist.

Bei Verwendung der integrierten Strukturen in Resonanzkonvertern werden diese normalerweise in der Nähe der Resonanzfrequenz betrieben. Außerdem ist die Kopplung der beiden Leiter für gewöhnliche Aufbauten sehr gut, da die Leiter aufgrund der geringen Dicke des Dielektrikums nahe beieinander liegen (vgl. Abschnitt 5.1.3, Seite 169). Aus diesem Grunde wird im folgenden von einer linearen Stromverteilung entlang des Leiters ausgegangen.

6.2.1 Skin-Effekt-Verluste

Wie bereits erwähnt, sind die Verluste aufgrund des Skin-Effektes unabhängig von der Position des Leiters innerhalb der Struktur, da das äußere Magnetfeld keinen Einfluß hat. Weiterhin ergibt sich durch die Symmetrie der Ströme in den beiden Leitern $I_2(x) = I_1(l-x)$, daß die Verluste in den beiden Leitern identisch sind. Damit müssen zur Berechnung der Gesamtverluste nur die Verluste für einen Leiter berechnet werden. Die Gesamtverluste ergeben sich mit Gleichung (6.20) zu

$$P_{Skin} = 2F_F \int_{0}^{Nl_m} \left(\frac{I}{N \, l_m} x\right) \mathrm{d}x = \frac{2}{3} R_{DC} F_F \hat{I}^2 N l_m \tag{6.91}$$



Abbildung 6.14: Verlauf der Impedanz bei idealer Kopplung und des Stromes $I_1(x)$ für verschiedene Koppelfaktoren für eine Serienschwingkreis.

mit

$$\nu = \frac{h}{\delta}$$

$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma b h}$$

$$F_F = \frac{\nu}{4} \frac{\sinh \nu + \sin \nu}{\cosh \nu - \cos \nu}$$

Vergleicht man die Skin-Effekt-Verluste in einem normalen Folienleiter der Dicke h mit den Verlusten in dem integrierten Aufbau bestehend aus zwei Folienleitern der Dicke h, so erkennt man, daß die Skin-Effekt-Verluste des integrierten Aufbaus 2/3 der Verluste des normalen Aufbaus bei doppeltem Gesamtleiterquerschnitt (Kupfermenge) betragen.

$$P_{Skin,integrated} : P_{Skin,Folie}$$
$$\frac{2}{3}R_{DC}F_F\hat{I}^2 : R_DCF_F\hat{I}^2$$
$$\frac{2}{3} : 1$$

Bei gleichem Gesamtleiterquerschnitt für beide Aufbauten sind die Skin-Effekt-Verluste des integrierten Aufbaus ca. $4/_3$ mal so groß, wie die des nicht integrierten Aufbaus, da dieser den halben DC-Widerstand R_{DC} und halbes ν hat.

6.2.2 Proximity-Effekt-Verluste

Für die Berechnung der Proximity-Effekt-Verluste wird die magnetische Feldstärke auf beiden Seiten des Folienleiters benötigt. Diese kann mit Hilfe der Stromstärke im Leiter, wie in Abschnitt 6.1.6 beschrieben, berechnet werden. Die Stromstärke in der m-ten Windung der beiden Leiter in Abhängigkeit der x-Koordinate ist

$$I_{1}(x) = \frac{I\left(m - 1 + \frac{x}{l_{m}}\right)}{N}$$

$$I_{2}(x) = \frac{I\left(Nl_{m} - m \, l_{m} + l_{m} - x\right)}{Nl_{m}}$$
(6.92)

 mit

$$m = 1..N$$
$$x = 0..l_m.$$

Mit der Stromstärke ergibt sich die Feldstärke unterhalb, zwischen und oberhalb eines Leiterpaars zu

$$H_{Unten} = \frac{I(m-1)}{b_F}$$

$$H_{Mitte} = \frac{I(m-1)}{b_F} + \frac{I\left(m-1+\frac{x}{l_m}\right)}{Nb_F}$$

$$H_{Oben} = \frac{mI}{b_F}.$$
(6.93)

Damit resultiert für die mittlere magnetsiche Feldstärke des externen $H\operatorname{-Feldes}$ der beiden Leiter

$$H_{avg,oben} = \frac{1}{2} \frac{\left[2(m-1)N + m - 1\right]l_m + x}{b_F N l_m} I$$

$$H_{avg,unten} = \frac{1}{2} \frac{\left[(2m-1)N + m - 1\right]l_m + x}{b_F N l_m} I.$$
(6.94)

In einem Transformator bezieht sich die Bezeichnung "unterhalb des Leiterpaars" auf die von der jeweils anderen Wicklung abgewandte Seite.

Mit dem externen H-Feld für beide Leiter und Gleichung (6.23) können nun die Proximity-Effekt-Verluste berechnet werden.

$$P_{Prox} = R_{DC} G_F \left(\sum_{m=1}^{N} \int_{0}^{l_m} H_{avg,oben}(m,x)^2 dx + \sum_{m=1}^{N} \int_{0}^{l_m} H_{avg,unten}(m,x)^2 dx \right)$$
$$= R_{DC} G_F \frac{1}{6} \frac{4N^3 + N^2 - 1}{b_F^2} l_m I^2$$
(6.95)

 mit

$$\nu = \frac{h}{\delta}$$

$$R_{DC} = \frac{1}{\sigma bh}$$
$$G_F = b^2 \nu \, \frac{\sinh \nu - \sin \nu}{\cosh \nu + \cos \nu}$$

Vergleicht man die Proximity-Effekt-Verluste, welche in einer Wicklung aus einem Folienleiter der Höhe h entstehen (vgl. Gl. (6.62)), mit den Proximity-Effekt-Verlusten in der integrierten Wicklung mit zwei Leitern der Höhe h, so erhält man folgendes Verhältnis der Verluste

$$\frac{P_{Prox,Folie}}{P_{Prox,integrated}} = \frac{4N^2 - N}{8N^3 + 2N^2 - 2},$$
(6.96)

welches in Abbildung 6.15(a) als Funktion der Windungszahl N dargestellt ist. Aufgrund der halben Anzahl der Lagen der nicht integrierten Wicklung sind die Proximity-Effekt-Verluste deutlich niedriger. Das Verhältnis der Verluste tendiert für $N \to \infty$ gegen 1/2.

Wählt man als Vergleichsbasis einen gleichen Gesamtleiterquerschnitt für beide Aufbauten, d.h. die Höhe der Folienleiter des integrierten Aufbaus beträgt jeweils die halbe Höhe des Folienleiters des normalen Aufbaus, so ergibt sich ein Verlustverhältnis, wie es in Abbildung 6.15(b) dargestellt ist. Diese hängt neben der Lagenzahl N auch vom Verhältnis der Höhe der Folie des normalen Aufbaus zur Skintiefe ν_{Folie} ab. Das Verlustverhältnis wird dabei vor allem bei kleinen Werten für ν_{Folie} vom Proximity-Effekt Faktor G_F bestimmt.

6.2.3 Optimale Dicke der Folien

Wie bei nicht integrierten Wicklungen aus Folienleiter gibt es eine optimale Dicke h_{opt} der Folien, welche zu minimalen Verlusten in der Wicklung führt. Diese kann mit den Näherungen des Skin-Effekt Faktors F_F (6.71) und des Proximity-Effekt Faktors G_F (6.72) berechnet werden. Die approximierten Verluste sind mit den genannten Näherungen gleich

$$P_{app} = \frac{1}{540} \frac{(180\delta^4 + h^4)Nl_m}{\sigma b_F \delta^4 h} I^2 + \frac{1}{36} \frac{h^3(4N^3 + N^2 - 1)}{\sigma b_F \delta^4} I^2 = \frac{1}{9} \frac{\left(\left(\frac{1}{60}N - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}N^2 + N^3\right)h^4 + 3\delta^4 N\right)}{\sigma b_F \delta^4 h} I^2.$$
(6.97)



Abbildung 6.15: (a) Verhältnis der Proximity-Effekt-Verluste in einer Wicklung aus Folienleiter der Höhe h zu den Verluste in einem integrierten Aufbau mit zwei Folienleitern der Höhe h. (b) Gleiches Verhältnis, nur für gleichen Gesamtquerschnitt, d.h. Höhe der Folienleiter des integrierten Aufbaus ist 1/2 h des normalen Aufbaus.



Abbildung 6.16: Verhältnis der optimalen Höhe der Folie für einen normalen Aufbau zu einem Aufbau mit integrierter Serienkapazität.

Auch hier ergibt sich wieder eine Abhängigkeit der Verluste von der Höhe h, welche die Form $G_1 {}^1/_{\rm h} + G_2 h^3$ hat. Die reelle positive Nullstelle der Ableitung dP_{app}/dh liefert die folgende optimale Höhe für den Aufbau mit integrierter Serienkapazität.

$$h_{opt} = \frac{\sqrt{2} \sqrt[4]{15} \sqrt[4]{N} \delta}{\sqrt[4]{N - 15 + 15 N^2 + 60 N^3}}$$
(6.98)

In Abbildung 6.16 ist das Verhältnis der optimalen Höhe einer normalen Wicklung aus Folienleiter (siehe Gl. (6.77)) zu der optimalen Höhe der Wicklung mit integrierter Serienkapazität in Abhängigkeit der Windungszahl N (=Anzahl der Lagen) aufgetragen. Wie man erkennt, ist der optimale Leiter bei der nicht integrierten Struktur höher, das heißt der Leiterquerschnitt ist größer. Der Grund dafür sind die Proximity-Effekt-Verluste, welche beim integrierten Aufbau aufgrund der doppelten Lagenzahl (pro Windung 2 Lage) zu kleineren optimalen Folienhöhen führen, und der reduzierte effektive Strom pro Leiter.

Mit der optimalen Höhe des integrierten Aufbaus (6.98) und der optimalen Höhe für den nicht integrierten Aufbau (6.77) können nun die optimierten und die für die Praxis relevanten Gesamtverluste für die beiden Aufbauten verglichen werden. In Abbildung 6.17(a) und (b) sind



Abbildung 6.17: Verhältnis der (a) Skin- und (b) Proximity-Effekt-Verluste für eine normale optimierte Wicklung aus Folienleiter und eine optimierte Wicklung mit integrierter Serienkapazität.



Abbildung 6.18: (a) Verhältnis der Gesamtverluste für eine normale optimierte Wicklung aus Folienleiter und eine optimierte Wicklung mit integrierter Serienkapazität. (b) Zum Vergleich die absoluten Verluste in Abhängigkeit der Folienhöhe.


Abbildung 6.19: Verhältnis der Skin- zu den Proximity-Effekt-Verlusten jeweils für einen optimierten normalen und für einen optimierten integrierten Aufbau.

jeweils die Verhältnisse der Skin- und Proximity-Effekt-Verluste aufgetragen. Wie man erkennt, sind die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste des normalen Aufbaus um bis zu 14% größer als die des integrierten Aufbaus. Der Grund dafür ist, daß beim integrierten Aufbau der Strom auf zwei Leiter aufgeteilt ist und somit ein besseres Gesamtoptimum der Verluste erreichbar ist.

Betrachtet man beide Verlustanteile gemeinsam, so ergibt sich ein ähnliches Bild (siehe Abb. 6.18(a)). Auch insgesamt erzeugt der normale Aufbau höhere Verluste im Bereich von ca. 6-14% abhängig von der Windungszahl N. Dies ist allerdings nur für einen schmalen Bereich um die jeweils optimale Folienhöhe gültig. In Abbildung 6.18(b) sind die absoluten Verluste in Abhängigkeit der Folienhöhe für verschiedene Windungs-/Lagenzahlen aufgetragen. Für Höhen größer als die optimale Folienhöhe sind die Verluste im normalen Aufbau kleiner als im integrierten. Bei kleineren Höhen ist es umgekehrt.

Die optimierten Verluste setzen sich dabei im Schnitt zu 75% aus Skin-Effekt- und zu 25% aus Proximity-Effekt-Verlusten zusammen. Dies ist in Abbildung 6.19 für normale und integrierte Wicklungen dargestellt.

6.3 Verluste in einem elektromagnetisch integrierten Parallelschwingkreis

Neben dem oben behandelten Serienschwingkreis spielen vor allem Parallelschwingkreise eine große Rolle für resonante DC-DC Wandler. Diese werden häufig in Form der Sekundärwicklung eines Transformators ausgeführt, so wie dies in Abbildung 6.20 dargestellt ist. Die Anregung des Kreises erfolgt dabei durch den Fluß im Kern, welcher durch die Primärwicklung erzeugt wird. Vernachlässigt man die Magnetisierungsinduktivität so sieht man primärseitig bei idealer Kopplung der Wicklungen nur die Kapazität C_P parallel zur Lastimpedanz Z_L . Mit einer integrierten Serienkapazität in der Primärwicklung und einer definierten Streuung des Transformators erhält man somit den Resonanzkreis eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters.

Im folgenden werden die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste, welche in einem Parallelschwingkreis nach Abbildung 6.20 enstehen, berechnet. Dabei wird wieder wegen des Schwerpunktes auf Wandler hoher Leistung davon ausgegangen, daß sich die Folien der Windungen über die



Abbildung 6.20: Aufbau eines Parallelschwingkreises, welcher als Sekundärwicklung in einem Transformator dient. Der Primärstrom erzeugt einen Fluß im Kern, welcher eine Spannung in der integrierten Sekundärwicklung induziert. gesamte Breite des Wicklungsfensters erstrecken. Weiterhin konzentrieren sich die Berechnungen der Verluste auf einen Parallelschwingkreis nach Aufbauvariante II (siehe Abb. 6.20 und vgl. Abschnitt 5.1.3), da mit diesem größere Kapazitäten integriert werden können.

Bevor die einzelnen Verlustanteile der verschiedenen Aufbauvarianten betrachtet werden, wird zuerst die Abhängigkeit des Stromes in den beiden Folien von der Variablen x näher untersucht, um den bei der Verlustberechnung angenommenen linearen Stromverlauf – wie beim Serienschwingkreis – zu verifizieren.

Räumlicher Verlauf der Folienströme

Durch den Fluß im Kern, welcher normalerweise durch die Primärwicklung erzeugt wird, wird in der Sekundärwicklung eine Spannung V_i induziert. Dies ist in Abbildung 6.21 schematisch für einen Ausschnitt eines Aufbaus dargestellt, bei welchem zwei Folien mit Dielektrikum einen Magnetkern umschließen. Dabei wird angenommen, daß der induzierende Fluß vor allem durch den Kern fließt, woraus folgt, daß die Spannung, welche in den beiden Folien F_1 und F_2 induziert wird, näherungsweise identisch ist.

Die induzierte Spannung V_i kann im Ersatzschaltbild eines infinitesimalen Abschnittes einer allgemeinen Leitung durch zwei gesteuerte Spannungsquellen $V_i(t) \sim d/dt\phi$ modelliert werden (siehe Abb. 6.22). Der Fluß ϕ bestimmt sich dabei aus der infinitesimalen Fläche des Kernes und der Flußdichte im Kern.

Die Spannungen $V_1(x)$ und $V_2(x)$ der einzelnen Leiter gegenüber einem beliebigen festen Potential können anhand des Ersatzschaltbildes für sinusförmige Größen durch die folgenden Gleichungen

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{1}(x) = [R + j\omega L] I_{1}(x) + j\omega M_{1,2}I_{2}(x) + V_{i}$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_{2}(x) = [R + j\omega L] I_{2}(x) + j\omega M_{2,1}I_{1}(x) + V_{i}$$
 (6.99)

beschrieben werden. Berechnet man mit diesen Gleichungen die Spannung V(x) zwischen den Leitern (vgl. Gl (5.2)), so fällt die induzierte Spannung heraus, da diese für beide Leiter gleich ist. Es ergibt sich

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V(x) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_1(x) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V_2(x)$$
$$= [R + \mathrm{j}\,\omega(L - M)] \ [I_1(x) - I_2(x)]$$

mit

$$M = M_{1,2} = M_{2,1},$$

woraus folgt, daß sich die Leitung im betrachteten Betriebsfall genauso verhält wie eine Leitung, welche über externe Spannungsquellen angeregt wird. Dies ist in Abbildung 6.23 dargestellt, wo die induzierte Spannung durch zwei Spannungsquellen ersetzt wurde.

Der Fluß im Kern, welcher von der Primärwicklung erzeugt wird, induziert somit in den Sekundärlagen eine Spannung V_i , welche zum



Abbildung 6.21: Ausschnitt einer integrierten Struktur, welche einen Kern umschließt. Durch den Kern fließt ein magnetischer Fluß, welcher eine Spannung in den Leitern induziert.



Abbildung 6.22: Ersatzschaltbild eines infinitesimalen Abschnittes einer allgemeinen Leitung inklusive induzierter Spannung.



Abbildung 6.23: Ersatzschaltbild eines Parallelschwingkreises, bei welchem in den Wicklungen aufgrund des Wechselflußes im Kern die Spannung $V_i(t)$ induziert wird.

einen den Strom I_{Cp} durch den Parallelkondensator C_P und zum anderen den Strom I durch die Last Z_L treibt, d.h. primärseitig verhält sich der Aufbau wie eine Parallelschaltung von C_P und Z_L , wenn man die Magnetisierungsinduktivität vernachlässigt. Der Strom auf der Primärseite I_P ergibt sich dabei – wie beim Transformator – aus

$$V_P = j \omega L_P I_P + j \omega M_{1,P} I_1(x) + j \omega M_{2,P} I_2(x)$$
(6.100)

und damit die auf der sekundärseite induzierte Spannung aus

$$V_i = j \,\omega M_{1,P} \,I_P \tag{6.101}$$

wenn man

 $M_{1,P} = M_{2,P}$

setzt.

Berechnet man mit obigen Zusammenhängen die Stromverteilung in den beiden Lagen der Sekundärwicklung, so erhält man für verschiedene Koppelfaktoren für die beiden Folien F_1 und F_2 die in Abbildung 6.24 dargestellten Verläufe. Dabei wird eine ideale Kopplung zwischen der Primärwicklung und den beiden Folien der Sekundärwicklung angenommen. Im Verlauf des Stromes I_P auf der Primärseite (Abb. 6.24(a)) kann man drei Bereiche unterscheiden. Im Bereich niedriger Frequenzen bestimmt der ansteigende Magnetisierungsstrom den Verlauf des Stromes I_P . Oberhalb dieses Frequenzbereichs ergibt sich der Strom I_P hauptsächlich durch den Laststrom I durch die Last Z_L . Mit steigenden Frequenzen nimmt der Strom durch die Kapazität C_P zu und beeinflußt somit den Verlauf von I_P .



Abbildung 6.24: Verlauf des Stromes in der Primärwicklung (a) und in Folie F_1 und F_2 bei idealer Kopplung (b) sowie der Strom in Folie F_2 für die Koppelfaktoren k = 0.95 in (c) und k = 0.7 in (d).

Der kapazitive Strom durch C_P prägt auch den Verlauf der Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$. Bei niedrigen Frequenzen ist $I_1(x)$ gleich dem Strom durch Z_L und der Strom $I_2(x)$ sehr klein. Mit ansteigender Frequenz nimmt auch der kapazitive Strom und damit auch die Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ zu, wobei der Verlauf in Abhängigkeit von x für beide Ströme linear ist, wie dies schon beim Serienschwingkreis zu beobachten war.

Mit sinkender Kopplung k zwischen den beiden Folien der Sekundärwicklung treten zunehmend im Bereich hoher Frequenzen Resonanzen auf der Leitung auf. Auch hier erkennt man wieder, daß man im Rahmen der Verlustberechnung einen linearen Stromverlauf annehmen kann, da die Folien der Sekundärwicklung aufgrund der Integration der Kapazität im allgemeinen gut gekoppelt sind (siehe Abschnitt 5.1.3, Seite 169).

6.3.1 Asymmetrischer Aufbau

In diesem Abschnitt werden die ohmschen Verluste eines integrierten Parallelschwingkreises Variante II nach Abbildung 6.25 berechnet, wobei aufgrund der Erläuterungen aus dem letzten Abschnitt ein linearer Stromverlauf angenommen wird. Der Aufbau besteht aus einem Dielektrikum mit den beiden Folien F_1 und F_2 , einem magnetischen Kern und der Lastimpedanz Z_L . Da die Folie F_2 , welche die Parallelkapazität "erzeugt", nur an Punkt *B* angeschlossen ist, ist dieser Aufbau asym-



Abbildung 6.25: Aufbau eines Parallelschwingkreises Variante II mit asymmetrischem Anschluß der Kapazitätslage F_2 .

metrisch bezüglich der Anschlußklemmen. In Abbildung 6.27 ist eine symmetrische Aufbauvariante des Parallelschwingkreises dargestellt.

Bei den meisten Anwendungen des Parallelschwingkreises in Resonanzkonvertern fließt im Kern ein AC-Fluß ϕ_p , welcher durch eine zweite, nicht dargestellte Wicklung, erzeugt wird. Durch diesen Fluß wird, wie in Kapitel 2 erläutert, eine Spannung im Parallelschwingkreis induziert, wodurch die beiden Ströme I und I_{Cp} fließen. Je nach Lastimpedanz Z_L tritt zwischen den beiden Strömen I und I_{Cp} eine Phasenverschiebung auf. Für die folgenden Berechnungen wird angenommen, daß der Strom I_{Cp} um einen beliebigen Winkel α gegenüber dem Strom I verschoben ist, wodurch alle möglichen Betriebsfälle berücksichtigt werden.

Skin-Effekt-Verluste

Der Strom I, welcher durch die Lastimpedanz Z_L und die Folie F_1 fließt, ist unabhängig von x. Zu diesem Strom addiert sich in Folie F_1 mit zunehmenden x der Strom durch den Parallelkondensator I_{Cp} , welcher gleichzeitig in Folie F_2 abnimmt. Die Summe der beiden Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$ ist aufgrund der Ladungserhaltung konstant gleich $I + I_{Cp}$.

Unter der Annahme einer linearen Ab- bzw- Zunahme des Stromes entlang des Leiters (vgl. Abschnitt 6.1.8) ergibt sich für die Ströme in den beiden Folien

$$I_{1}(x) = \begin{cases} I + I_{Cp} \frac{x}{l_{c}} e^{j \alpha} & \text{für } x \leq l_{c} \\ I + I_{Cp} e^{j \alpha} & \text{für } x > l_{c} \end{cases}$$
(6.102)
$$I_{2}(x) = I_{Cp} \frac{l_{c} - x}{l_{c}} e^{j \alpha} & \text{für } x < l_{c}.$$
(6.103)

Mit der Stromstärke können die Skin-Effekt-Verluste im Hauptleiter F_1 und im Kondensatorleiter F_2 berechnet werden. Diese sind

$$P_{S,m} = R_{DC,m} F_{F,m} \cdot \left(\int_0^{l_c} \left| I + I_{Cp} \frac{x}{l_c} e^{j\alpha} \right|^2 dx + \left| I + I_{Cp} e^{j\alpha} \right|^2 \cdot (N l_m - l_c) \right)$$

$$= \frac{1}{3} R_{DC,m} F_{F,m} \left(l_c I_{Cp}^2 + 3 \, l_c \, I_{Cp} \, I \cos \alpha + 3 \, I^2 N l_m \right) \tag{6.104}$$

$$P_{S,c} = R_{DC,c} F_{F,c} \cdot \int_0^{l_c} \left(I_{Cp} \frac{x}{l_c} \right)^2 dx$$

= $\frac{1}{3} R_{DC,c} F_{F,c} l_c I_{Cp}^2.$ (6.105)

Dabei ist l_c die gesamte Länge der Folie F_2 , l_m die mittlere Windungslänge und N die Windungszahl. Da die Folie F_2 nur den kapazitiven Strom führt, ist es aufgrund der Proximity-Effekt-Verluste besser, daß diese dünner als Folie F_1 ausgeführt wird. Bei unterschiedlichen Dicken der beiden Folien muß beachtet werden, daß die DC-Widerstände und auch der Skin-Effekt Faktor F_F unterschiedlich ist.

Proximity-Effekt-Verluste

Mit den Stromverteilungen (6.102) und (6.103) in den beiden Folien kann die Verteilung des magnetischen Feldes, wie in Abschnitt 6.1.6 beschrieben, berechnet werden. Dabei sind grundsätzlich zwei Fälle zu unterscheiden. Im Falle, daß die integrierte Struktur, wie oben erwähnt, von der Primärseite durch den Fluß im Kern angeregt wird, wirkt der kapazitive Strom I_{Cp} feldbildend (vgl. Kapitel 7.1). Unter der Annahme, daß der Anschlußpunkt C der Folie F_2 am Rande des Aufbaus liegt, wo die magnetische Feldstärke Null ist, ergibt sich folgende Verteilung des magnetischen Feldes

$$H_{Unten} = \frac{(m-1)(I + I_{Cp} e^{j\alpha})}{b_F}$$
$$H_{Mitte} = \frac{(m-1)(I + I_{Cp} e^{j\alpha}) + I_{Cp} \frac{x}{l_c} e^{j\alpha}}{b_F}$$
$$H_{Oben} = \frac{m \left(I + I_{Cp} e^{j\alpha}\right)}{b_F}.$$

Damit resultiert für die mittlere magnetsiche Feldstärke des externen H-Feldes der beiden Leiter

$$H_{avg,c} = \frac{1}{2} \left| H_{Unten} + H_{Mitte} \right| \tag{6.106}$$

$$H_{avg,m1} = \frac{1}{2} \left| H_{Mitte} + H_{Oben} \right|$$
 (6.107)

$$H_{avg,m2} = \frac{1}{2} |H_{Unten} + H_{Oben}|.$$
(6.108)

Das Feld $H_{avg,m1}$ ist dabei das mittlere magnetische Feld für den Hauptleiter F_1 im Bereich $0 \le x \le l_c$ und $H_{avg,m2}$ das Feld für den Bereich $l_c < x \le N l_m$.

Wird der integrierte Parallelschwingkreis jedoch über die Klemmen A und B angeregt, so ist der Strom I_{Cp} nicht feldbildend und es ergibt sich die Feldverteilung

$$H_{Unten} = \frac{(m-1)I}{b_F}$$
$$H_{Mitte} = \frac{(m-1)I + I_{Cp} \frac{x}{l_c} e^{j\alpha}}{b_F}$$
$$H_{Oben} = \frac{mI}{b_F}.$$

In Abbildung 6.26 ist der Verlauf des magnetischen Feldes in einem in-



Abbildung 6.26: Verlauf des magnetischen Feldes im Parallelschwingkreis für $l_m = 0.1 \text{ m}, l_c = 0.4 \text{ m}, N = 4, I = 50 \text{ A}, I_{Cp} = 25 \text{ A}, \alpha = 0$ und $b_F = 50 \text{ mm}.$

tegrierten Parallelschwingkreis für eine Anregung durch den Fluß (a) und für Anregung über eine Spannung an den Klemmen A - B (b) dargestellt. Bei der Darstellung wurde angenommen, daß das magnetische Feld auf einer Seite der Wicklung aufgrund eines hochpermeablen Kernes gleich Null ist. Auf der anderen Seite der Wicklung befindet sich entweder eine zweite Wicklung mit entgegengesetzter Durchflutungsrichtung oder ein Luftspalt, an welchem die magnetische Spannung abfällt. Die Feldstärke bei Anregung durch den Fluß ϕ_P der Primärwicklung ist dabei deutlich höher, da beide Ströme $(I + I_{Cp})$ feldbildend wirken.

Mit dem magnetischen Feld können nun die Proximity-Effekt-Verluste für die beiden Leiter berechnet werden. Die Verluste im Hauptleiter F_1 sind gleich

$$P_{P,m} = R_{DC,m} G_{F,m} \left(\sum_{m=1}^{N_c} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,m1}^2 \, \mathrm{d}x + \int_{N_c \, l_m}^{l_c} H_{avg,m1}^2 \, \mathrm{d}x + H_{avg,m2}^2 \left((N_c + 1) \, l_m - l_c \right) \right)$$

$$+ \sum_{m=N_c+2}^{N} H_{avg,m2}^2 \, l_m \right).$$
(6.109)

Die Variable N_c (=mod $[l_c/l_m]$) bezeichnet dabei die Anzahl der ganzen Lagen mit kapazitiver Lage/Folie F_2 . Nimmt man an, daß sich der Folienleiter über die gesamte Länge erstreckt, d.h. $l_c = N l_m$ und $N_c = N$, und daß der Parallelschwingkreis von der Primärwicklung über den Fluß angeregt wird, so kann die Gleichung für die Proximity-Effekt-Verluste zu

$$P_{P,m} = \frac{1}{3} \frac{l_m R_{DC,m} G_{F,m}}{b_F} \cdot \left[\left(N^3 + \frac{N^2}{2} + \frac{1}{4} \right) I_{Cp}^2 + 2 \left(N^3 + \frac{N^2}{4} - \frac{N}{4} + \frac{1}{8} \right) I_{Cp} I \cos \alpha + (N^3 - \frac{N}{4}) I^2 \right]$$
(6.110)

vereinfacht werden. In Gleichung (6.109) werden die Verluste in den einzelnen Lagen, beginnend bei der Anschlußklemme C, aufsummiert. Zuerst die Lagen, welche eine vollständige kapazitive Lage besitzen, dann die Lage $N_c + 1$, welche nur zum Teil (von $N_c l_m$ bis l_c) eine kapazitive Lage besitzt und schließlich die Lagen ohne kapazitive Schicht. Die allgemeine geschlossene Lösung der Gleichung (6.109) wird aus Gründen des Umfanges hier nicht wiedergegeben.

Auf die gleiche Art und Weise können die Proximity-Effekt-Verluste im Folienleiter F_2 berechnet werden. Diese können mit

$$P_{P,c} = R_{DC,c} G_{F,c} \left(\sum_{m=1}^{N_c} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,c}^2 \mathrm{d}x + \int_{N_c \, l_m}^{l_c} H_{avg,c}^2 \, \mathrm{d}x \right) (6.111)$$

ermittelt werden. Mit der Annahme, daß sich der Folienleiter über die gesamte Länge der Wicklung erstreckt, d.h. $l_c = N l_m$ und $N_c = N$, und daß die Anregung über den Fluß ϕ_p erfolgt, kann die Gleichung für die Proximit-Effekt Verluste zu

$$P_{P,c} = \frac{1}{3} \frac{l_m R_{DC,c} G_{F,c}}{b_F^2} \cdot \left[2 I I_{Cp} \left(N - 1 \right) \left(N - \frac{1}{2} \right) \left(N + \frac{1}{4} \right) \cos \alpha + \left(I_{Cp}^2 + I^2 \right) N^3 - \left(I_{Cp}^2 + \frac{3}{2} \right) N^2 + \frac{1}{2} I^2 N + \frac{1}{4} I_{Cp}^2 \right]$$
(6.112)

vereinfacht werden.

Wird der beschriebene Parallelschwingkreis in einem Serien-Parallel-Resonanzkonverter eingesetzt, so befindet sich normalerweise neben dem integrierten Parallelschwingkreis noch eine zweite Wicklung (der integrierte Serienschwingkreis) auf dem magnetischen Kern. Das magnetische Feld steigt dann näherungsweise von null an beginnend am Rand wo sich der hochpermeable Kern befindet und erreicht das Maximum zwischen den beiden Wicklungen. Mit dieser Feldverteilung und den Gleichungen zum Berechnen der Proximity-Effekt-Verluste wird deutlich, daß im Falle einer nicht vollständigen kapazitiven Lage ($l_c < Nl_m$) die Verluste geringer sind, wenn die kapazitive Lage dort beginnt, wo das magnetische Feld gleich Null ist. Unter diesen Umständen sind die Proximity-Effekt-Verluste in der kapazitiven Lage geringer.

Optimale Höhe der Lagen

Mit den Gleichungen aus den beiden vorangegangenen Abschnitten können die ohmschen Verluste für einen integrierten Parallelschwingkreis mit $P_{asym} = P_{S,m} + P_{S,c} + P_{P,m} + P_{P,c}$ ermittelt werden. Die Verluste hängen dabei von der Höhe $h_{s,m}$ und $h_{s,c}$ der Folienleiter F_1 und F_2 ab. Wie z.B. beim Serienschwingkreis schon erläutert, gibt es eine optimale Dicke der Leiter, welche zu minimalen Verlusten führt. Diese optimale Dicke ist für die Leiter F_1 und F_2 nicht identisch, da diese unterschiedliche Ströme führen. Der Leiter F_2 , welcher nur den Strom I_{Cp} führt, kann in der Regel deutlich dünner ausgeführt werden als der Leiter F_2 , der zusätzlich noch den Laststrom I führen muß. Der Grund dafür ist, daß mit einem dünneren Leiter F_2 die Proximity-Effekt-Verluste (verursacht durch $I+I_{Cp}$) deutlich sinken, wobei die Skin-Effekt-Verluste aufgrund des geringeren Stromes nicht so stark ansteigen.

Mit den Näherungen (6.71) und (6.72) für den Skin-Effekt und Proximity-Effekt Faktor F_F bzw. G_F , werden nun die optimalen Foliendicken, wie im Abschnitt 6.1.7 beschrieben, berechnet. Für den Hauptleiter F_1 ist die optimale Höhe gleich

$$h_{sm,opt} = \frac{A}{B} \tag{6.113}$$

mit

$$A = \sqrt{2}\delta \left(15N(3I^2 + 3I_{Cp}I\cos\alpha + I_{Cp}^2)\right)^{1/4}$$
$$B = \left(120\left(N^3 + \frac{N^2}{4} - \frac{N}{10} + \frac{1}{8}\right)II_{Cp}\cos\alpha + (60N^3 + 30N^2 + N + 15)I_{Cp}^2 + 60I^2N^3 - 12I^2N\right)^{1/4}$$

und für den Folienleiter F_2 ergibt sich

$$h_{sc,opt} = \frac{A}{B} \tag{6.114}$$

mit

$$A = \sqrt{2}\sqrt{I_{Cp}} \,\delta \left(15N\right)^{1/4}$$
$$B = \left(120\left(N^3 - \frac{5N^2}{4} + \frac{N}{8} + \frac{1}{8}\right)I_{Cp}I\cos\alpha\right)$$



Abbildung 6.27: Aufbau eines Parallelschwingkreises Variante II mit symmetrischem Anschluß der Kapazitätslage F_{2a} und F_{2b} .

+
$$(60N^3 - 60N^2 + N + 15)I_{Cp}^2$$

+ $(60N^3 - 90N^2 + 30N)I^2$ ^{1/4}.

6.3.2 Symmetrischer Aufbau

Neben dem im vorangegangenen Abschnitt berechneten unsymmetrischen Parallelschwingkreis gibt es noch die in Abbildung 6.27 dargestellte Aufbauvariante, welche symmetrisch ist bezüglich der Anschlußklemmen. Bei dieser teilt sich der kapazitive Strom I_{Cp} auf die beiden Folienleiter F_{2a} und F_{2b} auf, so daß in jedem Leiter nur der halbe Strom fließt. Die Stromverteilung im Hauptleiter F_1 ist identisch zu der asymmetrischen Variante. Im folgenden werden nun die Verluste der symmetrischen Aufbauvariante analog zum vorangegangen Abschnitt berechnet.

Skin-Effekt-Verluste

Wie beim asymmetrischen Aufbau ist der Laststrom I, welcher durch Z_L und die Folie F_1 fließt, unabhängig von x. Auch hier addiert sich zum Strom I in Folie F_1 mit zunehmenden x der kapazitive Strom I_{Cp} , welcher in Folie F_{2a} mit steigendem x ab- und in Folie F_{2b} zunimmt.

Die Summe der Ströme ist wiederum aufgrund der Ladungserhaltung konstant gleich $I + I_{Cp}$.

Unter der Annahme einer linearen Ab- bzw. Zunahme des Stromes entlang des Leiters ergibt sich für die Ströme $I_1(x)$ und $I_2(x)$

$$I_{1}(x) = \begin{cases} I + I_{Cp} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l_{c}}\right) e^{j\alpha} & \text{für } x \leq \frac{l_{c}}{2} \\ I + I_{Cp} e^{j\alpha} & \text{für } \frac{l_{c}}{2} < x \leq Nl_{m} - \frac{l_{c}}{2} \\ I + I_{Cp} \left(\frac{1}{2} + \frac{Nl_{m} - x}{l_{c}}\right) e^{j\alpha} & \text{für } x > Nl_{m} - \frac{l_{c}}{2} \end{cases}$$
(6.115)

$$I_{2}(x) = \begin{cases} I_{Cp} \frac{l_{c} - 2x}{2 l_{c}} e^{j \alpha} & \text{für } x \leq \frac{l_{c}}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{l_{c}}{2} < x \leq N l_{m} - \frac{l_{c}}{2} \\ I_{Cp} \frac{2x - 2N l_{m} + l_{c}}{2 l_{c}} e^{j \alpha} & \text{für } x > N l_{m} - \frac{l_{c}}{2}. \end{cases}$$
(6.116)

Mit der Stromstärke können die Skin-Effekt-Verluste im Hauptleiter F_1 und in den beiden Folien F_{2a} und F_{2b} berechnet werden. Diese sind gleich

$$P_{S,m} = R_{DC,m} F_{F,m} \cdot \left(\int_{0}^{l_{C/2}} \left| I + I_{Cp} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l_{c}} \right) e^{j\alpha} \right|^{2} dx + \left| I + I_{Cp} e^{j\alpha} \right|^{2} \cdot \left(N l_{m} - l_{c} \right) + \int_{N l_{m} - 1/2 l_{c}}^{N l_{m}} \left| I + I_{Cp} \left(\frac{1}{2} + \frac{N l_{m} - x}{l_{c}} \right) e^{j\alpha} \right|^{2} dx \right)$$
$$= R_{DC,m} F_{F,m} \left(\frac{l_{c}}{12} (12 I^{2} + 18 I_{Cp} I \cos \alpha + 7 I_{Cp}^{2}) - (6.117) + \left(4 \left(I + \frac{1}{2} I_{Cp} \cos \alpha \right)^{2} + I_{Cp}^{2} \sin \alpha^{2} \right) \frac{(N l_{m} - l_{c})}{4} \right)$$

$$P_{S,c} = 2R_{DC,c} F_{F,c} \cdot \int_0^{l_{c/2}} \left(I_{Cp} \frac{l_c - 2x}{2l_c} \right)^2 dx$$
$$= \frac{1}{12} R_{DC,c} F_{F,c} l_c I_{Cp}^2.$$
(6.118)

Proximity-Effekt-Verluste

Für die Berechnung der Proximity-Effekt-Verluste wird das mittlere magnetische Feld parallel zum Leiter benötigt. Dieses kann mit den Stromverteilungen (6.115) und (6.116) berechnet werden. Für die Verteilung des magnetischen Feldes sind auch bei diesem Aufbau die beiden Fälle – Anregung durch den Fluß oder über die Anschlußklemmen – zu unterscheiden, da I_{Cp} nur im ersteren Fall feldbildend wirkt. Nimmt man wiederum an, daß die Anschlußklemme C am Rande des Aufbaus liegt, wo die magnetische Feldstärke gleich Null ist, ergibt sich bei Anregung durch den Fluß

$$H_{Unten} = \frac{(m-1)(I + I_{Cp} e^{j\alpha})}{b_F}$$

$$H_{Mitte} = \begin{cases} H_{Unten} + \frac{I_{Cp} (l_c - 2x) e^{j\alpha}}{2 l_c b_F} & \text{für } 0 < x \le \frac{l_c}{2} \\ H_{Unten} + \frac{I_{Cp} (2x - 2Nl_m + l_c) e^{j\alpha}}{2 l_c b_F} \\ & \text{für } \frac{2Nl_m - l_c}{2} < x \le Nl_m \end{cases}$$

$$H_{Oben} = \frac{m (I + I_{Cp} e^{j\alpha})}{b_F}.$$

Damit resultiert für die mittlere magnetische Feldstärke der beiden Leiter

$$H_{avg,c} = \frac{1}{2} |H_{Unten} + H_{Mitte}|$$

$$H_{avg,m1} = \frac{1}{2} |H_{Mitte} + H_{Oben}|$$

$$H_{avg,m2} = \frac{1}{2} |H_{Unten} + H_{Oben}|.$$
(6.119)

Das Feld $H_{avg,m1}$ ist dabei das mittlere magnetische Feld für den Hauptleiter F_1 im Bereich $0 < x \leq \frac{l_c}{2}$ und $\frac{2Nl_m - l_c}{2} < x \leq Nl_m$ und $H_{avg,m2}$ das Feld für den Bereich $\frac{l_c}{2} < x \leq \frac{2Nl_m - l_c}{2}$.

Bei Anregung des integrierten Parallelschwingkreis über die Klemmen A und B ist der Strom I_{Cp} nicht feldbildend und es ergibt sich die Feldverteilung

$$\begin{split} H_{Unten} &= \frac{(m-1)I \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\alpha}}{b_F} \\ H_{Mitte} &= \begin{cases} H_{Unten} + \frac{I_{Cp} \left(l_c - 2x\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\alpha}}{2 \, l_c \, b_F} & \text{für } 0 < x \leq \frac{l_c}{2} \\ H_{Unten} + \frac{I_{Cp} \left(2x - 2Nl_m + l_c\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\alpha}}{2 \, l_c \, b_F} \\ & \text{für } \frac{2Nl_m - l_c}{2} < x \leq Nl_m \\ H_{Oben} &= \frac{m \, I \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\alpha}}{b_F} \,. \end{split}$$

Mit dem Verlauf des magnetischen Feldes können die Proximity-Effekt-Verluste berechnet werden. Diese sind gleich

$$P_{P,m} = R_{DC,m} G_{F,m} \left(\sum_{m=1}^{N_d} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,m1}^2 \, \mathrm{d}x \right. \\ \left. + \int_{N_d \, l_m}^{l_{c/2}} H_{avg,m1}^2(m = N_d + 1) \, \mathrm{d}x \right. \\ \left. + H_{avg,m2}^2(m = N_d + 1) \left((N_d + 1) \, l_m - l_{c/2} \right) \right. \\ \left. + \sum_{m=N_d+2}^{N-N_d-1} H_{avg,m2}^2 \, l_m \right.$$

$$\left. + H_{avg,m2}^2(m = N - N_d) \left((N_d + 1) \, l_m - l_{c/2} \right) \right. \\ \left. + \int_{Nl_m-l_{c/2}}^{(N-N_d)-l_m} H_{avg,m1}^2(m = N - N_d) \, \mathrm{d}x \right. \\ \left. + \sum_{m=N-N_d+1}^{N} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,m1}^2 \, \mathrm{d}x \right).$$

$$\left. \right.$$

Die Variable N_d bezeichnet dabei die Anzahl der ganzen Lagen mit kapazitiver Folie F_{2a} bzw. F_{2b} . Unter der Annahme, daß sich die beiden Folienleiter F_{2a} und F_{2b} jeweils über die halbe Länge erstrecken, d.h. $l_c = N l_m$, und daß der Parallelschwingkreis von der Primärwicklung über den Fluß angeregt wird, kann die Gleichung für die Proximity-Effekt-Verluste zu

$$P_{P,m} = \frac{1}{3} \frac{N l_m R_{DC,m} G_{F,m}}{b_F^2} \cdot \left[2 \left(N^2 + \frac{3}{16} N - \frac{1}{4} \right) I_{Cp} I \cos \alpha + \left(N^2 + \frac{3}{8} N - \frac{3}{16} \right) I_{Cp}^2 + (N^2 - \frac{1}{4}) I^2 \right]$$
(6.121)

vereinfacht werden. In der Gleichung (6.120) werden die einzelnen Lagen, beginnend bei der Anschlußklemme C, aufsummiert. Zuerst die Lagen, welche vollständige kapazitive Lagen (F_{2a}) besitzen $(m = 1..N_d)$, dann die Lage $N_d + 1$, welche nur zum Teil eine kapazitive Lage besitzt und schließlich die Lagen ohne kapazitive Schicht bis zur zweiten Folie F_{2b} . Ab der Folie F_{2b} verläuft die Berechnung analog zur Folie F_{2a} . Die allgemeine geschlossene Lösung der Gleichung (6.120) wird aufgrund des Umfanges hier nicht wiedergegeben.

Mit analoger Vorgehensweise ergeben sich die Proximity-Effekt-Verluste für die Folienleiter F_{2a} und F_{2b} . Die Verluste ergeben sich aus

$$P_{P,c} = R_{DC,m} G_{F,m} \left(\sum_{m=1}^{N_d} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,c}^2 \, \mathrm{d}x + \int_{N_d \, l_m}^{l_{c/2}} H_{avg,c}^2 (m = N_d + 1) \, \mathrm{d}x + \int_{Nl_m - l_{c/2}}^{(N-N_d) - l_m} H_{avg,c}^2 (m = N - N_d) \, \mathrm{d}x + \sum_{m=N-N_d+1}^{N} \int_{(m-1) \, l_m}^{m \, l_m} H_{avg,c}^2 \, \mathrm{d}x \right).$$

$$(6.122)$$

Erstrecken sich die beiden Folienleiter F_{2a} und F_{2b} wiederum jeweils über die Hälfte des Aufbaus, d.h. $l_c = N l_m$, und die Anregung erfolgt über den Fluß ϕ_p , so kann die Gleichung für die Proximity-Effekt-Verluste zu

$$P_{P,c} = \frac{2}{3} \frac{l_m R_{DC,c} G_{F,c}}{b_F^2} \cdot \left[(N-1) \left(N - \frac{5}{16} \right) I I_{Cp} \cos \alpha + \left(I_{Cp}^2 + I^2 \right) \frac{N^2}{2} - \left(\frac{9}{16} I_{Cp}^2 + \frac{3I^2}{4} \right) N + \frac{3}{32} I_{Cp}^2 + \frac{I^2}{4} \right]$$
(6.123)

vereinfacht werden.

Optimale Höhe der Lagen

Analog zum asymmetrischen Aufbau ergeben sich die gesamten ohmschen Verluste des symmetrischen Aufbaus aus $P_{sym} = P_{S,m} + P_{S,c} + P_{P,m} + P_{P,c}$. Die Verluste hängen dabei wiederum von der Höhe $h_{s,m}$ und $h_{s,c}$ der Folienleiter F_1 und F_{2a} bzw. F_{2b} ab und können durch die Wahl $h_{s,m} = h_{sm,opt}$ und $h_{s,c} = h_{sc,opt}$ minimiert werden.

Die optimalen Folienhöhen können mit den Näherungen (6.71) und (6.72) für den Skin-Effekt und Proximity-Effekt Faktor F_F bzw. G_F , wie im Abschnitt 6.1.7 beschrieben, berechnet werden. Für den Leiter F_1 resultiert

$$h_{sm,opt} = \frac{A}{B} \tag{6.124}$$

mit

$$A = \sqrt[4]{30} \,\delta \left(12I^2 + 18 \, I_{Cp} \, I \, \cos \alpha + 7I_{Cp}^2 \right)^{1/4}$$
$$B = \left(240 \left(N^2 + \frac{3}{16} \, N - \frac{17}{80} \right) II_{Cp} \cos \alpha + (120N^2 + 45N - 19)I_{Cp}^2 + 120 \, I^2 N^2 - 24I^2 \right)^{1/4}$$

und für den Folienleiter F_2 ergibt sich

$$h_{sc,opt} = \frac{A}{B} \tag{6.125}$$

mit

$$A = \sqrt[4]{30} \sqrt{I_{Cp}} \delta$$

$$B = \left(240(N-1)\left(N-\frac{5}{16}\right)I_{Cp}I\cos\alpha + (120N^2-135N+23)I_{Cp}^2 + 120(N-1)\left(N-\frac{1}{2}\right)I^2\right)^{1/4}.$$

6.3.3 Vergleich - symmetrischer und asymmetrischer Aufbau

In den beiden vorangegangenen Abschnitten wurden die ohmschen Verluste für einen integrierten Parallelschwingkreis mit symmetrischen und mit asymmetrischen Aufbau berechnet. Mit diesen Gleichungen können nun die Verluste, welche in den beiden Aufbauvarianten unter gleichen Rahmenbedingungen entstehen, verglichen werden.

Zuerst werden Aufbauten betrachtet, bei welchen alle Folienleiter die gleiche Höhe haben. Das Verhältnis der Verluste des symmetrischen Aufbaus zu den Verlusten des asymmetrischen ist in Abbildung 6.28(a) dargestellt. Beim symmetrischen Aufbau fließt in den beiden Leitern



(a) Gleiche Höhe aller Leiter $l_c = 0.4m$ (b) Leiter hat jeweilige optimierte Höhe

Abbildung 6.28: Verhältnis der ohmschen Verluste des symmetrischen zu den Verlusten des asymmetrischen Aufbaus für $l_m = 0.1 \text{ m}$, N = 4, I = 50 A, $\alpha = 0$ und $b_F = 50 \text{ mm}$. F_{2a} und F_{2b} , welche die Parallelkapazität realisieren, im Verhältnis zum asymmetrischen Aufbau nur der halbe Strom. Dies reduziert die Skin-Effekt-Verluste in diesen beiden Leitern. Allerdings ist der mittlere Strom im Hauptleiter F_1 beim symmetrischen Aufbau größer als beim asymmetrischen Aufbau, da der Strom im Leiter F_1 nicht unter den Wert $I + I_{Cp}/2$ sinkt. Beim asymmetrischen Aufbau ist in der Hälfte des Aufbaus der Strom in F_1 kleiner als $I + I_{Cp}/2$. Dies führt insgesamt zu höheren Skin-Effekt Verlusten im Leiter F_1 des symmetrischen Aufbaus. Der Unterschied der Proximity-Effekt-Verluste ist relativ klein, da in beiden Aufbauten immer der Gesamtstrom $I_1(x) + I_2(x) = I + I_{Cp}$ in den beiden Leitern F_1 und F_2 fließt, welcher die Verteilung des externen magnetischen Feldes hauptsächlich bestimmt.

Mit steigendem Strom im Parallelkondensator I_{Cp} steigt das Verhältnis der Verluste P_{sym}/P_{asym} rasch von 1 ($I_{Cp} = 0$) auf ca. 1.2 ($I_{Cp} \approx I$) an und sinkt dann langsam ab, da der Einfluß der Skin-Effekt-Verluste des Leiters F_2 zunimmt. Weiterhin steigt das Verhältnis der Verluste für sinkende Folienhöhe, da insgesamt die Skin-Effekt-Verluste für dünnere Leiter mehr dominieren.

In Abbildung 6.28(b) ist das gleiche Verlustverhältnis wie in Abbildung 6.28(a) aufgetragen, wobei hier jeder Leiter seine jeweilige optimale Höhe besitzt. Der zweite Parameter der Darstellung ist die Länge l_c der kapazitiven Lage. Mit sinkender Länge l_c nimmt das Verhältnis zu, da der Bereich mit dem Strom $I_1(x) = I + I_{Cp}$ für den symmetrischen Aufbau und der Bereich mit dem Strom $I_1(x) = I$ für den asymmetrischen Aufbau zunimmt. Dies verschiebt das Verhältnis der Skin-Effekt-Verluste zugunsten des asymmetrischen Aufbaus.

In Abbildung 6.29 ist das Verhältnis der Verluste für Aufbauten mit jeweils optimaler Folienhöhe und einer kapazitiven Lage, welche sich über die gesamte Länge erstreckt, aufgetragen. Aus dieser ist ersichtlich, daß der symmetrische Aufbau um maximal ca. 7.5% mehr Verluste erzeugt, als der asymmetrische. Für sehr hohe kapazitive Ströme im Verhältnis zum Laststrom I erzeugt der symmetrische Aufbau weniger Verluste als der asymmetrische.

Zusammenfassend ergibt sich, daß der asymmetrische Aufbau eines Parallelschwingkreises bei Anregung durch den magnetischen Fluß einer zweiten Wicklung bei den meisten Anwendungen weniger Verluste erzeugt als der symmetrische Aufbau. Zudem ist die Fertigung des asymmetrischen Aufbaus einfacher. Der symmetrische Aufbau weist jedoch eine geringere parasitäre Induktivität der Parallelkapazität auf. Außerdem sind die Verluste im symmetrischen Aufbau bei Anregung durch eine Spannung an den Klemmen A und B deutlich geringer. Dies wird in Abbildung 6.30 deutlich. Dort ist der Verlauf der Ströme in den Leitern F_1 und F_2 eines symmetrischen und eines asymmetrischen Aufbaus für Anregung durch einen Fluß und für die Anregung über die Klemmen A und B aufgetragen. Vergleicht man die Stromverteilungen im asymmetrischen und symmetrischen Aufbau bei Anregung über A und B (vgl. Abb. 6.30(b) und (d)), so erkennt man, daß die Stromdichten im symmetrischen Aufbau im Mittel geringer sind. Damit sind vor allem die Skin-Effekt-Verluste, aber auch die Gesamtverluste, deutlich geringer.

Die Berechnung der Verluste für den Betrieb als reiner Parallelschwingkreis, d.h. Anregung über A und B, erfolgt analog zu obigen Verlustberechnungen. Da reine direkt angeregte Parallel-Schwingkreise im betrachteten Serien-Parallel-Resonanzwandler keine Anwendung finden, werden die Gleichungen zum Berechnen der Verluste hier nicht angegeben.



Abbildung 6.29: Verhältnis der ohmschen Verluste des symmetrischen zu den Verlusten des asymmetrischen Aufbaus für $l_m = 0.1$ m, $N = 4, l_c = 0.4$ m, I = 50 A, $\alpha = 0$ und $b_F = 50$ mm und optimierter Leiterhöhe.



(a) Asymmetrischer Aufbau bei Anre- (b) Asymmetrischer Aufbau mit Spangung durch Fluß

nung an Klemmen A und B



(c) Symmetrischer Aufbau bei Anregung (d) Symmetrischer Aufbau mit Spandurch Fluß nung an Klemmen A und B

Abbildung 6.30: Stromverteilung in den beiden Leitern F_1 und F_2 des symmetrischen und asymmetrischen Aufbaus bei Anregung durch Fluß im Kern und bei Anregung durch eine Spannung an den Klemmen A und B.

Verluste im sekundärseitigen Parallelschwing-6.3.4kreis mit Mittelpunktanzapfung

Mit obigen Gleichungen können die Verluste im Parallelschwingkreis für beliebige Anregungen berechnet werden. Dazu müssen die Amplituden der Ströme durch die Last und durch den Parallelkondensator bekannt sein. In einem integrierten und isolierten Serien-Parallel-Resonanzkonverter bildet ein integrierter Parallelschwingkreis die Sekundär- und ein integrierter Serienschwingkreis die Primärwicklung des Transformators (vgl. Kap. 7.2 und 7.3). Die Amplituden und Phasen der Ströme im Konverter können mit dem analytischen Modell, welches in Kapitel 2 beschrieben ist, berechnet werden.

Im folgenden werden die Verluste in der Sekundärwicklung eines integrierten Serien-Parallel-Resonanzkonverters mit sekundärseitigem Mittelpunktgleichrichter betrachtet. Dabei liegt der Fokus auf dem asymmetrische Aufbau, da dieser bei Anregung durch den Fluß geringere Verluste erzeugt und zudem fertigungstechnische Vorteile aufweist.

Der zeitliche Verlauf der Ströme in der Sekundärwicklung mit Mittelpunktanzapfung und im Parallelkondensator eines Resonanzkonverters wurde im Kapitel 2.4.3 hergeleitet. Im vorangegangenen Abschnitt wurde außerdem der räumliche Verlauf des Stromes für symmetrische und für asymmetrische Aufbauten (vgl. Abb. 6.30) betrachtet. Faßt man beide Ansätze zusammen, so erhält man den Strom in den beiden Folien F_1 und F_2 eines asymmetrischen Aufbaus in Abhängigkeit von der Zeit und von der Koordinate x. Der Strom in der kapazitiven Lage F_2 kann somit durch die Gleichung

$$I_{Cp}(x,t) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha \leq \delta < \beta \\ \frac{(2I_S \sin \delta - I_{Out}) (l_c - x)}{2l_c} & \text{für } \beta \leq \delta < \alpha + \pi \\ 0 & \text{für } \alpha + \pi \leq \delta < \beta + \pi \\ \frac{(2I_S \sin \delta + I_{Out}) (l_c - x)}{2l_c} & \text{für } \beta + \pi \leq \delta < \alpha + 2\pi \end{cases}$$

beschrieben werden. Der Strom im Hauptleiter F_2 vom Anschlußpunkt A bis zur Mittelanzapfung M (d.h. $0 \le x < l_c$) ist gleich

$$I_{AM}(x,t) = \begin{cases} I_S \sin \delta + \frac{I_{Out}}{2} & \text{für} \quad \alpha \le \delta < \beta \\ \frac{2 x I_S \sin \delta + I_{Out} \left(2 l_c - x\right)}{2 l_c} & \text{für} \quad \beta \le \delta < \alpha + \pi \\ I_S \sin \delta + \frac{I_{Out}}{2} & \text{für} \quad \alpha + \pi \le \delta < \beta + \pi \\ \frac{2 x I_S \sin \delta + I_{Out} x}{2 l_c} & \text{für} \quad \beta + \pi \le \delta < \alpha + 2\pi \end{cases}$$

und von der Mittelanzapfung M bis zur KlemmeB (d.h. $l_c/2 \leq x < l_c)$ gleich

$$I_{MB}(x,t) = \begin{cases} I_S \sin \delta - \frac{I_{Out}}{2} & \text{für} \quad \alpha \le \delta < \beta \\ \frac{2 x I_S \sin \delta - I_{Out} x}{2 l_c} & \text{für} \quad \beta \le \delta < \alpha + \pi \\ I_S \sin \delta - \frac{I_{Out}}{2} & \text{für} \quad \alpha + \pi \le \delta < \beta + \pi \\ \frac{2 x I_S \sin \delta - I_{Out} (2 l_c - x)}{2 l_c} & \text{für} \quad \beta + \pi \le \delta < \alpha + 2\pi \end{cases}$$

mit

$$\delta = \omega t \, .$$

Dabei wurde angenommen, daß sich die kapazitive Lage über die gesamte Länge des Aufbaus erstreckt $(l_c = N l_m)$. Der Verlauf der Ströme in Abhängigkeit von der Zeit und von x ist in Abbildung 6.31 für einen asymmetrischen Aufbau dargestellt. Zum Vergleich sind in Abbildung 6.32 die Stromverteilungen für einen symmetrischen Aufbau mit identischen Randbedingungen dargestellt. Dort erkennt man zum Beispiel, daß im symmetrischen Aufbau der mittlere Strom in den Folien F_{2a} und F_{2b} kleiner ist als der mittlere Strom in Folie F_2 des asymmetrischen Aufbaus.

Mit den Gleichungen für die Stromverteilung können nun die Zeiger und damit die Amplituden der Harmonischen mittels der Gleichung

$$I_{(n)}(x) = \frac{j}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} I(x,\omega t) \cdot e^{-j n \,\omega t} d\omega t \qquad (6.126)$$

berechnet werden. Diese Amplituden werden in die Gleichungen zum Berechnen der ohmschen Verluste eingesetzt. Dabei werden je nach Aufbau der Wicklung entweder die Gleichungen für Folien, für Rundleiter oder für Litzen verwendet. Diese können auch beliebig miteinander kombiniert werden, wenn z.B. die nicht integrierte Primärwicklung des Transformators aus Litze und die Sekundärwicklung aus Folien besteht.



Abbildung 6.31: Stromverteilung in den beiden Leitern F_1 und F_2 eines asymmetrischen Aufbaus bei Anregung durch einen Fluß im Kern mit: $I_{Out} = 90$ A, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.6$ und $I_S = 79.69$ A (Klemme A bei x = 0, kapazitiver Layer bei A angeschlossen).



Abbildung 6.32: Stromverteilung in den beiden Leitern F_1 und F_2 eines symmetrischen Aufbaus bei Anregung durch einen Fluß im Kern mit: $I_{Out} = 90$ A, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.6$ und $I_S = 79.69$ A (Klemme A bei x = 0).

Zum Berechnen des externen H-Feldes zwischen den Leiterpaketen (Folie+Dielektrikum+Folie) für die Proximity-Effekt-Verluste muß dabei nur die Grundschwingung des Stromes betrachtet werden, wenn angenommen wird, daß der Primärstrom des Transformators sinusförmig ist, da die Summe der Durchflutungen näherungsweise gleich Null ist. Die Verlustanteile für die einzelnen Harmonischen können getrennt voneinander berechnet und anschließend aufsummiert werden, da diese orthogonal sind (vgl. Abschnitt 6.1.4).

6.4 Validität der Berechnungsverfahren

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Gleichungen zum Berechnen der ohmschen Verluste in Wicklungen von Spulen und (integrierten) Transformatoren vorgestellt. Diese leiten sich von Ansätzen ab, welche in einer Reihe von Arbeiten in der Literatur (siehe jeweiligen Abschnitt) diskutiert und erläutert werden. Dort lassen sich neben theoretischen Herleitungen auch eine experimentelle Verifikation der Zusammenhänge finden [157]. Die Messung der Wicklungsverluste ist dabei sehr aufwendig, da diese nur indirekt über eine Verlustbilanz aus den Gesamtverlusten oder über kaloriemetrische Verfahren ermittelt werden können. In diese gehen neben den ohmschen Verlusten in den einzelnen Wicklungen auch die Kernverluste ein, welche für die jeweilige Kernform und das jeweilige Material vor der Messung der ohmschen Verluste getrennt ermittelt werden müssen [158].

Zur Verifikation der Gleichungen für die Berechnung von Verlusten haben z.B. die Autoren von [159, 162] die berechneten und die gemessenen Verluste von verschiedenen Wicklungen aus Runddraht verglichen. Dabei wurden sowohl Aufbauten mit Topf-Kernen als auch welche mit E-Kernen betrachtet. Die Gleichungen zum Berechnen der Verluste von Hochfrequenzlitze wurden z.B. in der Veröffentlichung [160, 162] mit experimentellen Ergebnissen verifiziert. Neben den Zusammenhängen für die Verluste in Runddrähten und Litzen, werden in [163] auch die Verlustgleichungen für Wicklungen aus Folien im Rahmen von Messungen überprüft. Weiterhin werden in der Veröffentlichung [154] die berechneten und gemessenen Verluste für alle drei Wicklungsarten (Runddraht, Litze, Folie) in Anwendungen als Spulen und als Transformatoren untersucht.

Die genannten Untersuchungen fanden hauptsächlich für sinusförmige

Erregung statt. Für beliebige zeitliche Stromverläufe kann die Berechnung der Wicklungsverluste jedoch durch die Anwendung der Fourierzerlegung erfolgen. Dabei werden die Verluste getrennt für die einzelnen Spektralkomponenten berechnet und anschließend superponiert. Diese Vorgehensweise wird in der Veröffentlichung [161] vorgeschlagen und auch durch Messungen belegt.

Bei der experimentellen Verifikation der analytischen Berechnungen zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Messungen und der Theorie, solange die Skintiefe nicht sehr viel kleiner ist als der Durchmesser des verwendeten Drahtes ($\delta \geq 1/5 \ d_{Draht}$). Im Falle einer im Verhältnis zum Drahtdurchmesser sehr kleinen Skintiefe führen die analytischen Ansätze zu einer deutlichen Unterbewertung der Verluste. Allerdings ist der Betrieb von Wicklungen in diesen Bereichen nicht sinnvoll, da die gewählten Drahtdurchmesser für die Betriebsfrequenz viel zu groß sind und sich mit einem kleineren Durchmesser deutlich geringere Verluste ergeben.

Werden in den Wicklungen Leiter verwendet, welche für die jeweilige Betriebsfrequenz optimiert sind, so steigen die Verluste um nicht mehr als den Faktor $\frac{4}{3}$ gegenüber dem Gleichstromwiderstand der jeweiligen Wicklung an (siehe [148, 164, 165]).

Wie in den experimentellen Untersuchungen der genannten Veröffentlichungen deutlich wird, sind die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Prinzipien zum Berechnen der Wicklungsverluste gut geeignet. Dies gilt insbesondere, wenn die Dicke der Wicklung auf die jeweilige Betriebsfrequenz abgestimmt ist, was in den hier betrachteten optimierten Aufbauten prinzipiell gegeben ist.

6.5 Verluste im magnetischen Kern

Neben den ohmschen Verlusten in den Wicklungen des Transformators entstehen auch im Kern Verluste, welche Gegenstand dieses Abschnittes sind. Für die Berechnung der Kernverluste benötigt man die Flußverteilung im Kern. Diese kann z.B. mit dem in Abschnitt 2.2 vorgestelltem Reluktanzmodell des magnetischen Kreises zusammen mit dem Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters aus Abschnitt 2.4 ermittelt werden. Mit der Flußverteilung ist die Flußdichte in den einzelnen Kernabschnitten bekannt, womit die dort erzeugte Verlustleistungsdichte berechnet werden kann. In den Datenblättern von Kernmaterialien geben Hersteller die Verlustleistung der einzelnen Materialien meistens in Form von Graphen an, welche die Verlustleistung pro Volumen über der Frequenz mit dem Parameter Amplitude der Flußdichte zeigen (siehe z.B. [156]). Daneben gibt es noch Graphen, welche die Abhängigkeit der Verlustleistung von der Betriebstemperatur und von der Flußdichteamplitude \hat{B} aufzeigen. Diese Graphen beruhen auf Meßergebnissen, welche durch die Magnetisierung von Ringkernen mit einem sinusförmigen Strom ermittelt wurden.

Die Kurvenscharen für die Verlustleistung bei einer festen Temperatur lassen sich gut durch logarithmische Geraden z.B. beschrieben durch die Steinmetz-Gleichung [166]

$$P_{C,i} = C_m f^\alpha \hat{B}^\beta V_i \tag{6.127}$$

approximieren und auch extrapolieren. Die Variable V_i bezeichnet in dieser Gleichung das Volumen des betrachteten Kernabschnittes *i* und \hat{B} die Amplitude des sinusförmigen Flusses. Die noch unbekannten Koeffizienten C_m , α und β in der Steinmetz-Gleichung können anhand von drei Punkten in den Graphen des Herstellers, d.h. mit den Gleichungen

$$\alpha = \frac{\log(P_{Core}(f_2)/P_{Core}(f_1))}{\log(f_2/f_1)}$$
$$\beta = \frac{\log(P_{Core}(\hat{B}_2)/P_{Core}(\hat{B}_1))}{\log(\hat{B}_2/\hat{B}_1)}$$
$$C_m = \frac{f_3^{\alpha} \hat{B}_3^{\ \beta} V_i}{P_{C,i}(f_3, \hat{B}_3)},$$

ermittelt werden. Um eine möglichst gute Genauigkeit zu erhalten, sollten diese Punkte möglichst in der Nähe des zu berechnenden Betriebspunktes liegen.

Diese Näherung ist nur für eine bestimmte Temperatur des Kernes gültig. Den Temperatureinfluß auf die Kernverlustleistung kann man z.B. mit der um die frequenzabhängige Korrekturfunktion k(f) erweiterte modifizierte Steinmetzgleichung [167]

$$P_{C,i} = \left[C_m f^{\alpha} B^{\beta} V_i \right] \Big|_{T_b} \cdot \left((c_2 (T_C - T_b)^2 + c_1 (T_C - T_b)) k(f) + 1 \right) \quad (6.128)$$

berücksichtigen. Dabei ist T_b die Bezugstemperatur und die Temperaturkoeffizienten c_1 und c_2 können durch Approximation der in den

Datenblättern gegebenen Kennlinienscharen $P_C(T_C)|_{f_n,\hat{B}_n}$, welche die Abhängigkeit der Verluste von der Temperatur bei der Nennfrequenz f_n beschreiben, ermittelt werden. Die Korrekturfunktion k(f) hat nach [39] die Form

$$k(f) = \left(\frac{f}{f_n}\right)^a \qquad \qquad \text{für } f \le f_n \text{ und} \qquad (6.129)$$

$$k(f) = \left(\left(\frac{f-f_n}{f_n}\right)^b + 1\right)^{-1} \qquad \text{für } f > f_n \tag{6.130}$$

wobei die Koeffizienten a und b aus der Approximation der Verlustkurven $P_C(f)|_{\hat{B}_n,T}$ bei einer erhöhten Kerntemperatur von z.B. $T = 100^{\circ}$ C (oft im Datenblatt gegeben) bestimmt werden können.

Mit der modifizierten Steinmetzgleichung können die Verluste im Kern für verschiedene Frequenzen, Flußdichteamplituden und Temperaturen bei sinusförmigem Verlauf der Flußdichte und ohne Vormagnetisierung des Kernes in einem weiten Bereich mit einem Fehler kleiner als ca. 10% berechnet werden [39]. Da bei den in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten Resonanzkonvertern kein DC-Anteil des magnetischen Feldes im integrierten Transformatoren vorhanden ist und die Flüsse aufgrund der annähernd sinusförmigen Spannungen und Ströme im Resonanzkreis in guter Näherung ebenfalls sinusförmig sind, ist die Berechnung der Verluste mittels der modifizierten Steinmetzgleichung ein einfacher und ausreichend genauer Weg.

Benötigt man die Kernverluste eines Transformators oder einer Spule für den Fall, daß der Fluß im Kern einen DC-Anteil hat, so findet man in [154] weitere Informationen. Eine Erweiterung der Steinmetzgleichung für nicht sinusförmige Ströme und Spannung wird z.B. in [168, 169] betrachtet.

Kapitel 7

Integrierte Prototypen

Mit dem analytischen Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters aus Kapitel 2 können die Ströme und Spannungen der passiven Bauelemente im Resonanzkreis und die Flußdichte im integrierten Transformator für beliebige Betriebspunkte berechnet werden. Zusammen mit den Gleichungen für die Verluste aus Kapitel 6 können damit die verschiedenen in den Kapitel 3 bis 5 vorgestellten integrierten Aufbauten dimensioniert werden.

Zur Verifikation der verschiedenen z.T. neuen integrierten Konstruktionen und zur Untersuchung der Eigenschaften der z.T. neuen dielektrischen Materialien in elektromagnetisch integrierten Strukturen werden in diesem Kapitel die Konstruktion einiger Prototypen und die dazugehörigen Meßergebnisse vorgestellt. Dabei werden zuerst drei Aufbauten, bei welchen nur die Serieninduktivität integriert ist, und anschließend drei elektromagnetisch integrierte Stufen vorgestellt. Diese Prototypen wurden für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter nach Abbildung 7.1 entworfen, welcher einen Trafo mit Mittelpunktanzapfung auf der Sekundärseite besitzt und als Stromquelle im Bereich der Fügetechnik zur Erzeugung des Lichtbogens dienen soll.

Während der Dimensionierung der elektromagnetisch integrierten Aufbauten hat sich gezeigt, daß eine vollständige Integration des Resonanzkreises für Konverter mit relativ großen Strömen und hoher Ausgangsleistung nicht sinnvoll ist. Der Grund dafür ist, daß sich durch die Integration der Kapazitäten starke Beschränkungen für den geometrischen Aufbau der Wicklungen ergeben, so daß in diesen relativ hohe ohmsche Verluste entstehen. Diese Beschränkungen werden zum Teil durch die relativ schlechten Eigenschaften der Materialien, welche zur Zeit für eine elektromagnetische Integration zur Verfügung stehen, verursacht. Zudem verursachen die Materialien selbst aufgrund oben genannter schlechter Eigenschaften relativ hohe Verluste.

Zu Beginn des Kapitels wird der Aufbau eines integrierten Serien-Parallel Resonanzkreises für die Anwendung als Stromquelle im Fügeprozeß kurz prinzipiell erläutert, bevor im Anschluß daran die einzelnen Prototypen diskutiert werden.

7.1 Integrierter Serien-Parallel-Resonanzkreis

In Abbildung 7.1 sind das Schaltbild und in Tabelle 7.1 die dazugehörigen Betriebsparameter eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters mit Stromausgang für prozeßtechnische Anwendungen dargestellt. Ziel der Untersuchungen ist es, den Resonanzkreis des Konverters vollständig im Transformator mit Mittelpunktanzapfung zu integrieren. Die Serienkapazität C_S wird dabei in der Primär- und die Parallelkapazität C_P in der Sekundärwicklung integriert. Im folgenden wird dazu zuerst der prinzipielle Aufbau der Primärwicklung und der Sekundärwicklung erläutert.



Abbildung 7.1: Serien-Parallel-Resonanzwandler mit Stromausgang.

Integration der Serienkapazität

In Abbildung 7.2(a)ist der diskret aufgebaute Resonanzkreis eines isolierten Serien-Parallel Konverters dargestellt. Ersetzt man den Transformator durch sein T-Ersatzschaltbild gelangt man zu Abbildung 7.2(b). Dabei wird die Serieninduktivität durch die Streuinduktivität des Transformators, welche durch die in Kapitel 3 beschriebenen Methoden gezielt vergrößert wird, implementiert.

In Abbildung 7.2(c) ist der prinzipielle mechanische Aufbau der integrierten Transformatorenwicklungen zu sehen, wobei vereinfachend angenommen wird, daß jede Wicklung nur aus einer Windung besteht. Die Primärwicklung mit integriertem Serienkondensator C_S besteht aus einem Basis-Module, welches als Serienschwingkreis verschaltet ist (vgl. Abb. 5.33(a)). Der Anfang der Primärwicklung ist an die Folie F_{P1} angeschlossen, das Ende der Wicklung an Folie F_{P2} . Der Primärstrom I_1 fließt bei P_1 in die Primärwicklung hinein und nimmt in der Folie F_{P1} entlang der Folie durch den Verschiebungs-/kapazitven Strom I_{Cs} näherungsweise linear ab, bis der Strom am Ende der Folie P_1 gleich null ist (vgl. kleiner werdende Strompfeile in Abb. 7.2(c)). Gleichzeitig nimmt der Strom in der Folie F_{P2} am nicht angeschlossenen Ende der Folie von null an beginnend durch den Verschiebungs-/kapazitven Strom I_{Cs} näherungsweise linear zu, bis dieser am Ende des Dielektrikums/Anschlußpunkt der Folie P_2 gleich dem Primärstrom I_1 ist. Daraus folgt, daß der kapazitive Strom auch flußbildend wirkt.

Anschaulich kann man sich die Integration der Serien-Kapazität in der Primärwicklung als Vergrößerung der parasitären Induktivität eines Wickelkondensators mittels eines Magnetkerns vorstellen.

Eingangsspannung	$V_{IN} = 320V$
Ausgangsstrom	$I_{Out} = 0150A$
Lastkennlinie	$R_L = 0.04\Omega$
	$V_{Off} = 20V$
Filterinduktivität	$L_f \approx 10 \mu H$
Übersetzungsverhältnis	$N_p: N_s: N_s = 7: 1: 1$

Tabelle7.1: Betriebsparameter des Resonanzkonverters.



Abbildung 7.2: (a) Resonanzkreis des Serien-Parallel-Konverters bei primärseitigen Erregung. (b) Serien-Induktivität wird durch die Streuinduktivität des Transformators implementiert. (c) Elektromagnetische Integration des Serien L-C (oben) und des parallel L-C Zweiges (unten).



Abbildung 7.3: (a) Resonanzkreis des Serien-Parallel-Konverters bei sekundärseitigen Erregung. (b) Serien-Induktivität wird durch die Streuinduktivität des Transformators implementiert. (c) Elektromagnetische Integration des Serien L-C (oben) und des parallel L-C Zweiges (unten).

Integration der Parallelkapazität

In der Sekundärwicklung des Transformators wird der Parallelkondensator C_P integriert. Der prinzipielle mechanische Aufbau ist in Abbildung 7.2(c) unten dargestellt. Die Wicklung besteht in diesem Fall aus einem Basis-Modul welches nach Abbildung 5.33(c) zu einem Parallelschwingkreis verschaltet ist. Im Gegensatz zur Primärwicklung sind dabei beide Enden der Sekundärwicklung an der Folie F_{S1} angeschlossen. Folglich fließt der Sekundärstrom I_2 nur in der Folie F_{S1} und nicht in Folie F_{S2} .

In der Folie F_{S2} fließt dagegen nur der kapazitive Strom I_{Cp} . Dieser wird durch den umschlossenen Wechselfluß, welcher von der Primärwicklung erzeugt wird, hervorgerufen. Der Strom I_{Cp} fließt vom Verbindungspunkt der beiden Folien F_{S1} und F_{S2} durch die Folie F_{S2} . Dabei nimmt der Strom I_{Cp} entlang der Folie F_{S2} wiederum näherungsweise linear ab, da ein kapazitiver Strom I'_{Cp} durch das Dielektrikum zur Folie F_{S1} fließt, welcher durch die lokale Spannungsdifferenz zwischen den beiden Folien hervorgerufen wird. Die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Folien ist bei der gezeigten Verschaltung überall gleich der Spannung, welche in der gesamten Sekundärwicklung induziert wird. Die Folie F_{S2} kann als Verlängerung der Wicklung bestehend aus Folie F_{S1} betrachtet werden. Das Ende der Verlängerung wird dabei nicht angeschlossen und die parasitäre Kapazität zwischen den Windungen wird durch das Dielektrikum zwischen den Folien gezielt vergrößert.

Anschaulich kann man sich die Integration einer Parallelkapazität als Vergrößerung der parasitären Kapazität einer Wicklung vorstellen.

Wird der Transformator sekundärseitig angeregt, so ergibt sich eine Stromverteilung in den einzelnen Lagen wie in Abbildung 7.3 dargestellt ist. Der kapazitive Strom I_{Cp} fließt am Anschlußpunkt S_1 in die Folie F_{S1} hinein und – getrieben durch die lokale Spannungsdifferenz zwischen den Folien – durch das Dielektrikum zur Folie F_{S2} . Der Strom I_{Cp} verläßt die Wicklung am Anschluß S_2 der Folie F_{S2} . Wie man sieht, wirkt der Strom I_{Cp} durch den Parallelkondensator nicht flußbildend, da dieser quasi am Kern vorbeifließt und diesen nicht umschließt.

Die Mittelpunktanzapfung auf der Sekundärseite des Transformators hat auf den Betrieb des Resonanzkreises in der Nähe der Serienresonanz keinen Einfluß, da zu diesem Anschluß idealerweise nur ein DC-Strom – der Laststrom – hineinfließt. Der DC-Strom teilt sich aus energetischen Gründen gleichmäßig auf beide Hälften der Sekundärwicklung auf und umfließt den Kern auf beiden Seiten in die entgegengesetzte Richtung.
Somit wirkt der DC-Strom nicht flußbildend und kann – außer bei der Berechnung der ohmschen Verluste in der Sekundärwicklung – unberücksichtigt bleiben.

7.2 Prototypen mit integrierter Serieninduktivität

Im folgenden Abschnitt werden drei Ausführungsformen betrachtet, bei welchen nur die Serieninduktivität im Transformator integriert ist. Dabei wird ein konventioneller Transformator mit senkrechtem Streuflußpfad, ein Aufbau, welcher die Streuung durch eine räumliche Trennung der Wicklungen vergrößert und ein planarer Aufbau betrachtet. Die für die Prototypen jeweils angegebenen Verluste basieren auf einer Wicklungstemperatur von 125°C und einer Kerntemperatur von 100°C.

7.2.1 Aufbau mit senkrechtem Streuflußpfad (PLP)

In Abbildung 7.4 ist ein Photo des Transformators mit senkrechtem Streuflußpfad abgebildet, dessen Parameter in Tabelle 7.2 zusammengefaßt sind. Dieser besteht aus zwei E65/32/27 Ferrit-Kernen (Material N87 Epcos). Die beiden Wicklungen des Transformators bestehen aus HF-Litzen, um die Skin- und Proximity-Effekt-Verluste in den Wicklungen zu reduzieren. Der senkrechte Streuflußpfad besteht aus zwei kleinen Ferritblöcken, welche zwischen der Primär- und der Sekundärwicklung angeordnet sind.

Die Verluste in den beiden Wicklungen sowie im Ferritkern und die daraus resultierenden Gesamtverluste sind in Abbildung 7.5 in Abhängigkeit des Ausgangsstromes dargestellt. Dabei sind sowohl die ohmschen Verluste durch den Skin- als auch durch den Proximity-Effekt berücksichtigt. Anhand der Werte wird deutlich, daß der große Ausgangsstrom relativ große Verluste in der Sekundärwicklung verursacht.

Aufgrund der hohen Gesamtverluste von ca. 44.8W bei einem Ausgangsstrom von 150A kann der Transformator bei Nennlast nicht im Dauerbetrieb eingesetzt werden. Um die maximale Wicklungstemperatur nicht zu überschreiten, kann der Transformator zum Beispiel im Aussetzbetrieb mit einem Zyklus von 40% zu 60% betrieben werden, welcher häufig bei Stromquellen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik angewendet wird.

Unterhalb eines Ausgangsstromes von ca. 80A, d.h. ca. 19W Verlustleistung, kann der Transformator bei forcierter Kühlung ununterbrochen betrieben werden. Die obigen Angaben beziehen sich dabei auf eine Um-



Abbildung 7.4: Konventioneller Aufbau mit senkrechten Streuflußpfaden.

Primärwicklung	14 Windungen aus HF-Litze mit
	$630 imes 0.071 = 2.5 \mathrm{mm}^2$
Sekundärwicklung	2+2 Windungen aus HF-Litze mit
	$2835 \times 0.071 = 11.23 \mathrm{mm}^2$
Ferrit-Kern	${ m E65/32/27}$ (N87)
Übertragbare Leistung	3.9 kW
Streuinduktivität	$51.7 \mu \mathrm{H}$
Hauptinduktivität	$479\mu H$
Volumen	ca. $65 \times 66 \times 52 \text{ (B} \times \text{T} \times \text{H)} \approx 223.1 \text{cm}^3$

Tabelle7.2: Daten des Aufbaus mit senkrechten Streuflußpfaden(PLP).

gebungstemperatur von 40°C.

Mit dem in Kapitel 2 beschriebenen analytischen Modell des Konverters können die Flußdichten in den einzelnen Kernabschnitten in Ab-



Abbildung 7.5: Verluste im Transformator in Abhängigkeit vom Laststrom.



Abbildung 7.6: Flußdichte im Transformator in Abhängigkeit vom Laststrom.

hängigkeit des Ausgangsstromes berechnet werden. Das Ergebnis für den betrachteten Prototypen ist in Abbildung 7.6 dargestellt. Dabei wird zwischen der Flußdichte B_{σ} in den Streuflußpfaden, der Flußdichte im Abschnitt der Primärwicklung B_1 und der Flußdichte im Abschnitt der Sekundärwicklung B_2 unterschieden (vgl. Kapitel 2.2). Die Flußdichte in den beiden Streuflußpfaden ist am höchsten (vgl. $LI = \Psi$) und verursacht eine relativ hohe magnetische Verlustleistungsdichte in den Streukernen. Da deren Volumen jedoch klein ist, ist der Anteil an den gesamten Kernverlusten relativ gering. Die meisten Kernverluste entstehen im Ferritkern im Bereich der Primärwicklung, da dort hohe Flußdichten in einem größeren Volumen auftreten.

Die Kernverluste im Bereich der Sekundärwicklung sind aufgrund der niedrigen Flußdichte relativ gering. In diesem Bereich bestünde die Möglichkeit den Kernquerschnitt zu reduzieren, um die mittlere Windungslänge der Sekundärwicklung und damit die hohen ohmschen Verluste in dieser zu verkleinern. Für eine begrenzte Verkleinerung der Querschnittsfläche sinken dadurch die Gesamtverluste, obwohl die Kernverluste mit einem kleiner werdenden Kernquerschnitt im Bereich der Sekundärwicklung ansteigen. Die Gründe für die sinkenden Gesamtverluste sind, daß die Wicklungsverluste näherungsweise pro-



Abbildung 7.7: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz des Transformators mit senkrechtem Streuflußpfad bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.8: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz des Transformators mit senkrechtem Streuflußpfad bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.

portional zu $P_{Wdg} \sim K_1 \sqrt{A_{Kern}}$ und die Kernverluste proportional zu $P_{Kern} \sim K_2 A_{Kern}^{(2-\beta)}$ sind, daß der Steinmetzfaktor β normalerweise im Bereich 2...2.7 liegt und daß die Kernverluste im Bereich der Sekundärwicklung für Standardkerne und hohe Ausgangsströme deutlich kleiner sind als die Wicklungsverluste ($K_2 \ll K_1$).

Der reduzierte Kernquerschnitt im Bereich der Sekundärwicklung erfordert jedoch eine relativ spezielle und schwieriger zu fertigende Form des Kerns, was mit höheren Fertigungskosten verbunden ist.

Wie in Abschnitt 3.1.1 bereits erwähnt, ist es schwierig eine enge Toleranz der Streuinduktivität einzuhalten, wenn der Streuflußpfad – wie bei dem gezeigten Aufbau – durch das Einlegen von Ferritblöcken realisiert wird. Der Grund dafür sind die mechanischen Toleranzen der nicht geschliffenen Seitenflächen der E-Kerne.

Um das Betriebsverhalten des Aufbaus im Bereich höherer Frequenzen beurteilen zu können, sind in den Abbildungen 7.7 und 7.8 die gemessenen primärseitigen Impedanzverläufe bei offener und kurzgeschlossener Sekundärwicklung dargestellt. Aus diesen können die Eigenresonanzen des Transformators und die damit verbundenen parasitären Kapazitäten entnommen werden (hier z.B. $C_p = 33.4pF$ aus der Primärseite).

7.2.2 Aufbau mit U-Kernen

Anstatt einen expliziten magnetischen Pfad für die Erhöhung der Streuinduktivität einzusetzen, besteht auch die Möglichkeit die Primärund die Sekundärwicklung räumlich voneinander zu separieren. Der Streufluß schließt sich dabei über die Luft, was bei kompakten Aufbauten, bei welchen sich der Trafo in der Nähe von magnetisch/elektrisch leitenden bzw. empfindlichen Komponenten befindet, zu Erwärmungen (vgl. Induktionsofen) bzw. Störungen führen kann, wobei die störenden Effekte mit steigenden Frequenzen zunehmen.

Eine mögliche Realisierung eines solchen Aufbaus ergibt sich durch die Verwendung von U-Kernen, wenn die Primärwicklung um den einen Schenkel und die Sekundärwicklung um den anderen Schenkel des U-Kerns gewickelt wird. In Abbildung 7.9 ist ein solcher Transformator, bestehend aus insgesamt vier U30-Kernen, abgebildet und in Tabelle 7.3 sind die dazugehörigen Parameter gegeben. Die durch die räumliche Trennung resultierende Streuinduktivität beträgt 35.7μ H. Dieser Induktivitätswert kann dabei nur mittels einer FEM-Simulation berechnet oder meßtechnisch ermittelt werden, da der Verlauf der Feldlinien durch die Luft im allgemeinen nicht analytisch berechenbar ist.

Um die äußeren Streufelder zu reduzieren, kann die Wicklung an den beiden Außenseiten durch flache U-Kerne abgedeckt werden. Diese dienen dann als explizite Streuflußpfade und der Wert der Streuinduktivität kann durch den Luftspalt zwischen den inneren U-Kernen und den seitlichen U-Kernen bzw. durch die Permeabilität der seitlichen U-Kerne



Abbildung 7.9: Photo des Aufbaus mit 2 U-Kernen.

eingestellt werden.

In Abbildung 7.10 sind die Verluste in den beiden Wicklungen und im Kern und in Abbildung 7.11 die Flußdichte in den einzelnen Kernabschnitten in Abhängigkeit des Betriebsstromes dargestellt. Bei Nennstrom (I_L =150A) entstehen 32.2W Verluste im Transformator, wobei

Volumen	$_{55.7\mu H}$ ca. 47x64x52 (B×T×H) $\approx 156.4 \text{cm}^3$
	25.7.1L
Houptindultivität	720.4日
Übertragbare Leistung	3.9 kW
4 U-Ferrit-Kerne	U $30/26/26$ (aus N87)
Sekundarwicklung	$2835{\times}0.071=11.23{\rm mm}^2$
	2+2 Windungen aus HF-Litze mit
	$630{ imes}0.071=2.5{ m mm}^2$
Drimörwicklung	14 Windungen aus HF-Litze mit

Tabelle7.3: Daten des Aufbaus mit U-Kernen.



Abbildung 7.10: Verluste im Transformator mit U-Kernen als Funktion des Laststromes.

die Kernverluste sehr gering sind, da die Verluste in den Streuflußpfaden entfallen.

Zur Veranschaulichung des Betriebsverhaltens ist in Abbildung 7.12



Abbildung 7.11: Flußdichte im Transformator mit U-Kernen als Funktion des Laststromes.



Abbildung 7.12: Abhängigkeit der Schaltfrequenz des Konverters vom Ausgangs- / Laststrom.

die Schaltfrequenz als Funktion des Ausgangsstromes aufgetragen. Die Frequenz nimmt mit sinkendem Laststrom zu, da zum einen die äquivalente Resonanzfrequenz des Resonanzkreises ansteigt und zum anderen die Ausgangsspannung sinkt, wenn der Laststrom abnimmt.

Um das Betriebsverhalten des Aufbaus im Bereich höherer Frequen-



Abbildung 7.13: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz des Transformators aus U-Kernen bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.14: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz des Transformators aus U-Kernen bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.

zen beurteilen zu können, sind in den Abbildungen 7.13 und 7.14 wiederum die gemessenen primärseitigen Impedanzverläufe bei offener und kurzgeschlossener Sekundärwicklung dargestellt.

7.2.3 Planarer integrierter Aufbau mit E-E-I Kern

Um die Bauhöhe der Transformatoren mit integrierter Serieninduktivität zu reduzieren, können planare Kerne verwendet werden. Ein entsprechender Aufbau ist in Abbildung 7.15 dargestellt. Dabei werden die Wicklungen aufgrund der hohen Ausgangsströme mittels Litzen aufgebaut, womit sich im Vergleich zu Folien bzw. Leiterbahnen ein deutlich größerer optimaler Querschnitt der Windungen und damit geringere ohmsche Verluste erreichen lassen. Die einzelnen Daten des dargestellten Aufbaus sind in Tabelle 7.4 gegeben.

Der genaue Aufbau und das Wicklungsschema dieses Transformators wird in Abschnitt 3.2.9 erläutert. Dort wird auch gezeigt, daß die Flußdichte vor allem im Streuflußpfad relativ hoch ist, da die Flüsse in beiden "Teiltransformatoren" (Transformator kann entlang der vertikalen Symmetrielinie geteilt werden) nur mit der halben Windungszahl verkettet sind, die Windungen jedoch vom gesamten Strom durchflossen werden. Dies führt zu hohen Kernverlusten, wie man Abbildung 7.16 entnehmen kann. Dort sind die Verluste in den beiden Wicklungen und im Kern in Abhängigkeit von der Arbeitsfrequenz bei Nennbetrieb dargestellt. Die Variation der Frequenz wird durch lineares Skalieren der Bauelementwerte im Resonanzkreis eines ausgewählten Konverterdesi-



Abbildung 7.15: Photo des planaren integrierten Aufbaus.

gns, welches bezüglich der Betriebsparameter sehr gut geeignet ist für Anwendungen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik, mittels des Faktors f_{fac} $(L_s/f_{fac}, C_s/f_{fac}$ und $C_p/f_{fac})$ erreicht. Dabei nimmt der Faktor f_{fac} mit steigender Frequenz zu. Die dazugehörige Verteilung

Primärwicklung	14 Windungen aus HF-Litze mit
	$2000{ imes}0.05=3.9{ m mm^2}$
Sekundärwicklung	2+2 Windungen aus HF-Litze mit
	$6000{ imes}0.05 = 11.78 { m mm}^2$
Ferrit-Kerne	2 xELP58 + ELP58-I-Kern (aus N87)
Übertragbare Leistung	3.9 kW
Hauptinduktivität	$428\mu\mathrm{H}$
Streuinduktivität	$26\mu H$
Volumen	ca. $58 \times 57 \times 42 \text{ (B} \times \text{T} \times \text{H)} \approx 138.9 \text{cm}^3$

Tabelle7.4: Daten des planaren integrierten Aufbaus.



Abbildung 7.16: Verluste in den Wicklungen und im Kern des planaren Aufbaus mit ELP 58 Kernen über der Frequenz mit $N_S = 6000 \times 0.05$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.

der Flüsse ist in Abbildung 7.17 wiedergegeben. Aufgrund der relativ hohen Flußdichte im Streuflußpfad während des Nennbetriebs, ist der Amplitudenwert des Primärstromes, bei welchem der Transformator sättigt (ca. 0.45T~0.5T), im Verhältnis zum Nennstrom nicht sehr groß. Dies kann unter Umständen bei sehr dynamischen Vorgängen und sehr ungünstigen Lastverhältnissen zum Sättigen des Transformators führen.

Die beiden Abschnitte der Sekundärwicklung von den beiden Anschlußpunkten bis zur Mittelpunktanzapfung müssen, wie in Abschnitt 3.2.9 beschrieben, zur Hälfte jeweils im linken und im rechten unteren Wicklungsfenster der beiden Teiltransformatoren gewickelt werden, damit der DC-Strom durch die Mittelpunktanzapfung keinen magnetischen Fluß im Kern verursacht. Dies hat zur Folge, daß die Sekundärwicklung eine gerade Anzahl an Windungen haben muß, welche durch vier teilbar ist bzw. die beiden Wicklungsabschnitte müssen eine gerade Windungszahl haben (2+2, 4+4, 6+6...).

Verwendet man anstatt von ELP58 Kerne die größeren planaren Standardkerne ELP64, so können die Verluste und auch die maximale Flußdichten aufgrund des größeren Kernquerschnitts reduziert werden, wie man Abbildung 7.18 und Abbildung 7.19 entnehmen kann. In diesem



Abbildung 7.17: Flußdichte in den einzelnen Kernabschnitten des planaren Aufbaus mit ELP 58 Kernen über der Frequenz mit $N_S = 6000 \times 0.05$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.

Fall ergeben sich minimale Gesamtverluste von ca. 51.9W bei einer Betriebsfrequenz von ca. 183kHz, d.h. $C_S \approx 64nF$, $L_S \approx 22.7\mu H$ und $C_P \approx 200nF$.

Für einen Vergleich der verschiedenen Prototypen der Transformatoren mit integrierter Serieninduktivität sind in Abbildung 7.21 die Wicklungs- und Kernverluste für einen Aufbau mit ELP64 Kernen dargestellt, welcher die gleichen Litzen verwendet, wie die beiden vorangegangenen Prototypen. Gegenüber dem Aufbau mit senkrechtem Streuflußpfad steigen die Gesamtverluste beim Transformator mit E-E-I Kern von 44.8W auf ca. 60.9W an. Das Volumen des Aufbaus sinkt dagegen von 223.1cm³ auf 138.9cm³.

Zum Abschluß ist wiederum der Verlauf des Betrages und der Phase der primärseitigen Impedanz des integrierten Transformators bei offener und kurzgeschlossener Sekundärwicklung für die Beurteilung des HF-Verhaltens in Abbildung 7.22 und Abbildung 7.23 dargestellt.

Bemerkung: Um bei einer gegebenen Größe des Wicklungsfensters, was bei einer festen Windungszahl einem oberen Limit bzw. einem festen Wert für den Außendurchmesser der Litzen entspricht, minimale Verluste zu erreichen, muß der Durchmesser der einzelnen Drähte der



Abbildung 7.18: Verluste in den Wicklungen und im Kern über der Frequenz eines planaren Aufbaus mit ELP64 Kernen und $N_S = 6000 \text{ x}$ 0.05 und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.



Abbildung 7.19: Flußdichte in den einzelnen Kernabschnitten über der Frequenz für einen planaren Aufbau mit ELP64 Kernen und $N_S = 6000 \times 0.05$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.



Abbildung 7.20: Verluste in den Wicklungen und im Kern über der Frequenz für einen planaren Aufbau mit ELP 64 Kernen und $N_S = 2835 \times 0.071$, $N_P = 630 \times 0.071$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.



Abbildung 7.21: Flußdichte in den einzelnen Kernabschnitten über der Frequenz für einen planaren Aufbau mit ELP 64 Kernen und $N_S = 2835 \times 0.071$, $N_P = 630 \times 0.071$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$.



Abbildung 7.22: Gemessener Betrag und Phase des planaren Prototypen mit ELP58 Kernen, $N_S = 6000 \times 0.05$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$ bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.23: Gemessener Betrag und Phase des planaren Prototypen mit ELP58 Kernen, $N_S = 6000 \times 0.05$ und $N_1 = 14 / N_2 = 2 + 2$ bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.

Litze mit Hilfe der Gleichungen aus Abschnitt 6.1.8 numerisch optimiert werden.

7.3 Elektromagnetisch integrierte Prototypen

Im vorangegangen Abschnitt wurden drei Transformatoren vorgestellt, bei welchen nur die Serieninduktivität im Transformator integriert war. Anhand der berechneten Verluste und Flußverteilung im Kern konnte dort gezeigt werden, daß diese Integrationsform für die hohen Ausgangsströme von Stromquellen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik geeignet sind und zu kompakten Aufbauten führen.

Im folgenden werden nun drei elektromagnetisch integrierte Transformatoren gezeigt, bei welchen alle Komponenten des Resonanzkreises im Transformator integriert sind. Als erstes wird ein Aufbau erläutert, welcher keramische Materialien zur Integration der Kapazitäten verwendet. Anschließend wird ein Transformator mit Folienwicklungen und Kapton als Dielektrikum und ein Transformator, dessen Windungen in Form von Leiterbahnen realisiert sind, mit C-Lam als Dielektrikum vorgestellt. Die für die einzelnen Prototypen angegebenen Verluste basieren auch hier jeweils auf einer Wicklungstemperatur von 125° C und einer Kerntemperatur von 100° C.

7.3.1 Keramisches Dielektrikum auf Basis eines LTCC-Prozesses

Für die Integration der Kondensatoren des Resonanzkreises werden dielektrische Materialien benötigt, welche eine hohe relative Dielektrizitätskonstante und Spannungsfestigkeit haben sowie geringe Verluste verursachen (vgl. Abschnitt 5.6). Hohe Werte der Dielektrizitätskonstante und damit große Werte für die integrierbare Kapazität pro Fläche können momentan nur mit ferroelektrischen Materialien erreicht werden. Aufgrund der mechanischen Eigenschaften (v.a. Sprödigkeit) und aufgrund der Tatsache, daß bei der Fertigung Sinterprozeße benötigt werden, können sinnvollerweise nur planare Strukturen realisiert werden. In Abbildung 7.24 ist ein solcher Aufbau dargestellt und die dazugehörigen Parameter sind in Tabelle 7.5 geben. Bei diesem wird ein neues dielektrisches Material (LTCC HiK) mit sehr geringen Verlusten, welches im Rahmen eines Low-Temperature-Cofired-Ceramic Prozesses (LTCC) verarbeitet wird, als Dielektrikum verwendet. Dieses hat eine relative Dielektrizitätskonstante von $\epsilon_r = 65$ und einen Verlustfaktor von tan $\delta = 1e-3$. Als Isolation dient ein LoK-Material mit einer relativen Dielektrizitätskonstante von $\epsilon_r = 7.8$ und einem Verlustfaktor von $\tan \delta = 1.5e-3.$



Abbildung 7.24: Photo des Prototypen mit LTCC HiK-Material.

Primärwicklung	7 Windungen aus Ag-Paste
	$A_{Leiter}=21\mathrm{mm} imes40\mu\mathrm{m}=0.84\mathrm{mm}^2$
Sekundärwicklung	$1{+}1$ Windungen aus Litze / planar
	$N_S = 2835 \times 0.071 = 11.23 \mathrm{mm}^2$
Ferrit-Kerne	2 xELP58 oder ELP58 + I (N87)
Hauptinduktivität	$428\mu\mathrm{H}$
Streuinduktivität	$26\mu\mathrm{H}$
Dielektrikum	$HiK ext{ mit } \epsilon_r = 65 ext{ und } ext{tan } \delta = 1 ext{e-3}$
Isolation	$LoK ext{ mit } \epsilon_r = 7.8 ext{ und } ext{tan } \delta = 1.5 ext{e-3}$
Dicke <i>HiK</i> -Material	$110\mu m$ (nach Sintern)
Dicke LoK-Material	$120\mu m$ (nach Sintern)
Ag-Paste	56e6 S/m / Dicke: ca. 40 μ m
Volumen	ca. 58mm×80mm×14.6mm (B×T×H) \approx 67.7cm ³

In Abbildung 7.25 ist eine Aufnahme der Primärwicklung von oben und die Abmessungen des Aufbaus gegeben. Weiterhin sind die An-

Tabelle7.5: Daten des planaren Aufbaus mit LTCC.



Abbildung 7.25: Abmessungen des Prototypen mit LTCC *HiK*-Material.



Abbildung 7.26: Überschlag an einem gefrästen Rand entstanden bei niedrigen Spannungen verursacht durch Verunreinigungen.

schlüsse der Wicklung und die Verbindung der Lagen untereinander über eine Reihe von Vias zu erkennen.

Beim Fräsen der Kavität bzw. der Ränder kann es vorkommen, daß die Metallisierung über den Rand verschmiert wird. Dies kann zu Kurzschlüssen zwischen einzelnen Lagen (siehe Abb. 7.26) oder zu einer sehr geringen Spannungsfestigkeit des Aufbaus führen. Aus diesem Grund sollten die Ränder nach dem Fräsen mittels Ammoniak und Wasserstoffperoxid freigeätzt werden.

Die Anordnung und die Verschaltung der Lagen der Primär- und der Sekundärwicklung wird im folgenden näher betrachtet.

Lagenaufbau Primärwicklung

Die Primärwicklung besteht aus sieben Windungen, wobei pro Lage nur eine Windung realisiert wird (siehe Abb. 7.27), um einen möglichst großen Leiterquerschnitt zu erhalten. Die Höhe der einzelnen Metallisierungslagen, welche aus Silberpaste mit einer Leitfähigkeit von ca. 56e6 S/m bestehen, ist dabei fertigungstechnisch bedingt auf Werte \leq 40 μ m begrenzt. Um den Leiterquerschnitt der Primärwicklung zu erhöhen, werden zwei Primäraufbauten (vgl. Abb. 7.27) mit Hilfe eines Interleavings der Sekundärwicklung, wie in Abbildung 7.29 dargestellt ist, parallel geschaltet. Dadurch muß pro Aufbau nur die Hälfte der zu realisierenden Serienkapazität integriert werden.

Aufgrund der hohen relativen Dielektrizitätskonstante wird im betrachteten Fall für die Integration der Serienkapazität mit einem Wert von 35.3nF jeweils nur eine Lage pro parallel geschalteter Primärwicklung als kapazitive Schicht benötigt (vgl. *Dielektrikum* in Abb. 7.27). Zwischen den restlichen Lagen braucht man nur eine Isolation. Im



Abbildung 7.27: (a) Funktionelles Ersatzschaltbild der Primärwicklung. (b) Lagenaufbau der Primärwicklung.

Idealfall besteht diese aus einem spannungsfesten Material mit einer möglichst geringen relativen Dielektrizitätskonstante, hier z.B. LoK-Material, um die parasitäre Parallelkapazität über der Primärwicklung klein zu halten.

Dabei ist zu beachten, daß die Schrumpfkoeffizienten der beiden verwendeten dielektrischen Materialien (HiK und LoK) sowie der Metallisierung sehr unterschiedlich sind. Folglich kommt es während des Sinters zu starken mechanischen Spannungen und es können Risse entstehen bzw. einzelne Lagen delaminieren. Eine Möglichkeit dies zu vermeiden ist, daß die mechanischen Abmessungen der integrierten Primärwicklung stark verkleinert werden. Dies wäre jedoch im betrachteten Fall aufgrund der geforderten Ausgangsleistung und Betriebsspannung nur mittels eines sehr komplexen Aufbaus möglich.

Eine weitere Möglichkeit zur Reduktion der mechanischen Spannungen ist, anstatt nur LoK-Material für die Isolation zu verwenden, die beiden dielektrischen Materialien alternierend einzusetzen, wie dies in Abbildung 7.27(b) dargestellt ist. Dies erhöht zwar die parasitäre Kapazität der Primärwicklung (hier: 1.15nF - siehe Abb. 7.32), ist jedoch im betrachteten Fall die einzig sinnvoll umsetzbare Lösung.

Lagenaufbau Sekundärwicklung

Ein Abbildung 7.2(c) entsprechender, möglicher Lagenaufbau der Sekundärwicklung ist in Abbildung 7.28(a) dargestellt. Dieser besteht aus 1+1 Windungen mit Mittelpunktanzapfung M_p , wobei die Windungen durch die rot gezeichnete Metallisierung realisiert werden. Die Parallelkapazität wird mittels der zwei blau gezeichneten dielektrischen Schichten sowie der beiden orange gezeichneten Metallisierungen implementiert. Als Isolation zwischen den Lagen dient wiederum *LoK*-Material, womit automatisch ein Aufbau mit einer alternierenden Schichtfolge entsteht.

Im Fall, daß die vorhandene Fläche des Dielektrikums für die Integration der Parallelkapazität zu klein ist, kann die Lage aus LoK-Material (grau) durch eine Lage aus HiK-Material ersetzt werden (dies ist auch bei mehreren Lagen möglich). Dadurch erhöht sich die parasitäre Kapazität parallel zu den Windungen, wobei die Spannung über den neuen kapazitiven Lagen aus HiK-Material ($=U_{Wicklung} - U_{Windung}$) kleiner ist, als die Spannung über den ursprünglichen Lagen aus HiK($=U_{Wicklung}$). Folglich wird in dieser Lage HiK-Material weniger Kapazität pro Fläche realisiert, als mit den beiden ursprünglichen dielektrischen Lagen.

Erweitert man den bestehenden Aufbau um eine dielektrische Lage plus eine Metallisierung pro Windung, so kann die integrierbare Parallelkapazität im Vergleich zum ursprünglichen Aufbau verdoppelt werden. Ein entsprechender Aufbau ist in Abbildung 7.28(b) dargestellt. Je nach dem Wert der zu integrierenden Parallelkapazität können obige Varianten nur teilweise implementiert bzw. kombiniert werden und/oder die



Abbildung 7.28: (a) Lagenaufbau der Sekundärwicklung mit 1+1 Windungen und in (b) mit verdoppelter kapazitiven Fläche.

Fläche der orangefarbenen Metallisierung angepaßt werden.

Gesamtaufbau

Fügt man die beschriebenen Aufbauten für die Primär- und die Sekundärwicklung zusammen, so erhält man den in Abbildung 7.29 dargestellten Gesamtaufbau des elektromagnetisch integrierten Transformators. Dieser besteht aus jeweils zwei parallel geschalteten und verschachtelten Primär- und Sekundäraufbauten, zwischen welchen sich je eine Lage aus magnetisch leitendem Material (hier z.B. FPC) zur Vergrößerung der Streuinduktivität befindet. Der gesamte Aufbau wird von einem Kern umschlossen.

Aufgrund der hohen Stromstärken auf der Sekundärseite und der durch die Fertigung limitierten Höhe der Metallisierungslagen (\Rightarrow Leiterquerschnitt) ist eine Integration der Sekundärseite mit oben beschriebenen Methoden, basierend auf keramischen Materialien und LTCC-Technologie, jedoch momentan nicht sinnvoll umsetzbar. Aus diesem Grund wird beim betrachteten Prototypen die Sekundärwicklung mittels Litze aufgebaut.



Abbildung 7.29: Anordnung und Verschaltung der Primär- bzw. Sekundärwicklung für einen komplett integrierten Aufbau auf Basis von LTCC *HiK*-Material.

Messungen

Zur Bestimmung des Ersatzschaltbildes des elektromagnetisch integrierten Transformators wurde der Verlauf des Betrages und der Phase der primärseitigen Impedanz bei offener und kurzgeschlossener Sekundärwicklung gemessen. Die Sekundärwicklung wird dabei mittels einer Litze realisiert, so daß der Parallelkondensator aus einem diskreten Bauelement besteht.

Aus den einzelnen Resonanzfrequenzen können die Werte der Bauelemente des Ersatzschaltbildes bestimmt werden. Damit ergeben sich die in Abbildung 7.32 dargestellten Werte für die Bauelemente. Bei diesem fällt vor allem die große parasitäre Kapazität parallel zur Primärwicklung auf. Diese ergibt sich aufgrund der relativ großen parallelen Flächen der einzelnen Windungen zueinander und der großen relativen Dielektrizitätskonstante der Isolierenden Schichten (siehe oben.)

Verluste

Für den Aufbau mit integrierter Serieninduktivität und -kapazität und verschachtelten Wicklungen ergeben sich die in Abbildung 7.33 darge-



Abbildung 7.30: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz einer Primärlage des Prototypen mit LTCC *HiK* bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.31: Gemessener Betrag und Phase der Impedanz einer Primärlage des Prototypen mit LTCC *HiK* bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.

stellten Verluste. Dabei sind die Verluste des integrierten Serienkondensators nicht enthalten, da diese für alle betrachteten optimalen Betriebspunkte ca. 6W betragen und da die Gesamtverluste ohne die dielektrischen Verluste besser mit den nicht integrierten Aufbauten verglichen werden können. Die Variation der Frequenz wird wiederum durch linea-



Abbildung 7.32: Ersatzschaltbild der gesamten Primärwicklung mit keramischen Dielektrikum.

res Skalieren der Bauelementwerte im Resonanzkreis des ausgewählten Konverterdesigns erreicht (vgl. Abschnitt 7.2.3).

Die Sekundärwicklung besteht aus zwei parallel geschalteten Teilwicklungen, welche jeweils aus einer Rechteck-Litze mit $N_S = 1458 \times 0.071$ und den Abmessungen $4.8mm \times 2.8mm$ bestehen. Da der integrierte Transformator mit verschachtelten Wicklungen jeweils zwei Primärund Sekundärwicklungen sowie zwei Streuflußpfade besitzt, wird für den Aufbau ein ELP58 Kern benötigt, dessen Wicklungsfenster eine Höhe von ca. 25mm besitzt. Die Gesamthöhe des Transformators ist damit ca. 34mm. In dem Aufbau mit Interleaving ist das Volumen des Streuflußpfades bei gleicher Flußdichte doppelt so groß wie in einem Aufbau ohne Interleaving (vgl. Abschnitt 3.1), d.h. es entstehen im Streuflußpfad insgesamt doppelt so viele Verluste.

Bei der Berechnung der Verluste muß beachtet werden, daß nur ein Teil der Primärwicklung für die Integration der Serienkapazität benötigt wird und nur auf diesen Teil die Verlustgleichungen aus Abschnitt 6.1.8 anzuwenden sind. Die Verluste der restlichen Windungen können mit den Gleichungen aus Abschnitt 6.1.2 ermittelt werden. Bei den Berechnungen wird immer die optimale Leiterhöhe für die Primärwicklung zugrunde gelegt. Im Arbeitspunkt mit minimalen Verlusten ergeben sich 45.8W bei einer Folienhöhe von 55μ m. Im integrierten Serienkondensator entstehen zusätzlich ca. 5.9W Verluste. Die Arbeitsfrequenz in diesem Punkt ist ca. 554kHz ($C_S = 21.4nF$, $C_P = 66.7nF$ und $L_S = 7.6\mu H$). Für eine feste Folienhöhe der Primärwicklung von 40μ m ergeben sich minimale Verluste von 46.7W bei einer Arbeitsfrequenz von 579kHz ($C_S = 20nF$, $C_P = 63.7nF$ und $L_S = 7.2\mu H$).

Zum Vergleich sind in Abbildung 7.34 die Verluste für einen Aufbau dargestellt, dessen Sekundärwicklung aus einer Litze mit $N_S = 2 \cdot 1458 \times 0.071$ besteht und dessen Wicklungen nicht verschachtelt sind. Da kein zweiter Streuflußpfad benötigt wird und die Sekundärwicklungen horizontal nebeneinander angeordnet werden können, kann dieser Aufbau mit Standard ELP58 Kernen realisiert werden. Die minimalen Verluste von ca. 48.4W ergeben sich bei einer Schaltfrequenz von ca. 309kHz ($C_S = 38.1nF$, $C_P = 118.9nF$ und $L_S = 13.5\mu$ H) und einer Foliendicke von 74.1 μ m. Im Graphen für die Verluste erkennt man, daß sich der Betriebspunkt mit minimalen Gesamtverlusten für in nicht integrierten Aufbau in Richtung kleinerer Frequenzen verschiebt und die Wicklungsverluste ansteigen, da sich die Ströme nicht mehr auf zwei parallel geschaltete Leiter aufteilen können. Im Serienkondensator ent-





Abbildung 7.33: Verluste und Flußdichte im Aufbau mit integrierter Serieninduktivität und -kapazität, wobei die Sekundärwicklung aus zwei parallelen Teilwicklungen mit je einer Litze mit $N_S = 1458 \times 0.071$ $(N_1 = 7 / N_2 = 1+1)$ besteht und mit der Primärwicklung verschachtelt ist (vgl. Abb. 7.29). Die Gesamthöhe des Aufbaus beträgt ca. 34mm.

stehen wiederum ca. 6W zusätzliche Verluste.

Nimmt man eine feste Höhe von 40μ m für die Metallisierung der Primärwicklung an, so ergeben sich minimale Verluste von 52.9W bei einer Schaltfrequenz von ca. 326kHz ($C_S = 36.2nF$, $C_P = 112.8nF$ und $L_S = 12.8\mu H$).

Verzichtet man auf die Integration der Serienkapazität, so kann die Primärwicklung mittels Kupferfolie realisiert werden und es ergeben sich die in Abbildung 7.35 dargestellten Verluste. Die Sekundärwicklung besteht wiederum aus einer Litze mit $N_S = 2 \cdot 1458 \times 0.071$. Damit ergeben sich minimalen Verluste von ca. 48.9W bei einer Schaltfrequenz von 317kHz ($C_S = 37.1nF$, $C_P = 115.8nF$ und $L_S = 13.1\mu H$) und einer Foliendicke von 74 μ m.

Je mehr Windungen zur Integration der Serienkapazität benötigt werden, desto kleiner werden die Gesamtverluste, da sich entlang der Leiter eine lineare Stromverteilung einstellt, welche von Null beginnend bis zum Wert des Primärstromes zunimmt. Die resultierende mittlere Stromdichte ist somit kleiner, als bei nicht integrierten Windungen.

Da jedoch bei den gewählten Spezifikationen der Anteil der Verluste in der Primärwicklung an den Gesamtverlusten relativ gering ist, ist der genannte Einfluß auf die Gesamtverluste ebenfalls relativ gering.

In Abbildung 7.36 sind die Gesamtverluste für einen Aufbau dargestellt, bei welchem beide Wicklungen aus Litze bestehen, wobei $N_P = 600 \times 0.071$ und $N_S = 2 \cdot 1458 \times 0.071$ ist. In diesem Fall ergeben sich die minimalen Verluste von ca. 45.9W bei einer Schaltfrequenz von ca. 301kHz ($C_S = 39.2nF$, $C_P = 122nF$ und $L_S = 13.8\mu H$).

Durch den größeren Querschnitt der Primärwicklungen sind die ohmschen Verluste in dieser kleiner als bei den Aufbauten mit Folien bzw. flächigen Metallisierungen. Da - wie oben bereits erwähnt - die Verluste in der Primärwicklung jedoch im Verhältnis zu den restlichen Verlusten relativ gering sind, sinken die Gesamtverluste nur geringfügig.

Die Daten der vier verschiedenen Aufbauformen - LTCC mit und ohne Interleaving der Windungen / Kupferfolie + Litze und Litze für beide Wicklungen - sind in Tabelle 7.6 zusammengefaßt. Durch das Interleaving sinken die HF-Verluste in den Wicklungen und der Einfluß der Kernverluste auf die Lage des Verlustminimums nimmt zu. Dadurch ergibt sich eine relativ hohe optimale Schaltfrequenz. Bei den Aufbauten ohne Interleaving liegen die Schaltfrequenz und die Verluste innerhalb eines relativ engen Bereiches unabhängig von der Aufbauform der Pri-





Abbildung 7.34: Verluste und Flußdichte im Aufbau mit integrierter Serieninduktivität und -kapazität, wobei die Sekundärwicklung aus einer Wicklung mit einer Litze mit $N_S = 2 \cdot 1458 \times 0.071$ ($N_1 = 7 / N_2 = 1 + 1$) besteht. Die Gesamthöhe des Aufbaus beträgt ca. 21mm.





Abbildung 7.35: Verluste und Flußdichte im Aufbau mit integrierter Serieninduktivität, wobei die Sekundärwicklung aus einer Wicklung mit einer Litze mit $N_S = 2 \cdot 1458 \times 0.071$ ($N_1 = 7 / N_2 = 1 + 1$) besteht. Die Gesamthöhe des Aufbaus beträgt ca. 21mm.





Abbildung 7.36: Verluste im Aufbau mit integrierter Serieninduktivität, wobei die Primärwicklung aus einer Litze mit $N_P = 630 \times 0.071$ und die Sekundärwicklung aus einer Litze mit $N_S = 2835 \times 0.071$ ($N_1 = 7 / N_2 = 1+1$) besteht ohne Interleaving der Wicklungen. Die Gesamthöhe des Aufbaus beträgt ca. 21mm.

	C_S -Int. +	C_S -Int.	Ohne C_S	Ohne C_S
	Interleaving	LTCC/Litze	Folie/Litze	Litze/Litze
Pri. [m]	$55(40)\mu$ Ag	$74.1(40)\mu$ Ag	$74\mu~{ m Cu}$	$600 \times 71 \mu$
Sek. [m]	$2{\cdot}1458{\times}71\mu$	$2916{\times}71\mu$	$2916{\times}71\mu$	$2916{\times}71\mu$
$P_{V,g}$ [W]	45.8(46.7)	48.4 (52.9)	48.9	45.9
f_N [kHz]	554 (579)	309 (326)	317	301
$B_1 [\mathrm{mT}]$	86.1 (82.3)	159(146)	150	160
$B_2 [\mathrm{mT}]$	43.2(41.3)	79.4(73.3)	75	79.8
$B_{\sigma} [\mathrm{mT}]$	84.7 (81)	156(144)	147.8	156.6

Tabelle 7.6: Kenndaten der verschiedenen elektromagnetisch integrierten LTCC-Aufbauten. Bei den Aufbauten mit integriertem Serienkondensator fallen zusätzlich ca. 6W dielektrische Verluste an. Diese sinken beim Einsatz eines diskreten Kondensators deutlich (ca. < 1W).

märwicklung, da die Verluste in dieser verhältnismäßig gering sind.

7.3.2 Prototyp auf der Basis dielektrischer Folien (Kapton)

Alternativ zu den im letzten Abschnitt vorgestellten ferroelektrischen Materialien können dielektrische Folien aus z.B. Polypropylen (PP), Polystyrol (PS) oder Kapton als Dielektrikum verwendet werden.

Polypropylen- / Polystyrol-Folien (PP / PS)

PP- und PS-Folien werden aufgrund des sehr niedrigen Verlustfaktors häufig in diskreten Folienkondensatoren für hohe Wechselstrombelastung eingesetzt (z.B. MKP-, FKP-Reihe von Epcos/Wima). Dort werden diese über dünne (~ 0.5-1 μ m) aufgedampfte Metallschichten kontaktiert. Durch die Parallelschaltung vieler Lagen/Einzelkondensatoren (Metall - PP-/PS-Folie - Metall) erreicht man einen relativ hohen Leiterquerschnitt, welcher eine hohe Wechselstrombelastung erlaubt. Außerdem vergrößert sich die Kapazität des Kondensators, wobei die geringe Dicke der Folien (~5-10 μ m) und die hohe Durchschlagsfestigkeit (~200V/ μ m) relativ hohe erreichbare Kapazitätswerten pro Volumen

ermöglichen.

Beim Einsatz dieser Folien in elektromagnetisch integrierten Transformatoren wären zwei Varianten denkbar. Zum einen könnten man bei kleinen zu integrierenden Kapazitätswerten ein oder zwei dielektrische Lagen verwenden. Bei diesen müßte die Dicke der aufgedampften Metallschichten zum Kontaktieren der Folien z.B. durch Elektrolyse vergrößert werden, um die ohmschen Verluste zu reduzieren. Die Größe des integrierbaren Kapazitätswertes wird dabei hauptsächlich durch die Breite und Länge der Wicklung bestimmt.

Zum anderen wäre es möglich, wie beim diskreten Kondensator eine Vielzahl an parallelen Lagen als Wicklung eines Transformators zu verwenden. Dabei kämen vor allem planare Wicklungsaufbauformen in Frage, da bei diesen keine fertigungstechnischen Probleme mit unterschiedlichen Längen der parallel geschalteten Lagen auftreten und die gleichen Fertigungsprozesse wie für diskrete Bauelemente verwendet werden könnten. Weiterhin muß bei dieser Realisierungsform darauf geachtet werden, daß sich die Ströme gleichmäßig auf die parallel geschalteten Wicklungen aufteilen [170, 171]. Dies kann z.B. durch Verschachteln (Interleaving) der Wicklungen erreicht werden, wobei dadurch das Volumen und die Verluste im Streuflußpfad stark zunehmen (vgl. Abschnitt 6.1.6). Eine weitere Möglichkeit ist, die Wicklungen wie bei Litzen zu "verdrillen", so daß jeder Leiter die gleiche Impedanz aufweist (vgl. [172]). Dadurch steigt allerdings der fertigungstechnische Aufwand stark an und die Verluste in den Verbindungen für das Verdrillen der Lagen sind häufig signifikant.

Kapton-Folien

Kunststoff-Folien aus Kapton besitzen im Vergleich zu PP-/PS-Folien eine höhere relative Dielektrizitätskonstante (4 anstatt von 2.2-2.4), womit ein deutlich höherer Kapazitätswert pro Fläche integriert werden kann. Dieser Wert ist für viele Anwendungen immer noch viel zu klein, so daß prinzipiell wiederum die beiden im vorangegangenen Abschnitt erläuterten Integrationsformen möglich sind. Weiterhin ist der Verlustfaktor des Kaptons (tan δ =3e-3) um den Faktor 10 größer als der von PP-/PS-Folien. Damit ergeben sich die zehnfachen Verluste, welche jedoch bei vielen Konverterdesigns gerade noch akzeptabel sind (z.B. ca. 6.2W Verluste im Parallelkondensator für C_P =110nF, f=300kHz, \hat{U}_{Cp} =100V). Da Kapton-Folien für flexible Leiterplatten ("Flexible Circuit Material") eingesetzt werden, sind diese leicht mit verschiedenen, relativ dicken, zweiseitigen Kupferbeschichtungen erhältlich. Aus diesem Grund und wegen der begrenzten Verluste wurde Kapton als Dielektrikum für den Aufbau eines weiteren elektromagnetisch integrierten Transformators gewählt. In Abbildung 7.37 ist ein Photo des Prototypen dargestellt.



Abbildung 7.37: Photo des Prototypen mit Kapton-Folie als Dielektrikum.



Abbildung 7.38: Schematischer Aufbau des Prototypen mit Kapton-Folie.

Dieser besteht aus zwei E65-Kernen, wobei der Streuflußpfad durch den rechten Außenschenkel realisiert wird und die Streuinduktivität durch den Luftspalt in diesem Schenkel eingestellt wird. Die Sekundärwicklung umschließt den Streuflußpfad und die Primärwicklung, welche um den Mittelschenkel gewickelt ist. Dadurch steigt zum einen die mittlere Länge der Sekundärwindungen und damit die ohmschen Verluste in der Wicklung und der integrierbare Kapazitätswert an. Weiterhin wird das Streufeld auf den Raum im Transformator zwischen den beiden Wicklungen begrenzt und das nach außen wirksame Streufeld deutlich reduziert (vgl. Abschnitt 3.2.2). Zusätzlich zu den höheren Verlusten aufgrund der gestiegenen Windungslänge, steigen die Verluste in der Sekundärwicklung durch die Wirbelströme aufgrund der Feldaufweitung im Luftspalt an.

Trotz der relativ großen Windungslänge der Sekundärwicklung reicht die verfügbare Fläche nicht aus, um die Parallelkapazität mit einem Wert von 110nF in einer Lage zu integrieren. Aus diesem Grund müssen vier Wicklungen auf der Sekundärseite parallel geschaltet werden, wobei sich die bereits genannten Probleme der Stromaufteilung zwischen den parallelen Wicklungen ergeben. Ein Verdrillen der Folien ist dabei technisch nicht sinnvoll realisierbar.

Primärwicklung Sekundärwicklung	14 Windungen aus Kupferfolie	
	$35\mu m$ (auch in $70\mu m$ erhältlich)	
	2+2 Windungen aus Kupferfolie	
	4 Lagen parallel / $35\mu m~(70\mu m)$	
Ferrit-Kerne	$2 \times E65/32/27 N67$ (besser N87/N97)	
Serienkapazität	$37.5\mathrm{nF}$	
Serieninduktivität	$21 \mu \mathrm{H}$	
Parallelkapazität	117nF	
Dialaltril	Kapton (Pyralux von Dupont)	
Dielektrikum	Daten: d=25 μ m, ϵ_R =3.4, tan δ =0.003	
Volumen	ca. 76mm×54mm×65mm (B×T×H) \approx 266.8cm ³	

Tabelle7.7: Daten des elektromagnetisch integrierten Aufbaus mitKapton-Folie.

Die Fläche der Primärwicklung ist etwas größer als der Wert, welcher für die Integration der Serienkapazität mit einem Wert von 35.25nF benötigt wird. Deshalb ist, wie in Abbildung 7.38 dargestellt ist, nur ein Teil der Wicklung mit einem Dielektrikum ausgeführt.

Die ohmschen und die dielektrischen Verluste des Prototypen mit dielektrischer Folie sind in Abbildung 7.39 gegeben. Dort sind neben den Gesamtverlusten mit und ohne dielektrischen Verluste, die Summe der Verluste in beiden Kondensatoren (dielektrische Verluste), die Kernverluste sowie die Wicklungsverluste dargestellt. Die Verluste der Sekundärwicklung beinhalten dabei auch die Verluste, welche in der kapazitiven Lage entstehen, wobei diese im Verhältnis zu den Verlusten der eigentlichen Wicklung relativ gering sind.

Bei der Berechnung der Verluste wurde angenommen, daß die einzelnen Lagendicken optimal sind, d.h. die Primärwicklung besteht aus Kupferfolien mit einer Dicke von 60μ m, die eigentliche Sekundärwicklung aus einer 125μ m Folie und die kapazitive Lage aus einer 25μ m Folie. Weiterhin wird angenommen, daß sich die Ströme gleichmäßig auf die



Abbildung 7.39: Ohmsche und dielektrische Verluste im Aufbau des Prototypen mit Kapton-Folie ($d_{Pri}=60\mu m$, $d_{Sek}=125\mu m$ und $d_{Cap}=25\mu m$).

vier parallel geschalteten Wicklungen aufteilen. Damit ergeben sich ca. 99.5W Gesamtverluste, wovon aufgrund des relativ hohen Verlustfaktors



Abbildung 7.40: Gemessener Betrag und Phase des Prototypen mit Kapton-Folie bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.41: Gemessener Betrag und Phase des Prototypen mit Kapton-Folie bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.
24.3W in den beiden Resonanzkondensatoren entstehen.

Mit den in Tabelle 7.7 gegebenen Daten für den Wicklungsaufbau steigen die Verluste auf ca. 119W an, wobei vor allem die Verluste in der kapazitiven Lage der Sekundärwicklung gegenüber den in Abbildung 7.39 dargestellten Verlusten zunehmen, da deren Dicke $(4 \times 35 \mu m)$ für den betrachteten Betriebspunkt viel zu groß ist und somit die Verluste durch den Proximity-Effekt stark ansteigen.

Anhand der genannten Daten erkennt man, daß die Verluste des Transformators relativ stark ansteigen, wenn man versucht in diesem die Kondensatoren zu integrieren. Dies liegt zum einen an dem relativ kleinen optimalen Querschnitt der Folien der Sekundärwicklung und, in diesem Fall besonders, an der relativ großen Windungslänge, welche vor allem durch die Fläche bedingt ist, die für die Integration des Parallelkondensators benötigt wird. Weiterhin steigen die Verluste in den



Abbildung 7.42: Ersatzschaltbild des Prototypen mit Kapton-Folie.

Resonanz-	Ant	Beteiligte Bauelemente		Encourona	
stelle	Art	$R_L = \infty$	$R_L = 0$	rrequenz	
1	Serien	L_h/C_S	-	$23 \mathrm{~kHz}$	
2	Parallel	L_h/C_P	-	$53 \mathrm{~kHz}$	
3	Serien	$L_S/C_S/C_P$	L_S/C_S	$390 \mathrm{~kHz}$	
4	Parallel	L_S/C_{Ls}	L_S/C_{Ls}	$3.6 \mathrm{~MHz}$	
5	Serien	$L_h/C_S/C_P/C_{Ls}$	$L_h/C_S/C_{Ls}$	$35 \mathrm{~MHz}$	

 Tabelle
 7.8: Zuordnung der Resonanzstellen zu den Bauelementen

integrierten Kondensatoren im Vergleich zu den Verlusten in diskreten Bauelementen ca. um den Faktor 10 an.



Abbildung 7.43: Simulierter Betrag und Ausgangsspannung des Prototypen mit Kapton-Folie bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.44: Simulierter Betrag und Phase des Prototypen mit Kapton-Folie bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.

Aus der Art und der Frequenz der Resonanzen in den gemessenen Impedanzverläufen des Prototypen für offene (siehe Abb. 7.40) und kurzgeschlossene (siehe Abb. 7.41) Sekundärwicklung kann ein Ersatzschaltbild für den Transformator mit Kapton-Folie abgeleitet werden. Dieses ist in Abbildung 7.42 dargestellt. Die einzelnen Resonanzen und die an der Resonanz beteiligten Bauteile sind in Tabelle 7.8 gelistet.

Vergleicht man die mit dem Ersatzschaltbild berechneten Impedanzverläufe (siehe Abb. 7.43 und 7.44) mit den gemessenen Verläufen so erkennt man, daß diese sehr gut übereinstimmen und daß das Ersatzschaltbild für den gesamten betrachteten Frequenzbereich von 1kHz bis 100MHz gültig ist.

7.3.3 Kapazitive Laminate für Leiterplatten

Neben ferroelektrischen (keramischen) Materialien bzw. dielektrischen Folien können auch spezielle Laminate, welche zur Herstellung kapazitiver Lagen in Leiterplatten eingesetzt werden, für die Integration von Kapazitäten in Wicklungen verwendet werden. Dabei werden die Windungen in Form von Leiterbahnen realisiert, welche sich auf den beiden Seiten des Laminats befinden. Je nach Anzahl der Lagen der Leiterplatte besteht diese aus einen oder mehreren solcher Pakete: Kupferdielektrisches Laminat-Kupfer. Die einzelnen Pakete werden dabei mittels Prepreg (von preimpregnated fibres, zu deutsch: "vorimprägnierte Fasern") unter starken Druck verklebt. Dabei fließt der Klebstoff aufgrund des Druckes in die Räume zwischen den einzelnen Leiterbahnen und isoliert diese voneinander. Um eine genügend hohe mechanische Festigkeit und Isolationsspannung zu erreichen, muß genügend Klebstoff in die genannten Zwischenräume fließen. Aus diesem Grund müssen die Prepregs eine gewisse Mindestdicke aufweisen, welche von der Dicke und der Strukturierung der Kupferkaschierung abhängig ist. Dabei gilt: je dicker die Kupferkaschierung ist, desto dicker (oder spezieller) muß auch das verwendete Prepreg sein.

Die relative Dielektrizitätskonstante der verfügbaren Laminate liegt um $\epsilon_R=10$ herum, wobei beachtet werden muß, daß die Dicke der Laminate die realisierbare Kapazität pro Flächeneinheit entscheidend mitbestimmt (siehe Tabelle 5.5). Die Dicke der Laminate ist dabei normalerweise um den Faktor 5-10 größer als bei PP-/PS-Folien, so daß mit beiden Techniken eine vergleichbare Kapazität pro Flächeneinheit realisiert werden kann.



Abbildung 7.45: Photo des Prototypen mit C-Lam als Dielektrikum.

Da die relativ hohe Dielektrizitätskonstante der Leiterplatten-Laminate durch die Verwendung von Bariumtitanat (oder ähnlichen Ferroelektrika) erreicht wird, ist der Verlustfaktor der Laminate oft sehr hoch. Für oben betrachteten Fall ($C_P=110$ nF, f=300kHz, $\hat{U}_{Cp}=100$ V) ergeben sich mit C-Lam Material ca. 42W Verluste im integrierten Parallelkondensator. Mit dem Material RO3210 von Rogers ergäben sich deutlich geringere Verluste, jedoch steigt aufgrund der relativ großen Dicke des Materials die für die Integration des Kondensators benötigte Fläche stark an.

Aufgrund der hohen Verluste sowie der geringen integrierbaren Kapazität pro Fläche erscheint eine elektromagnetische Integration für den betrachteten Leistungsbereich mit den verfügbaren Laminaten momentan nicht sinnvoll. Um die prinzipielle Umsetzbarkeit und Funktionalität dieser Integrationsform für den betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverter zu zeigen, wurde ein Prototyp auf der Basis von C-Lam Material aufgebaut, welcher in Abbildung 7.45 dargestellt ist. Bei diesem müssen aufgrund der relativ geringen realisierbaren Kapazität pro Fläche von maximal 9.6nF pro Lage (ELP64-Kern) auf der Primärseite mindestens 12 und auf der Sekundärseite mindestens 40 Lagen C-Lam parallel geschaltet werden, um die im Schaltbild 7.48 angegebenen Werte zu erreichen. Dabei ergibt sich wiederum das oben erläuterte Problem der gleichmäßigen Stromaufteilung zwischen den einzelnen Wicklungen.

Um im Falle großer benötigter Leiterflächen eine möglichst gleichmäßige Stromaufteilung und einen möglichst großen Leiterquerschnitt zu erreichen, ist es am besten, wenn pro Lage nur eine Windung realisiert wird, wie dies beim Aufbau mit keramischen Dielektrika gezeigt wurde. Dabei werden jedoch vergrabene Vias für die Verschaltung der einzelnen Lagen zu einer Wicklung benötigt. Da diese im Falle von C-Lam nur mit erhöhtem Aufwand realisierbar sind und der Prototyp nur dem Machbarkeitsnachweis der elektromagnetischen Integration in Leiterplatten dient, wurden bei diesem Prototypen pro Lage mehrere Windungen realisiert.

Auf eine detaillierte Berechnung der Verluste in diesem Prototypen wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet, da die Verluste in den integrierten Kapazitäten bereits größer sind als die Gesamtverluste der in den vorangegangenen Abschnitten betrachteten Prototypen. Aus den hohen Verluste ergeben sich Probleme bezüglich der Kühlung des Aufbaus. Weiterhin wären die ohmschen Verluste in einem optimaleren Aufbau mit nur einer Windung pro Lage vergleichbar mit den Verlusten für den Prototypen mit keramischen Dielektrikum (siehe Abschnitt 7.3.1).

Aus den Messungen der primärseitigen Impedanz bei offener und kurzgeschlossener Sekundärwicklung (siehe Abb. 7.46 und 7.47) kann das Ersatzschaltbild des Prototypen mit C-Lam Laminat abgeleitet werden. Dieses ist in Abbildung 7.48 dargestellt.



Abbildung 7.46: Betrag und Phase des Prototypen mit C-Lam bei offener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.47: Betrag und Phase des Prototypen mit C-Lam bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung.



Abbildung 7.48: Ersatzschaltbild des Prototypen mit C-Lam.

7.4 Grenzen der Integration

Im Rahmen dieses Kapitels wurden Berechnungs- und Meßergebnisse von verschiedenen Prototypen vorgestellt und diskutiert. Dabei wurden zum einen Aufbauten behandelt, bei welchen nur die Serieninduktivität durch eine Erhöhung der Streuinduktivität im Transformator integriert wird. Zum anderen wurden elektromagnetisch integrierte Prototypen vorgestellt, bei welchen neben der Serieninduktivität auch der Serienund/oder Parallelkondensator in den Wicklungen integriert sind/ist. Die dabei benötigten dielektrischen Schichten wurden mittels keramischer Materialien auf Basis von LTCC-Prozessen, dielektrischer Folien (hier: Kapton) und dielektrischer Laminate, welche für die Integration der Kapazitäten in Leiterplatten verwendet werden, realisiert.

Während der Berechnungen und Experimente hat sich herausgestellt, daß eine elektromagnetische Integration des Resonanzkreises für den betrachteten Leistungs- und Ausgangsstrombereich momentan nicht technisch sinnvoll umsetzbar ist. Der Gründe hierfür sind die zum Teil relativ kleinen Werte der relativen Dielektrizitätskonstante, die hohen (dielektrischen) Verlustfaktoren im Vergleich zu diskreten Bauelementen und die mechanischen Eigenschaften der dielektrischen Materialien. Weiterhin muß für die Integration der Kapazitäten aufgrund der benötigten Flächen und der mechanischen Eigenschaften der Dielektrika der geometrische Aufbau der Wicklungen so verändert werden, daß die ohmschen Verluste in den Wicklungen zum Teil stark ansteigen.

Wird hingegen nur die Serieninduktivität im Transformator integriert, so hat sich im Rahmen der Untersuchungen gezeigt, daß kompakte Aufbauten mit relativ geringen Verlusten möglich sind, d.h. diese Integrationsform ist für hohe Ausgangsströme und -leistungen gut geeignet.

Aufgrund der mit der elektromagnetischen Integration einhergehenden genannten Nachteile, wird diese für die in dem folgenden Kapitel betrachtete Optimierung des Konvertersystems außer Acht gelassen und nur das Konzept der Integration der Serieninduktivität weiterverfolgt.

Kapitel 8

Optimierung des Konvertersystems

Ein wesentliches Ziel der modernen Leistungselektronik ist die Erhöhung der Leistungsdichte und der Effizienz von Konverterschaltungen. Beim Entwurf der Konvertersysteme sind dabei häufig nur die Ein- und Ausgangsgrößen sowie das dynamische Verhalten vorgegeben, womit sich eine Vielzahl von möglichen Varianten ergibt. Die Entscheidung für eine bestimmte Topologie basiert dabei normalerweise auf deutlichen Vorteilen dieser bezüglich des gewünschten Betriebsverhaltens, wie z.B. der untersuchte Serien-Parallel-Resonanzkonverter aufgrund seiner Ausgangskennlinie vorteilhaft zur Erzeugung des Lichtbogens im Bereich der Fügetechnik eingesetzt werden kann. Durch die große Anzahl der zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade, wie z.B. Schaltfrequenz, Übersetzungsverhältnis, Steuerverfahren, Werte der passiven Komponenten im Resonanzkreis oder in einem Filter etc., ist das Ermitteln einer bezüglich eines bestimmten Gütefunktionals optimalen Auslegung, basierend auf Erfahrungswerten und manuell gesteuerten Rechnungen, sehr schwierig und zeitaufwendig. Mit automatisierten Optimierungsroutinen ist hingegen eine zielgerichtete Suche möglich, welche den Entwurfsprozeß stark beschleunigen kann.

Aus diesem Grund wurden in der Literatur verschiedene Verfahren zur Optimierung vorgestellt. Einige davon beschäftigen sich nur mit einer Komponente des Systems - meist dem magnetischen Bauteil - und optimieren dies für einen gegebenen Betriebspunkt, d.h. die äußeren Spannungen und Ströme an den Anschlußpunkten des Bauteils sowie die Betriebsfrequenz sind fest und nur der Aufbau der betrachteten Komponente wird durch eine Optimierungsroutine beeinflußt [173]-[178].

In den beiden Veröffentlichungen [179] und [180] wird die Betrachtung auf das Zusammenspiel von mehreren passiven Komponenten, konkret auf einen elektromagnetisch integrierten Serienschwingkreis inklusive Transformator bzw. einen Tiefpaßfilter, erweitert. Dabei wird allerdings der Freiheitsgrad, die Werte der passiven Komponenten durch die Optimierungsroutine zu verändern, nicht genutzt, so daß es sich auch hier um eine "geometrische" Optimierung einer Komponente handelt.

Die Betrachtung eines gesamten Konvertersystems innerhalb einer Optimierungsprozedur ist z.T. in [181]-[187] zu finden. In der Veröffentlichung [181] wird die Kopplung des Schaltungsimulators SABER mit den Optimierungsroutinen von MATLAB vorgeschlagen, was bei vielen Systemen aufgrund langer Rechenzeiten im Schaltungssimulator (z.B. Einschwingvorgang) zu unverhältnismäßig langen Gesamtrechenzeiten der Optimierungsroutine führt. Um dies zu vermeiden, wurde in [182] ein einfaches Software-Tool mit relativ begrenzten numerischen Möglichkeiten vorgestellt, mit welchem ein System, das durch einen Satz von Gleichungen beschrieben wird, unter einstellbaren Randbedingungen optimiert werden kann. Der gleiche Optimierungsalgorithmus (Lagrange-Multiplikator) wurde in [183] zur Optimierung einer Vollbrückenschaltung mit ZVS verwendet.

Ein weiteres einfaches Programm, welches mittels genetischer Algorithmen die Bauteilwerte einer festgelegte Struktur eines einphasigen PFC-Konverters mit EMV-Filter optimiert, und die damit erzielten Ergebnisse werden in [184, 185] beschrieben.

In [186, 187] werden bidirektionale DC/DC Konverter für automotive Anwendungen auf Basis analytischer Zusammenhänge optimiert. Dort wird auch deutlich, daß selbst mit modernen Rechnern die Optimierung anhand von sehr genauen Modellen (z.B. FEM, Schaltungssimulatoren) zu unbrauchbar langen Rechenzeiten führt.

Stattdessen ist es zielgerichteter mit einer analytischen Beschreibung des Systems, welche das reale Verhalten ausreichend genau beschreibt, einen optimalen Betriebspunkt und optimale Werte für die zu wählenden Komponenten zu ermitteln. Für diese optimalen Werte kann das Systemverhalten dann mittels genauerer numerischer Methoden untersucht und gegebenenfalls angepaßt werden.

Aus diesem Grund wird der Betriebspunkt des betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverters für eine gegebene Last und Eingangsspannung im Rahmen der in diesem Kapitel vorgestellten Optimierungsroutine mit dem analytischen Modell des Konverters und dem Reluktanzmodell des Transformators aus Kapitel 2 berechnet. Mit den ermittelten Strömen und Spannungen können die Verluste in den Wicklungen des Transformators und auf Basis der in diesem Kapitel vorgestellten Gleichungen auch die Verluste in den Halbleitern ermittelt werden.

Auf Basis der berechneten Flüsse im Kern kann mit den Gleichungen der Kernverluste aus Abschnitt 6.5 der Aufbau des integrierten Transformators bezüglich Volumen und Verluste optimiert werden. Dazu wird in diesem Kapitel eine Optimierungsroutine für den Transformator vorgestellt, welche innerhalb der globalen Optimierung des Systems abläuft. Um die mittels der Optimierungsroutine erhaltenen Kerne hinsichtlich der Leistungsdichte einordnen zu können, wird im Anhang B anhand der Volumenkennziffer untersucht, wie die ideale Bauform von Transformatoren ohne HF-Verluste bei vorgegebenem Flächenprodukt ist.

Für die Berechnung des Konvertervolumens wird neben dem Volumen des Transformators auch das Volumen des benötigten Kühlkörpers und das Volumen der Kondensatoren benötigt. Mit den Gleichungen für die Halbleiterverluste, welche in diesem Kapitel erläutert werden, ergibt sich das Volumen des benötigten Kühlkörpers aus den thermischen Widerständen. Die Volumina der Kondensatoren ergeben sich aus der Strombelastung und der Schaltfrequenz und einer auf der Basis von Herstellerdaten neu entwickelten empirischen Gleichung. Damit kann das Gesamtvolumen des Resonanzkonverters bis auf das Volumen der Steuereinheit und der DC-Speisung (Zwischenkreis/Netzgleichrichter), welches relativ unabhängig von den Betriebsparametern (f_S, C_S, C_P, \ldots) ist, mit den genannten Modellen analytisch ermittelt und in einer Optimierungsroutine minimiert werden. Dabei wird die Temperatur des Transformators, welche sich aus dem in diesem Kapitel beschriebenen thermischen Modell für forcierte Kühlung ergibt, und die Kühlkörpertemperatur unterhalb eines vorgebbaren Grenzwertes gehalten.

Für die numerische Lösung des analytischen Konvertermodells aus Kapitel 2 wird ein Startwert benötigt, dessen geschickte Wahl die Berechnung z.T. erheblich beschleunigen kann. Zur Ermittlung eines geeigneten Startwertes wird in diesem Kapitel auch eine Approximation des Betriebspunktes mittels des Ansatzes von Steigerwald [188] vorgestellt.

Alle die genannten Bausteine werden zu einer Optimierungsroutine für den Serien-Parallel-Resonanzkonverter zusammengefügt. Dabei liegt der Fokus auf Transformatoren mit einer integrierten Serieninduktivität und Wicklungen aus Folie. Elektromagnetisch integrierte Strukturen werden nicht betrachtet, da diese für die hohen Leistungen ungeeignet sind (siehe Kapitel 7).

Mit der vorgestellten Optimierungsroutine wird am Ende des Kapitels die Leistungsdichte eines Konvertersystems für Anwendungen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik unter verschiedenen Randbedingungen maximiert. In diesem Zusammenhang werden die mit dem Verfahren erreichbaren Leistungsdichten sowie die entscheidenden Einflußfaktoren diskutiert und die Umsetzung eines optimierten Systems anhand von 3D Konstruktionen präsentiert.

8.1 Approximation des Betriebspunktes mittels Grundschwingungsanalyse nach Steigerwald

Wie eingangs erwähnt, wird der Betriebspunkt des Resonanzkonverters mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse aus Kapitel 2 berechnet. Bei dieser Methode wird ein Satz von drei Gleichungen im Falle einer kontinuierlichen Spannung am Parallelkondensator (CCV) bzw. vier Gleichungen im Falle einer diskontinuierlicher Kondensatorspannung (DCV) numerisch gelöst. Die dafür benötigte Rechenzeit, welche auch von der Wahl eines geeigneten Startpunktes für den numerischen Algorithmus abhängt, beträgt einige 10 Sekunden auf einem zeitgemäßen Rechner (Pentium IV, 3GHz).

Da im Laufe einer Optimierung eine Vielzahl von Betriebspunkten mit Hilfe der erweiterten Grundschwingungsanalyse berechnet werden müssen, ist eine gute Wahl des Startpunktes für die numerische Berechnung der Betriebspunkte wichtig. Der jeweilige Startpunkt wird, wie im folgenden erläutert wird, mit Hilfe der Grundschwingungsanalyse nach Steigerwald und zwei Systemgleichungen ausgewählt, welche analytisch lösbar sind und somit schnell berechnet werden können.

Ein weiterer Grund für die Abschätzung des Betriebspunktes ist, daß

zu Beginn der Berechnung eines neuen Betriebspunktes nicht bekannt ist, ob der Konverter im CCV- oder im DCV-Modus arbeitet, d.h. welcher Gleichungssatz gelöst werden muß. Dies kann mit Gleichung (2.65) und dem geschätzten Betriebspunkt bestimmt werden.

Die Grundschwingungsanalyse nach Steigerwald basiert, wie in Kapitel 2 erläutert, auf der Tatsache, daß die rechteckförmige Eingangsspannung des Resonanzkonverters nach Abbildung 8.1 durch den Resonanzkreis gefiltert wird, so daß die Ströme in den Bauelementen des Resonanzkreises im Falle geringer Ausgangsleistung annähernd sinusförmig sind. Vernachlässigt man die Oberschwingungen in den Strömen und Spannungen, so kann die Eingangsspannung V_{AB} , der rechteckförmige Eingangsstrom des Gleichrichters I_R und die Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} durch die jeweiligen Grundschwingungen ersetzt werden (siehe Abb. 8.2). Der nichtlineare Gleichrichter wird dabei zusammen mit der Last in einem äquivalenten Widerstand R_{Eq} zusammengefaßt, in welchem die gleiche Wirkleistung wie im Gleichrichter mit Last in Wärme umgesetzt wird. Der Wert des Widerstandes ergibt sich dabei aus

$$R_{Eq} = \frac{\pi^2 n^2}{8} \cdot \frac{V_{Out}}{I_{Out}}.$$
 (8.1)

Mit dem Ersatzschaltbild des Konverters kann nun der Betriebspunkt (D und f) unter Berücksichtigung des verwendeten Steuerverfahrens für eine gegebene Last und Eingangsspannung ermittelt werden (weitere



Abbildung 8.1: Schaltbild des modellierten Serien-Parallel-Resonanzkonverters.

Informationen dazu im Kapitel 2). Dazu wird zuerst die Eingangsimpedanz \underline{Z} des Resonanzkreises mit Last durch komplexe Wechselstromrechnung berechnet. Diese ist gleich

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C_S} + j\omega L_S - \frac{j\pi^2 n^2 (V_{Off} + RI_{Out})}{\pi^2 n^2 \omega C_P V_{Off} + \pi^2 n^2 \omega C_P RI_{Out} - 8jI_{Out}}.$$
(8.2)

Die Phase dieser Impedanz \underline{Z} bestimmt unter anderem die Phasenverschiebung zwischen der Grundschwingung der Eingangsspannung $\underline{V}_{AB(1)}$ und der Grundschwingung des Resonanzstromes $\underline{I}_{P,(1)}$. Durch die ZCS-Bedingung eines Zweiges der H-Brücke ist diese Phasenverschiebung unmittelbar mit dem Duty Cycle D des Konverters verknüpft, woraus sich die Gleichung

$$\frac{\pi}{2}(1-D) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z})}{\operatorname{Re}(\underline{Z})}\right).$$
(8.3)

ergibt, welche für jeden Betriebspunkt erfüllt sein muß.

Mit dem Betrag der Impedan
z \underline{Z} kann der Betrag des primärseitigen Resonanzstrome
s $\underline{I}_{P,(1)}$

$$\left|\underline{I}_{P,(1)}\right| = \frac{4}{\pi} \cdot V_{IN} \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cdot (1-D))}{|\underline{Z}|}$$
(8.4)



Abbildung 8.2: Ersatzschaltbild des Resonanzkonverters für die Grundschwingungsanalyse.

und damit die Spannung über dem äquivalenten Widerstand ${\cal R}_{Eq}$ näherungsweise durch

$$V_{R_{Eq}} = \underline{I}_{P,(1)} R_{eq} = \frac{\pi^2}{8} n^2 \frac{V_{Off} + RI_{Out}}{I_{Out}} \ \underline{I}_{P,(1)}$$
(8.5)

berechnet werden. Dabei wurde die Ausgangsspannung, welche eigentlich gleich $\underline{I}_{P,(1)} \cdot (R_{eq} || C_P)$ ist, durch den Ausdruck $\underline{I}_{P,(1)}R_{eq}$ approximiert, da sonst die Gleichungen nicht analytisch gelöst werden können. Diese Näherung ist für die hier benötigte Abschätzung des Betriebspunktes hinreichend genau.

Die berechnete Spannung über dem äquivalenten Lastwiderstand muß nun gleich der auf die Primärseite transformierten realen Lastspannung sein, woraus die zweite benötigte Gleichung folgt.

$$V_{Off} + R \cdot I_{Out} = \frac{\pi^2}{8} n^2 \frac{V_{Off} + RI_{Out}}{I_{Out}} \ \underline{I}_{P,(1)}$$
(8.6)

Um die analytischen Zusammenhänge für die Frequenz f und den Duty Cycle D zu erhalten, löst man zuerst die Gleichung (8.3) nach $D = f(C_S, C_P, L_S, R, V_{Off}, I_{Out}, n, \omega)$ auf und setzt die Lösung für D in Gleichung (8.6) ein. Diese kann dann nach der gesuchten Frequenz $f = f(C_S, C_P, L_S, R, V_{Off}, I_{Out}, V_{IN}, n)$ aufgelöst werden. Die daraus resultierenden analytischen Zusammenhänge sind zu umfangreich, um diese hier wiederzugeben.

Bemerkung: Um die Optimierungsroutine weiter zu beschleunigen, könnte man in einer ersten Näherung die Betriebspunkte nur mit dem oben gezeigten analytischen Zusammenhang berechnen und den Parameterbereich, welcher das Optimum beinhaltet, näherungsweise bestimmen. In dem eingegrenzten, verkleinerten Suchraum könnte dann das Optimum mit Hilfe der erweiterten Grundschwingungsanalyse genauer bestimmt werden. Dieser Ansatz wird an dieser Stelle nicht weiter verfolgt, da neben dem Optimum selbst auch der Verlauf des Gütefunktionals von Interesse ist, um die Sensitivität des Optimums bezüglich Parameterschwankungen abschätzen zu können.

8.1.1 Bereich der Betriebsfrequenz zwischen Minimal- und Nennlast

Bei einer Optimierung des Konvertervolumens bzw. des Wirkungsgrades auf Basis der Betriebsbedingungen bei Nennlast werden die Betriebsbedingungen bei kleinem/minimalem Laststrom bei der Berechnung des optimalen Parametersatzes nicht berücksichtigt. Da bei dem verwendeten Steuerverfahren die Schaltfrequenz mit sinkender Last ansteigt, ist es somit möglich, daß sich als Ergebnis der Optimierung Werte für den Resonanzkreis ergeben, welche zu einer sehr großen Variation der Schaltfrequenz zwischen Nennlast und Minimallast führen. Dieses Verhältnis zwischen maximaler und minimaler Betriebsfrequenz sollte jedoch nicht zu groß sein, da die Anforderungen an die Regelung, Steuerelektronik, Ansteuerung sowie an die Leistungshalbleiter mit steigender Schaltfrequenz zunehmen und diese bei einer im Verhältnis zur Maximalfrequenz kleinen Schaltfrequenz bei Nennlast nicht optimal ausgenutzt werden können bzw. überdimensioniert sind.

Um dies zu vermeiden, muß bei der Optimierung das Frequenzverhältnis zwischen Minimal- und Nennlastfrequenz als Randbedingung (Constraint) berücksichtigt werden. Dabei ist es ungünstig, wenn der Arbeitspunkt bei minimaler Last ebenfalls mittels der erweiterten Grundschwingungsanalyse berechnet werden muß, da dies relativ rechenintensiv ist. Stattdessen wird der Frequenzbereich zwischen Minimal- und bei Nennlast mittels Näherungsrechnungen abgeschätzt.

Wie im Kapitel 2 erläutert, wird der Konverter aufgrund der vorteilhaften Betriebsbedingungen immer oberhalb der Resonanzfrequenz betrieben. Die Resonanzfrequenz ist dabei von der Last/Laststrom abhängig, da diese den Parallelkondensator über den Gleichrichter kurzschließen kann (DCV) bzw. den Resonanzkreis dämpft und die benötigte Ausgangsspannung mit sinkendem Laststrom abnimmt.

Eine untere Grenze für die Eigenfrequenz des Resonanzkreises und damit für den Betrieb bei Nennlast kann mit dem nicht möglichen Betriebsfall, daß der Parallelkondensator während des gesamten Zyklus kurzgeschlossen ist, abgeschätzt werden. In diesem wird die Resonanzfrequenz nur durch den Serienschwingkreis, bestehend aus L_S und C_S , bestimmt. Somit ergibt sich als untere Grenze für den Frequenzbereich näherungsweise

$$f_{min} > \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}}.\tag{8.7}$$

Die obere Grenze für den Frequenzbereich kann mittels der Grundschwingungsanalyse und folgender Näherung berechnet werden. Bei dieser ist die berechnete Frequenz auf jeden Fall größer als die tatsächliche, da im Rahmen der Näherung die dämpfende Wirkung der Last vernachlässigt und nur das Übertragungsverhalten des idealen Schwingkreises berücksichtigt wird.

Mit der Impedanz des Resonanzkreises ohne Last

$$Z_{res} = j \omega L_S + \frac{1}{j \omega C_S} + \frac{1}{j \omega C_{P,p}}$$
(8.8)

kann der Strom im Resonanzkreis mit

$$I_P = \frac{4}{\pi Z_{res}} V_{IN} \cos\left(\frac{\pi}{2}(1-D)\right)$$
(8.9)

berechnet werden. Dabei ist $C_{P,p}$ der auf die primärseite transformierte Wert des Parallelkondensators ($C_{P,p} = C_P (2N_2)^2 / N_1^2$ – Transformator mit Mittelpunktanzapfung). Mit dem ermittelten Resonanzstrom kann die Ausgangsspannung des Resonanzkreises über

$$V_{Out} = \frac{N_2}{N_1} I_P \frac{1}{j \,\omega C_P} 2\pi \tag{8.10}$$

näherungsweise ermittelt werden, wobei diese mit dem Übersetzungsverhältnis des Transformators multipiziert werden muß, um die sekundärseitige Spannung zu erhalten. Die sekundärseitige Spannung V_{Out} muss gleich der Spannung sein, welche über der Last bei minimalem Laststrom $I_{L,min}$ abfällt.

$$\Rightarrow V_{Out} = V_{Off} + RI_{L,min} = \frac{N_2}{N_1} I_P \frac{1}{j \,\omega C_P} 2\pi \qquad (8.11)$$

Löst man diese Gleichung nach der Frequenz auf, so erhält man für die maximale Arbeitsfrequenz

$$\begin{aligned} f_{max} &= \\ \frac{\left(8 \, V_{IN} \, C_S \, \cos\left(\frac{\pi (D-1)}{2}\right) + \frac{N_1}{N_2} \pi^2 (C_S + C_P) (V_{Off} + RI_{L,min})\right)^{1/2}}{2\pi^2 \sqrt{L_S \, C_S \, C_P \frac{N_1}{N_2} (V_{Off} + RI_{L,min})}} \end{aligned}$$

und damit für das Frequenzverhältnis

$$\frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{\left(8V_{IN}\cos\left(\frac{\pi(D-1)}{2}\right) + \frac{N_1}{N_2}\pi^2(1+k)(V_{Off} + RI_{L,min})\right)^{1/2}}{\pi\sqrt{k\frac{N_1}{N_2}(V_{Off} + RI_{L,min})}}, \quad (8.12)$$

wobei die primärseitige Parallelkapazität durch $C_{P,p} = k \cdot C_S$ ersetzt wurde. Das Verhältnis der Frequenzen ist unabhängig von den Bauelementewerten des Resonanzkreises und wird nur durch die Ein- und Ausgangsgrößen, das Übersetzungsverhältnis sowie dem Verhältnis der beiden Kapazitäten k bestimmt. In Abbildung 8.3 ist der Verlauf des Frequenzverhältnisses als Funktion des Kapazitätsverhältnisses $C_{P,p}/C_S$ für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse des Transformators dargestellt (Betriebsparameter siehe Tabelle 8.6).

Für die am Ende dieses Kapitels vorgestellten Optimierungsergebnisse wurde – wenn nichts Gegenteiliges erwähnt wird – eine obere Grenze des Frequenzverhältnisses von 3 als Randbedingung gewählt, womit sich erfahrungsgemäß technisch sinnvolle Bereiche für die Schaltfrequenz er-



Abbildung 8.3: Verhältnis der maximalen (minimale Last) zur minimalen (Nennlast) Schaltfrequenz als Funktion des Kapazitätsverhältnis $C_{P,p}/C_S$ für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse $N_1/N_2 = 5$ & 9 des Transformators.

geben.

Bei relativ großen Bereichen für die Schaltfrequenz, d.h. kleinen Werten des Kapazitätsverhältnisses C_P/C_S , kann es vorkommen, daß die Ströme im Resonanzkreis stark von der Sinusform abweichen und der Konverter instabil wird. Die Detektion dieser Instabilitäten bzw. die Berechnung des Grenzwertes für das Verhältnis C_P/C_S werden in Abschnitt 2.4.2 beschrieben.

8.2 Volumen der Kondensatoren

Um das Volumen des Resonanzkonverters berechnen zu können, benötigt man neben dem Transformator- und dem Kühlkörpervolumen auch das Volumen der Kondensatoren im Resonanzkreis in Abhängigkeit von den berechneten Betriebsparametern. Die bestimmenden Parameter sind dabei die Spannung über bzw. der Strom durch den Kondensator, der Kapazitätswert und die Betriebsfrequenz.

Aufgrund der hohen Ströme und Frequenzen in kompakten Resonanzkonvertern höherer Leistung können nur Wechselspannungskondensatoren mit niedrigem Verlustfaktor sinnvoll eingesetzt werden. Neben den Folienkondensatoren (z.B. MKP, MFP, MKT etc.) kommen somit nur verlustarme Keramikkondensatoren (COG und NP0) als Resonanzelemente in Frage. Die zulässige RMS-Wechselspannung über dem Kondensator ist dabei normalerweise in Abhängigkeit der Frequenz, wie in Abbildung 8.4 dargestellt ist, begrenzt. Im unteren Bereich der Frequenz (A) ergibt sich die Obergrenze durch die Spannungsfestigkeit des Materials. Steigt die Frequenz über den Wert f_1 an, so begrenzt die zulässige Verlustleistung den Strom durch und damit auch die Spannung über den Kondensator (B). Dabei nimmt die zulässige Spannung ungefähr proportional zu $1/f^{3/4}$ ab. Dies ist der Frequenzbereich, in welchem Resonanzkondensatoren normalerweise betrieben werden und auf welchen sich die folgenden Untersuchungen beschränken. Bei noch höheren Frequenzen $f > f_2$ limitiert der Skin-Effekt in den Anschlüssen des Kondensators den Strom und die zulässige Spannung sind proportional zur Frequenz (I=const.).

Im folgenden wird, basierend auf den technischen Informationen der Firma Epcos [189], zuerst aus der zulässigen Verlustleistung der Verlauf der zulässigen AC Spannung in Abhängigkeit der Frequenz berechnet (Bereich B). Mit diesem Zusammenhang wird dann die Gleichung für die benötigte Kühloberfläche bei gegebener Spannung und Frequenz und daraus eine Gleichung für das Volumen des Kondensators hergeleitet. Die dabei verwendeten numerischen Koeffizienten werden für eine bestimmte Kondensatorenbaureihe mit einem Dielektrikum aus Polypropylene bestimmt, da diese sehr kompakt ist und vom Hersteller genügend Daten verfügbar waren, um die numerischen Koeffizienten zu ermitteln.

Die Verlustleistung in einem Kondensator mit der Kapazität C ergibt sich mit dem Verlustfaktor tan δ des Dielektrikums aus der Gleichung

$$P_V = \omega \, C V_{RMS}^2 \tan \delta. \tag{8.13}$$

Der frequenzabhängige Verlustfaktor $\tan \delta = \tan \delta_D + \tan \delta_S + \tan \delta_P$ setzt sich dabei aus drei relevanten Anteilen zusammen. Dies sind zum einen die dielektrischen Verluste, welche im Dielektrikum durch das Umladen entstehen und mittels dem relativ konstanten Verlustfaktor $\tan \delta_D$ beschrieben werden. Daneben gibt es noch die ohmschen Verluste, die anhand des durch den Skin-Effekt frequenzabhängigen $\tan \delta_S$ (ungefähr proportional zu \sqrt{f}) berechnet werden. Mit $\tan \delta_P$ werden letztlich die Verluste beschrieben, welche durch den endlichen Widerstand des Dielektrikums entstehen und häufig vernachlässigt werden können.



Abbildung 8.4: Maximal erlaubte Wechselspannung über einem Folienkondensator in Abhängigkeit der Frequenz. A: Spannung ist durch Spannungsfestigkeit des Dielektrikums begrenzt. B: Limitierung durch die maximal abgebbare Verlustleistung. C: Der maximale Strom in den Anschlüssen begrenzt die zulässige AC-Spannung.

Um ein Überhitzen des Kondensators zu vermeiden, muß die im Mittel entstehende Verlustleistung kleiner oder gleich der abgegebenen thermischen Leistung sein, welche sich aus

$$P_A = \alpha (A\Delta T + K_0 \Delta T) \tag{8.14}$$

mit

$\alpha = W$ ärmeübergangszahl des Kondensators

ergibt. Dabei beschreibt der erste Term die Wärme, die über die Oberfläche A abgeführt wird, und der zweite Term, welcher unabhängig von der Fläche ist, unter anderem die Wärme, welche über die Anschlußdrähte abgeführt wird. Der thermische Widerstand ergibt sich damit zu $R_{th} = \Delta T/P_A$.

Die maximale Temperaturerhöhung an der Oberfläche für Kondensatoren mit PP-Dielektrikum¹ darf dabei maximal 10°C und für Kondensatoren mit PEN- bzw. PET-Dielektrikum² maximal 15°C nicht überschreiten, um die Lebensdauer des Kondensators nicht zu reduzieren. Aus dieser Bedingung kann im thermischen Equilibrium die maximal erlaubte RMS-Spannung über dem Kondensator mit

$$P_V = P_A$$

$$\Rightarrow V_{RMS} \le \sqrt{\frac{A + K_0}{C}} \sqrt{\frac{\alpha \Delta T}{\omega \tan \delta}}$$
(8.15)

$$\Rightarrow V_{RMS} \sim \frac{1}{f^{3/4}} \tag{8.16}$$

bestimmt werden. In den Datenblättern der verschiedenen Kondensatorhersteller ist leider keinerlei bzw. nur sehr wenig Information über die thermischen Widerstände bzw. die Wärmeübergangszahl α bzw. die Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors tan δ enthalten. In diesen ist jedoch die Abhängigkeit der zulässigen RMS-Spannung von der Betriebsfrequenz für bestimmte Serien von Folienkondensatoren gegeben. Deshalb wird die zulässige RMS-Spannung mittels der Gleichung

$$V_{RMS,max} = \sqrt{\frac{A+K_0}{C}} \left[K_1 \frac{1}{f^{K_2}} \right]$$
(8.17)

¹PP: Polypropylene

²PEN: Polyethylene Naphthalate, PET: Polyethylene Terephthalate

berechnet, wobei die Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 anhand der in den Datenblättern gegebenen Kurven $V_{RMS}(f)$ bestimmt werden. Dabei sind die ermittelten Werte immer nur für die betrachtete Serie gültig, da der innere Aufbau der Kondensatoren sehr variieren kann. Dies gilt auch für Kondensatoren der gleichen Serie (z.B. B32672 von Epcos) mit unterschiedlichen Spannungsfestigkeiten bzw. Rastermaßen.

Wurden die Koeffizienten für einen Kondensatortyp bestimmt, so kann man die Gleichung nach der Oberfläche des Kondensators auflösen, woraus die Gleichung

$$A = \left(V_{RMS} \sqrt{C} \left[K_1 \frac{1}{f^{K_2}} \right]^{-1} \right)^2 - K_0 \tag{8.18}$$

folgt. Mit dieser kann dann für eine beliebige Spannung über dem Kondensator und eine beliebige Frequenz, welche aus dem analytischen Modell des Konverters aus Kapitel 2 resultieren, die Oberfläche berechnet werden, welche für die Kühlung des Kondensators benötigt wird. Nimmt man an, daß die Abmessungen des Kondensators abhängig von der Oberfläche A in allen drei Dimensionen gleichmäßig skalieren, so



Abbildung 8.5: Maximal erlaubte Wechselspannung für die Kondensatoren mit 6.2nF, 12nF und 33nF der Baureihe B32672 / 600VAC / 1600VDC .

kann das Volumen des Kondensators mit

$$l = l_0 \sqrt{\frac{A}{A_0}} \qquad b = b_0 \sqrt{\frac{A}{A_0}} \qquad w = w_0 \sqrt{\frac{A}{A_0}}$$
$$V = lbh \qquad \Rightarrow \qquad V = V_0 \left(\frac{A}{A_0}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (8.19)$$

aus der Oberfläche berechnet werden. Dabei bezeichnen V_0 und A_0 das Volumen bzw. die Oberfläche eines wählbaren Referenzkondensators aus der betrachteten Serie.

In Abbildung 8.5 sind die Kurven $V_{RMS}(f)$ für den metallisierten Polypropylen Kondensator (MKP) der Serie B32672 600VAC/1600VDC von Epcos dargestellt. Diese Serie ist sehr gut als Serien- oder Parallelkondensator in Resonanzkonvertern mit Schaltfrequenzen im Bereich von einigen 100kHz geeignet und hat im Vergleich zu den anderen am Markt erhältlichen Kondensatoren ein sehr kleines Volumen. Aus diesem Grund werden im folgenden die Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 für diese Kondensatorserie bestimmt, wobei das erläuterte Vorgehen allgemein gültig ist.

In Tabelle 8.1 sind einige Werte der verfügbaren Kapazitätswerte der Baureihe B32672 / 600VAC / 1600VDC mit den Abmessungen und den

Kapazität	Abmessung	Oberfläche	Volumen	
[nF]	[mm]	$[\mathrm{mm}^2]$	$[\mathrm{mm}^3]$	
6.2	$5.0 \ge 10.5 \ge 18.0$	573	945	
6.8	$5.0 \ge 10.5 \ge 18.0$	573	945	
8.2	6.0 x 11.0 x 18.0	636	1188	
10	6.0 x 11.0 x 18.0	636	1188	
12	6.0 x 12.0 x 18.0	684	1296	
15	$7.0 \ge 12.5 \ge 18.0$	751	1575	
22	8.5 x 14.5 x 18.0	921.5	2218.5	
33	9.0 x 17.5 x 18.0	1269	2835	

Tabelle 8.1: Verfügbare Kondensatoren der Reihe B32672 / 600VAC / 1600 VDC der Firma Epcos

daraus resultierenden Oberflächen und Volumina gegeben. Betrachtet man die Kapazitätswerte und die Abmessungen der Kondensatoren, so erkennt man, daß das verfügbare Volumen nicht bei allen Kondensatoren maximal ausgeschöpft wird (z.B. 6.2nF / 8.2nF), da es in derselben Baugröße auch Kondensatoren mit einem höheren Kapazitätswert gibt. Um ein möglichst gutes Abbild der technischen Grenzen zu bekommen, sollten für die Ermittlung der Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 – wenn möglich – nur Kapazitätswerte verwendet werden, welche maximale Packungsdichte aufweisen. Im gegebenen Fall ist dies leider nicht vollständig möglich (bei Ausnutzung aller Daten), da die Kurven für die maximal erlaubte Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz in Abbildung 8.5 nur für die Werte 6.2nF, 12nF und 33nF gegeben sind.

Mit den Daten aus Tabelle 8.1 und den Kurven in Abbildung 8.5 kann ein Gleichungssystem in der Form

$$\begin{split} G_{1}: & 0 = -A_{1} + \left(V_{RMS}[1]\sqrt{C[1]} \left[K_{1} \frac{1}{f[1]^{K_{2}}} \right]^{-1} \right)^{2} - K_{0} \\ G_{2}: & 0 = -A_{1} + \left(V_{RMS}[2]\sqrt{C[1]} \left[K_{1} \frac{1}{f[2]^{K_{2}}} \right]^{-1} \right)^{2} - K_{0} \\ & \vdots \\ G_{\nu}: & 0 = -A_{2} + \left(V_{RMS}[\nu]\sqrt{C[2]} \left[K_{1} \frac{1}{f[\nu]^{K_{2}}} \right]^{-1} \right)^{2} - K_{0} \\ G_{\nu+1}: & 0 = -A_{2} + \left(V_{RMS}[\nu+1]\sqrt{C[2]} \left[K_{1} \frac{1}{f[\nu+1]^{K_{2}}} \right]^{-1} \right)^{2} - K_{0} \\ & \vdots \\ G_{\mu}: & 0 = -A_{3} + \left(V_{RMS}[\mu]\sqrt{C[3]} \left[K_{1} \frac{1}{f[\mu]^{K_{2}}} \right]^{-1} \right)^{2} - K_{0} \\ & \vdots \\ \end{split}$$

für den relevanten Frequenzbereich $f_1 < f < f_2$ aufgestellt werden. Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate können im nächsten Schritt die Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 bestimmt werden. Im betrachteten Fall ergeben sich diese näherungsweise zu

$$K_0 = 3.49837E - 4$$

$$K_1 = 3819.0336$$

$$K_2 = 7.17316E - 1.$$

(8.20)

Wird mit diesen Koeffizienten die Fläche und das Volumen der Kondensatoren, für welche eine Kennlinie $V_{RMS}(f)$ gegeben ist, für einige Punkte berechnet, so erhält man als Ergebnis die Zahlen in Tabelle 8.2. Dort ist auch der Fehler zu sehen, welcher bei allen Rechnungen nie größer als ca. $\pm 15\%$ ist.

Erweitert man diese Betrachtung auf Kapazitätswerte, welche bei der Bestimmung der Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 nicht berücksichtigt wurden, so bestätigen sich die guten Ergebnisse des Näherungsverfahrens. Einige berechnete Punkte für diese Kondensatoren sind in Tabelle 8.3 gegeben.

Wie sich anhand verschiedener Testrechnungen zeigt, liegt die Genauigkeit der Volumenberechnung der Kondensatoren im Bereich von ca. $\pm 20\%$, womit das beschriebene Verfahren gut innerhalb der Optimierungsroutine verwendet werden kann.

C	V_{RMS}	f	App. A	App. V	Fehler
[nF]	[V]	[kHz]	$[\mathrm{mm}^2]$	$[\mathrm{mm}^3]$	[%]
6.2	533	60	549.1	514.7	4.9
6.2	381	100	381.1	569.5	-10.7
6.2	169	300	173.8	525.0	2.0
6.2	121	500	120.7	583.4	-14.8
6.2	72.7	1000	73.5	560.8	-8.2
12	133	300	132.3	698.8	-9.7
33	94.5	300	94.8	1106	0.13

Tabelle 8.2: Kapazitätswerte mit den dazugehörigen maximalen Spannungen bei den angegebenen Frequenzen, welche für die Approximation der Koeffizienten verwendet wurden. Mit den approximierten Koeffizienten berechnete Fläche und Volumen, sowie der Fehler bei der Volumenberechnung.

C	Größe	A	V.	App. A	App. V	Fehler
[nF]	[mm]	$[\mathrm{mm}^2]$	$[\mathrm{mm}^3]$	$[\mathrm{mm}^2]$	$[mm^3]$	[%]
1.2	4 x 9 x 13	358	468	354.3	513.5	-9.7
2.2	$5 \ge 11 \ge 13$	461	715	457.8	753.8	-5.4
4.1	6 x 12 x 13	534	936	531.0	941.9	-0.6
15	7x12.5x18	751	1575	748.9	1577.3	-0.15
22	8.5x14.5x18	921.5	2218.5	927.4	2173.8	2.0

Tabelle 8.3: Kapazitätswerte mit den Abmessungen und realen Flächen und Volumina sowie den mit den approximierten Koeffizienten berechneten Flächen und Volumina. Diese Daten wurden nicht zur Bestimmung der Koeffizienten K_0 , K_1 und K_2 benutzt. In der letzten Spalte ist der Fehler bei der Berechnung des Volumens gegeben. Bei den Rechnungen wurde eine Frequenz von 100kHz angenommen.

8.3 Verluste in den Halbleitern / Volumen Kühlkörper

Neben den passiven Komponenten benötigen vor allem die Leistungshalbleiter zusammen mit dem Kühlsystem einen erheblichen Teil des Konvertervolumens. Die Größe des benötigten Kühlkörpers ergibt sich dabei aus den Durchlaß- und Schaltverlusten in den Halbleiterbauelementen, der maximalen Umgebungstemperatur und der zulässigen Sperrschichttemperatur. Weiterhin beeinflussen die thermischen Übergangswiderstände durch die entstehenden Temperaturabfälle das Volumen des Kühlkörpers.

Im folgenden werden deshalb zuerst die Gleichungen für die Durchlaßund die Schaltverluste in den Halbleitern ermittelt. Dabei wird auch die Leistung, welche für die Ansteuerung der Leistungsschalter benötigt wird, berücksichtigt. Diese wirkt sich kaum auf die Größe des Kühlkörpers aus, spielt jedoch bei der Berechnung des Wirkungsgrades für hohe Schaltfrequenzen eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Mit diesen Gleichungen wird dann das Volumen des Kühlsystems (Lüfter plus Kühlkörper) berechnet, welches für das Einhalten der maximalen Sperrschichttemperatur notwendig ist.

8.3.1 Durchlaßverluste

Bei der Berechnung des Betriebspunktes mit dem analytischen Modell des Resonanzkonverters (Kap. 2) werden auch die Ströme und Spannungen im Leistungsteil des Konverters und der Duty Cycle ermittelt. Damit sind die Amplituden der Ströme in den Schaltern und Dioden sowie die Schaltzeitpunkte bekannt (siehe Abb. 8.6) und die Durchlaßverluste in den Halbleitern können berechnet werden.

Aufgrund der hohen Schaltfrequenzen wird im folgenden angenommen, daß die Schalter durch Leistungs-MOSFETs realisiert werden. Diese können im durchgeschalteten Zustand mittels eines Widerstandes – dem Durchlasswiderstand R_{DSon} – modelliert werden, welcher stark temperaturabhängig ist. Somit wird für die Berechnung der Durchlaßverluste der RMS-Wert des Stromes benötigt. Mit den Leitdauern aus Abbildung 8.6 und der Annahme, daß der Resonanzstrom I_P im Konverter näherungsweise sinusförmig ist, können die RMS-Werte durch die Gleichungen

$$I_{RMS,T_{11/21}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T/2} \left(I_{P} \sin(\omega t) \right)^{2} \mathrm{d}t}$$



Abbildung 8.6: (a) Schaltbild eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters und (b) Verlauf der Spannung V_{AB} und des Stromes I_P mit den dazugehörigen leitenden Halbleiterbauelementen.

$$=\frac{1}{2}I_P\tag{8.21}$$

$$I_{RMS,T_{12/22}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{DT/2} (I_P \sin(\omega t))^2 dt}$$
$$= \frac{1}{2} I_P \sqrt{D - \frac{\sin(D\pi)\cos(D\pi)}{\pi}}$$
(8.22)

berechnet werden.

Nimmt man näherungsweise an, daß der Spannungsabfall über den Dioden im leitenden Zustand konstant ist, so können die Verluste mit dem Mittelwert des Stromes durch die Dioden berechnet werden. Der Mittelwerte ergibt sich dabei aus

$$I_{AVG,D_{12/22}} = \frac{1}{T} \int_{DT/2}^{T/2} I_P \sin(\omega t) dt$$

= $\frac{1}{2} I_P \frac{1 + \cos D\pi}{\pi}.$ (8.23)

Da die zu optimierenden Resonanzkonverter als Stromquellen im Bereich der Lichtbogen-Fügetechnik eingesetzt werden sollen, d.h. die Ausgangsströme sehr hoch sind, wird bei der Berechnung der Verluste im Gleichrichter davon ausgegangen, daß es sich um ein Mittelpunktgleichrichter handelt. Auf Basis der Erläuterungen in Abschnitt 2.4.3 ergibt sich somit der zeitliche Verlauf des Stromes in einer Gleichrichterdiode aus

$$I_R(t) = \begin{cases} I_S \sin \omega t + \frac{1}{2} I_{Out} & \text{für} \quad \alpha \le \omega t < \beta \\ I_{Out} & \text{für} \quad \beta \le \omega t < \alpha + \pi \\ I_S \sin \omega t + \frac{1}{2} I_{Out} & \text{für} \quad \alpha + \pi \le \omega t < \beta + \pi \\ 0 & \text{für} \quad \beta + \pi \le \omega t < \alpha + 2\pi \end{cases}$$
(8.24)

und damit der Mittelwert des Stromes aus

$$I_{AVG,D_R} = \frac{1}{T} \left(\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\alpha+\beta}{\omega}} \frac{I_{Out}}{2} + I_P \sin(\omega t) dt + I_{Out} \left(\frac{\alpha+\pi}{\omega} - \frac{\alpha+\beta}{\omega} \right) + \int_{\frac{\alpha+\pi}{\omega}}^{\frac{\alpha+\beta+\pi}{\omega}} \frac{I_{Out}}{2} + I_P \sin(\omega t) dt \right)$$
$$= \frac{1}{2} I_{Out}. \qquad (8.25)$$

Mit den oben ermittelten Gleichungen für die RMS- und Mittelwerte der Ströme in den Leistungshalbleitern können die Verluste mit den Gleichungen

$$P_{V_D,T_{11/21}} = R_{DSon} \cdot I_{RMS,T_{11/21}}$$

$$P_{V_D,T_{12/22}} = R_{DSon} \cdot I_{RMS,T_{12/22}}$$

$$P_{V_D,D_{12/22}} = V_{SD} \cdot I_{AVG,D_{12/22}}$$

$$P_{V_D,D_R} = V_F \cdot I_{AVG,D_R}$$
(8.26)

berechnet werden. Um die Gesamtverluste zu erhalten, müssen die einzelnen Verlustanteile mit der entsprechenden Anzahl der damit beschriebenen Komponenten multipliziert und anschließend alle Anteile summiert werden.

$$P_{V_D,Ges} = 2P_{V_D,T_{11/21}} + 2P_{V_D,T_{12/22}} + 2P_{V_D,D_{12/22}} + 2P_{V_D,D_R} \quad (8.27)$$

Die Verlustleistung $P_{V_D,Ges}$ muß dabei zusammen mit den Schaltverlusten $P_{V_S,Ges}$ und den Treiberverlusten $P_{V,Gate}$ vom verwendeten Kühlsystem abgeführt werden, woraus sich die Größe des Kühlsystems bestimmt, wie unten noch gezeigt wird.

8.3.2 Schaltverluste

Zur Berechnung der Schaltverluste werden die Strom- und Spannungsverläufe während des Schaltens benötigt. Der ideale Verlauf dieser ist unter anderem im Abschnitt 2.1 und in Abbildung 8.6 dargestellt. Diesem kann man entnehmen, daß Zweig 2 unter ZVS- und Zweig 1 unter ZCS-Bedingungen schaltet. Wie in Abschnitt 2.1 bereits erläutert, wird der ZCS-Zweig jedoch immer kurz vor dem Nulldurchgang umgeschaltet, damit ein hartes Abkommutieren der antiparallelen Dioden und die damit verbundenen hohen Verluste vermieden werden. Damit schaltet auch Zweig 1 unter ZVS-Bedingungen, wenn auch bei relativ kleinen Stromamplituden.

Unter idealen Bedingungen, d.h. wenn die Kapazität C_{ds} die Spannung über dem MOSFET während des gesamten Abschaltvorganges auf sehr kleine Werte (einige Volt) begrenzt, können die Abschaltverluste näherungsweise vernachlässigt werden. Diese Bedingungen sind nur bis zu einer bestimmten Stromamplitude gegeben. Bei höheren abgeschalteten Stromamplituden ist der Strom, welcher die Kapazität C_{ds} während des Abschaltvorganges lädt, so groß, daß die Spannung über dem MOS-FET bereits während des Abschaltens merklich ansteigt. Über die dabei entstehenden Verluste sind keine näheren Informationen in der Literatur zu finden.

Aus diesem Grund wurden die Verluste, welche während des Abschaltens entstehen, durch Messungen an einem Aufbau nach Abbildung 8.7 mit APT50M75LFLL MOSFETs der Firma Advanced Power Technology [190] bestimmt. Diese MOSFETs sind neben den CoolMOSTM der Firma Infineon am besten für die Applikation des Resonanzkonverters als Stromquelle mit hohem Ausgangsstrom (140A) zum Erzeugen des Lichtbogens geeignet.

Wie im Schaltbild des Meßaufbaus dargestellt, werden während des Abschaltens der Drain- I_D und der Sourcestrom I_S sowie die Spannung über dem Bauteil V_{DS} erfaßt. Mit diesen Größen kann die Energie berechnet werden, welche von außen in das Bauteil hineinfließt und z.T. in Wärme umgesetzt wird. Dabei muß beachtet werden, daß während des Abschaltvorganges auch Energie in den parasitären Kapazitäten des MOSFETs gespeichert wird. Diese Energie wird von der Lastinduktivität geliefert. Gleichzeitig wird durch das Umschalten der Gatespannung von $V_1 = +11V$ auf $-V_2 = -5V$ den parasitären Kapazitäten Energie über das Gate entnommen. Diese Energie wird zum Teil auch von der Last geliefert und wird im Gatewiderstand und im Treiberbaustein in Wärme umgesetzt.

Da es mit begrenztem Meßaufwand nicht möglich ist, nur die Energie



Abbildung 8.7: Schaltbild des Meßaufbaus.



Abbildung 8.8: Zeitlicher Verlauf der Gatespannung V_{GS} , der Drainsource-Spannung V_{DS} sowie des Gatestromes I_G , des Drainstromes I_D und des Sourcestromes I_S während des Abschaltens eines Laststromes von 2.5A.

MOSFET: APT50M75LFLL / Zwischenkreisspannung $V_{IN} = 315V$.

zu messen, welche während des Abschaltens in Wärme umgesetzt wird, wird in einem ersten Schritt die Energie bestimmt, welche während des Abschaltens in den parasitären Kapazitäten gespeichert wird. Dazu wird der Abschaltvorgang eines relativ kleinen Laststromes (2.5A) betrachtet, bei welchem näherungsweise keine ohmschen Verluste entstehen.

Die zeitlichen Verläufe der einzelnen Größen sind in Abbildung 8.8 gegeben. Der Gatestrom wurde dabei, basierend auf der Annahme, daß relevante Ströme nur durch die Anschlußklemmen fließen, berechnet. Diese Annahme ist dadurch gerechtfertigt, daß der verwendete Kühler elektrisch nicht mit dem Rest der Schaltung verbunden ist. Der Abschaltvorgang nach Abbildung 8.8 kann dabei in die folgenden fünf Phasen unterteilt werden. In Abbildung 8.10 ist das dazugehörige Ersatzschaltbild mit den Hauptstrompfaden gegeben.

- 1. Von der Steuerung kommt das Signal zum Ausschalten des MOS-FETs. Nach einer kurzen Verzögerungszeit fällt die Spannung am Ausgang des Treibers V_{gT} von $+V_1$ auf $-V_2$. Die Fallzeit der Spannung ist dabei sehr kurz im Vergleich zum restlichen Schaltvorgang.
- 2. Die Spannung am Gate V_{GS} fällt steil ab, während der Gatestrom I_G stark zunimmt. Da der Laststrom näherungsweise konstant ist, sinkt der gemessene Source-Strom I_S um den Betrag des Gatestromes ab und bildet ein Plateau auf der Höhe $I_D I_G$, d.h. Laststrom minus Gatestrom. Durch das hohe di/dt wird im Gatekreis eine Spannung induziert, welche zu einer kleinen Schwingung führt.
- 3. Die Spannung am Gate erreicht den Wert, welcher zum Führen des Laststromes notwendig ist. Bis dahin fließt der gesamte Laststrom durch den Kanal des eingeschalteten MOSFETs und die Spannung



Abbildung 8.9: Vereinfachtes Ersatzschaltbild des MOSFETs während des Abschaltvorgangs mit den Hauptstrompfaden in den einzelnen Phasen.

über dem Bauelement bestimmt sich aus dem Kanalwiderstand und dem Laststrom.

Mit sinkender Gatespannung sinkt nun auch der Strom durch den Kanal und beginnt über die Kapazität C_{ds} zu fließen. Nach wenigen Nanosekunden erreicht die Gatespannung den Wert der Threshold-Spannung und der Laststrom fließt gänzlich durch die Kapazität C_{ds} . Während dieser Stromfallzeit entstehen Ausschaltverluste im Bauelement. Da die Spannung über dem Bauelement sehr klein und die Zeitdauer sehr kurz ist, können diese im betrachteten Fall näherungsweise vernachlässigt werden.

Mit der sinkenden Gatespannung nimmt auch der Spannungsabfall über dem Gatewiderstand und damit der Gatestrom ab. Da die Spannung über dem Bauelement nur geringfügig ansteigt, fließt nur ein relativ geringer Anteil des Laststromes in die parasitären Kapazitäten des oberen MOSFETs (C_{OSS}). Somit ist der Drainstrom näherungsweise gleich dem Laststrom und der Sourcestrom steigt mit sinkendem Gatestrom an.

4. Ab dem Zeitpunkt, wo die Drain-Source Spannung merklich ansteigt, beginnt der Drain-Strom zu fallen, da ein Teil des Laststromes zum Umladen der Kapazitäten des High-Side MOSFETs benötigt wird. Ca. 20-30ns danach ist die Gatespannung näherungsweise gleich $-V_2$ und die Umladung der Kapazität C_{gs} ist beendet. Der noch fließende Gatestrom lädt die relativ kleine Kapazität C_{gd} während des Anstiegs der Spannung C_{ds} um.

Während des Spannungsanstiegs lädt der Laststrom zu Beginn hauptsächlich die große Drain-Source Kapazität des unteren MOS-FETs und am Ende des Anstiegs die große Drain-Source Kapazität des oberen MOSFETs. Im mittleren Bereich des Anstiegs ist die Summe der Kapazitäten der beiden MOSFETs ungefähr konstant und wesentlich kleiner als im Bereich kleiner Spannungen (siehe Abb. Abbildung 8.10). Damit ergibt sich ein näherungsweise punktsymmetrischer Verlauf der Drain-Source Spannung, wenn man einen konstanten Ladestrom annimmt.

5. Am Ende des Abschaltvorganges klemmt die antiparallele Diode des oberen MOSFETs die Spannung auf den Wert der Zwischenkreisspannung und der Laststrom fließt durch die Diode über den Zwischenkreis zurück zur Last. Aus den Verläufen des Drainstromes und der Drain-Source Spannung kann die Energie berechnet werden, welche von der Last in den MOS-FET hineinfließt. Weiterhin kann die Energie, welche über den Gateanschluß fließt, aus den Verläufen der Gate-Source Spannung und dem Gatestrom ermittelt werden. Da näherungsweise keine Verluste im Bauteil entstehen, ergibt sich aus der Energiebilanz die während des Abschaltens in den parasitären Kapazitäten gespeicherte Energie.

Berechnet man diese Energie für verschiedene Stromamplituden, so erkennt man, daß bis zu einem Strom von ca. 15A näherungsweise keine Abschaltverluste im MOSFET entstehen, da die in das Bauteil hineinfließende Energie konstant ist. In Abbildung 8.11 sind die gemessenen Energiewerte dargestellt und als gespeicherte Energie gekennzeichnet. Der Grund für das verlustlose Abschalten ist, daß der MOSFET vor dem Anstieg der Drain-Source Spannung völlig abgeschaltet ist. Dies erkennt man auch im Verlauf der Gatespannung, welche deutlich unterhalb der Threshold-Spannung liegt, wenn die Drain-Source Spannung beginnt anzusteigen.



Abbildung 8.10: Parasitäre MOSFET-Kapazitäten in Abhängigkeit der Drain-Source Spannung für einen MOSFET der Serie APT50M75LFLL (aus dem Datenblatt entnommen).



Abbildung 8.11: Verlustleistung und Verlustenergie bei einer Schaltfrequenz von 100kHz über dem abgeschalteten Strom in einem MOSFET der Serie APT50M75LFLL bei ZVS ($V_{IN} = 315V$).

Schaltet man Ströme oberhalb von ca. 15A ab, so ist die in das Bauelement hineinfließende Energie größer als die gespeicherte Energie und es entstehen Verluste im MOSFET. Die Energie, welche in Wärme umgesetzt wird, ergibt sich aus der Differenz der gemessenen hineinfließenden Energie und der gespeicherten Energie. Diese ist ebenfalls in Abbildung 8.11 dargestellt und mit "Verluste" bezeichnet. Obige Überlegungen basieren auf der Annahme, daß die Ladungen, welche in den parasitären Kapazitäten gespeichert werden, unabhängig vom Verlauf der Ströme und Spannungen während des Abschaltvorganges sind. Da der Wert der gespeicherten Ladung hauptsächlich vom internen geometrischen Aufbau des Bauteils und der Höhe der Zwischenkreisspannung abhängt, ist die Annahme näherungsweise gerechtfertigt.

In Abbildung 8.12 sind die Verläufe des Drain- und des Sourcestromes sowie der Drain-Source Spannung für einen Laststrom von 15A und 45A gegeben. Dort erkennt man, daß die Anstiegsgeschwindigkeit der Spannung V_{DS} aufgrund des höheren Stromes für das Umladen der Kapazitäten deutlich zunimmt. Auch die Überlappung der Abnahme des Stromes mit dem Anstieg der Spannung nimmt mit steigender Stromamplitude zu. Bei einem Strom von 45A ist diese Überlappung schon relativ groß und die Schaltkurven werden denjenigen bei hartem Abschalten immer ähnlicher, was letztendlich zu den oben genannten Verlusten führt. Mit einer Erhöhung der Drain-Source Kapazität kann der verlustlose Strombereich erweitert und die Abschaltverluste reduziert werden. Allerdings muß immer gewährleistet sein, daß der Laststrom die Kapazitäten vollständig umgeladen hat, bevor der zweite MOSFET des Brückenzweiges



Abbildung 8.12: Zeitlicher Verlauf des Sourcestromes und der Drain-Source Spannung während des Abschaltens von 15A und 45A (MOS-FET: APT50M75LFLL vom APT).
eingeschaltet wird. Ansonsten gehen die "eingesparten" Abschaltverluste aufgrund von Einschaltverlusten wieder verloren. Dies bedeutet, daß eine Erhöhung der Kapazitäten zu einer Erhöhung der Interlock-Zeiten führt, wenn der Lastbereich und damit die Höhe des Resonanzstromes vorgegeben ist. Mit steigender Interlock-Zeit sinkt vor allem bei hohen Schaltfrequenzen der maximal mögliche Duty Cycle und die Ausnutzung des Konverters.

Faßt man obige Überlegungen zusammen, so kann die Energie, welche während eines Ausschaltvorganges in Wärme umgesetzt wird, näherungsweise durch

$$E_{off} \approx \begin{cases} 0 & \text{falls } I_L \leq 15A \\ 1.86^{\text{E-7}} I_L^2 - 3.76^{\text{E-6}} I_L + 1.4^{\text{E-5}} & \text{falls } I_L > 15A \end{cases}$$
(8.28)

berechnet werden. Wird die Interlock-Zeit so gewählt, daß die Kapazitäten in jedem Fall durch den Laststrom umgeladen werden, bevor der zweite MOSFET eingeschaltet wird, entstehen keine Verluste während des Einschaltens und Gleichung (8.28) kann zum Berechnen der gesamten Schaltverluste eines MOSFETs der Vollbrücke verwendet werden. Die Schaltverluste in den beiden MOSFETs des ZVS-Zweiges sind

$$P_{V_S, T_{12/22}} = E_{off} f \tag{8.29}$$

und damit sind die Gesamtverluste in diesen MOSFETs gleich $P_{V,T_{12/22}} = P_{V_D,T_{12/22}} + P_{V_S,T_{12/22}}.$

Dies trifft auch auf den ZCS-Zweig zu, wenn dieser eine ausreichend lange Zeit vor dem Nulldurchgang, d.h. bei genügend hohem Strom, umgeschalten wird. Dadurch reduziert sich vor allem bei höheren Schaltfrequenzen und geringen Lasten bzw. Resonanzströmen der Aussteuergrad des Konverters. Nimmt man jedoch geringe Einschaltverluste bei kleinen Lasten in Kauf, so muß obige Bedingung nur bei großen Lasten, d.h. großen Resonanzströmen erfüllt sein. Damit ergeben sich aber auch relativ kleine Werte für die Zeit, in welcher der ZCS-Zweig vor dem Nulldurchgang umschaltet werden muß. Bei einem Resonanzstrom mit einer Amplitude von 30A und einer Stromamplitude von 5A während des Abschaltens im ZCS-Zweig beträgt diese Zeit ca. 5.3% der Dauer einer halben Periode ($\hat{=}$ 5% Duty Cycle), wodurch der Betriebsbereich nicht wesentlich eingeschränkt wird.

Im Rahmen der Optimierung wird der Konverter vor allem für den Fall der Nennlast betrachtet und optimiert. Aus diesem Grund wird in der Optimierungsroutine angenommen, daß nur in den MOSFETs des ZVS-Zweiges Schaltverluste entstehen. Für die MOSFETs des ZCS-Zweiges wird angenommen, daß diese genügend lange vor dem Nulldurchgang abgeschaltet werden, so daß in diesen keine Verluste entstehen und die Umladung der Kapazitäten innerhalb der InterLock-Zeit erfolgt. Aus den gewählten Interlock-Zeiten und der gewählten Größe des abgeschalteten Stromes im ZCS-Zweig ergibt sich eine obere Grenze für den Duty Cycle, welche im Rahmen der Optimierung berücksichtigt wird.

Verluste in den Gleichrichterdioden

Im Rahmen der vorangegangenen Überlegungen wurden die Schaltverluste in den MOSFETs der Vollbrücke anhand von Messungen ermittelt. Zusätzlich zu diesen Verlusten entstehen auch in den Gleichrichterdioden bei jedem Kommutierungsvorgang Verluste, welche im folgenden betrachtet werden. Dabei beschränken sich die Ausführungen aufgrund des hohen Ausgangsstromes auf den Mittelpunktgleichrichter, wobei analoge Überlegungen auch für eine Schaltung mit Brückengleichrichter angestellt werden können. Weiterhin wird angenommen, daß der Konverter im Bereich der Nennlast, welche für die Optimierung ausschlaggebend ist, im DCV-Modus, d.h. mit diskontinuierlicher Spannung am Parallelkondensator, arbeitet. Diese Annahme ist durch eine gute Ausnützung des Konverters begründet.

In Abbildung 8.13 sind die simulierten zeitlichen Verläufe der Ströme und Spannungen in einem Mittelpunktgleichrichter auf der Sekundärseite eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters gegeben. Die Verläufe können dabei in vier Phasen unterteilt werden, welche sich aus der Amplitude des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S im Verhältnis zum Laststrom I_L ergeben. Die zu den Phasen gehörigen Schaltbilder und Amplituden der Ströme sind in Abbildung 8.14 dargestellt. Diese werden im folgenden mit dem Fokus auf den Kommutierungsvorgang der Gleichrichterdioden kurz erläutert (weitere Informationen hierzu in Abschnitt 2.4.3).

1. Die Amplitude des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S ist kleiner als der Laststrom I_L und die beide Dioden des Gleichrichters sind leitend (siehe Abb. 8.14(b)). Dadurch wird die Spannung über dem Parallelkondensator auf Null geklemmt. Mit steigendem Re-

sonanzstrom nimmt der Strom in Diode D_1 zu und in Diode D_2 ab, wobei die Stromsteilheit im betrachteten Fall ca. 170A/ μ s beträgt. Diese ist unter anderem abhängig vom Laststrom und von



Abbildung 8.13: Verlauf der Ströme in der Sekundärwicklung I_{S1} und I_{S2} , in den Gleichrichterdioden I_{D1} und I_{D2} , der Laststrom I_L sowie der Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} (siehe Abb. 8.14).

der Schaltfrequenz des Konverters.

Sobald der sekundärseitige Resonanzstrom gleich dem Laststrom ist, ist der Strom in der Diode D_1 ebenfalls gleich dem Laststrom und der Strom in Diode D_2 gleich Null. Damit beginnt die Diode D_2 zu sperren, d.h. die Ladungsträger in der Diode werden durch einen Strom in Rückwärtsrichtung und durch Rekombination ausgeräumt. Während dieser Zeit wird die Spannung über der Diode durch den Parallelkondensator begrenzt, da die Diodenspannung näherungsweise gleich der Kondensatorspannung ist.

- 2. Solange die Spannung über dem Parallelkondensator positiv ist, fließt der gesamte Laststrom über die Diode D_1 . Am Ende der Phase 2 ist die Spannung V_{Cp} gleich Null und der Strom in den beiden Gleichrichterdioden springt auf den Wert $I_L/2$. Dabei begrenzen parasitäre Induktivitäten und das Vorwärtserholverhalten der Diode D_2 die Steilheit des Stromes.
- 3. Im diskontinuierlichen Spannungsmodus ist zu diesem Zeitpunkt der sekundärseitige Resonanzstrom wieder kleiner als der Laststrom und es wiederholt sich Phase 1, wobei die Rollen der Diode D_1 und der diode D_2 vertauscht sind.
- 4. Diese Phase entspricht Phase 2 wobei in diesem Fall Diode ${\cal D}_2$ den



Abbildung 8.14: Schaltbild eines Mittelpunktgleichrichter mit den Amplituden der Ströme für verschiedene Werte des sekundärseitigen Resonanzstromes I_S im Verhältnis zum Laststrom $I_L = I_{Out}$.

gesamten Laststrom führt und Diode D_1 sperrt $(V_{D1} \approx -V_{Cp})$.

Faßt man dies in Form einer Gleichung zusammen, so ergibt sich

$$I_{D1}(t) = \begin{cases} \left(I_S + \frac{1}{2} I_{Out}\right) & \text{für} \quad \alpha \le \omega t < \beta \\ I_L & \text{für} \quad \beta \le \omega t < \alpha + \pi \\ \left(I_S + \frac{1}{2} I_{Out}\right) & \text{für} \quad \alpha + \pi \le \omega t < \beta + \pi \\ 0 & \text{für} \quad \beta + \pi \le \omega t < \alpha + 2\pi \,. \end{cases}$$
(8.30)

für den Strom in der Diode D_1 . Eine analoge Gleichung kann für den Strom in Diode D_2 aufgestellt werden.

Wie aus den Erläuterungen und den zeitlichen Verläufen in Abbildung 8.13 ersichtlich, gibt es in jeder Periode einen Kommutierungsvorgang pro Gleichrichterdiode. Dabei nimmt der Strom in der Diode vor dem eigentlichen Kommutierungsvorgang mit dem sekundärseitigen Resonanzstrom ab. Die dabei auftretenden Stromsteilheiten ergeben sich aus der Frequenz und der Amplitude des Resonanzstromes und sind im Normalfall relativ gering. Im betrachteten Fall beträgt diese $170 \text{A}/\mu\text{s}$ bei einer Schaltfrequenz von 330kHz und einem Resonanzstrom von 103A (Nennlast: 140A / Last: 20V + 0.04 Ω). Nimmt man an, daß der Gleichrichter mit Fast Recovery Dioden $(t_{rr} \approx 30 - 50ns)$ aufgebaut wird, so nimmt mit abnehmendem Diodenstrom auch die Anzahl der Ladungsträger und damit die Speicherladung in der Diode rasch ab. Dies verkleinert den Rückwärtserholstrom und die damit verbundene Überspannungsspitze erheblich. Weiterhin wird die Spannung über der abschaltenden Diode durch den Parallelkondensator als eine Art Snubber begrenzt. Somit ergibt sich ein relativ sanftes Abschalten der Dioden und die daraus resultierenden Verluste können im Verhältnis zu den Durchlaßverlusten der Dioden vernachlässigt werden. Diese Überlegungen decken sich mit den Betrachtungen und Messungen in [191].

Somit bleiben die geringen Schaltverluste in den Gleichrichterdioden im Rahmen der Optimierungsroutine unberücksichtigt. Im Falle einer Parallelkapazität, welche in der Sekundärwicklung des Transformators integriert ist, muß beachtet werden, daß die parasitären Induktivitäten zwischen dem Parallelkondensator und den Gleichrichterdioden zunehmen können, da der Kondensator örtlich vom Gleichrichter weiter entfernt ist. Dadurch nimmt die Schaltentlastung durch den Parallelkondensator ab und die Schaltverluste in den Dioden können für die Berechnungen relevant werden.

Ansteuerleistung

Neben den Schaltverlusten in den Leistungshalbleitern und in den Gleichrichterdioden entstehen bei jedem Schaltvorgang Verluste in der Ansteuerschaltung des Leistungsschalters. Die Gatespannung des MOS-FETs (oder des IGBTs) wechselt beim Einschalten von $-V_2$ auf $+V_1$ und beim Ausschalten von $+V_1$ auf $-V_2$, wobei die parasitären Kapazitäten C_{gs} und C_{gd} des MOSFETs jeweils umgeladen werden müssen. Die dadurch im Treiberbaustein entstehenden Verluste werden im folgenden berechnet.

Während des Einschaltvorganges $(-V_2 \Rightarrow V_1)$ ist der zeitliche Verlauf der Spannung am Gate durch

$$v_{gs}(t) = -V_2 e^{-\frac{t}{R_G(C_{gs} + C_{gd})}} + V_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{R_G(C_{gs} + C_{gd})}}\right)$$
(8.31)

und der Verlauf des Gatestromes durch

$$i_g(t) = (C_{gs} + C_{gd}) \frac{\mathrm{d}v_{gs}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{V_1 + V_2}{R} \,\mathrm{e}^{-\frac{t}{R_G(C_{gs} + C_{gd})}} \tag{8.32}$$

gegeben. Damit ergibt sich für die Energie, welche von der Quelle während des Einschaltens geliefert wird

$$E_{on,1} = V_1 \int_0^\infty \frac{V_1 + V_2}{R} e^{-\frac{t}{R_G(C_{gs} + C_{gd})}} dt$$
$$= V_1(Q'_1 + Q_2)$$
(8.33)

mit

$$Q_1' \approx V_1(C_{gs} + C_{gd}) \quad (C_{\nu} = \text{ konstant})$$
$$Q_2 \approx V_2(C_{gs} + C_{gd}) \quad (C_{\nu} = \text{ konstant}).$$

Die Ladung Q_2 fließt in die Kapazität $C_{gs} + C_{gd}$, wenn das Gate von der Spannung $-V_2$ auf 0V angehoben wird. In diesem Bereich ist der Wert der Kapazität $C_{gs} + C_{gd}$ relativ konstant und kann dem Datenblatt entnommen werden.

Die Ladung Q'_1 wird benötigt, um die Kapazität $C_{gs} + C_{gd}$ von 0V auf die Spannung V_1 zu laden. Darin ist die Ladung Q_3 , welche während des Miller-Plateaus in die Kapazität C_{gd} fließt, noch nicht enthalten. In den Datenblättern von spannungsgesteuerten Halbleitern wird normalerweise ein Wert für die Ladung Q_1 angegeben, bei welchem die Ladung, die für eine bestimmte Spannung V_{IN} während des Miller-Plateaus ins Gate fließt, bereits enthalten ist. Dies bedeutet, daß die Ladung durch $Q_1 = Q'_1 + Q_3$ verknüpft sind. Bei obigen Berechnungen muß beachtet werden, daß die Werte der Kapazitäten C_{gs} und C_{gd} stark von den der Spannung über dem Bauelement abhängen, weswegen die Ladung $Q'_1 + Q_3$ normalerweise dem Datenblatt entnommen wird, wo dies berücksichtigt ist. Die Energie während des Miller-Plateaus kann näherungsweise mit

$$E_{on,2} = V_1 i_{g,m} T_{on} = V_1 i_{g,m} \frac{V_{IN}}{\frac{i_{g,m}}{C_{gd}}} = V_1 V_{IN} C_{gd} = V_1 Q_3$$
(8.34)

berechnet werden. Dabei ist die Ladung Q_3 eine Funktion der Spannung V_{IN} .

Im Allgemeinen ist die Ladung Q_3 nicht bekannt und die Energie für den Umladevorgang wird näherungsweise mit dem Datenblattwert Q_1 ermittelt. Damit ergibt sich die Energie E_{on} , welche bei einem Einschaltvorgang der Quelle entnommen wird, aus der Summe der Energie für das Umladen der Kapazitäten C_{gs} und C_{gd} von der Spannung $-V_2$ auf die Spannung V_1 und der Energie für die Entladung der Kapazität C_{gd} während des Miller-Plateaus, d.h. näherungsweise

$$E_{on} = V_1 Q_1 + V_1 V_2 (C_{gs} + C_{gd}).$$
(8.35)

Bei dem betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverter schaltet ein Zweig der Vollbrücke immer unter ZVS-Bedingungen, d.h. die Spannung über dem Bauelemente ist während des Einschaltens wegen des Stromes durch die antiparallele Diode näherungsweise gleich Null. Die Millerkapazität C_{gd} wird dabei vor dem eigentlichen Einschaltvorgang durch einen Teil des Resonanzstromes entladen. Zu diesem Zeitpunkt ist die Spannung am Gate gleich $-V_2$. Damit ergibt sich für die Energie, welche dem Treiberbaustein während des Entladens von C_{gd} entnommen wird: $E_{on,2} = V_2Q_3$. Der Einfluß dieses Effekts beim ZVS auf die gesamte Schaltenergie ist verhältnismäßig gering. Aus diesem Grund, und da die Ladung Q_3 in den meisten Fällen nicht gegeben ist, wird im folgenden die Ansteuerenergie während des Einschaltens mit Gleichung (8.35) berechnet. Für den Ausschaltvorgang ergibt sich durch analoge Überlegungen folgende Energie, welche von der Quelle V_2 geliefert werden muß

$$E = V_2(Q'_1 + Q_2 + Q_3)$$

$$[= V_2^2(C_{gs} + C_{gd}) + V_1V_2(C_{gs} + C_{gd}) + V_2V_{IN}C_{gd}$$
falls $C_{\nu} = \text{ konst.}]$

$$(8.36)$$

Da während des Ein- und Ausschaltens keine Energie in die Quellen zurückgespeist wird, ergibt sich näherungsweise

$$P_{V,Gate,1} = (V_1Q_1 + 2V_1V_2(C_{gs} + C_{gd}) + V_2Q_1)f$$
(8.37)

für die Verlustleistung, welche in einem Gate-Treiber entsteht. Die Gesamte Verlustleistung der Ansteuerschaltung der vier Leistungsschalter ergibt sich somit näherungsweise aus $P_{V,Gate} = 4P_{V,Gate,1}$. Diese Verluste werden normalerweise vom Bauteil direkt oder, vor allem bei SMD-Komponenten (z.B. D²Pak), über die Leiterplatte an die Umgebung abgegeben. Bei hohen Schaltfrequenzen sind die entstehenden Verluste jedoch häufig zu groß, um ohne spezielle Kühlmaßnahmen abgeführt werden zu können. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher vereinfachend angenommen, daß die Treiberbausteine ebenfalls am Kühlkörper angebunden sind und damit dessen Größe, wenn auch nur geringfügig, mitbestimmen.

8.3.3 Volumen des Kühlkörpers

Anhand der oben berechneten Verlustleistung der Leistungshalbleiter kann das Volumen des Kühlkörpers bestimmt werden. Dies wird auf Basis des "Cooling System Performance Index", welcher die Leistungsdichte von Kühlsystemen beschreibt und in [192] definiert wurde, getan. Dieser Index geht aus Überlegungen bezüglich des für einen bestimmten thermischen Widerstand benötigten Volumens hervor. Bei den Überlegungen wird zuerst die Ausgangsleistung

$$P_{Out,Sys} = \frac{\eta_{Sys}}{1 - \eta_{Sys}} P_{V,Sys}$$

$$(8.38)$$

eines gekühlten Systems mit dem Wirkungsgrad η_{Sys} in Abhängigkeit der Verlustleistung $P_{V,Sys}$, welche über den Kühlkörper abgegeben werden muß, ermittelt. Der Wirkungsgrad η_{Sys} beinhaltet in diesem Fall nur die Verluste der Komponenten, welche an dem betrachteten Kühlkörper thermisch angebunden sind und somit ihre Verluste an diesen abführen.

Mit diesem Zusammenhang kann die Leistungsdichte d_{Sys} des Kühlsystems, welches normalerweise aus einem Kühlkörper mit Lüfter besteht, anhand von

$$d_{Sys} = \frac{P_{Out,Sys}}{V_{KS}} = \frac{\eta_{Sys}}{1 - \eta_{Sys}} \frac{P_{V,Sys}}{V_{KS}} = \frac{\eta_{Sys}}{1 - \eta_{Sys}} \frac{\Delta T_{S-A}}{R_{th,S-A}V_{KS}}$$
(8.39)

berechnet werden, wobe
i V_{KS} das Volumen des Kühlsystems beschreibt. In dieser Gleichung wird die Verlustleistung, welche über den Kühlkörper abgeführt wird, durch den Quotienten aus der Temperaturdifferenz
 T_{S-A} zwischen Kühlkörper und Umgebung und dem thermischen Widerstand $R_{th,S-A}$ zwischen Kühlkörper und Umgebung ausgedrückt.

Die Leistungsdichte des Kühlsystems ergibt sich somit aus dem Wirkungsgrad des Konvertersystems, welches auf dem Kühlsystem montiert ist, der erlaubten Temperaturdifferenz zwischen Kühlkörper und Umgebung sowie dem Produkt aus thermischen Widerstand und Volumen des Kühlsystems. Dieses Produkt wird in [192] als "Cooling System Performance Index"

$$CSPI\left[\frac{W}{Kdm^3}\right] = \frac{1}{R_{th,S-A}\left[\frac{K}{W}\right]V_{KS}[dm^3]}$$

bezeichnet und dem Vergleich von verschiedenen Kühlsystemen dient.

Mit dieser Kennzahl läßt sich das benötigte Volumen des Kühlkörpers sehr einfach berechnen. Dazu multipliziert man die Kennzahl mit dem maximal erlaubten thermischen Widerstand (= erlaubte Temperaturdifferenz über dem Kühlkörper / abzuführende Verlustleistung) und bildet den Kehrwert des Produktes.

In der Veröffentlichung [192] wurde der Wert der Kennzahl CSPI für verschiedene Kühlsysteme berechnet. Dabei hat sich herausgestellt, daß die meisten guten kommerziell erhältlichen Systeme einen CSPI von 3 bis maximal 5 ausweisen. Wird der Kühlkörper speziell bezüglich des ausgewählten Lüfters und der geometrischen Abmessungen, wie in [192] beschrieben, optimiert, so können Index-Werte bis zu 17.9 erreicht werden. Dies bedeutet, daß das benötigte Volumen für einen optimierten Kühlkörper um den Faktor 17.9/5 = 3.58 kleiner ist, als das eines guten kommerziell erhältlichen Standardkühlsystems. Wird anstatt des üblichen Aluminiums Kupfer als Werkstoff für den Kühlkörper verwendet, so sind sogar Index-Werte größer als 30 erreichbar, d.h. das Volumen des Kühlsystems schrumpft auf ein Sechstel des Volumens eines kommerziellen Aufbaus. Diese Werte wurden in einer Reihe von Messungen und thermischen 3D CFD-Simulationen in [192] bestätigt.

Im Rahmen der hier durchgeführten Optimierung wird – wenn nichts anderes angegeben ist – von einem *CSPI* von 15 ausgegangen, d.h. es wird ein optimierter Kühler aus Aluminium zum Kühlen der Leistungshalbleiter benützt. Der maximale Wert des thermischen Widerstandes des Kühlkörpers kann anhand von

$$\Delta T_{J-S,min} = min\{T_{J,T_{11/21},max} - R_{th,T_{11/21}}P_{V,T_{11/21}}, \\ T_{J,T_{12/22},max} - R_{th,T_{12/22}}(P_{V,T_{12/22}} + P_{V,D_{12/22}}), \\ T_{J,D_R,max} - R_{th,R}P_{V,R}\}$$

$$\Rightarrow \Delta T_{S-A,max} = (\Delta T_{J-S,min}) - T_A$$

$$\Rightarrow R_{th,S-A,max} = \frac{\Delta T_{S-A,max}}{P_{V,Ges}}$$
(8.40)

ermittelt werden, wenn angenommen wird, daß die maximale Sperrschichttemperatur aller Halbleiter gleich T_J ist. Ausgehend von der jeweiligen maximal erlaubten Sperrschichttemperatur wird in einem



Abbildung 8.15: Thermisches Ersatzschaltbild des Leistungsteils eines Serien-Parallel-Resonanzkonverters (ohne Treiberschaltung).

ersten Schritt die minimale absolute Temperatur des Kühlkörpers $\Delta T_{J-S,min}$ berechnet, welche sich aus der Differenz der jeweiligen Sperrschichttemperatur und dem Temperaturabfall über dem Bauelement (=Verluste mal dem dazugehörigen thermischen Widerstand) ergibt. Von dieser minimalen absoluten Temperatur des Kühlkörpers wird dann die Umgebungstemperatur T_A abgezogen, um den maximal erlaubten Temperaturabfall $\Delta T_{S-A,max}$ über dem Kühlkörper selbst zu erhalten. Teilt man die Temperaturdifferenz durch die gesamten Verluste, welche über den Kühlkörper abgeführt werden müssen, so erhält man den benötigten thermischen Widerstand $R_{th,S-A,max}$ des Kühlkörpers.

Das beschriebene Vorgehen wird auch in dem thermischen Ersatzschaltbild des Leistungsteils, welches in Abbildung 8.15 zu finden ist, deutlich. Dabei wurde angenommen, daß es keine thermische Verkopplung zwischen den einzelnen Bauelementen gibt, was näherungsweise erfüllt ist, vor allem wenn die Bauelemente in getrennten Gehäusen auf dem Kühlkörper montiert werden.

Mit dem thermischen Widerstand des Kühlkörpers und einem angenommenen "Cooling System Performance Index" von 15 ergibt sich somit das Volumen des Kühlsystems (Kühlkörper inklusive Lüfter) aus

$$V_{KS}[dm^3] = \frac{1}{15 \ R_{th,S-A,max}[\frac{K}{W}]}.$$
(8.41)

8.4 Optimierung des Transformators

Im Rahmen der Optimierungsroutine wird das Volumen des Serien-Parallel-Resonanzkonverters für die gegebenen Parameter Eingangsspannung, Lastkennlinie und Ausgangsstrom optimiert. Dazu wird zuerst der Arbeitspunkt des Konverters mit Hilfe des analytischen Modells aus Kapitel 2 berechnet. Aus dem Arbeitspunkt resultiert unter anderem die Spannungs- und Stromverteilung sowie die Verteilung der Flüsse im integrierten Transformator. Damit können die Verluste in den Wicklungen und im Kern als Funktion der Geometrie des Transformators berechnet werden. Aus den Verlusten kann die auftretende Temperaturerhöhung ebenfalls als Funktion der Geometrie berechnet werden. Somit kann das Volumen des Transformator mit der Limitierung der Temperaturerhöhung des Kernes und der Wicklung unterhalb der zulässigen Grenzen als Randbedingung durch Variation der Geometrie optimiert bzw. minimiert werden. Der genaue Ablauf dieser Optimierung wird im folgenden erläutert.

8.4.1 Geometrische Beschreibung des Transformators

Bei der Optimierung wird davon ausgegangen, daß die Serieninduktivität des Resonanzkreises im Transformator durch eine Erhöhung der Streuinduktivität integriert wird, wie dies in Kapitel 3 beschrieben wird. Dabei beschränken sich die folgenden Betrachtungen auf die Grundform eines Transformators mit PLP und mit ALP (siehe Abb. 3.1 bzw. 3.2), da diese auf leicht erhältlichen Standardkernen basieren. Andere integrierte Formen können jedoch analog behandelt werden.



(c) Definition der Variablen inklusive Kernflächen

Abbildung 8.16: Definition der fünf Variablen a-e, der Querschnittsfläche des Kernes im Bereich der Wicklungen A_C und des Streuflußpfades (LFP) A_{σ} sowie der Fläche des Wicklungsfensters A_W . Für die Berechnung der Verluste und der Temperaturerhöhung werden verschiedene Parameter wie zum Beispiel Volumen und Oberfläche des Kernes und der Wicklungen, mittlere Windungslänge, Kernquerschnitt und Größe des Wicklungsfensters in Abhängigkeit der Geometrie des Transformators benötigt. Die Geometrie kann dabei mit den fünf Variablen a - e beschrieben werden. Die Definition dieser ist für einen Aufbau mit PLP und ALP in Abbildung 8.16 dargestellt und die Gleichungen für die Berechnung der Parameter sind in Tabelle 8.4 gegeben.

Die fünf Variablen a - e stellen die fünf Freiheitsgrade dar, welche im Rahmen der Optimierung innerhalb festlegbarer Grenzen beliebig variiert werden können, um das Volumen zu minimieren. Der daraus resultierende Suchraum ist relativ groß und enthält viele technisch nicht sinnvolle Lösungen. Um den Suchraum auf technisch relevante Aufbauten zu begrenzen und damit die Optimierung zu beschleunigen, werden zwei der fünf Variablen anhand von technischen Randbedingungen eliminiert.

Flußdichte im Streuflußpfad

Als erstes wird die Variable e eliminiert, indem diese als Funktion der Variablen a ausgedrückt wird. Dazu werden die Flüsse in den einzelnen Abschnitten des Kerns betrachtet, wobei normalerweise $\phi_{\sigma} > \phi_1 > \phi_2$ gilt. Fordert man eine gleiche Verlustleistungsdichte im Streuflußpfad und im Kernabschnitt der Primärwicklung (ϕ_1), so muß die Flußdichte in den beiden Abschnitten die gleiche Amplitude besitzen.

Die Flußdichten in den einzelnen Kernabschnitten ergeben sich aus dem Fluß im jeweiligen Abschnitt, welcher aus dem analytischen Konvertermodell folgt, und der Querschnittsfläche. Mit den Gleichungen in Tabelle 8.4 folgt somit der Zusammenhang der Variablen

$$e = \begin{cases} \frac{\phi_{\sigma}}{\phi_1} a & \text{Transformator mit ALP} \\ \frac{\phi_{\sigma}}{2\phi_1} a & \text{Transformator mit PLP.} \end{cases}$$
(8.42)

Um die Fertigung des Kerns zu vereinfachen, wird weiterhin angenommen, daß der Querschnitt des Kerns im Bereich der beiden Wicklungen gleich ist. Demzufolge ist im Kernabschnitt der Sekundärwicklung die resultierende Flußdichte und damit die Verlustleistungsdichte

	ALP	PLP					
V_C	2ab(2a+2c+d+e)+bde	2ab(a+c+2d+e) + 2ebc					
V_W	4cd(a+b+2c)	4cd(a+b+2c)					
$V_1 = V_2$	ab(d+2a+2c+e)	ab(e+2d+a+c)					
V_{σ}	ebd	2ebc					
l_W	2(a+b) + 4c	2(a+b) + 4c					
l_C	2(2a+2c+d+e)	2(a+c+2d+e)					
l_{σ}	2(d+c) + 3a + e	2(d+c) + 3a + e					
	Abmessungen d	Abmessungen des Transformators					
L_x	2a + 4c + e	2a+2c					
L_y	b+2c	b+2c					
L_z	2a+d	a+2d+e					
	Gekühlte Oberfläc	chen Kern/Wicklung					
C	(2a+8a+b)(d-d-a)	$8(2c - d_{C,W} + a) \cdot$					
\mathcal{S}_W	$(2u + 6c + 0)(u - u_{C,W})$	$\cdot (c - d_{C,W} + d/4)$					
Sat	$a(4c + 4d_{C,W} + 2e + 2b) +$	$2a^2 + 2(e/2 + d)b +$					
\mathcal{S}_{C1}	$4a^2 + ed$	$+a(b+e+2d+2c+2d_{C,W})$					
Sco	$a(4c + 4d_{C,W} + 2e + 4b) +$	$2a^2 + 2(c + e/2 + d)b +$					
502	$4a^2 + b(2c+e) + ed$	$+a(3b+e+2d+2c+2d_{C,W})$					
S_K	(2a+2c+e)b	(2a+2c)b					
S_{MS}	_	$2(e+d_{C,W})a$					
	Querschnittsflächen	Kern/Wicklungsfenster					
A_C	ab	ab					
A_W	2dc	2dc					
A_{σ}	be	2be					
	Höhe H des	Transformators					
z-comp.	$H_z = 2a + d$	$H_z = a + 2d + e$					
y-comp.	$H_y = b + 2c$	$H_y = b + 2c$					
<i>x</i> -comp.	$ \text{comp.} \qquad H_x = 2a + 4c + e \qquad \qquad H_x = 2a + 2c $						

Tabelle 8.4: Definition der Transformator-Parameter in Abhängigkeit der Größen a, b, c, d und e. Die Variablen S_W und S_C sind gleich der gekühlten Oberfläche der Wicklung bzw. des Kerns.

geringer. Die Reduktion des Kernquerschnitts im Bereich der Sekundärwicklung bietet noch weiteres Optimierungspotential, welches hier jedoch aus Gründen der leichten technischen Umsetzbarkeit nicht betrachtet werden soll.

Höhe des Wicklungsfensters

Als zweites wird die Geometrie des Wicklungsfensters betrachtet, welche durch die Variablen c und d beschrieben wird. Dabei wird angenommen, daß die Wicklungen aus Kupferfolien bestehen und daß sich, aufgrund der hohen Stromstärken, eine Windung über die gesamte Breite des Wicklungsfensters erstreckt.

Der Verlauf des magnetischen Feldes im Wicklungsfenster bewirkt in diesem Fall, daß sich der Strom innerhalb eines Leiters/Folie in dem Bereich, welcher dem Streuflußpfad zugewandt ist (siehe dazu auch Kapitel 3), konzentriert. Demzufolge ist es bei Transformatoren mit ALP sinnvoll, daß die Folien um den Streuflußpfad herum gewickelt werden und damit die gesamte Breite der Wicklung $\approx d$ (= gesamte Länge des Streuflußpfades) zur Stromführung beiträgt.

Bei Transformatoren mit PLP folgt aus obiger Überlegung, daß die Folien bzw. Windungen ihre maximale Ausdehnung in x-Richtung parallel zum Streuflußpfad haben (Breite $\approx c$) sollten und z.B. durch Leiterbahnen auf einem PCB realisiert werden können (klassischer Planartransformator).

Die Dicke der Folie bzw. Höhe der Leiterbahnen, welche zu minimalen ohmschen Verlusten führt, ergibt sich dabei aus den Gleichungen (6.77) bzw. (6.78) aus Kapitel 6. Mit der Anzahl der Windungen, welche durch den globalen Optimierungsalgorithmus vorgegeben ist, kann die Höhe der Wicklungen - c bei ALP und d bei PLP - berechnet werden. Nimmt man dabei näherungsweise an, daß die Folien keinen Abstand zum Kern haben (d.h. Breite der Folie = Breite des Wicklungsfensters), so ergibt sich die optimale Höhe aus

$$h_{opt,P} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \sqrt[4]{\frac{15}{5N^2 - 1}}$$
(8.43)

für die Primärwicklung und

$$h_{opt,S} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \sqrt[4]{\frac{15}{5N^2 - 1}} \frac{\sqrt[4]{2I_{DC}^2 + I_1^2}}{\sqrt{I_1}}$$
(8.44)

für die Sekundärwicklung. Diese Zusammenhänge sind unabhängig von den geometrischen Abmessungen des Transformators, so daß die Höhe des Wicklungsfensters unabhängig von der Optimierung der Geometrie durch

$$c = max \begin{cases} N_1 h_{opt,P} / k_{Cu} \\ N_2 h_{opt,S} / k_{Cu} \\ c_{min} \end{cases}$$
 Transformator mit ALP (8.45)

$$d = max \begin{cases} N_1 h_{opt,P} / k_{Cu} \\ N_2 h_{opt,S} / k_{Cu} \\ d_{min} \end{cases}$$
 Transformator mit PLP (8.46)

gegeben ist. Die Größe c_{min} bzw. d_{min} gibt dabei die kleinste Bauhöhe des Wicklungsfensters an, welche technisch sinnvoll gefertigt werden kann. Mit k_{Cu} wird der Kupferfüllfaktor in Richtung der Höhe der Wicklung berücksichtigt. Dieser beinhaltet unter anderem zum Beispiel die Dicke der Isolation zwischen den einzelnen Lagen und zwischen der Wicklung und dem Kern.

Nachdem die Variable e durch die Flußdichte im Streuflußpfad und die Variable d bzw. c durch die Höhe des Wicklungsfensters festgelegt sind, verbleiben noch die drei Variablen a, b und c für eine Transformator mit ALP bzw. a, b und d für einen Transformator mit PLP als Freiheitsgrad in der Optimierung.

Verluste in den Wicklungen

Wie bereits erwähnt läuft die Optimierung des Transformators unter der Randbedingung ab, daß die Temperaturerhöhung des Kernes bzw. der Wicklung einen vorgegebenen Grenzwert nicht überschreiten darf. Für die Berechnung der Temperaturerhöhung werden die Verluste in den beiden Wicklungen und im Kern benötigt. Diese können mit den Gleichungen aus Kapitel 6 ermittelt werden. Mit der Gleichung (6.20) für die Verluste durch den Skin-Effekt und der Gleichung (6.23) für die Verluste durch den Proximity-Effekt können die HF-Verluste in den Folienwicklungen anhand der Gleichung (6.62) berechnet werden. Dabei müssen Wicklungen, deren Windungen sich nicht über die gesamte Breite des Wicklungsfensters erstrecken, in Wicklungen transformiert werden, bei welchen dies der Fall ist. Die entsprechende Vorgehensweise ist in Abschnitt 6.1.6 beschrieben. Wendet man dies auf die hier betrachteten Transformatoren an, so ergeben sich folgende Zusammenhänge

$$P_{Sk,P} = \frac{1}{4} \frac{(\sinh \nu_P + \sin \nu_P)\nu_P I_P^2 N_1 l_W}{\sigma h_{opt,P} (b_F - d_{C,W}) (\cosh \nu_P - \cos \nu_P)}$$

$$P_{Pr,P} = \frac{1}{12} \frac{(\sinh \nu_P - \sin \nu_P) (4N_1^2 - 1)\nu_P I_P^2 N_1 l_W}{\sigma h_{opt,P} (b_F - d_{C,W}) (\cosh \nu_P + \cos \nu_P)}$$

$$P_{Sk,S} = \frac{1}{2} \frac{[(\cosh \nu_S - \cos \nu_S) I_{Out}^2 + (\sinh \nu_S + \sin \nu_S) \nu_S I_S^2] N_2 l_W}{\sigma h_{opt,S} (b_F - d_{C,W}) (\cosh \nu_S - \cos \nu_S)}$$

$$(8.47)$$

$$P_{Pr,S} = \frac{1}{6} \frac{(\sinh \nu_S - \sin \nu_S) (16N_2^2 - 1) \nu_S I_S^2 N_2 l_W}{\sigma h_{opt,S} (b_F - d_{C,W}) (\cosh \nu_P + \cos \nu_P)}$$

mit

$$\nu_p = h_{opt,P} \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu (b_F - d_{C,W})}{b_F}}$$
$$\nu_S = h_{opt,S} \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu (b_F - d_{C,W})}{b_F}}$$
$$l_W = 2a + 2b + 4b_F$$
$$b_F = \begin{cases} d & \text{für Transformator mit ALP} \\ c & \text{für Transformator mit PLP} \end{cases}$$

für die einzelnen Verlustanteile in Abhängigkeit der Geometrie. In diesen Gleichungen bezeichnet $d_{C,W}$ den gesamten Abstand der Folienleiter vom Kern, d.h. die Summe der Abstände an beiden Kanten des Folienleiters, und b_F die Breite des Wicklungsfensters.

Für die Berechnung der Kernverluste wird die Steinmetz-Gleichung (6.127) auf die einzelnen Abschnitte des Kerns angewendet. Die jeweilige Flußdichte ergibt sich, indem man den Fluß im betrachteten Abschnitt durch die Querschnittsfläche teilt. Die Flächen und die Volumina der Abschnitte sind in Tabelle 8.4 als Funktion der Variablen a - e gegeben, wobei die Variablen e und d bzw. e und c durch oben hergeleitete Zusammenhänge zu ersetzen sind (vgl. (8.42), (8.45) und (8.46)).

Die Verluste im Kern sind somit durch

$$P_{C} = C_{m} f^{\alpha} \left[\left(\frac{\phi_{1}}{A_{C}} \right)^{\beta} V_{1} + \left(\frac{\phi_{2}}{A_{C}} \right)^{\beta} V_{2} + \left(\frac{\phi_{\sigma}}{A_{\sigma}} \right)^{\beta_{\sigma}} V_{\sigma} \right]$$
$$= C_{m} f^{\alpha} \left[\left(\frac{\phi_{1}}{A_{C}} \right)^{\beta} (V_{1} + V_{\sigma}) + \left(\frac{\phi_{2}}{A_{C}} \right)^{\beta} V_{2} \right]$$
(8.48)

gegeben. Dabei kann der Volumensanteil der Primärwicklung und der des Streuflußpfades zusammengefaßt werden, da die Variable e so gewählt wurde, daß die Flußdichte in beiden Abschnitten gleich groß ist.

8.4.2 Thermisches Modell

Mit den berechneten Verlusten können im nächsten Schritt die Temperaturänderungen in den Wicklungen und im Kern berechnet werden. Dafür wird ein thermisches Modell des Transformators benötigt, welches die Abführung der entstehenden Verluste an die Umgebung in Abhängigkeit von den geometrischen Größen und den thermischen Materialkonstanten beschreibt. Insgesamt gibt es drei Mechanismen des Wärmetransports vom Ort der Entstehung der Verluste an die Umgebung: Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung, wobei die Konvektion im eigentlichen Sinne nur ein Spezialfall der Wärmeleitung ist.

Die Leitung von Wärme in einem Medium von einem Ort hoher Temperatur zu einem Ort niedriger Temperatur wird mittels des Gesetzes von Fourier beschrieben. In der eindimensionalen Form lautet dieses

$$q = -\alpha_L A_L \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \xrightarrow{\text{homogen}} \qquad -\alpha_L A_L \frac{T_S - T_A}{\Delta x} \qquad (8.49)$$

mit

 α_L = Wärmeleitfähigkeit des Materials [W/m²K] A_L = Querschnittsfläche der Wärmeleitung T_S = Temperatur der Oberfläche $T_A =$ Temperatur der Umgebung

und beschreibt die abgeführte Wärmemenge q als Funktion des Temperaturgradienten. Nimmt man ein homogenes Medium an, so kann der Gradient mit der Temperaturdifferenz $\Delta T = T_S - T_A$ als $\Delta T/\Delta x$ berechnet werden. Mit diesem Zusammenhang kann die Gleichung für den thermischen Widerstand der Wärmeleitung

$$R_{th} = \frac{l_L}{\alpha_L A_L} \tag{8.50}$$

mit

 $l_L = \ddot{A}$ quivalente Weglänge der Wärmeleitung

abgeleitet werden.

Neben der Wärmeleitung gibt es noch die freie bzw. die erzwungene Konvektion, welche mit dem Newtonschen Gesetz

$$q = \alpha_k A_k (T_S - T_A) \tag{8.51}$$

mit

 $\alpha_k =$ Konvektionskoeffizient [W/m² K] $A_k =$ Fläche der Konvektion

beschrieben wird. Aus diesem folgt der thermische Widerstand für die Konvektion, welcher den Wärmefluß von einer Grenzfläche in die vorbeiströmende Luft beschreibt.

$$R_{th} = \frac{1}{\alpha_k A_k} \tag{8.52}$$

Der letzte Transportmechanismus ist die Strahlung, welche mittels elektromagnetischer Wellen Wärme überträgt. Diese kann mit dem Stefan-Boltzmann Gesetz der thermischen Strahlung

$$q = \epsilon \,\sigma \,A_r (T_S^4 - T_A^4) \tag{8.53}$$

mit

 $\epsilon = \mathrm{Emissionskoeffizient}$ der strahlenden Fläche

 $\sigma = \text{Stefan-Boltzmann Konstante} = 5.67 \times 10^{-8} \left[W/m^2 K^4 \right]$

 $A_r =$ Strahlende Oberfläche

berechnet werden, woraus der thermische Widerstand für die Wärmestrahlung

$$R_{th} = \frac{1}{\alpha_r A_r} \tag{8.54}$$

mit

$$\alpha_r = \frac{\epsilon \sigma (T_S^4 - T_A^4)}{T_S - T_A} \tag{8.55}$$

folgt. Dabei bezeichnet α_r den Koeffizienten des Wärmetransports durch Strahlung, welcher z.B. für die geplante Temperaturdifferenz berechnet und dann näherungsweise unabhängig von der tatsächlichen Temperatur verwendet werden kann.

Die Werte der Konstanten ϵ für das Emissionsvermögen und vor allem die Konstante α_k für die Konvektion sind dabei im allgemeinen nur näherungsweise bekannt und werden oft im Rahmen von Messungen für einen speziellen Aufbau bzw. mit empirischen Gleichungen ermittelt.

Der Konvektionskoeffizient α_k ist zudem noch von der Einbaulage des Transformators abhängig, da horizontale und vertikale Flächen ein anderes Konvektionsverhalten aufweisen [193]. Weiterhin beeinflussen die Position des Transformators im Gehäuse, die Größe des Gehäuses selbst und die Position und Temperatur anderer Komponenten im Gerät den Wert des Koeffizienten α_k in nicht vernachlässigbarer Weise, da diese den Verlauf und die Temperatur der Luftströmungen beeinflussen.

Die in realen technischen Aufbauten abgestrahlte Wärmeleistung ist ebenfalls von vielen Faktoren abhängig, wobei der Anteil der durch Strahlung abgeführten Wärme in der Regel relativ gering ist. Die beeinflussenden Faktoren sind zum einen die Beschaffenheit der Oberfläche, welche den Wert des Emissionskoeffizienten ϵ bestimmt, und zum anderen die Ausrichtung der strahlenden Fläche. Befindet sich die magnetische Komponente in "Sichtverbindung" eines anderen heißen Bauteils bzw. einer reflektierenden Oberfläche, so gibt dieses Bauteil Wärmeleistung an den Transformator ab bzw. reflektiert die von Transformator abgestrahlte Wärme zurück. Der Anteil der mittels Wärmeleitung abgeführten Verlustleistung kann meistens vernachlässigt werden, außer es werden spezielle Maßnahmen, wie z.B. thermische Anbindung des Transformators an einen Kühlkörper, getroffen. Diese können jedoch relativ leicht innerhalb des thermischen Modells berücksichtigt werden.

Mit den Gleichungen für die thermischen Widerstände der verschiedenen Transportmechanismen kann das thermische Modell des Transformators aufgestellt werden. Dieses wird im Rahmen der Optimierung zur Berechnung der verschiedenen Temperaturänderungen verwendet. Dabei ist es das Ziel der Optimierung, das Volumen zu minimieren und die Leistungsdichte zu maximieren. Demzufolge werden der Kern und die Wicklung bei ihrer jeweiligen optimalen Temperatur betrieben, um diese bestmöglichst auszunutzen. Somit ist die sich einstellende Temperaturdifferenz bzw. -erhöhung festgelegt, sobald die Umgebungstemperatur T_A bzw. die Temperatur des Kühlmediums vorgegeben ist. Mit der geplanten Betriebstemperatur sind auch die Werte der temperaturabhängigen Parameter der Materialien (z.B. Leitfähigkeit) bekannt und eine normalerweise übliche iterative Lösung des Gleichungssystems für die Verluste und des thermischen Modells ist nicht notwendig.

Neben der Annahme, daß die Betriebstemperatur der Bauteile im Nennbetrieb gleich der unter den zu betrachtenden Umständen optimalen Temperatur ist, wird im folgenden davon ausgegangen, daß der Transformator forciert gekühlt wird. Damit kann das Volumen des Transformators deutlich reduziert und damit die Leistungsdichte des Gerätes erhöht werden.

Bekannte thermische Modelle

In der Literatur werden verschiedene thermische Modelle für magnetische Komponenten vorgeschlagen [173, 175, 176] sowie [193] - [196], welche in der (Übersichts-) Veröffentlichung [197] z.T. in Kategorien eingeteilt und verglichen werden. Viele von diesen Modellen basieren auf einem Netzwerk aus thermischen Widerständen bzw. einer Lösung vereinfachter Wärmegleichungen für den eindimensionalen Fall. Dabei wird häufig der Kern und die Wicklung als isotherm und nur die Abgabe der Wärme von der Oberfläche der Wicklung bzw. des Kerns an die Umgebung betrachtet [195]. Weiterhin wird in den Modellen zum Teil die thermische Kopplung des Kernes und der Windung berücksichtigt [176, 175]. Eine Erhöhung der Genauigkeit der thermischen Berechnungen kann dadurch erreicht werden, daß man den Kern und die Wicklungen nicht mehr als isotherm betrachtet. Stattdessen wird der Verlauf der Wärme und der dadurch entstehende Temperaturabfall in der Wicklung und im Kern durch thermischen Widerständen und verteilen Verlustquellen modelliert [193, 173]. Dabei kann der Transformator in sehr viele Abschnitte unterteilt werden, um ein möglichst genaues Abbild der realen Verhältnisse zu erhalten [194]. Damit erhöht sich der Aufwand für die Parametrierung der Modelle erheblich und eine gute Genauigkeit wird aufgrund der Einflußfaktoren auf die Koeffizienten der Wärmegleichungen nur für einen betrachteten Spezialfall erreicht.

Die meisten der genannten thermischen Modelle beschreiben nur den Fall freier Konvektion. Für eine exakte Berechnung des Wärmeübergangs durch (forcierte) Konvektion ist es notwendig dreidimensionale, partielle nichtlineare Differentialgleichungen für bewegliche Medien, die Navier-Stokes Gleichungen, zu lösen. Dies ist im allgemeinen nur mit numerischen Verfahren (z.B. FEM/CFD oder FTD), welche für die Optimierung ungeeignet sind, möglich.

Aus diesem Grund greifen die Autoren von [173, 193, 196] auf empirische Gleichungen aus der Literatur über Thermodynamik zurück, um den Wärmetransport bei der forcierten Konvektion zu beschreiben. Dabei wird in [196] eine einfache empirische Gleichung angegeben, welche die Wärmeabgabe einer ebenen Fläche bei forcierter Kühlung mit einem Luftstrom mit definierter Geschwindigkeit beschreibt.

In [173] wird der thermische Widerstand bei forcierter Kühlung anhand von empirischen Gleichungen aus [198] und [199] für unendlich große in Längsrichtung bzw. senkrecht angeströmte Platten berechnet. Dabei werden Verwirbelungen aufgrund der Kanten und der relativ kleinen zusammenhängenden Flächen des Transformators sowie die Beeinflussung des Luftstroms durch andere Komponenten bzw. den Einbau in ein Gehäuse vernachlässigt. Dies kann im allgemeinen nur mittels einer numerischen Simulation (z.B. ICEPAKTM oder COMSOLTM) berücksichtigt werden.

Die von van den Bossche in [193] verwendete Gleichung aus [200] basiert auf Messungen des thermischen Widerstandes von frontal angeströmten quadratischen Vollprofilen (siehe Abb. 8.17(a)). Diese Versuchsanordnung ist einem Transformator mit forcierter Kühlung relativ ähnlich. Allerdings geht bei den Berechnungen des Wärmeleitkoeffizienten die Tiefe des Bauelements nicht ein. Dies führt aber zu keinen allzu großen Fehlern, wie im folgenden noch gezeigt wird.

Aus diesem Grund wird dieser Ansatz im folgenden für die Berechnung des Wärmeleitkoeffizienten zwischen der Oberfläche des Transformators und der vorbeiströmenden Luft verwendet. Damit kann die Oberflächentemperatur des Kernes und der Wicklung bei gegebener Verlustleistung berechnet werden. In einem zweiten Schritt werden die relevanten Temperaturabfälle in der Wicklung und im Kern mittels thermischer Widerstände beschrieben. Dabei ist eine sinnvolle Balance aus einfacher Parametrierbarkeit, d.h. schnelle Berechnung während der Optimierung, und Genauigkeit bei der Modellbildung notwendig.

Die Genauigkeit des gesamten thermischen Modells hängt dabei unter anderem stark von den zu ermittelnden Koeffizienten in den Wärmegleichungen ab. Für diese werden Informationen über die Konstruktion des Gerätes bzw. den sich einstellenden Luftstrom inklusive Temperatur benötigt. Da die geometrischen Abmessungen des Transformators, die Größe des benötigten Kühlkörpers und der Kondensatoren und damit das konstruktive Design des Konverters erst im Laufe der Optimierung bestimmt werden, sind obige Informationen nicht verfügbar. Demzufolge sind aufwendige und vermeintlich genaue Modelle nicht zielführend. Aus diesem Grund werden im folgenden nur die Einflüsse berücksichtigt, welche die Temperaturverteilung entscheidend beeinflussen.

Forcierte Kühlung

Wie bereits erwähnt, hat der Autor von [200] unter anderem eine empirische Gleichungen für den Wärmeleitkoeffizienten eines frontal angeströmten quadratischen Vollprofils mit der Kantenlänge D aufgestellt (siehe Abb. 8.17(a)). Diese lautet

$$\alpha_k = \frac{k}{L} \, 0.102 \, Re_D^{0.675} \, Pr^{1/3} \tag{8.56}$$

mit

$$Re_D = \frac{vL}{\nu}$$
 Reynolds-Zahl
 $L = D$ Charakteristische Länge in [m]
 $v =$ Strömungsgeschwindigkeit der Luft in [m/s]

- $\nu = \text{Kinetische Viskosität der Luft} (\rightarrow \text{Tab.})$
- $Pr = Prandtl-Zahl des vorbeiströmenden Mediums (\rightarrow Tab.)$
 - k =Wärmeleitfähigkeit des strömenden Mediums (\rightarrow Tab.).

Damit kann der Koeffizient der Konvektion α_k für geometrisch ähnliche Objekte relativ genau berechnet werden. Dabei ist die zugrunde liegende Annahme, daß sich die vorbeiströmende Luft in der Grenzschicht zwischen der Oberfläche des Festkörpers und der ruhenden Luft bei geometrisch ähnlichen Objekten bzw. ähnlichen Randbedingungen, wie z.B. Luftdruck, Umgebungstemperatur, ebenfalls ähnlich verhält. Die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von den einzelnen Parametern wird dabei mittels Ähnlichkeitsparameter, wie z.B. der Reynoldsoder der Nusselt-Zahl beschrieben.

Um die Berechnung des Wärmeleitkoeffizienten zu vereinfachen, hat der Autor von [193] die Werte für die Konstanten (Re, Pr) bei normalen Umgebungsbedingungen ($T_{Luft} = 300K$, Kinetische Viskosität, etc. aus Tabellen) eingesetzt und erhält somit näherungsweise

$$\alpha_k = \frac{3.33 + 4.8v^{0.8}}{L^{0.288}}.\tag{8.57}$$

Dabei wird mit der Konstanten 3.33 die Wärmeleitfähigkeit bei natürlicher Konvektion berücksichtigt. Diese wird in [193] anhand von empiri-



Abbildung 8.17: (a) Profil, welches als Grundlage für die empirische Gleichung (8.56) verwendet wurde. (b) Definition der charakteristischen Länge für Gleichung (8.57).

schen Gleichungen für den Wärmeleitkoeffizienten von vertikalen und horizontalen Ebenen näherungsweise für allgemeine Transformatoren berechnet. Im Rahmen der Berechnung wird auch die charakteristische Länge für den hier betrachteten Aufbau als L = H + B definiert (siehe Abb. 8.17(b)).

Mit der Gleichung (8.57) kann nun der thermische Widerstand zwischen der Oberfläche des Kernes bzw. der Wicklung und der Umgebungsluft bei forcierter Kühlung berechnet werden. Nimmt man dabei an, daß die Fläche der Wicklung und die Fläche des Kerns näherungsweise gleich gut von der vorbeiströmenden Luft gekühlt werden, so ergibt sich für die thermischen Widerstände der Wicklungsoberfläche $R_{th,W-A}$ und der Kernoberfläche $R_{th,C-A}$ (Gleichung für die Flächen siehe Tab. 8.4)

$$R_{th,W-A} = \frac{1}{\alpha_k S_W} \tag{8.58}$$

$$R_{th,C-A} = \frac{1}{\alpha_k S_C} \tag{8.59}$$

mit

$$S_W$$
 = gekühlte Oberfläche einer Wicklung (siehe Tab. 8.4)
 S_C = gekühlte Oberfläche des gesamten Kerns.

Dabei ist es für die thermischen Widerstände der Wicklungen vorteilhaft, daß die Primär- und die Sekundärwicklung aufgrund der Integration der Serieninduktivität nicht übereinander gewickelt werden und das der Luftspalt, welcher Verlust in den Wicklungen erzeugen kann, nicht von den Wicklungen umschlossen wird.

Im Falle, daß die Oberflächen der Wicklungen und des Kerns unterschiedlich stark gekühlt werden, ergeben sich unterschiedliche Wärmeleitkoeffizienten für die entsprechenden Flächen, welche im Rahmen von numerischen Simulationen oder Experimenten ermittelt und bei der Berechnung der thermischen Widerstände berücksichtigt werden müßten.

Die Gleichung (8.57) für die Berechnung des Koeffizienten α_k basiert auf Messungen an quadratischen Profilen (Abb. 8.17), welche senkrecht zur Zeichenebene im Verhältnis zur Höhe bzw. Breite eine große Ausdehnung haben. Da reale Transformatoren im allgemeinen keinen quadratischen Querschnitt haben und die Tiefe dieser im Verhältnis zur Höhe



Abbildung 8.18: Simulationsmodell der thermischen Simulationen mit ICEPAK.

bzw. Breite nicht sehr groß ist, wurde die Genauigkeit der Berechnungen mit Gleichung (8.57) im Rahmen von thermischen Simulationen überprüft. Dabei wurden Aufbauten mit rechteckigem Querschnitt und begrenzter Tiefe und verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten betrachtet. Das verwendete Simulationsmodell ist in Abbildung 8.18 und die dazugehörigen Ergebnisse in Tabelle 8.5 zusammengefaßt.

Tabelle	8.5: E	Ergebnisse o	ler the	ermische	n Simu	lation	und de	r Berec	hnung
der mit	tleren	Temperatu	r von	Blöcken	mit de	n gege	benen A	Abmess	ungen

Nr	B	H	T	v	P	S_{aktiv}	T_{Sim}	T_{Calc}	$lpha_k$
111.	[mm]	[mm]	[mm]	$\left[\frac{m}{s}\right]$	[W]	$[mm^2]$	[°C]	[°C]	$\left[\frac{W}{Km}\right]$
1		50	50	2	10	8000	74.6	74.7	25.1
2					20		120.5	124	
3					30		166.4	174	
4	50				40		213.7	224	
5	- 50			3	10		62.3	64	32
6					20		100.1	103.1	
7					30		137.6	142.1	
8					40		175.2	181.1	

Nr	B	H	T	v	P	S_{aktiv}	T_{Sim}	T_{Calc}	$lpha_k$
111.	[mm]	[mm]	[mm]	$\left[\frac{m}{s}\right]$	[W]	$[mm^2]$	$[^{\circ}C]$	[°C]	$\left[\frac{W}{Km}\right]$
9					10		67.1	68.5	
10	$ \begin{array}{c} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 50 \end{array} $			0	20	0500	107.6	112	94.9
11			30	2	30		148.9	155.6	24.2
12		FO			40		190.3	199.1	
13	30	50		2	10	9500	57.7	59.2	20.0
14					20		90.3	93.3	
15				Э	30		123	127.5	30.8
16					40		155.6	161.6	
17				0	10		55.2	55.6	00.4
18					20		85.2	86.1	
19				Z	30		114.1	116.6	23.4
20	70	70	20		40	14000	142.7	147.2	1
21	70	70	20	0.55	10	14000	50.4	51.5	27
22					20		75.9	78	
23				2.00	30		100.5	104.5	
24					40		123.6	130.9	
25			20	2	10	21600	46	46	22.1
26	00	90			40		107.2	108.9	
27	27 28			3.19	10		40.6	40.9	29.2
28				3.65	40		80.8	83.2	31.8
29			20	2	10	15600	51.5	54.1	22.1
30	60	90			40		128.1	141.2	
31	31 00			1.12	10	10000	58.23	64.54	16.2
32				3.38	40		115.5	129.7	24.5
33			40	2	10	20400	47.6	48.3	21
34	60	90			40		111.5	118.2	
35	35			0.33	10		67.1	76.3	9.55
36				3.38	40		88.1	92.9	28.9
37				2	10		49.5	50.8	21.5
38 60	60	60	-	40	18000	115.6	128.25	-110	
39	39	00	00	0.64	10	10000	60	70.1	12.3
40	40			3.61	40		88.3	97.11	30.8
41		60	20	2 0.075 4.48	10	15000	54.2	52.6	24.2
42					40		138.6	135.24	
43					10		89.1	106.9	81.4
44					40		91.9	91.9	С
45		70	20	2 2.57	10	9200	67.8	71.5	23.4
46	40				40		191.8	210.9	
$4\overline{7}$	10				10		$60.\overline{3}$	65.11	27.1
48				3.33	40		137.5	161.7	31.8
49	80	90	20	2	10	19600	47	48.1	22.1
50	00	50	20	-	40	10000	110.6	117.5	<i>44</i> .1

Anhand der simulierten und der berechneten Temperatur in der Tabelle kann man schlußfolgern, daß das analytische Modell im Schnitt Ergebnisse mit einem Fehler kleiner als ca. 10% liefert und die prädiktionerte Temperatur des Modells fast immer oberhalb der simulierten ist. Zum Teil ist der Fehler größer als 10%, wenn die betrachtete Luftgeschwindigkeit kleiner als 1 m/s ist. Der Grund dafür ist das relativ einfache Modell für die natürliche Konvektion, welches bei kleinen Geschwindigkeiten verstärkt zum Tragen kommt. Dieses könnte anhand der Ausführungen in [193] noch verfeinert werden, was jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet wird, da im folgenden aufgrund der zu erreichenden Kompaktheit von Luftgeschwindigkeiten oberhalb von 1 m/s ausgegangen wird.

Thermischen Widerstände des Kerns und der Wicklung

Mit den im vorangegangenen Abschnitt ermittelten thermischen Widerständen kann die Temperatur an der Oberfläche der Wicklung und des Kerns bei gegebener Verlustleistung berechnet werden. Die Verlustleistung entsteht dabei näherungsweise jeweils homogen verteilt in der Primär- und Sekundärwicklung sowie im Kern und gelangt durch das Volumen an die Oberflächen. Dabei können die thermischen Widerstände der Wicklung und des Kerns im Verhältnis zum Widerstand der Oberflächen zur Umgebung bei forcierter Kühlung nicht vernachlässigt werden. An diesen Widerständen entstehen interne Temperaturabfälle, welche zu lokalen "Hot Spots" der Wicklung und des Kerns führen.

Aus diesem Grund wird im folgenden der thermische Widerstand,

- der Wicklung von der innersten Lage bis zur Oberfläche $R_{th,W}$,
- des Kernabschnittes, welcher von einer Wicklung umschlossen ist und damit nicht direkt gekühlt wird $R_{th,C}$, und
- der die Wicklung und den Kern thermisch koppelt $R_{th,W-C}$,

berechnet (siehe Abb. 8.19), da die höchste Übertemperatur entweder in der innersten Lage der Wicklung oder im nicht direkt gekühlten Bereich des Kernes auftritt. Die maximale Temperatur ist dabei ausschlaggebend für das Design, da diese die Lebensdauer des Transformators bestimmt. Dabei fokussieren sich die Betrachtungen auf einen Transformatoren mit ALP, da das thermische Modell anderer Aufbauformen leicht analog dazu ermitteln läßt.



Abbildung 8.19: Relevante thermische Widerstände in der Wicklung und im Kern eines Transformators.

Bei einem Transformator mit ALP bilden die einzelnen Windungen zylinderförmige/rechteckförmige Lagen aus Kupfer um einen Schenkel des Kerns. Zwischen den einzelnen Lagen befindet sich die Isolation der Wicklung und meistens eine dünne kaum vermeidbare Schicht aus Luft, d.h. im allgemeinen ist zwischen den Lagen aus Kupfer ein Folge: Isolation - Luft - Isolation.

Die Dicke der Luftschicht hängt von dem Wicklungsaufbau und der Zugkraft während des Wickelns ab und kann meist nur geschätzt bzw. an einem realen Aufbau näherungsweise meßtechnisch ermittelt werden. Bei einseitiger Isolation entfällt eine Lage Isolation. Mit dem Zusammenhang (8.50) ergibt sich somit folgender thermische Widerstand $R_{th,1}$ von einer Lage der Wicklung zu nächsten.

$$R_{th,1} = \frac{l_{Iso}}{\alpha_{L,Iso}A_{L,Wdg}} + \frac{l_{Luft}}{\alpha_{L,Luft}A_{L,Wdg}} + \frac{l_{Iso}}{\alpha_{L,Iso}A_{L,Wdg}} \quad (8.60)$$

mit

 $l_{Iso} =$ Dicke einer Isolationslage $l_{Luft} =$ Geschätzte Dicke der Luftschicht $\alpha_{L,Iso} =$ Wärmeleitfähigkeit der Isolation $\alpha_{L,Luft} = \text{Wärmeleitfähigkeit der Luft}$

 $A_{L,Wdg} = (2(a+b)+4c)(d-d_{C,W})$ Kontaktfläche der Lagen

Dabei wird der Widerstand der Kupferfolie außer Acht gelassen, da dessen thermische Leitfähigkeit (~ 370) im Vergleich zur Isolation (~ 0.2) und zur Luft (~ 0.03) deutlich höher ist. Der thermische Widerstand, welcher sich von einer Lage zur nächsten entlang der Kupferfolie um den Schenkel herum ergibt, ist trotz der guten Leitfähigkeit des Kupfers normalerweise deutlich größer als der thermische Widerstand durch die Isolation. Der Grund dafür ist der relativ kurze Weg durch die Isolation und der relativ lange Weg durch das Kupfer. Für einen Aufbau mit a = 20mm, b = 20mm, h = 50mm, $l_{Iso} = 100\mu m$, $l_{Luft} = 25\mu m$, $\alpha_{L,Luft} = 0.03$ und $\alpha_{L,Iso} = 0.25$ ergibt sich z.B. $R_{th,1} = 0.31K/W$ für den thermischen Widerstand durch die Isolation und $R_{th} = 21K/W$ für den Weg um den Schenkel herum durch die Kupferfolie mit $d = 200\mu m$.

Nimmt man an, daß der Abstand der Wicklung vom Kern im Verhältnis zur Länge des (verteilten) Luftspaltes relativ groß ist, so kann man näherungsweise von einer homogenen Dichte der Verlustleistung in der Wicklung ausgehen. Eventuelle Inhomogenitäten durch das Luftspaltfeld ergeben sich hauptsächlich in den äußeren Lagen, womit diese den Hot Spot im inneren der Wicklung nicht stark beeinflussen.

Mit einer homogenen Verlustleistungsdichte wird in jeder Lage die Verlustleistung $P_{V,Wdg}/N$ in das thermische Netzwerk eingespeist. Damit ergibt sich das in Abbildung 8.20(a) dargestellte thermische Ersatznetzwerk für eine Wicklung. Dieses kann zu dem Netzwerk in Abbildung



Abbildung 8.20: (a) Thermisches Ersatzschaltbild einer Windung mit N Lagen, einer Gesamtverlustleistung P_1 und den thermischen Übergangswiderständen $R_{th,W}$ zwischen den Lagen und (b) vereinfachtes äquivalentes Ersatzschaltbild.

8.20(b) vereinfacht werden, wobei

$$R_{th,W} = R_{th,1} \frac{N+1}{2} = \frac{l'_{Iso}}{\alpha'_{L,Iso} A_{L,Wdg}} \frac{N+1}{2}$$
(8.61)

gilt und die Variablen l'_{Iso} bzw. $\alpha'_{L,Iso}$ die gesamten thermischen Widerstände eines Übergangs von einer Lage zur nächsten beinhalten (Isolation, Luft, evtl. Kupfer,...).

Damit ist der thermische Widerstand der Wicklung in *x*-Richtung bekannt. Der Widerstand in *y*-Richtung (bzw. *z*-Richtung) ist lokal gesehen aufgrund der guten Leitfähigkeit des Kupfers deutlich kleiner und führt zu einer näherungsweise homogene Temperaturverteilung innerhalb einer Lage. Zur Wärmeleitung von einer Lage zur nächsten trägt dieser jedoch - wie oben bereits bemerkt - relativ wenig bei, da das Verhältnis aus Windungslänge zu Foliendicke und damit auch der dazugehörige thermische Widerstand im Normalfall relativ groß ist.

Im nächsten Schritt wird der thermische Widerstand des Kernabschnittes berechnet, welcher von der Wicklung umschlossen und damit nicht direkt gekühlt wird. Dort befindet sich der Hot Spot des jeweiligen Schenkels, wobei der bezüglich der Temperatur kritischstes Punkt im Bereich der Mitte der Wicklung liegt, wenn man näherungsweise annimmt, daß die Temperatur des Kerns oberhalb und unterhalb der Wicklung ungefähr gleich ist. Damit ergibt sich der thermische Widerstand zu

$$R_{th,C} = \frac{H_W/2}{\alpha_{L,Ferrit} A_{L,C}}$$
(8.62)

mit

$$H_W = d - d_{C,W}$$
 (Höhe der Wicklung)
 $\alpha_{L,Ferrit} =$ Wärmeleitfähigkeit von Ferrit
 $A_{L,C} = a \cdot b$ (Querschnitt des Kerns).

Für die Bereiche des Kerns, welche nicht von einer Wicklung verdeckt und damit direkt gekühlt werden, wird näherungsweise angenommen, daß diese isotherm sind, da die Verlustleistungsdichte im Kern annähernd homogen, die thermische Leitfähigkeit von Ferrit relativ gut und die Weglängen der Wärmeleitung relativ kurz sind. Weiterhin wird in diesen Bereichen normalerweise keine Wärme lokal von außen eingekoppelt.

Bei den betrachteten Resonanzkonvertern mit hohen Ausgangsströmen ist die Temperatur des Kerns im Bereich der Sekundärwicklung in Normalfall etwas höher als die Temperatur im Bereich der Primärwicklung, obwohl dort die Flußdichte höher ist. Der Grund dafür ist die thermischen Kopplung zwischen den Wicklungen und dem Kern über die Spulenkörper, wodurch der Kern vor allem im Bereich der Sekundärwicklung zusätzlich erwärmt wird.

Die genannte Kopplung zwischen Kern und Wicklung entsteht bei kompakten Aufbauten aufgrund des geringen Abstandes zwischen den Wicklungen und dem Kern, der nicht zu vernachlässigbaren Wärmeleitfähigkeit des Isolationsmaterials und der verhältnismäßig großen Kontaktfläche. Der thermische Kopplungswiderstand ergibt sich analog zu dem Widerstand zwischen den Lagen einer Wicklung zu

$$R_{th,W-C} = \frac{l_{SP}}{\alpha_{L,SP}(2a+2b)H_W} + \frac{l_{SP,K}}{\alpha_{L,Luft}(2a+2b)H_W}$$
(8.63)

mit

 l_{SP} = Dicke des Spulenkörpers in Richtung der Wärmeleitung l_{SP} = Abstand zwischen Kern und Spulenkörper $\alpha_{L,SP}$ = Wärmeleitfähigkeit des Spulenkörpers (\rightarrow Tab.).

Dabei wird mit dem zweiten Term in der Gleichung berücksichtigt, daß bei realen Aufbauten häufig aus Gründen der Fertigung ein Abstand zwischen dem Spulenkörper und dem Kern ist, welcher mit Luft gefüllt ist.

Thermisches Modell

Faßt man die oben erwähnten thermischen Pfade der Kopplung und Ausbreitung zusammen, so ergibt sich das in Abbildung 8.21 dargestellte thermische Ersatzschaltbild eines Transformators mit ALP und forcierter Kühlung. Darin bezeichnen $P_{C,S}$ und $P_{C,W}$ die Verlustleistung im Kern, welche im Bereich der Sekundär- bzw. Primärwicklung entsteht, und $P_{C,R}$ gibt die Verluste im restlichen Kern ohne den Streuflußpfad an. Die Verluste im Streuflußpfad werden durch $P_{C,\sigma}$ berücksichtigt. Der thermische Widerstand $R_{th,C-A2}$ ergibt sich aus dem Wärmeleitkoeffizienten für die forcierte Kühlung (Gl. (8.57)) und der Fläche S_{C2} , welche die Fläche der oberen Kernhälfte bezeichnet, die direkt vom Luftstrom gekühlt wird. Analog dazu bezeichnet $R_{th,C-A1}$ die vom Luftstrom direkt gekühlte Fläche S_{C1} der unteren Kernhälfte, wobei angenommen wird, daß der Kern auf einer Unterlage steht (siehe Abb. 8.18) und somit die Bodenfläche des Kerns nicht vom Luftstrom gekühlt wird. Ist diese Bodenfläche thermisch z.B. an einem Kühlkörper angebunden oder steht der Transformator auf einer thermisch gut leitenden Ebene, so kann dies mit dem Widerstand $R_{th,C-K}$ berücksichtigt werden. Die Temperatur der Fläche, an welcher der Boden des Transformators angebunden ist, wird mit T_B bezeichnet.

Die sich in den einzelnen Pfaden einstellenden Wärmeflüsse können mit Hilfe des Maschenstromverfahrens berechnet werden. Ein mögliches Gleichungssystem, welches sich für das Schaltbild in Abbildung 8.21



Abbildung 8.21: Thermisches Ersatzschaltbild eines Transformators mit ALP und forcierter Kühlung.

ergibt, besteht aus den folgenden fünf Gleichungen, wobei die Wärmeströme (=Maschenströme) mit $q_1 - q_5$ bezeichnet werden.

$$0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(q_1 + q_3 - P_{W,S} - P_{C,S}) + R_{th,W-C} \cdot (q_1 + q_3 - P_{C,S}) + R_C I_1 + R_{th,C-A1}(q_1 + q_2 + q_5 + P_{\Sigma}) \\ 0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-P})(q_2 + q_4 - P_{W,P} - P_{C,P}) + R_{th,W-C} \cdot (q_2 + q_4 - P_{C,P}) + R_C q_2 + R_{th,C-A1}(q_1 + q_2 + q_5 + P_{\Sigma}) \\ 0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(q_1 + q_3 - P_{W,S} - P_{C,S}) + R_{th,W-C} \cdot (q_1 + q_3 - P_{C,S}) + R_C q_3 + R_{th,C-A2}(q_3 + q_4 + P_{\Sigma}) \\ 0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-P})(q_2 + q_4 - P_{W,P} - P_{C,P}) + R_{th,W-C} \cdot (q_2 + q_4 - P_{C,P}) + R_C q_4 + R_{th,C-A2}(q_3 + q_4 + P_{\Sigma}) \\ 0 = -T_B + R_{th,C-K}q_5 + R_{th,C-A1}(q_1 + q_2 + q_5 + P_{\Sigma}) + T_A$$

mit

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{2}(P_{C,R} + P_{C,\sigma}).$$

Wobei P_{Σ} die Verlustleistung im direkt gekühlten Bereich einer Kernhälfte bezeichnet (vgl. Abb. 8.21).

Nach Lösen des Gleichungssystems erhält man die fünf unbekannten Wärmeflüsse q_1 bis q_5 . Mit diesen können dann die Temperaturen in den Wicklungen und in den verdeckten Bereichen des Kernes anhand von

$$T_{W,S} = T_A + (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(-q_1 - q_3 + P_{W,S} + P_{C,S})$$

$$T_{W,P} = T_A + (R_{th,W-A} + R_{th,W-P})(-q_2 - q_4 + P_{W,P} + P_{C,P})$$

$$T_{C,S} = T_A + R_{th,C-A2}(q_3 + q_4 + P_{C,\Sigma}) + R_{th,C}q_3$$

$$T_{C,P} = T_A + R_{th,C-A2}(q_3 + q_4 + P_{C,\Sigma}) + R_{th,C}q_4$$
(8.65)

berechnet werden. Die resultierenden funktionalen Zusammenhänge sind relativ einfach zu berechnen, jedoch sehr umfangreich, so daß diese hier nicht wiedergegeben werden.

Mögliche Vereinfachungen des Modells

Verzichtet man auf einen Teil der Genauigkeit des thermischen Modells, um dessen Komplexität zu reduzieren, so kann das Modell auf der Basis folgender Annahmen vereinfacht werden. Erstens wird aufgrund der hohen Ausgangsströme ein Mittelpunktgleichrichter verwendet. Somit hat die Sekundärwicklung ein Mittelpunktanzapfung und 2 N_2 Windungen. Außerdem fließt durch die Wicklung ein DC-Strom, welcher gleich dem halben Laststrom I_{Out} ist.

Zweitens sei der ohmsche Widerstand in der Primär- und der Sekundärwicklung näherungsweise gleich (dies ist eine grobe Näherung für einen Transformator mit ALP und Folienwicklung und stimmt in der Realität nur begrenzt, da die optimale Foliendicke der Sekundärwicklung normalerweise deutlich größer ist als die Foliendicke der Primärwicklung). Daraus folgt, daß die Verlustleistung in der Sekundärwicklung aufgrund der Wechselströme näherungsweise um den Faktor $(1/2 \cdot N_1/N_2)^2$ größer ist. Dazu kommen noch die Verluste durch den DC-Strom hinzu. Da die Sekundärwicklung nur $1/2 \cdot N_1/N_2$ so viele Lagen hat wie die Primärwicklung, ist der aus Gleichung (8.61) resultierende thermische Widerstand $R_{th,W-S}$ näherungsweise um den Faktor $1/2 \cdot N_1/N_2$ kleiner als der Widerstand der Primärwicklung $R_{th,W-P}$. Folglich ist der Temperaturanstieg in der Sekundärwicklung deutlich höher als derjenige in der Primärwicklung.

Nimmt man zusätzlich an, daß im Kern keine Wärme vom Bereich der Sekundärwicklung zum Bereich der Primärwicklung fließt und dort abgeführt wird, so kann man das thermische Ersatzmodell der Primärwicklung und des dazugehörigen Kernabschnittes weglassen, d.h. der Kern bzw. das thermische Modell wird in der Mitte geteilt. Für das geteilte Modell werden nur noch drei Systemgleichungen benötigt. Diese sind durch

$$0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(q_1 + q_2 - P_{W,S} - P_{C,S}) + R_{th,W-C}$$

$$(q_1 + q_2 - P_{C,S}) + R_C q_1 + 2R_{th,C-A1} (q_1 + q_5 + \tilde{P}_{\Sigma})$$

$$0 = (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(q_1 + q_2 - P_{W,S} - P_{C,S}) + R_{th,W-C}$$

$$(q_1 + q_2 - P_{C,S}) + R_C q_2 + 2R_{th,C-A2} (q_2 + \tilde{P}_{\sigma})$$

$$0 = -T_B + 2R_{th,C-K} q_5 + 2R_{th,C-A1} (q_1 + q_5 + \tilde{P}_{\Sigma}) + T_A$$
(8.66)

mit

$$\tilde{P}_{\Sigma} = \frac{1}{2}(P_{C,Sr} + \frac{1}{2}P_{C,\Sigma})$$

gegeben, wobei mit $P_{C,Sr}$ die Kernverluste im direkt gekühlten Bereich der Sekundärwicklung bezeichnet werden. Löst man diese Gleichungen

nach q_1, q_2 und q_5 auf, so ergeben sich die Temperaturen in der Sekundärwicklung und im Kern zu

$$T_{W,S} = T_A + (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})(-q_1 - q_2 + P_{W,S} + P_{C,S})$$

$$T_{C,S} = T_A + 2R_{th,C-A2}(q_2 + \tilde{P}_{\Sigma}) + R_{th,C}q_2.$$
(8.67)

Ist die thermische Kopplung zwischen dem Kern und der Sekundärwicklung z.B. aufgrund einer relativ dicken Luftschicht verhältnismäßig schlecht, so kann diese in einem weiteren Schritt der Vereinfachung ebenfalls vernachlässigt werden $R_{th,W-C} \to \infty$. Damit ergibt sich folgendes Gleichungssytem den integrierten Transformator

$$0 = 2R_{th,C-A1}(q_1 - q_5 - \tilde{P}_{\Sigma}) + R_C(q_1 + P_{C,S} + 2R_{th,C-A2}(q_1 + \tilde{P}_{\Sigma}))$$

$$0 = -T_B + 2R_{th,C-K}q_5 + 2R_{th,C-A1}(q_5 - q_1 + \tilde{P}_{\Sigma}) + T_A,$$
(8.68)

woraus die Gleichungen

$$T_{W,S} = T_A + (R_{th,W-A} + R_{th,W-S})P_{W,S}$$

$$T_{C,S} = T_A + 2R_{th,C-A1} \left(-q_1 + q_5 + \tilde{P}_{\Sigma}\right) - R_{th,C}q_1$$
(8.69)

für die Temperaturen im Kern und in der Wicklung folgen.

Werden in diesen Gleichungen außerdem noch die Temperaturabfälle innerhalb des Kernes und der Wicklung vernachlässigt, so erhält man das in [195] vorgeschlagene thermische Modell für die Optimierung von Transformatoren. Bei diesem wird der Temperaturanstieg im Transformator nur anhand der Verlustleistungsdichte pro gekühlter Oberfläche abgeschätzt, wobei die Koeffizienten der Konvektion aus Messungen abgeleitet werden.

Da die Berechnung der Temperaturen relativ wenig Zeit benötigt und die oben erwähnten und in den einfachen Modellen vernachlässigten thermischen Kopplungen je nach Geometrie des Transformators durchaus relevant sein können, wird im Rahmen der hier vorgestellten Optimierung immer das komplette thermische Modell verwendet.

Transformatoren mit PLP

Basierend auf obigen Beschreibungen des thermischen Modells für einen Transformator mit ALP und forcierter Kühlung kann analog dazu das
thermische Modell eines Transformators mit PLP (siehe Abb. 8.16(a)) und forcierter Kühlung aufgestellt werden. In Abbildung 8.22(a) ist das resultierende Modell für einen senkrechten Streuflußpfad gegeben. Hierbei wird angenommen, daß die Wicklungen wiederum aus Kupferfolien bestehen, welche um den Mittelschenkel gewickelt sind. Bei dieser Anordnung der Wicklungen und des Streuflußpfades muß beachtet werden, daß die Stromverteilung innerhalb der Kupferfolie im Bereich höherer Frequenzen aufgrund der Ausrichtung des magnetischen Feldes ungleichmäßig wird (siehe hierzu Abschnitt 3.1).

Wie beim Transformator mit ALP sind die Folienwicklungen über $R_{th,W-C}$ thermisch mit dem Kern gekoppelt und der Punkt des Kerns mit der höchsten Temperatur liegt in der Mitte des nicht direkt ge-



Abbildung 8.22: (a) Vollständiges thermisches Ersatzschaltbild eines Transformators mit PLP und forcierter Kühlung. (b) Ersatzschaltbild für einen Aufbau mit Wicklungen auf PCB.

kühlten Bereichs unterhalb der Wicklungen. Weiterhin wird angenommen, daß der Streuflußpfad näherungsweise thermisch nicht mit dem restlichen Kern gekoppelt ist, da dieser links und rechts durch einen Luftspalt vom eigentlichen Kern getrennt ist (Streuflußpfad besteht aus einem Ferritblock). Somit muß der Streuflußpfad mit dem thermischen Widerstand $R_{th,\sigma-A}$ zur Umgebung seine gesamte Verlustleistung $P_{C,\sigma}$ über die eigene Oberfläche abführen. Ist der Luftspalt zwischen dem Kern und dem Streuflußpfad groß genug, so kann angenommen werden, daß auch die seitlichen Flächen des Streuflußpfades im Luftspalt von der vorbeiströmenden Luft direkt gekühlt werden, was bei der Berechnung von $R_{th,\sigma-A}$ berücksichtigt werden muß.

Im Fall, daß die Folien der Wicklungen eine größere Kontaktfläche mit dem Streuflußpfad haben, kann die dadurch entstehende thermische Kopplung durch die Widerständen $R_{th,\sigma-P}$ und $R_{th,\sigma-S}$ berücksichtigt werden.

Die in dem nicht von den beiden Wicklungen verdeckten Teil des Mittelschenkels entstehende Verlustleistung und die dazugehörige Wärmeabgabe, werden mittels des thermischen Widerstandes $R_{th,MS-A}$ und der Verlustleistungsquelle $P_{C,MS}$ beschrieben.

Alternativ können bei einem Transformator mit PLP die Wicklungen bei planaren Kernen mit Leiterbahnen realisiert werden, welche parallel zum Streuflußpfad verlaufen, was zu einer gleichmäßigeren Stromverteilung führt. Dabei ergibt sich die Höhe des Wicklungsfensters d aus der Dicke der Lagen und der Anzahl der Lagen bzw. Windungen übereinander. Nimmt man eine hohe Arbeitsfrequenz (d.h. relativ dünne Lagen) und eine aufgrund der ohmschen Verluste nicht zu hohe Anzahl der Windungen an, so ist die Höhe des Wicklungsfensters d relativ gering und die Breite c relativ groß. Demzufolge ist der Temperaturabfall im Bereich des Mittelschenkels unterhalb der Wicklungen relativ klein. Geht man bei näherungsweise homogener Verlustleistungsdichte im Kern davon aus, daß dieser Temperaturabfall vernachlässigt werden kann, so erhält man einen isothermen Kern. Damit werden die thermischen Widerstände des Kerns nicht mehr benötigt.

Da die Leiterplatte eine relativ große Kontaktfläche zum Streuflußpfad hat, kann die thermische Kopplung zwischen den Wicklungen und dem Streukern $R_{th,\sigma-P}$ und $R_{th,\sigma-S}$ nicht vernachlässigt werden. Weiterhin ist bei der Berechnung des thermischen Widerstandes der Wicklungen zu beachten, daß diese im Bereich der Wicklungsköpfe auf der Ober- und auf der Unterseite Wärme abgeben können. Der Hot Spot dieser Aufbauform befindet sich in der Mitte des Kerns (y-Richtung in Abb. 8.16(a)) entweder in der Wicklung oder im Streuflußpfad, abhängig von den jeweiligen thermischen Verhältnissen. Das resultierende Ersatzschaltbild ist in Abbildung 8.21(b) dargestellt.

Bei der beschriebenen Form des Wicklungsfensters $(c \gg d)$ wird der thermische Widerstand $R_{th,W-A}$ von der Oberfläche der Wicklung zur Umgebung maßgeblich von den Flächen auf der Ober- und Unterseite des Wicklungskopfes bestimmt. Diese Flächen werden mit zunehmender Planarität des Transformators, d.h. die Höhe reduziert sich und die Breite und Tiefe des Aufbaus nehmen zu, größer. Damit wird nur ein geringer Teil der Wärme über die meistens relativ kleinen Stirnflächen der Wickelköpfe abgeführt, wobei der Konvektionskoeffizient im allgemeinen relativ klein ist und dieser Anteil häufig vernachlässigt werden kann.

Die beschriebene Form des Transformators weicht mit zunehmender Größe der Wickelköpfe immer mehr von dem Modell ab, auf welchem die Gleichung für den Wärmeleitkoeffizienten bei forcierter Kühlung basiert. Dadurch können sich größere Ungenauigkeiten des thermischen Modells ergeben und eine Überprüfung der Ergebnisse mittels numerischer Verfahren kann unter Umständen notwendig sein. Da ein einfacher Zusammenhang für die Wärmeabgabe der relativ komplexen Struktur eines Transformators mit ausgeprägten Wickelköpfen bei forcierter Kühlung nicht verfügbar ist, wird näherungsweise weiterhin die Gleichung (8.57) für die Berechnung des Konvektionskoeffizienten verwendet.

Wicklungen aus Litze

Bei den vorangegangen Betrachtungen wurde immer vorausgesetzt, daß die Wicklungen aus Folien bestehen. Werden diese stattdessen mit Litze aufgebaut, so ergeben sich mehr kubische Formen für die Transformatoren mit ALP oder PLP. Die Gleichungen für den Konvektionskoeffizienten der Oberflächen (8.57) und die thermischen Widerstände der Kernabschnitte werden dadurch nicht beeinflußt. Die thermischen Widerstände der Wicklungen ergeben sich jedoch aus neuen Zusammenhängen, da bei Wicklungen aus Litze die Isolation und auch die Luftschicht zwischen den Einzeldrähten verteilt ist. Entsprechende Zusammenhänge sind in [173] (S. 122-127) zu finden.

Weiterhin muß beachtet werden, daß der Aufbau der Wicklung selbst

– Anordnung der einzelne Windungen bevorzugt übereinander oder nebeneinander – die Form des Wicklungsfensters und damit den Aufbau des Transformators relativ stark beeinflußt. Dies wirkt sich ebenfalls auf das thermische Modell aus, welches entsprechend angepaßt werden muß und somit von den vorgestellten Modellen abweichen kann.

Im Rahmen der in dieser Arbeit beschriebenen Optimierungsroutine werden keine integrierten Transformatoren mit Wicklungen aus Litze betrachtet. Auf der Basis der in dieser Arbeit vorgestellten Zusammenhänge kann die Optimierungsroutine jedoch so angepaßt werden, daß auch Transformatoren mit Wicklungen aus Litze optimiert werden können. Dabei muß beachtet werden, daß sich aus der Wahl der Anordnung der einzelnen Windungen neue Freiheitsgrade ergeben (z.B. Form des Wicklungsfensters), welche in der Routine berücksichtigt werden müssen.

Luftstrom in rechteckigen Spalten

Im folgenden wird kurz ein Transformator betrachtet, dessen Wicklungsfenster nicht vollständig durch die Wicklung ausgefüllt wird. Bei einem solchen Aufbau entsteht zwischen der Wicklung und dem Kern ein Spalt, was in Abbildung 8.23(a) beispielhaft für einen Transformator mit ALP dargestellt ist.



Abbildung 8.23: (a) Transformator mit einem Spalt zwischen der Wicklung und dem Kern. (b) Kennlinie des Druckabfalls über dem Spalt $\Delta p(\dot{V})$ und des Staudrucks (p_0 bis V_0).

Wird ein solcher Transformator frontal forciert gekühlt, d.h. er befindet sich idealerweise in einem Luftstrom mit der Geschwindigkeit v, so strömt auch durch den Spalt eine gewisse Menge Luft. Der sich einstellende Volumenstrom \dot{V}_A im Luftspalt bzw. die Strömungsgeschwindigkeit der Luft v_A im Luftspalt hängt dabei vom Druckabfall Δp_A über dem Spalt ab. Dieser Druckabfall ist eine Funktion des Volumenstroms und kann mit der Gleichung

$$\Delta p(\dot{V}) = 1.5 \frac{32 \,\rho \,\nu \,l_S}{b_S h_S d_h^2} \dot{V} \tag{8.70}$$

mit

 $l_S =$ Länge des Spalts $\nu =$ Kinetische Viskosität der Luft $d_h = \frac{2b_S h_S}{b_S + h_S}$ Hydraulischer Durchmesser des Spaltes,

welche auf experimentellen Daten für rechteckige Kanäle beruht [192], berechnet werden. Dieser funktionelle Zusammenhang ist in Abbildung 8.23(b) dargestellt.

In dieser Abbildung ist noch eine zweite, fallende Kennlinie dargestellt, welche sich aus folgenden Überlegungen ergibt. Nimmt man als erstes an, daß sich ein Transformator ohne Spalt bzw. eine vertikale Fläche in einem Luftstrom mit der Geschwindigkeit v befindet, so tritt an diesem/r ein Staudruck p_0 auf, welcher anhand von

$$p_0 = \frac{\rho}{2}v^2 \tag{8.71}$$

mit

 $\rho = \text{Dichte der Luft } [\text{kg/m}^3]$ v = Geschwindigkeit der Luft [m/s]

berechnet werden kann [201]. Dies ist gleich der maximal mögliche Druck am Eingang des Spalts.

Als zweites wird der Volumenstrom \dot{V}_0 berechnet, welcher sich einstellt, wenn die Luft ohne Druckabfall durch den Spalt fließen kann. Dieser ergibt sich aus

$$\dot{V} = A_S v = b_S h_S v \tag{8.72}$$

mit

$$b_S =$$
 Breite des Spalts
 $h_S =$ Höhe des Spalts.

Durch Verbinden der beiden Punkte p_0 und \dot{V}_0 ergibt sich die Kennlinie des Luftstroms (analog zu einer Lüfterkennlinie). Der sich einstellende Arbeitspunkt p_A und \dot{V}_A ergibt sich dann näherungsweise aus dem Schnittpunkt der beiden Kennlinien. Mit dem Volumenstrom im Luftspalt ist auch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Luft im Spalt $v = \dot{V}_A/b_S/h_S$ bekannt. Aus diesem Wert kann der Koeffizient der Konvektion α_L näherungsweise mittels der empirischen Gleichungen für längs angeströmte Platten (z.B. [173])

$$\alpha_{k,laengs} = \frac{k}{L} \, 0.0664 \, \sqrt{Re_D} \, Pr^{1/3} \tag{8.73}$$

mit

$$Re_D = \frac{v_A L}{\nu}$$
 Reynolds-Zahl
 $L = D$ Charakteristische Länge [m]
 $Pr =$ Prandtl-Zahl des vorbeiströmenden Mediums
 $k =$ Wärmeleitfähigkeit des strömenden Mediums

berechnet werden.

Durch den Spalt vergrößert sich die gekühlte Oberfläche des Kerns und der beiden Wicklungen. Damit sinkt der thermische Widerstand und die abführbaren Verluste bzw. die übertragbare Leistung steigt an. Gleichzeitig steigt jedoch das Volumen des Transformators an. Demzufolge gibt es eine im Bezug auf die Leistungsdichte optimale Konfiguration des Spalts, welche im Rahmen der Optimierung ermittelt werden kann. Dieser Freiheitsgrad wird in der Optimierungsroutine, welche in dieser Arbeit betrachtet wird, nicht berücksichtigt.

Strömungsgeschwindigkeit und Temperatur der Kühlluft des Transformators

Um mit den oben beschriebenen thermischen Modellen für die forcierter Kühlung eines integrierten Transformators die Kern- und Wicklungstemperaturen berechnen zu können, benötigt man die Geschwindigkeit und die Temperatur der Kühlluft des Transformators. Diese Werte sind vom Aufbau des Konverters und vor allem von den möglichen Strömungspfaden der Kühlluft im Konverter abhängig. Dabei sind prinzipiell zwei unterschiedliche Designvarianten für die forcierten Kühlung des Transformators denkbar. Die Kühlluft für den Transformator kann entweder mit einem eigenen Lüfter für den Transformator (und evtl. andere Komponenten des Konverters, wie z.B. Steuerung) erzeugt werden – Variante D1 – oder es wird die Kühlluft verwendet, welche durch den Kühlkörper strömt, d.h. der Lüfter wird für die Kühlung des Kühlkörpers und des Transformators verwendet – Variante D2 – siehe Abbildung 8.25.

Bei der erste Variante ist die Temperatur der Kühlluft für den Transformator gleich der Umgebungstemperatur. Dadurch ergibt sich eine verhältnismäßig große Differenz zwischen der Betriebstemperatur des Transformators und der Kühlluft, womit über die Oberfläche der Wicklungen und des Kerns relativ viel Wärme abgeführt bzw. das Volumen des Transformators reduziert werden kann.

Im zweiten Fall ist die Temperatur der Kühlluft für den Transformator aufgrund der Halbleiterverluste höher als die Umgebungstemperatur. Dies reduziert den möglichen Wärmefluß vom Transformator an die Kühlluft, da die Temperaturdifferenz zwischen den Oberflächen des Transformators und der strömenden Luft kleiner ist. Nimmt man



Abbildung 8.24: Bild eines optimierten Kühlsystems mit 2 Lüftern nach [192].

jedoch an, daß das Kühlsystem mit zwei kleinen leistungsfähigen Lüftern aufgebaut wird, wie in Abbildung 8.24 dargestellt ist (Aufbau A in [192]), so ist die Menge der strömenden Luft relativ groß und damit die Temperaturerhöhung der Luft im Kühlkörper relativ gering (ca. 20K). Damit nimmt das Volumen des Transformators im Vergleich zur ersten Variante mit separatem Lüfter nur geringfügig zu.

Im Falle der betrachteten elektrischen Randbedingungen und der verfügbaren Bauelementen für das betrachtete Konvertersystem sowie der damit resultierenden Verteilung der Verluste zwischen den Halbleiterbauelementen und dem integrierten Transformator hat sich im Rahmen von grundlegenden Betrachtungen gezeigt, daß sich bei Verwendung eines separaten Lüfters für den Transformator aufgrund des Volumens dieses Lüfters und der konstruktiven Beschränkungen beim Design des Kühlkörpers insgesamt größere Bauvolumina für das Gesamtsystem ergeben. Dabei spielen auch die nichtlinearen Skalierungsgesetze der Kühlleistung von Lüftern eine wichtige Rolle. Aus diesen folgt, daß eine Konzentration der Erzeugung der strömenden Luft bezüglich des Gesamtvolumens und der Effizienz des Kühlsystems oft von Vorteil ist.

Aufgrund der genannten Zusammenhänge wird im folgenden der Fokus auf die zweite Designvarianten gelegt und für diese die Geschwindigkeit und die Temperatur der Kühlluft des Transformators abgeschätzt. Dabei wird angenommen, daß zur Kühlung Lüfter des Typs San Ace 40/28 K-Speed der Firma Sanyo Denki [207] eingesetzt werden, welche eine sehr hohe Luftleistung haben und damit sehr kompakte Aufbauten ermöglichen. Diese werden auch im Rahmen der Optimierungsrechnung für Kühlkörper in [192] als Referenzbauelement eingesetzt.

Im Falle, daß der Lüfter vor dem Kühlkörper montiert und zum Kühlen der Halbleiter und des Transformators verwendet wird (vgl. Abb. 8.25), muß der Lüfter die Luft gegen die Reibung durch den Kühlkörper befördern. Dabei entsteht ein Druckabfall innerhalb des Kühlkörpers. Optimiert man das gesamte Kühlsystem nach dem Verfahren in [192], so wird der Lüfter normalerweise in der Nähe des Maximums der abgegebenen mechanischen Leistung betrieben. Damit kann der Volumenstrom \dot{V} , welcher sich nach dem Kühlkörper einstellt, näherungsweise aus dem Datenblatt entnommen werden. Für den betrachteten Lüfter San Ace 40/28 ergibt sich ein Wert von ca. $\dot{V} \approx 0.0065m^3/s$.

Nimmt man an, daß die Luft nach dem Kühlkörper näherungsweise in einem Kanal mit einer Fläche, die gleich der Fläche des Lüfters ist, strömt, so kann die Strömungsgeschwindigkeit anhand von

$$v_{D2} = \frac{\dot{V}}{A_{Lfter}} \approx \frac{0.0065 \,[m^3/s]}{0.04^2 \,[m^2]} = 4.06 \,m/s$$
 (8.74)

abgeschätzt werden. Dieser Strömungskanal kann dabei durch das Gehäuse und andere Komponenten (z.B. Platine) gebildet werden oder es werden spezielle Maßnahmen (z.B. Luftleitbleche) zum Führen des Luftstroms ergriffen.

Im Abstand d_{KT} zum Kühlkörper befindet sich der Transformator im Luftstrom, wobei angenommen wird, daß die Luft im Bereich des Transformators innerhalb von Kanälen mit der Breite $d_K ~(\approx 5mm)$ geführt wird. In diesen Kanälen entsteht wiederum ein Druckabfall, welcher mit (8.70)

$$\begin{split} \Delta p_{D2}(\dot{V}) &= 1.5 \frac{32 \,\rho \,\nu \,l_S}{b_S \,h_S \,d_h^2} \dot{V} \\ &= 1.5 \frac{32 \,\rho \,\nu \,H_y}{d(2H_z + H_x + 2d) \left(\frac{2d(2H_z + H_x + 2d)}{d + (2H_z + H_x + 2d)}\right)^2} \dot{V} \end{split}$$

berechnet werden kann. Setzt man in diese Gleichung typische Werte, wie z.B. $H_y = 40mm$, $H_x = 60mm$ und $H_z = 70mm$ ein, so ergibt sich ein Druckabfall von 2.6 N/m² für einen Spalt mit $d_K = 5mm$. Dieser



Abbildung 8.25: Schematischer Aufbau des Konverters im Falle, daß der Transformator durch die Abluft des Kühlkörpers gekühlt wird – Designvariante D2.

Druckabfall ist im Vergleich zum Druckabfall im Kühlkörper vernachlässigbar und beeinflußt somit das Kühlsystem bzw. den Arbeitspunkt des Lüfters nicht.

Durch die Führung der Luft um den Transformator herum, entsteht ein Aufbau, welcher etwas vom ursprünglichen experimentellen Aufbau bei der Ermittlung des Wärmeleitkoeffizienten abweicht. In diesem treten seitlich des Transformators z.T. höhere Luftgeschwindigkeiten auf. Damit nimmt die Genauigkeit der Gleichung (8.57) etwas ab. Da die zu erwartenden Abweichungen jedoch relativ gering sind, wird dies im Rahmen der Optimierung zur Reduktion der Komplexität nicht berücksichtigt. In einem zweiten Schritt des Designs - nach Ablauf der Optimierung - werden die gemachten Annahmen mittels numerischer Simulationen des thermischen Aufbaus für den optimierten Betriebspunkt verifiziert.

Nachdem die Strömungsgeschwindigkeit der Kühlluft des Transformators bekannt ist, kann die Temperatur der Luft ermittelt werden. Diese ergibt sich aus der Temperatur der Luft nach dem Kühlkörper $T_{L,KK}$, die aus der Verlustleistung P_V , welche die Kühlluft aufnehmen muß, und dem Volumenstrom \dot{V} mit

$$T_{L,KK,D2} = \frac{P_V}{\rho_{Lu} \, c_{P,Lu} \dot{V}} + T_A \tag{8.75}$$

berechnet werden kann (T_A = Umgebungstemperatur). Für das hier betrachtete Konvertersystem ergeben sich Werte im Bereich von 20K+ T_A bis maximal 30K+ T_A .

Damit sind die Randparameter des thermischen Modells für den Transformator gegeben und dieses kann im Rahmen der Optimierungsroutine eingesetzt werden. Bevor nun der Ablauf der Optimierung und die damit resultierenden Ergebnisse vorgestellt werden, folgen im nächsten Abschnitt zuerst noch die Volumenanteile, welche unabhängig vom Betriebspunkt sind.

8.5 Unabhängige Volumenanteile

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die Volumina der Kondensatoren, des Kühlkörpers und des Transformators berechnet. Diese hängen stark von der Wahl der Komponenten im Resonanzkreis $(L_S,$ C_S , C_P , N_1 und N_2) bzw. vom Betriebspunkt des Konverters ab und beeinflussen das Gesamtvolumen des Konverters entscheidend. Daneben gibt es noch Volumenanteile, welche relativ unabhängig von den genannten Betriebsparametern sind. Dazu gehört das Volumen

- des Zwischenkreiskondensators, wenn man den Einfluß des Rippelstromes auf das Volumen vernachlässigt,
- der Gehäuse der Halbleiterbauelemente inklusive Montagematerial,
- der Steuerung bzw. Regelung des Konverters
- des Gate-Treibers, wenn man den Einfluß der Schaltfrequenz und der dadurch entstehenden Verluste auf das Volumen näherungsweise vernachlässigt und
- der Hilfsstromversorgung, welche die Versorgungsspannung für die Steuerung und den Gate-Treiber bereitstellt.

Diese beeinflussen die Lage des Optimums nicht wesentlich, werden aber bei der Berechnung der Leistungsdichte des Konverters benötigt. Aus diesem Grund werden diese im folgenden berechnet bzw. anhand erhältlicher Komponenten ermittelt.

Zwischenkreiskondensator

Das Volumen des Zwischenkreiskondensators wird maßgeblich von drei Faktoren bestimmt. Dies ist die zulässige Betriebsspannung, der Kapazitätswert und der zulässige Rippelstrom. Betrachtet man verschiedene kommerziell erhältliche Elektrolytkondensatoren (z.B. [202] oder [203]), so erkennt man, daß die pro Volumeneinheit realisierbare Kapazität näherungsweise quadratisch von der Spannung abhängt, d.h. eine Verdopplung der Spannung führt ca. zu einem Viertel der erreichbaren Kapazität pro Volumeneinheit. Dabei wird vorausgesetzt, daß der zulässige Rippelstrom näherungsweise proportional zum Kapazitätswert skaliert wird, da ein geringerer zulässiger relativer Rippelstrom auch zu einem kleineren Volumen führt.

Weiterhin ergibt sich aus den Daten der erhältlichen Kondensatoren, daß das Volumen des Kondensators näherungsweise linear mit dem Kapazitätswert wächst, wenn wiederum ein zum Kapazitätswert proportionaler Rippelstrom angenommen wird. Der erlaubte Rippelstrom ergibt sich zum einen aus der Aufbauform des Elektrolytkondensators (z.B. 2 oder 4 Anschlüsse) und zum anderen aus der Verlustleistung, welche über die Oberfläche und die Anschlußpins abgeführt werden kann. Innerhalb einer Serie von Kondensatoren steigt das Volumen mit zunehmenden maximalem Rippelstrom leicht an.

Faßt man dies zusammen, so folgt, daß das Volumen eines Elektrolytkondensators maßgeblich von der gespeicherten Energie $1/2CU^2$ bestimmt wird.

Im Rahmen der hier durchgeführten Berechnung der Leistungsdichte wird das Volumen des Zwischenkreiskondensators auf Basis der Serie TS-UQ (85°C) von Panasonic [203] ermittelt, da diese Kondensatoren sehr kompakt sind und einen relativ hohen maximalen Rippelstrom erlauben. Aus den Datenblättern kann man entnehmen, daß pro 1mF/400V näherungsweise ein Volumen von 0.05dm^3 (bei 6.7A/10kHzRippelstrom) benötigt wird.

Gehäuse der Halbleiter

Die Baugröße der Halbleiter kann man einfach dem Datenblatt der ausgewählten Halbleiter entnehmen. Als Leistungsschalter eignen sich für die betrachteten Rahmenbedingungen ($V_{IN} = 320V$, $I_{Out} = 150A$, Last: $R = 0.04\Omega / U_{Off} = 20V$) die APT50M75LFLL Power MOS 7 der Firma Advanced Power Technology [190] sehr gut. Diese verbinden einen relativ niedrigen $R_{DS,on}$ mit hoher Schaltgeschwindigkeit und niedrigem $R_{th,J-C}$. Außerdem schützt die interne schnelle antiparallele Diode das Bauteil vor Zerstörung, falls die Diode durch einen Fehler der Steuerung oder durch einen sehr raschen Lastwechsel hart abkommutiert wird. Die MOSFETs werden in einem TO-264 Gehäuse geliefert, welches eine Baugröße von ca. 20mm × 27+4mm × 5mm hat. Dabei ist der Platz, welchen die Anschlüsse (hier 4mm) benötigen, bereits berücksichtigt.

Als Referenzbauelement für die Gleichrichterdioden am Ausgang werden die Schottky-Dioden APT100S20 ebenfalls von der Firma Advanced Power Technology gewählt. Alternativ könnten die Dioden 150EBU02 der Firma International Rectifier gewählt werden, welche eine höhere maximale Sperrschichttemperatur erlauben, jedoch einen höheren thermischen Widerstand zwischen Sperrschicht und Gehäuse aufweisen. Die Schottky-Dioden von APT haben eine Stromtragefähigkeit von 120A und eine Spannungsfestigkeit von 200V. Für den Vorwärtsspannungsabfall wurde im worst case angenommen, daß dieser maximal 0.9V bei einem Strom von 2x75A und 125°C Sperrschichttemperatur beträgt. Weiterhin hat der thermische Widerstand zwischen der Sperrschicht und dem Gehäuse maximal einen Wert von 0.18 K/W, wobei zur Reduktion dieses Widerstandes zwei Dioden parallel geschaltet werden, was aufgrund der Temperaturcharakteristik der Dioden gut möglich ist. Das Gehäuse der Diode mit der Bezeichnung TO-247 hat inklusive der Anschlüsse (hier 5mm) die Abmessungen: 16mm \times 21+5mm \times 5mm.

Das Gesamtvolumen der Halbleiterbauelemente ist somit

$$V_{HL} = 1.5(4(20 \cdot 31 \cdot 5) + 5(16 \cdot 26 \cdot 5)) \cdot 10^{-6} \quad [dm^3]$$

= 0.035 \quad [dm^3]

wobei für die Befestigung und die einzuhaltenden Spannungsabstände ein Faktor von 1.5 angenommen wurde.

Steuerung / Regelung

Für die Steuerung des Konverters wird neben einem PLD, welches die einzelnen Schalter direkt über eine Zustandsmaschine steuert, ein Regler benötigt. Dieser kann als analoger Regler diskret aufgebaut oder mittels eines Prozessors digital realisiert werden. Eine digitale Lösung hat den Vorteil einer einfacheren Fertigung, höherer Kompaktheit und Störsicherheit. Außerdem kann das System leichter konfiguriert werden. Aus diesem Grund soll der betrachtete Konverter digital geregelt werden.

In Abbildung 8.26 ist ein kompaktes digitales Regelsystems, welches an der ETH Zürich entwickelt wurde, mit DSP, PLD, mehreren A/D- und D/A-Wandlern und Kommunikationsschnittstellen für die In-System Programmierung dargestellt. Dieses ist für die Regelung und Steuerung des Konverters bis hin zu Schaltfrequenzen weit über 500kHz gut geeignet. Die Baugröße des Regelsystems ist 71mm × 85mm × 5mm. Dabei sind einige Komponenten enthalten, welche für eine industrielle Umsetzung des Konverters nicht benötigt werden (z.B. UART-Schnittstelle). Berücksichtigt man dies bei der Volumenberechnung des Systems, so ergibt sich für das Volumen des Steuerungssystems circa die Hälfte ($V_{St} = 0.015 dm^3$) des gezeigten Regelsystems. Dieser Schätzwert wird im folgenden für die Berechnung der Leistungsdichte verwendet.

Gate-Treiber und Stromversorgung

Um das erwähnte Regelsystem betreiben zu können, benötigt man noch eine Stromversorgung, wobei die Leistungsaufnahme des Regelsystems unter 5W liegt. Um die Berechnungen zu vereinfachen wird die Leistung, welche der Regler zusammen mit den übrigen Verbrauchern kleiner Leistungen (z.B. Lüfter, Anzeigeelemente...) aufnimmt, mit insgesamt 20W abgeschätzt. Daneben benötigen die vier Gate-Treiber noch eine Stromversorgung. Die Leistungsaufnahme eines Gatetreibers ergibt sich dabei aus der Schaltfrequenz, der Gateladung und den Spannungen am Gate und kann, wie in Abschnitt 8.3.2 beschrieben wird, berechnet werden.

Damit ist die Leistungsaufnahme der Steuerung, Gate-Treiber, Lüfter, etc. bekannt. Mit dieser Leistung kann das Volumen der Stromversorgung abgeschätzt werden. Dazu wurde die Leistungsdichte von kommerziell erhältlichen DC-DC Wandlern [204, 205] untersucht. Diese haben in dem betrachteten Leistungs- und Spannungsbereich normalerweise eine Leistungsdichte von ca. 5kW/dm³. Vereinzelt werden in letzter Zeit z.B. von der Firma Vicor DC-DC-Wandler Module mit



Abbildung 8.26: Digitales Regelsystem mit DSP, PLD, A/D- und D/A-Wandlern sowie Kommunikationsschnittstellen.

einer Leistungsdichte von über ca. 30kW pro Liter bei einer Ausgangsleistung von 240W angeboten, welche einen extrem kompakten Aufbau der Versorgung erlauben.

Da die Leistungsdichte bei mehreren Spannungsebenen am Ausgang und bei geringerer Ausgangsleistung aufgrund des relativ konstanten Aufwandes für die Steuerung tendenziell abnimmt, wird im folgenden eine Leistungsdichte von 10kW/dm^3 für die Stromversorgung des Konverters angenommen. Damit ergibt sich das Volumen der Versorgung aus

$$V_{Supply} = \frac{4P_{V,Gate} + 20W}{10kW/dm^3}.$$
(8.76)

Für den Gate-Treiber selbst wird angenommen, daß dieser mittels eines integrierten Bausteins realisiert wird. Als gut geeigneter Treiberbaustein sei hier beispielhaft die Serie IXDD4xx der Firma IXYS genannt, welche Treiber von 4A bis 30A umfaßt. Diese Bausteine sind unter anderem in einem D²PAK Gehäuse mit den Abmessungen 10mm × 15mm × 5m erhältlich. Nimmt man auch hier einen Faktor 1.5 für die Befestigung und die Spannungsabstände an, so ergibt sich $V_{Tr} = 1.5 \cdot 4 \cdot (10 \cdot 15 \cdot 5)) \cdot 10^{-6} = 0.0045 dm^3$

Gesamtvolumen

Faßt man die einzelnen Volumenanteile zusammen, so erhält man

$$V_{Z,G} = V_{C,ZK} + V_{HL} + V_{Supply} + V_{St} + V_{Tr}$$

$$= 0.05 C_{ZK}[mF] + 0.024 + 0.002 + \frac{4P_{V,Gate}}{10 \cdot 10^3} + 0.015 + 0.0045 \quad [dm^3]$$

$$= 0.05 C_{ZK}[mF] + \frac{4P_{V,Gate}}{10 \cdot 10^3} + 0.0455 \quad [dm^3].$$
(8.77)

Dieses ist bis auf das Volumen der Versorgung des Gate-Treibers unabhängig von den Betriebsparametern, wobei das Volumen der Gateversorgung keinen wesentlichen Einfluß auf den optimalen Betriebspunkt hat und aus diesem Grund nicht in der Optimierung berücksichtigt wird.

8.6 Optimierungsroutine

Mit den Zusammenhängen für die Berechnung der Volumina und der Verluste der einzelnen Bauelemente sowie mit dem Modell für die Optimierung des integrierten Transformators aus den vorangegangen Abschnitten wurde im Rahmen der Arbeit eine Optimierungsroutine für den Serine-Parallel Resonanzkonverter mit eingeprägtem Ausgangsstrom entwickelt. Diese Routine optimiert den Betriebspunkt bzw. die Bauelementwerte des Konverters und die Geometrie des Transformators so, daß das Gesamtvolumen des Systems minimal wird. Dabei wird das analytische Modell des Konverters aus Kapitel 2 für die Berechnung des Betriebspunktes verwendet.

Im folgenden wird die Struktur und die Funktionsweise der genannten Optimierungsroutine anhand des Ablaufdiagramms in Abbildung 8.27 erläutert.

Bevor die Optimierung starten kann, müssen vom Anwender verschiedene Designparameter festgelegt werden. Dazu gehören unter anderem die Ein- und Ausgangsgrößen des Konverters (V_{IN} , I_{Out} , U_{Off} und R), die Parameter der Leistungshalbleiter und des verwendeten Kernmaterials sowie die oberen thermischen Grenzwerte für die Halbleiter und den Transformator (u.a. $T_{Wdg,max}$, $T_{Kern,max}$). Eine vollständige Liste der Variablen ist in der Tabelle 8.6 des folgenden Abschnittes gegeben.

Nachdem die Randbedingungen gegeben sind, müssen geeignete Startwerte für die Komponenten im Resonanzkreis $(C_S, C_P \text{ und } L_S)$ und für die Windungszahlen des Transformators $(N_1 \text{ und } N_2)$ gewählt werden.

Mit den Werten für die Serieninduktivität und den Windungszahlen wird im nächsten Schritt das Reluktanzmodell für die gewählte Form (z.B. ALP oder PLP) des integrierten Transformators ermittelt. Anschließend wird der Betriebspunkt des Konverters mittels der approximierten Grundschwingungsanalyse aus Abschnitt 8.1 abgeschätzt. Dieser Schätzwert dient zur Bestimmung der Betriebsart des Konverters (DCV oder CCV), damit der zum Betriebspunkt passenden Gleichungssatz der erweiterten Grundschwingungsanalyse bestimmt werden kann.

In das gewählte Gleichungssystem werden im Anschluß daran die Designparameter und die Startwerte der Komponenten eingesetzt. Durch das numerische Lösen der Gleichungen wird der Betriebspunkt des Konverters und die dazugehörigen Ströme, Spannungen und Flüsse inklusive Phase berechnet. Damit sind die Spannungen über dem Serien- und dem Parallelkondensator sowie die Arbeitsfrequenz bekannt, woraus die Volumina der Kondensatoren berechnet werden können, wie dies in Ab-



Abbildung 8.27: Ablauf der Optimierungsroutine.

schnitt 8.2 beschrieben wird. Weiterhin sind die Ströme in den Halbleitern und die Umschaltzeitpunkte gegeben. Aus diesen können die Leitund Durchlaßverluste in den Leistungshalbleitern und damit, wie in Abschnitt 8.3 erläutert, das Volumen des Kühlsystems ermittelt werden.

Die Baugröße des Transformatorkerns und der beiden Wicklungen ergibt sich aus einer eigenen inneren Optimierungsroutine. In dieser wird das Volumen des Transformators unter Einhaltung der vorgegebenen thermischen Grenzwerte minimiert. Dazu werden zuerst zwei Freiheitsgrade durch die ermittelte Flußdichte im Streuflußpfad und die Höhe des Wicklungsfensters, wie in Abschnitt 8.4 beschrieben, eliminiert. Anschließend werden die Verluste in den Wicklungen und in den Kernabschnitten als Funktion der drei verbleibenden geometrischen Variablen a, b und d/c (je nachdem of ALP oder PLP) berechnet. Aus den Verlusten ergibt sich mit dem thermischen Modell des Transformators die Temperaturverteilung im Kern und in den Wicklungen als Funktion der Variablen a, b und d/c. Die Temperaturen in den Wicklungen und in den durch die Wicklungen bedeckten Kernabschnitten stellen mit den dazugehörigen Grenzwerten die Nebenbedingungen bei der Minimierung der Transformatorbaugröße dar. Weiterhin können die Variablen a-e, welche die Geometrie des Transformators beschreiben, bei der Variation der Geometrie gewissen Beschränkungen unterworfen werden. So kann z.B. vermieden werden, daß die Breite a des Schenkel zu große Werte annimmt oder daß das Verhältnis der Höhe des Schenkels zur Dicke Werte annimmt, welche fertigungstechnisch schwer umsetzbar sind.

Im Rahmen der inneren Optimierungsschleife ist es auch möglich, den Wirkungsgrad des Transformators zu maximieren, wenn ein oberer Grenzwert für das Volumen vorgegeben ist.

Das minimierte Volumen des Transformators wird zusammen mit den berechneten Volumina der übrigen Komponenten an den globalen Optimierungsalgorithmus übergeben. Dieser variiert auf gezielte Weise die Werte der Komponenten im Resonanzkreis und die Anzahl der Windungen so lange, bis sich ein minimales Gesamtvolumen oder ein maximaler Wirkungsgrad einstellt.

In einer Erweiterung der Optimierungsroutine wäre es auch möglich, daß der Algorithmus im Rahmen der Optimierung verschiedene Halbleiterbauelemente, Kondensatorserien und Kernmaterialien aus einer Datenbank auswählt. Damit ist unter Umständen eine weitere Reduzierung des Volumens bzw. Erhöhung der Leistungsdichte des Konvertersystems möglich.

Mit dem beschriebenem Algorithmus und der analytischen Beschreibung des Konvertervolumens kann prinzipiell jedes Gütefunktional optimiert werden, so daß der Konverter z.B. hinsichtlich Leistungsdichte, Volumen, Kosten, Bauteilbelastung/Lebensdauer, etc. unter Einhaltung beliebiger Nebenbedingungen optimiert werden kann.

8.7 Ergebnisse der Optimierung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine Optimierungsroutine beschrieben mit welcher ein Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit eingeprägtem Ausgangsstrom bezüglich eines Gütefunktionals, wie z.B. Leistungsdichte, optimiert werden kann. Mit dieser Routine wurden im Laufe der Arbeit Konvertersysteme mit hohem Ausgangsstrom, welche z.B. in der Prozeßtechnik eingesetzt werden können, bezüglich des Systemvolumens/der Leistungsdichte optimiert. Der Optimierung lagen dabei - soweit nichts anderes vermerkt ist - die in der folgenden Tabelle 8.6 aufgelisteten elektrischen bzw. thermischen Parameter zugrunde. Diese ergeben sich zum größten Teil aus den gewählten Halbleiterbauelementen, Referenzkondensatoren bzw. Materialien, welche auf Basis der Applikation als Stromquelle in der Prozeßtechnik ausgewählt wurden. Weiterhin leiten sich aus der Applikation die in der Tabelle gegebenen elektrischen Randbedingungen ab.

Elektrische Randbedingungen	
Zwischenkreisspannung	$320 \mathrm{V}$
Ausgangs- bzw. Laststrom I_{Out}	$150 \mathrm{A}$
Lastwiderstand R	$0.04~\Omega$
Offsetspannung der Last V_{Off}	20 V
Maximaler Duty Cycle D_{max}	0.75
Maximales Verhältnis f_{max} zu f_{min} (Gl. (8.12))	3
Parameter der Leistungshalbleiter	
Vorwärtsspannung einer MOS-Diode	$1.3 \mathrm{V}$
Vorwärtsspannung einer Gleichrichter-Diode	$0.9 \mathrm{V}$
On-Widerstand $R_{DS,on}$ der MOSFETs (125°C)	$0.15~\Omega$
Gatespannung, wenn MOSFET ein ist: V_1	$11 \mathrm{V}$
Gatespannung, wenn MOSFET aus ist: $-V_2$	-4 V
Gateladung Q_1	190nC

Wirksame Kapazität am Gate: $C_{gs} + C_{gd}$	$6.7 \mathrm{nF}$
Thermische Randbedingungen	
Maximale Temperatur der Wicklung	125°C
Maximale Temperatur des Kerns	110°C
Maximale Temperatur der MOSFETs	130°C
Maximale Temperatur der Gleichrichterdioden	140°C
Umgebungstemperatur T_A	25°C / 45°C
ΔT der Luft im Kühlkörper $\Delta T_{L,KK}$	$0.0766 P_{VKK}$
Kühllufttemperatur des Transformators $T_{L,T}$	$T_A + \Delta T_{L,KK}$
R_{th} MOS inklusive Wärmeleitfolie	0.32
$R_{th,Rect}$ inklusive Wärmeleitfolie	0.5×0.42
Angenommener CSPI - Index	5/15/30
Geschwindigkeit der Transformatorkühlluft	4.1 m/s
Thermische Materialeigenschaften	
Wärmeleitkoeffizient α_{Iso} Wicklungsisolation	$0.3~{ m W/mK}$
Isolationsdicke der Folien (einseitig)	$50 \ \mu \mathrm{m}$
Wärmeleitkoeffizient α_{Luft}	$0.03~{ m W/mK}$
Dicke der Luftschicht zwischen den Lagen	$25~\mu{ m m}$
Wärmeleitkoeffizient α_{SP} Spulenkörper	$0.025~\mathrm{W/mK}$
Dicke des Spulenkörpers	$1.2 \mathrm{~mm}^{'}$
Wärmeleitkoeffizient α_{Fe} Ferrit	$4 \mathrm{W/mK}$
Wärmeleitkoeffizient α Trafoboden $(R_{th,C-K})$	$4.1~{ m W/mK}$
Randbedingungen Transformator	
Abstand der Folien vom Kern $d_{C,W}$	$3 \mathrm{mm}$
Minimale Höhe des Wicklungsfensters	4 mm
Kupferfüllfaktor der Wicklung k_{Cu}	0.3
Leitfähigkeit σ bei 125°C	$4.03 \cdot 10^7 \ S$
Steinmetzkoeffizient C (N87)	1.76
Steinmetzkoeffizient α (N87)	1.36
Steinmetzkoeffizient β (N87)	2.1
Volumen der Kondensatoren	
Referenzfläche für Kondensatorvolumen A_0	1107 mm^2
Referenzvolumen für Kondensatorvolumen V_0	2835 mm^3
Verlustfaktor des Dielektrikums $\tan \delta$	$5 \cdot 10^{-4}$

Tabelle8.6:Verwendete Parameterwerte bei der Optimierung.

Anhand der Parameter in Tabelle 8.6, den Zusammenhängen aus Abschnitt 8.5 sowie den Gehäuseformen der gewählten Halbleiter können die Volumenanteile bestimmt werden, welche unabhängig vom Betriebspunkt sind. Für diese ergeben sich die Werte in folgender Tabelle 8.7. Dabei wird angenommen, daß der Zwischenkreiskondensator aus sechs Kondensatoren à $270\mu F/350$ Volt bzw. bei größeren Toleranzen der Zwischenkreisspannung aus 6 \times 220 μ F/400V, welche auf Basis des sich einstellenden Stromrippels gewählt wurden, besteht. Trotz des etwas größeren Gesamtvolumens der Zwischenkreiskondensatoren wurden für den optimierten Resonanzkonverter sechs $220\mu F/400V$ Elektrolytkondensatoren anstatt der bezüglich des Stromrippels ausreichenden drei $470\mu F/400V$ gewählt, da diese aus geometrischen Gründen besser in den Aufbau des Konverters integriert werden können. Damit steigt das Volumen des Zwischenkreises von 70.5 cm³ um ca. 1.8% des Gesamtvomlumens des Konverters auf 88.3cm³ für die real gewählten Bauelemente an. Der Wert 70.5 cm³ ergibt sich dabei aus dem angenommenen analytischen Volumenmodell (vgl. 8.5) für die Zwischenkreiskondensatoren und liegt nahe an dem realen Wert von 73.6 cm³, welcher für die $470\mu F$ Kondensatoren resultiert.

Auf der Basis der genannten Randbedingungen wurde eine Reihe von Optimierungen vorgenommen, wobei jeweils einige Randbedingungen gezielt modifiziert wurden, um deren Einfluß auf eine Steigerung der Leistungsdichte zu ermitteln. Die Ergebnisse dieser Optimierungsläufe werden im folgenden erläutert, wobei hier die Randbedingungen Umgebungstemperatur, Leistungsdichte des Kühlsystems, Schaltverluste und maximale Wicklungs-, Kern- sowie Sperrschicht-Temperatur variiert wurden. Die mit den Modifikationen jeweils erreichbare Leistungsdichte ist in Abbildung 8.28 dargestellt.

Zwischenkreiskondensator	88.3 cm^3
Spannungsversorgung des Konverters	$(2 + 1.3 \cdot 10^{-6} f) \text{ cm}^3$
Gehäuse der Halbleiterbauelemente	35.1 cm^3
Regelsystem	$15.1 \ {\rm cm}^3$

Tabelle 8.7: Volumenanteile, welche n\u00e4herungsweise unabh\u00e4ngig vomBetriebspunkt sind.

Referenzsystem

Den Ausgangspunkt bildet dabei ein System mit Parametern, welche näherungsweise den Stand der Technik der kompaktesten industriell gefertigten Stromquellen im Bereich von einigen Kilowatt wiederspiegeln. Dieses hat einen CSPI von 5, d.h. einen Standard-Kühlkörper aus Aluminium mit Lüfter und wird bei einer Umgebungstemperatur von 45°C betrieben. In Abbildung 8.29(a) ist der Volumenanteil, welcher vom Betriebspunkt abhängt, über der Frequenz im Nennbetriebspunkt für verschiedene Werte der Komponenten C_S , C_P und L_S aufgetragen. Die Werte für die Volumina ergeben sich, wenn der globale Optimierungsalgorithmus durch drei ineinander geschachtelte "for - next" Schleifen ersetzt wird.

In den Schleifen werden die Werte für C_S von 10nF bis 250nF mit einer Schrittweite von 10nF, die Werte für C_P von 10nF bis 500nF mit einer Schrittweite von 15nF und die Werte für L_S von 1µH bis 60µH mit einer Schrittweite von 2.5µH variiert, d.h. es wurden insgesamt 15840 Punkte berechnet. In Abbildung 8.29(a) und den anderen Ergebnisplots ist dabei nur der Teil der Punkte eingezeichnet, welcher die folgenden



Abbildung 8.28: Übersicht über die Leistungsdichte des Konvertersystems für verschiedene Randbedingungen.

Kriterien

- Betriebspunkt für die gewählten Parameter N_1 , N_2 , C_S , C_P und L_S mit $D \leq D_{max}$ existiert.
- Verhältnis der Betriebsfrequenz bei minimaler Last zur Frequenz bei Nennlast ist kleiner als $r_{f,limit}$ (siehe Abschnitt 8.1.1).
- Kern- und Wicklungstemperatur sind kleiner/gleich als die Maximalwerte.

erfüllt. Aus der Verteilung der Punkte kann unter anderem die Sensitivität des Minimums bei Schwankung der Parameter entnommen werden, weshalb der globale Optimierungsalgorithmus hier durch "for - next" Schleifen ersetzt wurde.

Neben dem Verlauf des minimalen Volumens in Abhängigkeit von der Frequenz ist in Abbildung 8.29(b) die resultierende Geometrie des Transformators dargestellt. Darunter sind die Parameter für den Arbeitspunkt, den Resonanzkreis und den Transformator für den jeweiligen optimalen Arbeitspunkt angegeben.

Für das gewählte Windungsverhältnis von 18 zu 2 und oben genannten Parametern ergibt sich ein minimales Gesamtvolumen von 0.954dm³ und eine Leistungsdichte von 4.09kW/dm³ bei einem Duty Cycle von 0.72. Dieser Duty Cycle bietet noch genügend dynamische Reserve und Zeit zum Umschalten der MOSFETs vor dem Stromnulldurchgang. Erhöht man das Windungsverhältnis so nimmt der Duty Cycle bei steigender Leistungsdichte zu und die Reserve sowie Robustheit gegenüber Störungen und Parameterschwankungen (z.B. Bauteiltoleranzen) nimmt ab. Für bestimmte Anwendungen, bei welchen keine hohe Dynamik und Störunanfälligkeit gefordert wird, kann diese Möglichkeit genutzt werden, um die Leistungsdichte zu steigern. Aufgrund der hohen geforderten Dynamik von Stromquellen in der Prozeßtechnik ist dies jedoch im betrachteten Fall kein gangbarer Weg.

Wird das Windungsverhältnis reduziert, so nimmt auch der Duty Cycle im Nennbetriebspunkt ab. Die damit einhergehende reduzierte Ausnutzung des Konverters führt zu einer abnehmenden Leistungsdichte.

Optimierte Systeme mit einem CSPI 15

Um die Leistungsdichte des Konverters zu steigern, wird in einem ersten Schritt das konventionelle Kühlsystem durch einen optimierten Aluminiumkühlkörper inklusive Lüfter ersetzt. Damit ergibt sich ein CSPI von 15, womit eine maximale Leistungsdichte von 6.75kW/dm³ bei einer Schaltfrequenz von 111.6kHz erreichbar ist. Dies entspricht einer Steigerung der Leistungsdichte um 65% gegenüber dem Referenzsystem (siehe Seite 443).

Nimmt man weiterhin an, daß anstatt der verwendeten APT50M75-MOSFETs Schalter mit identischen Durchlaß- jedoch halbierten Schaltverlusten (z.B. neuartige SiC-Schalter) eingesetzt werden, so erhält man eine Leistungsdichte von 6.81kW/dm^3 (siehe Seite 444). Das Volumen reduziert sich durch die Halbierung der Schaltverluste nur relativ geringfügig, da die Schaltverluste in den MOSFETs im Vergleich zu den Durchlaßverlusten relativ klein sind.

Verwendet man wieder die ursprünglichen APT50M75-MOSFETs und erhöht die Anzahl der Primärwindungen von 18 auf 20, so kann die Leistungsdichte aufgrund der verbesserten Ausnutzung des Konverters auf 7.11kW/dm^3 gesteigert werden (Seite 445). Allerdings können sich - wie oben bereits erwähnt - durch den relativ hohen Duty Cycle von 0.75 Probleme bezüglich der Dynamik des Systems, der zeitlichen Steuerung der Schalter und der Robustheit ergeben.

Wird der optimierte Serien-Parallel-Resonanzkonverter nur im Bereich der Nennlast bei geringen Anforderungen an die Dynamik eingesetzt, so kann die Leistungsdichte auch dadurch erhöht werden, daß die Begrenzung des maximalen Verhältnisses der Leerlauffrequenz zur Nennfrequenz auf Werte kleiner 3 aufgehoben wird. Bei Arbeitspunkten mit einem höheren Frequenzverhältnis $r_f = f_{max}/f_{min} > 3$, d.h. einem relativ kleinen Kapazitätsverhältnis C_P/C_S , muß allerdings überprüft werden, ob der Konverter unter diesen Randbedingungen stabil arbeitet (siehe Abschnitt 2.4.2). Unter diesen Randbedingungen läßt sich für einen Konverter mit einem Übersetzungsverhältnis von 18:2:2, einem CSPI von 15 und Standard-Halbleitern eine Leistungsdichte von 7.17kW/dm³ erreichen (Seite 446).

Eine weitere Möglichkeit zur Steigerung der Leistungsdichte bei einem Windungsverhältnis von 18:2:2 ergibt sich aus der Verwendung von Bauelementen, wie z.B. Silizium-Carbid MOSFETs und Dioden, welche eine erhöhte Sperrschichttemperatur zulassen, wobei hier angenommen wird, daß die maximal zulässigen Werte gleich $T_{J,max} = T_{D,max} = 175$ °C sind, welche im Rahmen der Optimierung auf $T_{J,MOS} = 160$ °C/ $T_{J,Diode} =$ 165°C begrenzt werden. Dadurch kann die Größe des Kühlsystems reduziert werden und die Leistungsdichte auf 7.45kW/dm³ gesteigert werden (Seite 447). Nimmt man zusätzlich an, daß die Schaltverluste der vier Leistungsschalter auf die Hälfte reduziert werden können, so kann damit eine weitere geringfügige Erhöhung der Leistungsdichte auf 7.48kW/dm³ erreicht werden (Seite 448).

Dies bedeutet eine Steigerung der Leistungsdichte um ca. 83% gegenüber dem ursprünglichen System, d.h. das Volumen reduziert sich auf 55% der Referenzbaugröße.

Optimierte Systeme mit einem CSPI 25

Geht man wieder von dem ursprünglichen System mit optimierten Aluminiumkühlkörper (CSPI 15) und Standardbauelementen aus (vgl. S. 443), so ist es auch möglich eine Steigerung der Leistungsdichte durch die Erhöhung der Effizienz des Kühlsystems zu erreichen. Dabei wird anstatt von Aluminium das thermisch deutlich besser leitfähige Kupfer für den Aufbau des Kühlkörpers verwendet, wobei hier angenommen wird, daß der CSPI von 15 auf den Wert 25 ansteigt (max. möglich ca. 30 - vgl. [192]).

Mit diesen Randbedingungen ergibt sich eine Leistungsdichte von 7.77kW/dm^3 bei einer bezüglich des Gesamtvolumens optimalen Schaltfrequenz von ca. 100 kHz und einem Duty Cycle von 0.69. Dies bedeutet eine Steigerung der Leistungsdichte um ca. 15% gegenüber dem System mit optimierten Aluminiumkühlkörper. Der Grund für die relativ geringe Steigerung der Leistungsdichte ist, daß der Anteil des Kühlsystems am Gesamtvolumen des Systems mit optimierten Aluminiumkühlkörper nur ca. 30% beträgt. Damit führt eine Reduktion des Volumens des Kühlsystems auf ca. 60% des ursprünglichen Wertes nur zu einer geringen Steigerung der Leistungsdichte, da die restlichen Volumenanteile relativ konstant bleiben.

Verzichtet man unter diesen Bedingungen auf die Beschränkung des Verhältnisses r_f zwischen Leerlauf- und Nennfrequenz auf Werte kleiner 3, so kann die Leistungsdichte durch Erhöhen des Duty Cycles und vor allem der Arbeitsfrequenz auf einen Wert von 8.33kW/dm³ angehoben werden.

Für eine deutlich höhere Leistungsdichte benötigt man zum einen Halbleiter mit einer höheren maximal erlaubten Sperrschichttemperatur und vor allem Kern- und Wicklungsmaterialien, welche eine deutlich höhere Betriebstemperatur erlauben. Werden im Rahmen der Optimierung die Sperrschichttemperaturen der Halbleiter auf maximal 185°C (Gleichrichterdioden) bzw. 175°C (MOSFETs) im Nennbetrieb und die Kern- bzw. Wicklungstemperatur des integrierten Transformators auf maximal 150°C begrenzt, so kann die Leistungsdichte auf 12.1kW/dm³ gesteigert werden (Seite 451).

Dabei verkleinert sich das Volumen des Transformators und auch des Kühlsystems bei steigender Nennfrequenz deutlich und der Anteil der vom Betriebspunkt unabhängigen Volumina steigt auf über 30% des Gesamtvolumens an. Die Größe des Kühlsystems sinkt dabei auf Werte (hier ca. 74.3cm³), bei welchen eine praktische Umsetzung schwierig wird. Der Grund dafür ist, daß das Volumen eines Referenzlüfters San Ace 40/28 der Firma Sanyo Denki bereits 48cm³ beträgt und kleinere Lüfter mit vergleichbarer Leistungsdichte aufgrund der Skalierungsgesetze schwer umsetzbar sind. Aus diesem Grund sind für Konvertersysteme im Bereich von einigen Kilowatt mit sehr hohen Leistungsdichten neue Techniken für die Kühlsysteme - wie z.B. Lüfter mit extremer Drehzahl oder Heat-Pipe Systeme - erforderlich.

Reduziert man wiederum die Anforderung bezüglich des Frequenzverhältnisses zwischen Leerlauf- und Nennarbeitsfrequenz ($r_f > 3$), so kann unter Überprüfung der Stabilität die Leistungsdichte nochmals gesteigert werden. Der maximal erreichbare Wert beträgt 13.3 kW/dm³ bei einem Wirkungsgrad von 93.7% (Seite 452).

Auf den folgenden Seiten sind detaillierte Angaben zu den oben betrachteten Systemen zu finden. Um die Ergebnisse der Optimierung zu verifizieren, werden im nächsten Abschnitt die jeweiligen optimalen Systeme anhand von Simulationen verifiziert und das System mit CSPI 25 und Standardbauelementen thermisch überprüft und mechanisch konstruiert.

Hinweis: Wie im Laufe der Erläuterungen zu den einzelnen Volumenanteilen bereits erwähnt, basieren die gemachten Angaben bezüglich der Leistungsdichte auf den reinen "Netto"-Volumina der Bauelemente. Volumenanteile welche durch die Konstruktion, die Führung der Kühlluft sowie durch Hohlräume aufgrund nicht quaderförmiger Konturen entstehen sind dabei nicht berücksichtigt, da diese von geometrischen Details abhängen, welche im Rahmen der Optimierung nicht mit vernünftigem Aufwand berücksichtigt werden können. Wie sich im Rahmen von einigen Grundlegenden Betrachtungen bezüglich der Umsetzung von Prototypen gezeigt hat, sinken die Leistungsdichten für reale Aufbauten auf ca. die Hälfte ab, d.h. daß ca. 50% Luft bzw. Hohlraum im Konverter vorhanden ist. Dies zeigt sich ebenfalls bei dem Aufbau des Systems mit CSPI 25 und Standardbauelementen, welches im nächsten Abschnitt näher beschrieben wird.

CSPI 5 | 18:2 bei 45°C

- Gesamtvolumen: 0.954 dm^3
- Wirkungsgrad: 94.0%
- Leistungsdichte: 4.09 kW/dm^3
- Temperatur: $45^{\circ}C$



Abbildung 8.29: Volumen und Transformatorbauform für ein Windungsverhältnis von 18 zu 2, einen CSPI von 5 und einer Umgebungstemperatur von 45°C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	$320 \mathrm{V}$
Schaltfrequenz	$125.7 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.72
Resonanzkreis			
Serienkapazität	80 nF	Parallelkapazität	290 nF
Serieninduktivität	$40 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	54.6 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$12.0 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.51~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.50~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.24 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$12.0 \mathrm{W}$	Kernverluste	18.7W
Flußdichte B_1	$110.6 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	74.1 mT
Flußdichte B_{σ}	$110.6 \mathrm{mT}$		

CSPI 15 | 18:2 bei 45°C

- Gesamtvolumen: $0.476+0.101 \text{ dm}^3$ Wirkungsgrad: 93.9%
- Leistungsdichte: 6.75 kW/dm^3





Abbildung 8.30: Volumen und Transformatorbauform für ein Windungsverhältnis von 18 zu 2, einen CSPI von 15 und einer Umgebungstemperatur von 45°C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 {\rm W}$	Ausgangsspannung	26 V
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$111.59~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	110 nF	Parallelkapazität	370 nF
Serieninduktivität	$41 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	40.4 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$11.3 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.75~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.25~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$13.2 \ {\rm W}$	Kernverluste	$16.3 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$110.5 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	80.1 mT
Flußdichte B_{σ}	$110.5 \mathrm{mT}$		

CSPI 15 | $\frac{1}{2} P_{V,S}$ | 18:2 bei 45°C

 $0.572 \mathrm{~dm^3}$ • Gesamtvolumen: • Wirkungsgrad: 93.9% $6.81~\rm kW/dm^3$ • Temperatur: $45^{\circ}\mathrm{C}$ • Leistungsdichte: 1 0.9 Volumen [cdm] 0.8 0.7 0.6 0.5 500 100 200 300 400 600 700 800

(a) Gesamtvolumen über Nennfrequenz (b) Transformator

Frequenz [kHz]

Abbildung 8.31: Volumen und Transformatorbauform für ein Windungsverhältnis von 18 zu 2, einen CSPI von 15, einer Umgebungstemperatur von 45°C und halbierten Schaltverlusten.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$131.2 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$95 \ \mathrm{nF}$	Parallelkapazität	340 nF
Serieninduktivität	$35 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	46.2 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$12.3 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.52~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.38~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.23 \mathrm{~dm^3}$
Wicklungsverluste	$12.1 { m W}$	Kernverluste	$16.9 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	101.0 mT	Flußdichte B_2	73.2 mT
Flußdichte B_{σ}	101.0 mT		



Abbildung 8.32: Volumen und Transformatorbauform für ein Windungsverhältnis von 20 zu 2, einen CSPI von 15, einer Umgebungstemperatur von 45°C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$121.8~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.75
Resonanzkreis			
Serienkapazität	110 nF	Parallelkapazität	$445 \ \mathrm{nF}$
Serieninduktivität	$38.5 \ \mu \mathrm{H}$	N_P zu N_S	10
Volumen $C_S + C_P$	34.3 cm^3	Primärwindungen	20
Transformator			
Gesamthöhe	$11.5 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.89~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.5~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.23~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$13.5 \mathrm{W}$	Kernverluste	$13.1 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$93.1 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	79.1 mT
Flußdichte B_{σ}	$93.1 \mathrm{mT}$		

CSPI 15 | $r_f = f_{max}/f_{min} \ge 3$ | 18:2 bei 45°C $0.544~\mathrm{dm^3}$ • Gesamtvolumen: • Wirkungsgrad: 93.9% $7.17~\rm kW/dm^3$ • Temperatur: • Leistungsdichte: $45^{\circ}\mathrm{C}$ 0.7 0.65 Volumen [cdm] 0.6 0.55 0.5 0.45 0.4 300 400 500 Frequenz [kHz] 100 200 600 700 800

(a) Gesamtvolumen über Nennfrequenz

(b) Transformator

Abbildung 8.33: Volumen / Transformatorbauform für N_1 : $N_2 = 18 : 2$, CSPI = 15, eine Umgebungstemperatur von 45°C und ein freies Verhältnis der max. zur min. Schaltfrequenz r_f .

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	$320 \mathrm{V}$
Schaltfrequenz	$202.8~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.70
Resonanzkreis			
Serienkapazität	220 nF	Parallelkapazität	$250 \mathrm{~nF}$
Serieninduktivität	$16 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	$17.0 \ \mathrm{cm}^3$	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$13 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.8~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.1~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.23 \mathrm{~dm^3}$
Wicklungsverluste	$13.4 \mathrm{W}$	Kernverluste	$9.8 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$57.6 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	57.1 mT
Flußdichte B_{σ}	$57.6 \mathrm{mT}$		



Abbildung 8.34: Volumen / Transformatorbauform für N_1 : $N_2 = 18 : 2$, CSPI = 15, eine Umgebungstemperatur von 45° C und Sperrschichttemperatur von $T_{J,MOS} = 160C/T_{J,Diode} = 165^{\circ}$ C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$131.2 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$95 \mathrm{~nF}$	Parallelkapazität	340 nF
Serieninduktivität	$35 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	46.2 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$12.3 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.52~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.38~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.23 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$12.1 { m W}$	Kernverluste	$16.9 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$100.8 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$73.1 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$100.8 \mathrm{mT}$		

$ext{CSPI 15} \mid \ {}^{1}\!/_{\!2} \ P_{V\!,S} \mid T_{J\!,MOS}{=}160^{\circ} ext{C}$ $T_{J,Diode}$ =165°C | 18:2 bei 45°C

- $0.521~\rm dm^3$ • Gesamtvolumen: • Wirkungsgrad: 93.9%
- Leistungsdichte:
- 7.48 kW/dm^3





(b) Transformator

8.35: Volumen / Transformatorbauform für N_1 : Abbildung N_2 = 18 : 2, CSPI = 15, Umgebungstemp. von 45°C, $^{1}\!/_{2}$ $P_{V,S}$ / Sperischichttemp. von $T_{J,MOS} = 160^{\circ} \text{C} / T_{J,Diode} = 165^{\circ} \text{C}.$

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$147.1~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.69
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$95 \mathrm{~nF}$	Parallelkapazität	340 nF
Serieninduktivität	$30 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	$45.9~\mathrm{cm}^3$	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$12.8 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.49~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.21 \mathrm{~cm}$	Volumen Trafo	$0.23 \mathrm{~dm^3}$
Wicklungsverluste	$11.9 { m W}$	Kernverluste	$16.2 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$91.6 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$68.7 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$91.6 \mathrm{mT}$		



Abbildung 8.36: Volumen / Transformatorbauform für N_1 : $N_2 = 18: 2$, CSPI = 25 und Umgebungstemperatur von 45°C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	26
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320
Schaltfrequenz	$96.0 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.69
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$145 \mathrm{ nF}$	Parallelkapazität	490 nF
Serieninduktivität	$45 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	33 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$11.0 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.86~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.91~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.25 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$13.5 \mathrm{W}$	Kernverluste	$15.6 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$116.3 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$87.6 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$116.3 \mathrm{mT}$		



Abbildung 8.37: Volumen / Transformatorbauform für N_1 : $N_2 = 18$: 2, CSPI = 25, Umgebungstemperatur von 45°C und ohne Beschränkung des Frequenzverhältnisses.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	26
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320
Schaltfrequenz	$226 \mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	160 nF	Parallelkapazität	$215~\mathrm{nF}$
Serieninduktivität	$15 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	$20.7~{\rm cm}^3$	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$13.0 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.07~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.23~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$13.9 \mathrm{W}$	Kernverluste	$9.48 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$53.1 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	52.0 mT
Flußdichte B_{σ}	53.1 mT		


Abbildung 8.38: Volumen / Transformator für $N_1 : N_2 = 18 : 2$, CSPI = 25, $T_A = 45$ °C, Grenze - Sperrschichttemp. von $T_{J,MOS} = 175$ °C / $T_{J,Diode} = 185$ °C und Kern-/Wicklungstemp. von 150°C.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$150.6~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.69
Resonanzkreis			
Serienkapazität	100 nF	Parallelkapazität	$345 \mathrm{~nF}$
Serieninduktivität	$28.5 \ \mu \mathrm{H}$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	43.5 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$9.19~\mathrm{cm}$	Gesamtbreite	$6.50~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$2.21 \mathrm{~cm}$	Volumen Trafo	$0.10 \mathrm{~dm^3}$
Wicklungsverluste	$16.0 { m W}$	Kernverluste	$19.7 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$148.7 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	114.6 mT
Flußdichte B_{σ}	$148.7 \mathrm{mT}$		



Abbildung 8.39: Volumen / Transformator für $N_1 : N_2 = 18 : 2$, CSPI = 25, $T_A = 45^{\circ}$ C, Grenze $T_{J,MOS} = 175^{\circ}$ C / $T_{J,Diode} = 185^{\circ}$ C, Kern-/Wicklungstemp. 150°C sowie freiem Frequenzverhältnis.

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$176 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.69
Resonanzkreis			
Serienkapazität	240 nF	Parallelkapazität	320 nF
Serieninduktivität	$18.5 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	16.4 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$9.36~\mathrm{cm}$	Gesamtbreite	$6.45~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$2.05~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$96~{\rm cm}^3$
Wicklungsverluste	$16.0 {\rm W}$	Kernverluste	$13.8 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	110 mT	Flußdichte B_2	109 mT
Flußdichte B_{σ}	110 mT		

8.8 Numerische Überprüfung der Resultate

Im vorangegangenen Abschnitt wurden verschiedene optimierte Betriebspunkte und Komponenten, welche mit der Optimierungsroutine für unterschiedlichen Parametersätze berechnet wurden, vorgestellt. Die Ergebnisse der Optimierungsroutine wurden dabei auf der Basis von analytischen und empirischen Modellen ermittelt. Um die Gültigkeit der dabei verwendeten Modelle für den betrachteten Parameterbereich zu untersuchen, werden die Optimierungsergebnisse im folgenden mit numerischen Simulationen der elektrischen und thermischen Größen verglichen. Weiterhin wird der mechanische Aufbau des Designs mit einem CSPI von 25 und Standardbauelementen anhand von 3D-Konstruktionen näher betrachtet.

8.8.1 Simulation der elektrischen Größen

In Kapitel 2 wurde das analytische Modell des Serien-Parallel-Resonanzkonverters, welches in der Optimierungsroutine zum Berechnen der Betriebspunkte verwendet wird, vorgestellt und anhand von verschiedenen Messungen und Simulationen verifiziert. Dabei hat sich eine gute Übereinstimmung des analytischen Modells mit den Simulationen und ebenso mit den Meßergebnissen gezeigt. Um die Gültigkeit des Modells und damit der optimierten Betriebspunkte für den hier betrachteten erweiterten Parameterbereich zu verdeutlichen, werden im folgenden die analytischen Ergebnisse für die optimierten Betriebspunkte mit den Resultaten von numerischen Simulationen des Serien-Parallel-Resonanzkonverters verglichen.

In dem Simulationsmodell, welches in dem Programme SIMPLORERTM implementiert ist, sind unter anderem folgende Systemkomponenten berücksichtigt.

- Das Steuerverfahren auf der Basis einer Zustandsmaschine mit den realen Übergangsbedingungen.
- Der Regler in Form eines PI-Reglers.
- Der Regelalgorithmus für die Erzeugung des Sägezahns.
- Der integrierte Transformator in Form eines Reluktanzersatzschaltbildes sowie

• die Leistungshalbleiter in Form von linearisierten Kennlinien.

Dieses Simulationsmodell wurde bereits im Abschnitt 2.4.5 zur Verifikation des analytischen Modells verwendet und - wie bereits erwähnt im Rahmen dieser Betrachtungen mit Meßergebnissen validiert.

In Abbildung 8.40 sind die simulierten Verläufe der Ausgangsspannung der H-Brücke, des Resonanzstromes sowie der Spannungen über den beiden Resonanzkondensatoren für das optimierte System mit einem CSPI von 25 und Standardbauelementen gegeben. Dieses System wird im folgenden im Rahmen von 3D Konstruktionen und thermischen Simulationen noch näher untersucht. Dabei ist die Wahl auf dieses System gefallen, da es die größte Leistungsdichte aufweist und mit heute verfügbaren Bauelementen realisiert werden kann. Die zu diesem System gehörenden Daten bezüglich der Verluste, Temperaturen sowie der mechanischen Abmessungen des Transformators, welche aus der Optimierung resultieren, sind in Tabelle 8.8 zusammengefaßt.

• Elektrische Randbedingungen	
Zwischenkreisspannung	320 V
Ausgangs- bzw. Laststrom I_{Out}	150 A
Lastwiderstand R	$0.04~\Omega$
Offsetspannung der Last V_{Off}	$20 \mathrm{V}$
Duty Cycle D_{max}	0.69
Verhältnis f_{max} zu f_{min}	2.99
Serienkapazität	145 nF
Serieninduktivität	$45 \mu H$
Parallelkapazität	490nF
• Verluste in den Leistungshalbleiter	
Schaltverluste im ZVS-Zweig	1.35W
Durchlaßverluste im ZVS-Zweig	18.9W
Diodenverluste im ZVS-Zweig	2.2W
Durchlaßverluste im ZCS-Zweig	22.5W
Verluste im Gleichrichter	$2 \times 67.5 W$
Max. Temperatur ZVS-Zweig	$129.9^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Temperatur ZCS-Zweig	$130^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Temperatur Gleichrichter	$136.9^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Temperatur Kühlkörper	$122.8^{\circ}\mathrm{C}$
• Verluste im Transformator	
Wicklungsverluste Primär	3.1W

Wicklungsverluste Sekundär	10.4W
Kernverluste	15.6W
Optimale Foliendicke Primär	$81 \mu m$
Optimale Foliendicke Sekundär	$204 \mu { m m}$
Max. Kerntemperatur	$110^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Wicklungstemperatur	$109^{\circ}\mathrm{C}$
Kühlluft Transformator $T_{L,T}$	$62.3^{\circ}\mathrm{C}$
Kühlluft Transformator v	$4.1 \mathrm{m/s}$
• Baugröße des Transformators	
Breite der Außenschenkel a	$15\mathrm{mm}$
Tiefe des Kerns b	$29.1\mathrm{mm}$
Breite des Wicklungsfensters c	$5\mathrm{mm}$
Höhe des Wicklungsfensters d	$80.1 \mathrm{mm}$
Breite des Streuflußpfades e	$18.6\mathrm{mm}$

Tabelle 8.8: Parameter für das optimierte System mit $N_1 = 18$, $N_2 = 2:2$, CSPI 25 und einer Umgebungstemperatur von $T_A = 45^{\circ}$ C.

Führt man mit den aufgelisteten Werten für die Bauelemente und den elektrischen Größen am Ein- und Ausgang eine Simulation des Serien-Parallel-Resonanzkonverters durch, so erhält man unter anderem die Resultate in Tabelle 8.9 für die elektrischen Größen im Resonanzkreis und die Flußdichte im integrierten Transformator.

Vergleicht man diese Werte mit den Resultaten der Optimierungsrechnung, so erkennt man eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der beiden Berechnungsmethoden.

Neben dem Betriebspunkt des Systems mit einem CSPI von 25 und Standardbauelementen wurden auch die Ergebnisse der Optimierungsrechnung für die anderen Parametersätze mit den Ergebnissen des Simulationsmodells verglichen. Wiederum zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Werte. Ein Auszug der jeweiligen Resultate der beiden Berechnungsmethoden ist in Tabelle 8.10 gegeben.



Abbildung 8.40: Simulierte Verläufe der Ausgangsspannung der H-Brücke V_{AB} , des Serienstromes I_P , der Spannung über dem Serienkondensator V_{Cs} sowie der Spannung über dem Parallelkondensator V_{Cp} für den optimierten Aufbau mit CSPI 25 und 18:2 bei 45°C sowie den Grenzwerten $T_{J,Diode}=135$ °C, $T_{J,MOSFET}=130$ °C, $T_W=125$ °C und $T_C=110$ °C (siehe S.451).

	Simuliert	Berechnet
Spannung über C_S	$265.6\mathrm{V}$	280V
Spannung über C_P	88.9V	92V
Strom durch L_S	$24.5\mathrm{V}$	$25.2\mathrm{V}$
Phasenverschiebung α	77m	93m
Phasenverschiebung β	0.71	0.68
Frequenz f	$96.3 \mathrm{kHz}$	$96.0 \mathrm{kHz}$
Duty Cycle D	0.7	0.69
Flußdichte $B_{\sigma} = B_1$	$121.1 \mathrm{mT}$	$116.3 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_2	$78.6\mathrm{mT}$	$87.6\mathrm{mT}$

Tabelle8.9: Vergleich der simulierten und analytisch berechnetenResultate für das optimierte Design mit CSPI 25 und Standardbauele-
menten.

	f [kHz]	D	I_{LSp} [A]	$B_{\sigma} B_1[\mathrm{mT}]$	$B_2[\mathrm{mT}]$
18:2 CSPI 5 (\Rightarrow S. 442)	125.7	0.72	23.6	110.6	74.1
Simuliert	122.8	0.73	24.2	114.1	67.7
18:2 CSPI 15 (⇒ S. 443)	111.6	0.7	24.0	110.5	80.1
Simuliert	109.9	0.72	24.6	115.1	71.4
$18:2 \frac{1}{2} \mathbf{P}_{\mathbf{V}} $ $(\Rightarrow S. 444)$	131.2	0.7	24.2	101	73.2
Simuliert	130.3	0.71	24.9	104.9	65.1
20:2 $(\Rightarrow S. 445)$	121.8	0.75	22.4	93.1	79.1
Simuliert	121	0.77	22.8	95.3	71.4
18:2 > 150°C (⇒ S. 447)	131.2	0.7	24.2	100.8	73.1
Simuliert	130.3	0.71	24.9	104.7	64.9
$18:2 >150^{\circ} \frac{1}{2}P_{V}$ (\Rightarrow S. 446)	147.1	0.69	24.2	91.6	68.7
Simuliert	147.3	0.7	25.3	95.8	61.2
$18:2 \mathbf{r_f} \text{ frei} \\ (\Rightarrow S. 446)$	202.8	0.7	24.3	57.6	57.1
Simuliert	205	0.71	25.6	59.2	50.7
18:2 CSPI 25 (⇒ S. 443)	96.0	0.69	24.5	116.3	87.6
Simuliert	96.3	0.7	25.2	121.1	78.6
$18:2 \text{CSPI 25} \\ (r_f \text{ frei} \Rightarrow \text{S. 450})$	225.7	0.7	24.1	53.1	51.9
Simuliert	227.1	0.72	25.3	55.4	48.1
18:2 CSPI 25 HT (\Rightarrow S. 451)	150.6	0.69	24.7	148.7	114.6
Simuliert	150.4	0.7	25.3	156.2	102.3
18:2 CSPI 25 HT $ \mathbf{r_f} \Rightarrow S.452)$	176.2	0.69	25.6	110.1	108.9
Simuliert	178.7	0.71	24.4	113.2	123.3

Tabelle 8.10: Vergleich der Optimierungsergebnisse mit Werten, wel-
che anhand von Simulationen mit SIMPLORERTM ermittelt wurden.

8.8.2 Mechanische Konstruktion

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Parametersätze für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter vorgestellt, welche unter verschiedenen Randbedingungen optimiert wurden. Die zu den Parametersätzen gehörenden elektrischen Betriebspunkte wurden weiterhin mit den Resultaten von numerischen Simulationen der elektrischen Größen verglichen.

Um auch die verwendeten thermischen Modelle mit numerischen Simulationen vergleichen und die gegenseitige thermische Beeinflussung der einzelnen Komponenten ermitteln zu können, benötigt man eine mechanische Konstruktion des Systems. Aus diesem Grund wird im fol-



Abbildung 8.41: 3D-CAD Konstruktion des optimierten Aufbaus mit Kupferkühlkörper, integriertem Transformator und Standardbauelementen sowie einer Leistungsdichte von ca. $4kW/dm^3$.

genden ein möglicher mechanischer Aufbau des optimierten Systems mit einem Kupferkühlkörper (CSPI 25) und üblichen Sperrschicht-, Kernund Wicklungstemperaturen (siehe S. 449) näher betrachtet. Mit dem Aufbau kann außerdem die für den Gesamtaufbau resultierende Leistungsdichte ermittelt werden. Dieser Wert ist aufgrund der Hohlräume zwischen den Komponenten und der Pfade für die Kühlluft deutlich kleiner als die in den vorangegangen Abschnitten auf der Basis der Bauteil-Volumina ermittelten Werte für die Leistungsdichte.

Bei dem betrachteten mechanischen Aufbau werden für alle Komponenten – bis auf den Kern und den Kupfer-Kühlkörper – Standard-Bauelemente verwendet, welche in industriellen Anwendungen breiten Einsatz finden. Der Kern des Transformators sowie der Kühlkörper müssen hingegen speziell für den Konverter angefertigt werden, da deren Abmessungen entscheidenden Einfluß auf die Leistungsdichte des Konverters haben und aus diesem Grund speziell an den Betriebspunkt angepaßt werden müssen.

In Abbildung 8.41 ist die 3D-Ansicht des gesamten Konverteraufbaus gegeben. Dort sieht man das Kühlsystem mit Lüfter und Kupferkühlkörper inklusive Leistungshalbleiter, die Zwischenkreiskondensatoren (links), die Platinen der Steuerung und des Gate-Treibers (oberhalb des Kühlkörpers) sowie die Hilfsstromversorgung (unterhalb des Kühlkörpers). Dahinter sind die Resonanzkondensatoren (blau C_S oben und C_P unten) sowie der optimierte Transformator zu erkennen. An der Vorderseite sind zudem die Anschlüsse für den Zwischenkreis (links) und die Ausgangsklemmen (rechts unten) sowie ein Bereich für mögliche Bedienelemente (Sollwert des Ausgangsstromes, etc.) dargestellt. Der gesamte Resonanzkonverter befindet sich dabei in einem Gehäuse mit den folgenden Abmessungen

• Abmessungen	
Breite	$117 \mathrm{mm}$
Tiefe	$102 \mathrm{mm}$
Höhe	$81\mathrm{mm}$
• Volumen	$0.97 \mathrm{dm}^3$
• Leistungsdichte	ca. $4 \text{kW}/\text{dm}^3$
	$pprox 65 { m W/in^3}$,

woraus eine Leistungsdichte von ca. 4kW pro Liter resultiert.

Die zu diesem Aufbau gehörende Explosionszeichnung ist in Abbildung 8.42 gegeben, wo die relative Lage der Komponenten besser erkennbar ist.

Eine Detailansicht des optimierten Kühlsystems inklusive Leistungshalbleiter ist in Abbildung 8.43 dargestellt. Der Kühlkörper selbst besteht dabei aus zwei Hälften. Diese bestehen jeweils aus einer Bodenplatte, welche 4mm dick ist, sowie aus 40 Finnen, welche jeweils 1mm dick und 20mm lang sind. Um das verfügbare Volumen optimal auszunutzen, ist die Länge der Bodenplatte, welche relativ wenig Einfluß auf den thermischen Gesamtwiderstand des Kühlkörpers hat, an die Größe der jeweiligen Halbleitergehäuses angepaßt, so daß im betrachteten Fall mehr Bauraum für die Hilfsstromversorgung zur Verfügung steht.





Im Falle, daß die Verluste in den vier Leistungsschaltern und in den beiden Gleichrichterdioden stark unterschiedliche Werte hätten, könnte man die Finnenstruktur der beiden Hälften des Kühlkörpers auch asymmetrisch aufbauen, d.h. die Hälfte, welche eine größere Verlustleistung abführen muß, könnte z.B. längere Finnen und die andere Hälfte entsprechend kürzere haben. Somit wären die beiden Kühlkörperhälften jeweils optimal auf die abzuführende Verlustleistung abgestimmt.

Wie man anhand der Konstruktionszeichnungen erkennt (siehe auch Anhang D) ist der Anteil des Volumens, welches zum Führen der Kühlluft und zur Montage der Komponenten benötigt wird, sowie der Anteil der Hohlräume zwischen den einzelnen Komponenten aufgrund nicht kompatibler Gehäuseformen (z.B. unterschiedliche Bauhöhe) am Gesamtvolumen erheblich. Als Beispiel für die nicht kompatiblen Gehäuseformen seien hier die Elektrolytkondensatoren im Zwischenkreis genannt, mit welchen aufgrund des zylindrischen Aufbaus maximal eine lokale Packungsdichte von

$$\frac{\pi}{4} \approx 78.5\% \tag{8.78}$$

erreicht werden kann.



Abbildung 8.43: 3D-Ansicht des optimierten Kühlkörpers aus Kupfer mit einer Finnendicke von 1mm / 40 Finnen, einem Volumen von 0.116dm^3 (inkl. Lüfter) und einem thermischen Widerstand von 0.34 W/K.

Diese Tatsache führt insgesamt dazu, daß die Leistungsdichte von ursprünglich 7.77kW/dm³ für die "Netto"-Volumina auf ca. 4kW/dm³ für den endgültigen Aufbau absinkt. Dies bedeutet, daß im Gehäuse beinahe 50% des Volumens mit Luft gefüllt ist und nicht aktiv bzw. nur für den Fluß der Kühlluft genutzt wird. Diese 50% bieten mit einer besseren geometrischen Integration der Komponenten bzw. durch Abstimmen der einzelnen Gehäuseformen aufeinander ein großes Potential für eine weitere deutliche Steigerung der Leistungsdichte. Dies ist allerdings nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit und wird aus diesem Grund hier nicht weiterverfolgt.

8.8.3 Thermische Simulation

Neben den elektrischen Größen haben vor allem die Wärmeflüsse und die damit verbundene Temperaturverteilung einen entscheidenden Einfluß auf den Aufbau bzw. die erreichbare Leistungsdichte der betrachteten Systeme. Im Rahmen der Optimierung wurden verschiedene thermische Modelle zur Berechnung der Sperrschichttemperaturen der Halbleiter sowie der Temperaturverteilung im Transformator verwendet. Die als Eingangsgrößen benötigten Verlustleistungen in den einzelnen Komponenten wurden mittels analytischer und auf Meßdaten basierender Modelle berechnet.

Auf der Basis der im vorangegangen Abschnitt beschriebenen mechanischen Konstruktion wird im folgenden die Temperaturverteilung für das optimierte System mit CSPI 25 und Standardbaulementen mittels numerischer CFD-Simulationen mit dem Programme ICEPAKTM ermittelt, um diese mit dem Ergebnis der analytischen thermischen Modelle zu vergleichen. Dabei werden die in Tabelle 8.11 aufgelisteten Verluste, welche aus den analytischen Verlustmodellen resultieren, zugrundegelegt.

Im Rahmen der numerischen Simulation wird im betrachteten Fall der Transformators anhand von mehreren Blöcken modelliert. Zum einen wird der Kern durch eine Reihe von Quadern nachgebildet, wobei je ein Quader für die zwei Schenkel und den Streuflußpfad, sowie zwei für die Joche verwendet werden. Die in den einzelnen Kernabschnitten auftretenden Verluste werden dabei jeweils mit einem Block eingeprägt, womit die Verteilung der Verluste im magnetischen Kreis gut nachgebildet werden kann.

Kern-Bereiche	
Primärwicklung	3.8W
Sekundärwicklung	2.1W
Streuflußpfad	4.9W
Joch	$2 \times 2.4 W$
Wicklungen	
Primär	3.1W
Sekundär	10.4W
Halbleiter	
MOSFET im ZVS-Zweig	22.4W
MOSFET im ZCS-Zweig	22.5W
Gleichrichterdiode	$2 \times 33.8 W$

Tabelle 8.11: Verluste in den einzelnen Komponenten, welche im Rah-men der Optimierung ermittelt wurden.

Die Primär- und die Sekundärwicklung werden ebenfalls durch Blöcke modelliert, wobei jede Wicklung aus insgesamt vier Blöcken besteht (siehe Abb. 8.44 - B_1 bis B_4). Eine vermeintlich genauere Modellierung der Wicklung durch Nachbildung der einzelnen Wicklungslagen (Kupferfolie, Isolations- und Luftschicht) ist dabei nicht sinnvoll, da dies im Bereich der Numerik und der Rechenzeit aufgrund der sehr dünnen Schich-



Abbildung 8.44: Folienwicklung auf einem Schenkel mit richtungsabhängiger Wärmeleitfähigkeit.

ten und der damit verbundenen kleinen finiten Elemente zu Problemen führt. Weiterhin ist die damit erreichbare Erhöhung der Genauigkeit nicht signifikant, da die thermischen Eigenschaften der einzelnen Lagen sehr gut in einem Block zusammengefaßt werden können.

Da die lokale Wärmeleitfähigkeit der Wicklungen von der Richtung der Wärmeausbreitung abhängig ist, haben die vier Blöcke der Wicklungen eine anisotrope Wärmeleitfähigkeit. Entlang des Wicklungsumfanges und entlang des Schenkels (z.B. y- und z-Richtung für Block B_1 in Abb. 8.44), d.h. also entlang der Kupferfolien, ist die Wärmeausbreitung aufgrund des Kupfers sehr gut (siehe Lagenfolge Abb. 8.44). Hier kann der Wärmeausbreitungskoeffizient näherungsweise anhand von

$$\lambda_y = \lambda_z \approx \frac{N d_{Cu}}{d_{Wdg}} \lambda_{Cu} \tag{8.79}$$

mit

$$N =$$
 Anzahl der Windungen
 $d_{Cu} =$ Dicke einer Kupferfolie
 $d_{Wdg} =$ Dicke der gesamten Wicklung

berechnet werden. Dabei wird die Wärmeleitfähigkeit der Luft- und der Isolationsschicht in *y*- und *z*-Richtung im Vergleich zu der thermischen Leitfähigkeit des Kupfers aufgrund der stark unterschiedlichen Werte vernachlässigt.

Die Wärmeausbreitung quer zu den Folien, d.h. zum Beispiel in x-Richtung für den Block B_1 in Abb. 8.44, wird hingegen hauptsächlich von den Isolationslagen und der Luft zwischen den Windungen bestimmt, da deren Wärmeleitfähigkeit deutlich geringer ist als die von Kupfer. Der Wert für die Wärmeleitung ergibt sich dabei aus

$$\lambda_{x} = \frac{(d_{Iso} + d_{Lu} + d_{Cu})\lambda_{Cu}}{l_{w}^{2} (2d_{Iso}\lambda_{Lu}\lambda_{Cu} + d_{Lu}\lambda_{Iso}\lambda_{Cu} + d_{Cu}\lambda_{Iso}\lambda_{Lu})} \cdot \begin{bmatrix} 8 d_{Iso}\lambda_{Lu}\lambda_{Cu}d_{Cu} + 4 d_{Lu}\lambda_{Iso}\lambda_{Cu}d_{Cu} + 4 d_{Cu}\lambda_{Iso}\lambda_{Lu} + l_{w}^{2}\lambda_{Lu}\lambda_{Iso} \end{bmatrix}}$$

$$(8.80)$$

 mit

 $l_w =$ Mittlere Windungslänge $d_{Iso} =$ Dicke der Isolationslage $\lambda_{Iso} =$ Wärmeleitfähigkeit der Isolation $d_{Lu} =$ Dicke der Luftschicht $\lambda_{Lu} =$ Wärmeleitfähigkeit der Luft $\lambda_{Cu} =$ Wärmeleitfähigkeit von Kupfer.

Vernachlässigt man den thermischen Widerstand von einer Wicklungslage zur nächsten über die Kupferfolie um den Schenkel herum, so kann die Gleichung zu

$$\lambda_x = \frac{(d_{Iso} + d_{Lu} + d_{Cu})\lambda_{Cu}\lambda_{Lu}\lambda_{Iso}}{2d_{Iso}\lambda_{Lu}\lambda_{Cu} + d_{Lu}\lambda_{Iso}\lambda_{Cu} + d_{Cu}\lambda_{Iso}\lambda_{Lu}}$$
(8.81)

vereinfacht werden. In den meisten Fällen kann der genannte thermische Widerstand vernachlässigt werden, es sei denn, die Dicke der Kupferfolien nimmt sehr große Werte an (siehe auch Gl. (8.60)).

	Modell	Simuliert
Kühlkörper	$122.8^{\circ}\mathrm{C}$	118.3°C
Kühlluft (Mittelwert)	$62.3^{\circ}\mathrm{C}$	$63.5^{\circ}\mathrm{C}$
Volumenstrom	$0.0065\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$	$0.0069\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$
Luftgeschwindigkeit	$4.1 \mathrm{m/s}$	ca. 4.9m/s
MOSFET im ZVS-Zweig	$130^{\circ}\mathrm{C}$	122.3°C
MOSFET im ZCS-Zweig	$129.9^{\circ}\mathrm{C}$	$122.2^{\circ}\mathrm{C}$
Gleichrichterdiode	$136.9^{\circ}\mathrm{C}$	$133.6^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Kerntemperatur (Pri.)	$106.4^{\circ}\mathrm{C}$	$89^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Kerntemperatur (Sek.)	$110^{\circ}\mathrm{C}$	$91^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Primärwdg.temp.	91.3°C	$78^{\circ}\mathrm{C}$
Max. Sekundärwdg.temp.	109.3°C	$97^{\circ}\mathrm{C}$

Tabelle 8.12: Vergleich der Temperaturen zwischen analytischem Mo-
dell und thermischer Simulation mit dem Programme ICEPAK
TM der Firma Fluent.

Mit den Parametern für das betrachtete optimierte System mit CSPI 25 ergeben sich für den Block B_1 für die Primär- und Sekundärwicklung folgende Werte:

- Primärwicklung: $\lambda_y = \lambda_z \approx 197.4$ $\lambda_x \approx 0.14$
- Sekundärwicklung: $\lambda_y = \lambda_z \approx 290$ $\lambda_x \approx 0.25$

Die Wärmeausbreitungskoeffizienten der anderen Blöcke haben die gleichen Werte, nur die Richtungen x, y und z müssen jeweils vertauscht werden.

Anhand der Werte und auch in der thermischen Simulation erkennt man, daß die Temperaturverteilung in der Ebene der Wicklung aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit des Kupfers relativ homogen ist. Der größte Temperaturabfall in den Wicklungen tritt von der innersten Windung zur äußerten Windung auf. Dies ist gleichzeitig auch die



Abbildung 8.45: Simulierte Temperaturverteilung auf den einzelnen Oberflächen inklusive Geschwindigkeitsvektoren in der Mittelebene.

Hauptflußrichtung der Wärme, da diese von der Innenseite der Wicklung zur Oberfläche transportiert werden muß, um über die Luft abgeführt werden zu können.

In Tabelle 8.12 sind die Temperaturen, welche aus den analytischen Rechnungen und den numerischen Simulationen resultieren, für verschiedene Bauelemente aufgelistet. Dort erkennt man, daß die Ergebnisse beider Berechnungsmethoden relativ gut übereinstimmen. Die niedrigeren Kern- und Wicklungstemperaturen in der numerischen Simulation mit ICEPAK ergeben sich aufgrund der Tatsache, daß im betrachteten Aufbau die Kühlluft gezielt um den Transformator herum geführt wird. Dadurch steigt die Geschwindigkeit der Luft um den Transformator herum an - wie dies in Abbildung 8.46 zu erkennen ist - und ist damit höher als in dem thermischen Modell für den forciert gekühlten Transformator (vgl. 8.4.2) angenommen wurde. In Tabelle 8.12 ist die Geschwindigkeit der Luft unmittelbar nach dem Kühlkörper angegeben. Dieser Wert wird auch in dem thermischen Modell im Rahmen der Optimierung verwendet.

Da die Verteilung der Luftgeschwindigkeit sehr von den jeweiligen



Abbildung 8.46: Simulierte Geschwindigkeitsverteilung der Kühlluft in der Mittelebene.



Abbildung 8.47: Simulierte Temperaturverteilung der strömenden Luft in der Mittelebene.

geometrischen Verhältnissen abhängt und nur mittels numerischer Simulationen allgemein berechnet werden kann, ist es im Rahmen der Optimierung nicht sinnvoll möglich, die jeweiligen speziellen geometrischen Gegebenheiten abzubilden. Stattdessen wird ein mehr allgemeineres thermisches Modell des Transformators verwendet, mit welchem gut relative Vergleiche aber nur bedingt absolute numerische Berechnungen möglich sind.

8.9 Diskussion der Ergebnisse

Ausgehend vom Stand der Technik im Bereich von Konvertersystemen für die Prozeßtechnik war es Ziel der im Rahmen der Dissertation durchgeführten Untersuchungen, die Leistungsdichte des betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverters deutlich zu steigern. Eine hohe Leistungsdichte wurde dabei durch eine optimale Wahl der Betriebsparameter, wie z.B. der Bauteilwerte im Resonanzkreis, durch Integration der passiven Komponenten und durch eine verbesserte Aufbau- und Kühltechnik erreicht. In einem ersten Schritt wurde durch die Optimierung des Betriebspunktes ein kompaktes Konvertersystem mit integrierter Serieninduktivität und Standard-Aluminiumkühlkörper mit einer Leistungsdichte von ca. 4.1kW/dm^3 ermittelt. Bei diesem Design beträgt der Anteil des Kühlsystems am Gesamtvolumen fast 60% (siehe Abb. 8.48 und Abb. 8.49), da dieses bezüglich der Baugröße nicht optimiert ist. Somit kann mit einer Optimierung der Kühlung und diesbezüglich optimierten Betriebsparametern eine deutliche Steigerung der Leistungsdichte - im betrachteten Fall um ca. 65% - erreicht werden.

Bei dem neuen System nimmt die Kühlung nur noch ca. 33% und der Transformator ca. 43% des Volumens des Gesamtsystems ein. Da der Anteil des Kühlsystems am Gesamtvolumen und ebenso der Anteil der Schaltverluste in den Leistungsschaltern an den Gesamtverlusten relativ gering sind, führt eine Halbierung der Schaltverluste der MOSFETs nur zu einer geringfügigen Steigerung der Leistungsdichte (vgl. 444). Erwähnenswert ist, daß sowohl beim ursprünglichen als auch beim System mit reduzierten Schaltverlusten der thermische Widerstand des Kühlkörpers vor allem durch die Leistungsschalter bestimmt wird. Der Grund hierfür sind die maximal zulässigen Sperrschichttemperaturen und die gegebenen thermischen Widerständen der Halbleiter.

Eine Erhöhung der maximal erlaubten Sperrschichttemperatur der



Abbildung 8.48: Anteile der einzelnen Volumina für die verschiedenen Varianten - Numerierung siehe Tabelle 8.13.

Halbleiter führt ebenfalls aufgrund des geringen Anteils des Kühlsystems am Gesamtvolumen nur zu einer relativ geringen Steigerung der Leistungsdichte. In dem betrachtete Fall wird nun der thermische Widerstand des Kühlkörpers vor allem durch die Verluste in den Gleichrichterdioden bestimmt. Dies begründet sich damit, daß die relative Anhebung der maximalen Temperatur der Gleichrichterdioden kleiner ist als jene der Leistungsschalter und daß die Temperaturen der Halbleiter in beiden Fällen nahe der jeweiligen Grenzwerte liegen.

Durch die Erhöhung des Übersetzungsverhältnisses des Transformators und die damit verbundene Vergrößerung des Duty Cycles, erreicht man auf Kosten der Dynamik ebenfalls nur eine geringfügige Steigerung der Leistungsdichte. Dabei verändert sich die Verteilung der Volumina kaum.

Optimierte Kupferkühlkörper

Die Schaltverluste in den vier Leistungsschaltern der H-Brücke sind aufgrund des resonanten Konzeptes und des damit verbundenen Nullstrombzw. Nullspannungsschaltens relativ gering und führen wegen der niedrigen thermischen Widerstände der MOSFETs zu relativ geringen Temperaturabfällen zwischen der Sperrschicht und dem Gehäuse. Wird – wie dies bei dem betrachteten Aufbau der Fall ist – für die Realisierung der



Abbildung 8.49: Prozentuale Verteilung der einzelnen Volumina für die verschiedenen Varianten - Numerierung siehe Tabelle 8.13.

Gleichrichterdioden am Ausgang eine Parallelschaltung von mehreren Bauelementen eingesetzt, welche zu einem sehr niedrigen thermischen Widerstand führt, so sind auch dort die Temperaturabfälle zwischen der Sperrschicht der Dioden und dem Gehäuse gering.

Damit kann die Temperatur des Kühlkörpers im Verhältnis zur Umgebungsluft bzw. zur Sperrschicht der Bauelemente relativ hoch gewählt werden. Damit lassen sich, wie im vorangegangen Abschnitt bereits bemerkt, auch bei Verwendung von optimierten Aluminiumkühlkörpern sehr kompakte Kühlsysteme erreichen (vgl. 0.19dm³ / 33% bei 6.75kW/dm³ für einen Aufbau mit optimierten Aluminiumkühlkörper).

Ersetzt man das Aluminium durch Kupfer, welches eine erheblich bessere Wärmeleitfähigkeit hat, so kann das Kühlsystem zwar weiter verkleinert werden - $0.12 \text{dm}^3 / 23\%$ bei 7.77kW/dm³, jedoch fällt die Reduktion des Gesamtvolumens aufgrund des ohnehin schon sehr kompakten Kühlsystems relativ gering aus. Gegenüber dem System mit optimiertem Aluminiumkühlkörper ergibt sich damit nur eine um 15% höhere Leistungsdichte.

		Kühlk.	Trafo	$C_S + C_P$	Gesamt
1	CSPI 5	0.563	0.236	0.055	0.954
2	CSPI 15	0.19	0.246	0.041	0.578
3	$^{1}\!/_{2}~P_{V,S}$	0.191	0.233	0.046	0.572
4	20:2	0.18	0.23	0.037	0.548
5	r_f frei	0.197	0.229	0.017	0.544
6	$T_J > 150^{\circ}\mathrm{C}$	0.142	0.234	0.046	0.523
7	$\frac{1}{2}P_{V,S}/T_J \ge 150^{\circ}\mathrm{C}$	0.143	0.231	0.046	0.521
8	CSPI 25	0.116	0.251	0.040	0.508
9	r_f frei	0.117	0.228	0.022	0.468
10	$T_J \ge 175^{\circ}\mathrm{C}$	0.074	0.103	0.044	0.323
11	$T_J \geq 175^{\circ} \mathrm{C}/r_f$ frei	0.074	0.096	0.017	0.288

Tabelle 8.13: Volumenanteile - Kühlkörper / Transformator / Resonanzkondensatoren / Gesamtsystem - der verschiedenen Varianten.Das Volumen der Bauteile, welche unabhängig vom Betriebspunkt sind beträgt $0.101 dm^3$.

Durch die zunehmende Verkleinerung des Kühlsystems steigt der Anteil des Transformator auf beinahe 50% des Volumens des Aufbaus mit optimierten Kupferkühlkörper an. Um eine weitere deutliche Steigerung der Leistungsdichte des Konvertersystems zu erreichen, muß somit die Baugröße des Transformators verkleinert werden. Dazu wird in einem weiteren Optimierungsschritt angenommen, daß ein Material verfügbar wäre, welches bei 150°C Betriebstemperatur die Eigenschaften hat, welche das eingesetzte N87 Ferrit-Material bei einer Temperatur von 110°C aufweist. Weiterhin wird angenommen, daß die Temperaturfestigkeit der Wicklung durch eine entsprechende Isolation auf mindestens 150°C angehoben wird.

Mit diesen Parametern kann das Volumen des Transformators erheblich reduziert werden, da dieser aufgrund der größeren möglichen Temperaturdifferenz zwischen Kern/Wicklung und der Kühlluft die Verluste über eine erheblich kleinere Oberfläche abgeben kann. Durch diese Maßnahme kann das Transformatorvolumen auf ca. 40% des ursprünglichen Wertes reduziert werden. Dabei erhöhen sich aufgrund der kleineren Querschnittsflächen die Verluste im Transformator um ca. 20% (Pri/Sek/Kern: $3.1/10.4/15.6W \Rightarrow 3.6/12.3/19.7W$).

Durch die starke Reduktion des Transformatorvolumens würde der Anteil des Kühlsystems am Gesamtvolumen stark ansteigen. Aus diesem Grund wird bei den Berechnungen gleichzeitig angenommen, daß die Halbleiter z.B. durch den Einsatz von Silizium-Carbit mit einer höheren Sperrschichttemperatur betrieben werden können. Damit bleibt der Volumenanteil des Kühlsystems beim Übergang zum "Hochtemperatur"-Transformator näherungsweise konstant bei 23%. Der Anteil der vom Betriebspunkt unabhängigen Volumina steigt jedoch auf über 31% an.

Sowohl bei dem System mit optimierten Kühlsystem aus Aluminium als auch bei dem System mit optimierten Kupferkühlkörper kann eine geringfügige Steigerung der Leistungsdichte dadurch erreicht werden, daß die Beschränkung des Verhältnisses zwischen der Arbeitsfrequenz im Nennbetrieb und der Frequenz im Leerlauf aufgehoben wird. Dadurch kann das Verhältnis C_P/C_S und damit das Volumen des Parallelkondensators sehr klein werden. Dabei wird die geringfügige Steigerung der Leistungsdichte durch eine sehr hohe Betriebsfrequenz im Leerlauf und ein schlechtes dynamisches Verhalten erreicht, was in der Praxis häufig unerwünscht ist.

8.9.1 Weiterführende Maßnahmen

Für eine weitere Reduktion der Baugröße müßte man im nächsten Schritt zum einen die festen Volumenanteile reduzieren. Dies könnte durch die Verwendung von kompakten Leistungsmodulen geschehen, welche die Leistungshalbleiter (und evtl. Gatetreiber) beinhalten und damit das Volumen der Halbleiter reduzieren und vor allem die Konstruktion des Aufbaus vereinfachen. Auch das Volumen für die Steuerung- bzw. Regeleinheit könnte durch die Integration der Funktionen in einem ASIC erheblich reduziert werden.

Weiterhin müßte der Bauraum für die Zwischenkreiskondensatoren reduziert werden. Dies könnte man z.B. durch rechteckige Elektrolytkondensatoren (vgl. [214]) erreichen, welche die Hohlräume zwischen den Kondensatoren vermeiden (vgl. 8.78). Außerdem kann die Baugröße der Resonanzkondensatoren, welche bis zu 14% des Gesamtvolumens belegen, z.B. durch den Einsatz von COG bzw. NP0 Keramik-Kondensatoren erheblich reduziert werden (vgl. [215]).

Mit den beschriebenen Maßnahmen kann man erreichen, daß die Volumina der Komponenten deutlich reduziert werden. Ein weiterer wichtiger Faktor ist jedoch, daß die Hohlräume zwischen den einzelnen Bauelementen und vor allem die Bereiche, welche zum Führen der Kühlluft benötigt werden, deutlich verkleinert werden. Durch diese Zwischenräume ist das Volumen eines realen Aufbaus oft um mehr als den Faktor 2 größer (vgl. Abschnitt 8.8.2), als das reine Volumen der Komponenten. Eine Reduktion dieser Volumenanteile kann man z.B. dadurch erreichen, daß man den Transformator thermisch über Heat-Pipes oder hoch-wärmeleitfähige Materialien (vgl. [216] - $\alpha = 1700W/mK$) an den Kühlkörper anbindet [217], anstatt diesen über vorbeiströmende Luft zu kühlen. Damit benötigt man keinen Bauraum mehr für die strömende Luft um den Transformator herum und man kann die Packungsdichte erheblich steigern.

Zusammengefaßt kann festgestellt werden, daß durch die Anwendung der beschriebenen Maßnahmen bezüglich der Integration von passiven Komponenten bei gleichzeitiger Optimierung der Betriebsparameter und des Kühlsystems des betrachteten Serien-Parallel-Resonanzkonverters es möglich ist, die Leistungsdichte im Vergleich zu den auf dem Stand der Technik basierenden Geräten um ca. den Faktor 3-4 zu steigern.

Kapitel 9

Aktiv und passiv hybride EMV-Filter

Im Rahmen der Untersuchungen zur elektromagnetischen Integration des Resonanzkreises von Serien-Parallel-Resonanzkonvertern in den vorangegangenen Kapiteln hat sich herausgestellt, daß eine Integration aller Resonanzbauelemente im betrachteten Leistungs- und Strombereich aufgrund der Materialeigenschaften und den durch die elektromagnetische Integration verursachten konstruktiven Einschränkungen technisch nicht sinnvoll umsetzbar ist (siehe Abschnitt 7.4). Ein Grund dafür ist, daß durch die geometrischen Randbedingungen bei der Integration die HF-Verluste in den Wicklungen im Vergleich zu nicht integrierten Transformatoren ansteigen, was sich negativ auf das Volumen und den Wirkungsgrad des Gesamtsystems auswirkt.

Wendet man die elektromagnetische Integration jedoch auf Filterbauelemente an, so können die höheren HF-Verluste gezielt zum Dämpfen des EMV-Filters verwendet werden und wirken sich somit nicht nachteilig aus. Weiterhin ist von Vorteil, daß die hohen Ströme, welche am Ausgang bzw. auf der Sekundärseite auftreten, für das Design des EMV-Filters nicht relevant sind, da sich der Filter normalerweise auf der Primärseite befindet. Wegen der genannten Gründe wird in diesem Kapitel die elektromagnetische Integration von EMV-Filtern betrachtet.

Die Filter sollen dabei im Gegensatz zu den in [219, 221] veröffentlichten Ansätzen, wo spröde und zum Teil kostenintensive keramische Ma-



Abbildung 9.1: Schaltbild des 600W PFC-Konverters.

terialien verwendet werden, in Leiterplatten integriert werden, welche mit Standard-Fertigungsprozessen hergestellt werden können. Dadurch läßt sich eine einfache und kostengünstige Serienfertigung erreichen.

Im folgenden werden zwei neue planare Strukturen für EMV-Filter vorgestellt, wobei bei der ersten Filterstruktur die Windungen aller Induktivitäten sowie alle Kondensatoren, bis auf die große Gegentakt-Kapazität, in der Leiterplatte integriert werden. Die Gegentakt-Kapazität wird durch eine Parallelschaltung von X2 SMD-X7R realisiert. Weiterhin wird der Kern der Gegentakt-Induktivität durch magnetische Lagen in der Leiterplatte realisiert. Aufgrund des großen Wertes der Gleichtakt-Induktivität wird für diese ein diskreter planarer ELP-Kern (hier ELP32) benötigt. Trotzdem läßt sich eine sehr geringe Bau-

Parameter	Wert
Ausgangsleistung	600W
Ausgangsspannung	410V
Schaltfrequenz	$250 \mathrm{kHz}$
Eingangsspannung	110V - 230V
(inkl. Toleranzen)	(93V - 264V)
Eingangsstrom	2.6A - 5.5A
(inkl. Toleranzen)	(2.3A - 6.5A)

Tabelle9.1: Spezifikation des PFC-Konverters.

höhe (<9.5mm) und ein relativ geringes Bauvolumen für das Filter, welches als PASSIVE HYBRID INTEGRATED EMI FILTER bezeichnet wird, erreichen.

Um auch den planaren Kern der Gleichtaktinduktivität zu eliminieren und um die Baugröße des Filters weiter zu reduzieren, wird in einem zweiten Schritt der Integration das passive Filter mit einem analogen HF-Verstärker kombiniert [222, 223]. Mit diesem Verstärker werden die Gleichtakt-Störgrößen aktive gefiltert, wodurch der Wert der benötigten Gleichtaktinduktivität stark abnimmt und der Kern der Gleichtaktinduktivität ebenfalls durch magnetische Lagen in der Leiterplatte realisiert werden kann. Die Komponenten des Verstärkers werden dabei mittels SMD-Bauteilen auf der Leiterplatte implementiert, wobei die passiven Bauteile sich in den Lagen unter dem Verstärker befinden. Dadurch wird ein sehr kompakter Aufbau erreicht, welcher als ACTIVE HYBRID INTEGRATED EMI FILTER bezeichnet wird.

Die beiden vorgestellten Filterstrukturen werden in Form eines EMV-Filters für einen 600W PFC-Konverter mit den Daten in Tabelle 9.1 und einem Schaltbild, wie in Abbildung 9.1 dargestellt, praktisch umgesetzt bzw. validiert und mit einem diskreten Filter, welches im nächsten Abschnitt erläutert wird, verglichen. Im Anschluß an das diskrete Filter wird zuerst das passiv hybride und dann das aktiv hybride Filter erläutert. Im darauffolgenden Abschnitt werden Meßergebnisse für die verschiedenen Filter vorgestellt und die einzelnen Filter gegenübergestellt.

9.1 Diskretes EMV-Filter

Das diskrete EMV-Filter wurde anhand einer Prozedur entworfen, welche in den Veröffentlichungen [227] und [228] beschrieben ist und im folgenden kurz zusammengefaßt wird.

Zu Beginn werden die Gleich- und Gegentaktstörungen des PFC-Konverters mit Hilfe von Simulationen ermittelt. Bei diesen wird ein Modell des Konverters eingesetzt, welches alle relevanten parasitären Einflüsse mit ausreichender Genauigkeit berücksichtigt. Beispielhaft sind in Abbildung 9.2 die resultierenden Gleichtaktstörpegel gegeben. Dort repräsentieren die blaue Linie die simulierten Störpegel, welche an der LISN (Line Impedance Stabilising Network) gemessen werden, die schwarze Linie eine worst case Abschätzung der Störpegel inklusive 6dB Sicherheitsreserve sowie die rote und grüne Linie die erlaubten



Abbildung 9.2: Simulierte Gleichtaktstörpegel, worst case Abschätzung inklusive 6dB Sicherheitsreserve und die relevanten Grenzwerte.

Störpegel.

Anhand der Gegentaktstörpegel und der Vorschriften bezüglich leitungsgebundener HF-Störungen (hier CISPR 11), welche für die Zielapplikation im IT-Bereich gültig ist, kann die benötigte Dämpfung des Filters berechnet werden. Dazu wird der größte Störpegel im relevanten Bereich von 150kHz bis 30MHz ausgewählt und mit den Grenzwerten verglichen. Mit der benötigten Filterdämpfung wird eine geeignete Filtertopologie (siehe [226]) und die Anzahl der in Serie zu schaltenden Filterstufen ausgewählt. Auf Basis der Filterstruktur wird die Eckfrequenz des Filters so ausgewählt, daß die Dämpfung an der Frequenz des maximalen Störpegels gleich dem benötigten Wert plus 6dB Sicherheitsreserve ist. Aus der Eckfrequenz kann wiederum das LC-Produkt des Filters ermittelt werden.

Neben den Bauelementewerten für L und C wird eine Bedingung für die Dämpfung des Filters benötigt. Ein Mindestwert für die Filterdämpfung ergibt sich unter anderem aus dem oberen Grenzwert für die Ausgangsimpedanz des Filters. Dieser Grenzwert wird durch den Regelkreis des Konverters festgelegt, da die Ausgangsimpedanz des Filters die Stabilität des Systems beeinflußt.

Damit ist die Topologie des Filters für Gegentaktstörungen, die Eck-

frequenz und die benötigte Dämpfung bekannt. Abhängig von der Anzahl der Filterstufen und der Topologie gibt es noch einige Freiheitsgrade für die Wahl der Bauelementwerte. Diese Freiheitsgrade werden zum Minimieren des Gesamtvolumens des EMV-Filters verwendet.

Die benötigte Gleichtaktdämpfung kann, wie bei den Gegentaktstörungen, aus den simulierten Störpegeln und den erlaubten Grenzwerten ermittelt werden. Mit der benötigten Dämpfung kann wiederum die Filterstruktur gewählt und die Eckfrequenz berechnet werden. Beim Gleichtaktfilter ist im Gegensatz zum Gegentaktfilter der Kapazitätswert des Y-Kondensators in den Vorschriften durch den bei 50Hz erlaubten Ableitstrom (hier 3mA) begrenzt. Damit ist der Wert der Gleichtaktinduktivität bei gegebener Eckfrequenz festgelegt. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Y-Kondensator zur Reduktion des Volumens nahe am erlaubten Maximalwert gewählt wird. Weiterhin werden zur Dämpfung des Filters einige Serienschaltungen aus Widerständen und Kondensatoren in das Filter eingefügt.

Die resultierende Filterstruktur und die dazugehörigen Werte der Bauelemente sind in Abbildung 9.3 dargestellt. Für die Gleichtaktdrossel wurde VitropermTM von Vacuumschmelze als Kernmaterial ge-



Abbildung 9.3: Schaltbild des diskreten EMV-Filters.

wählt, um die Baugröße der Induktivitäten zu minimieren. Die gemessenen Kurven für die Einfügungsdämpfung des Filters sind in Abbildung 9.4 und das dazugehörige Design sind in Abbildung 9.5 dargestellt. Das Gesamtvolumen des konventionellen Filters beträgt $47.4cm^3$



Abbildung 9.4: Einfügungsdämpfung und Dämpfung $(U_2/U_1 - \text{vgl.}$ Abb. 9.17) des diskreten EMV-Filters.



Abbildung 9.5: Photo des diskreten EMV-Filters.

(48mm×38mm×26mm) und dient als Referenzwert für die integrierten Strukturen, wobei der Entwurf bzw. das Design des diskreten Filters selbst nicht Gegenstand dieser Arbeit war.

9.2 Passiv hybrides EMV-Filter

Um das benötigte Volumen zu reduzieren und die Fertigung zu vereinfachen, werden im folgenden die Komponenten des diskreten Filters insofern möglich - in eine Leiterplatte integriert, welche mit herkömmlichen industriellen Fertigungsprozessen hergestellt werden kann. Das Schaltbild des passiv hybriden Filters ist in Abbildung 9.6 dargestellt, und die dazugehörigen Parameter sind in Tabelle 9.2 gegeben.

Im Gegensatz zum diskreten Filter werden beim passiven integrierten die Gegentaktinduktivitäten (\Rightarrow gekoppelte Spulen, welche auch einen Gleichtaktanteil aufweisen) symmetrisch in den Leitungen angeordnet, um die Integration zu vereinfachen, und der Wert der Induktivitäten wird etwas erhöht. Damit ergeben sich im Falle konstanter Eckfrequenzen kleinere Werte für die Gegentaktkondensatoren (100nF/800nF anstatt von 100nF/1µF).

Der Aufbau des Filters ist in Abbildung 9.7(b) dargestellt. Dieser besteht aus der Lagenfolge: FPC - 4-lagige Leiterplatte (siehe Abb.



Abbildung 9.6: Schaltbild des passiv hybriden EMV-Filters.

9.7(a)) - μ -Metall - 4-lagige Leiterplatte - FPC. Dabei wird in jeder



(a) 4-lagige Leiterplatte für 1 DM Spule / 1/2 CM Spule



(b) Lagenaufbau des passiv hybriden Filters

Abbildung 9.7: (a) Photo der Leiterplatte (zwei werden für den passiv hybriden Filter benötigt) und (b) Lagenfolge.

der beiden Leiterplatten eine Hälfte der Gleichtakt-/Gegentaktdrossel realisiert, d.h. in der oberen Leiterplatte befinden sich die Windungen der Gleich- und Gegentaktdrossel der oberen Leitung und in der unteren Leiterplatte die Windungen der unteren Drossel.

Die 17 Windungen der gekoppelten Gegentaktinduktivitäten werden jeweils mit 4 Kupferlagen à 105 μ m, welche zur Minimierung der ohmschen Verluste parallel geschaltet sind, implementiert. Diese sind am Rande der 80mm×80mm großen Leiterplatte angeordnet, wobei sich mit den 17 Windungen eine Gesamtbreite von 20mm für die Gegentaktspulen ergibt. Somit bleibt ein 40mm×40mm großes Gebiet in der Mitte der Platine frei, in welchem die Windungen der Gleichtaktdrossel realisiert werden.



Abbildung 9.8: Photo des aufgebauten passiv hybriden Filters.

Parameter	Value
DM Induktivität	$182~\mu\mathrm{H}$
DM Windungen (außen)	17
Koppelfaktor k	0.86
Verluste in der DM Spule	17.8 W
CM Induktivität	$1.5 \mathrm{~mH}$
CM Windungen (innen)	16
Verluste in der CM Spule	$8.4\mathrm{W}$
Größe [mm]	$80 \times 80 \times 7.2$
Volumen (Rechteckig)	$46.1 \mathrm{~cm^3}$

 Tabelle
 9.2: Parameter des passiv hybriden EMV-Filters

Beim betrachteten Aufbau bestehen die 1.25mm dicken magnetisch leitfähigen Lagen in der obersten und untersten Ebene der Leiterplatten aus FPC 351 von Epcos, welches auf die Leiterplatten aufgeklebt ist. Dies vereinfacht den Aufbau und die Modifikation des Prototypen während der Testphase. Sollen die magnetischen Lagen ebenfalls während der Herstellung der Leiterplatte laminiert werden, so kann das Material Mag-Lam von der Firma Isola verwendet werden. Dieses ist zum Fertigungsprozeß der Leiterplatte kompatibel und hat ähnliche magnetische Eigenschaften wie FPC.

Die dünne Lage aus μ -Metal (Vacuumschmelze) in der Mitte der Leiterplatte ist ebenfalls kompatibel zum Fertigungsprozeß und kann im Rahmen der Leiterplattenfertigung laminiert und strukturiert werden. Diese dient hauptsächlich zum Führen des Gleichtaktflusses, welcher wie noch erläutert wird - durch die gekoppelten Gegentaktinduktivitäten erzeugt wird.

Aufgrund des relativ großen Wertes der Gleichtaktdrossel und der relativ geringen magnetischen Leitfähigkeit von FPC ($\mu_r \approx 9$) wird für die Realisierung der Gleichtaktinduktivität ein planarer ELP 32 Kern aus Ferrit benötigt.

Neben den induktiven und kapazitiven Elementen werden auch verlustbehaftete Elemente für die Dämpfung des Filters benötigt. Beim passive hybriden Filter werden hierzu gezielt die ohmschen Verluste in den Wicklungen der Induktivitäten, welche aufgrund des Skin- und Proximity-Effektes stark mit der Frequenz ansteigen, benutzt. Hierzu werden die Abmessungen und die Anordnung der Windungen so gewählt, daß der DC-Widerstand kleine und der für die Dämpfung verantwortliche HF-Widerstand relativ große Werte annimmt. Im Schaltbild wird der dämpfende Einfluß der Wicklungen mit den Widerständen R(f) berücksichtigt. Daneben gibt es weiterhin noch Dämpfungselemente am Ein- und Ausgang des Filters, welche Schwingungen von der Netzbzw. Lastseite dämpfen. Die Widerstände und Kondensatoren dieser Dämpfungselemente können mittels dielektrischer und resistiver Lagen (z.B. *HiKTM*-Material von Dupont bzw. OHMEGA-PLY/Carbonpaste) ebenfalls in die Leiterplatte integriert werden. Im betrachteten Prototypen sind diese Widerstände und Kondensatoren jedoch nicht integriert, sondern mittels SMD-Komponenten implementiert, um die Fertigung und das Testen des Aufbaus zu vereinfachen.

9.2.1 Aufbau der integrierten Spulen

Die symmetrisch angeordneten Gegentaktinduktivitäten im Schaltbild nach Abbildung 9.6 werden durch zwei gekoppelte Spulen realisiert. Da die Kopplung nicht ideal ist, sind diese auch etwas im Gleichtaktbetrieb wirksam, d.h. sie haben auch eine Gleichtaktinduktivität. Der Aufbau und die prinzipielle Funktionsweise der Spulen für Gegentakt- (a) und Gleichtaktanregung (b) ist in Abbildung 9.9 anhand eines Schnittes durch die Leiterplatte dargestellt. Dort sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nur zwei der vier parallel geschalteten Kupferlagen wiedergegeben.

Der Aufbau der gekoppelten Spulen besteht allgemein aus folgender Reihenfolge von Lagen:

- Magnetische Lage oben (z.B. Mag-Lam, FPC, $\mu\text{-Metal})$ Dicke hier: $\sim 1.25 \mathrm{mm}$
- Wicklung der ersten Spule bestehend aus einer oder mehreren parallel bzw. in Serie geschalteten Kupferlagen
- Dünne Lage (hier ~100 μ m) aus magnetisch und elektrisch leitfähigen μ -MetalTM (vergleichbar zu Siliziumeisen)
- Wicklung der zweiten Spule (normalerweise der gleiche Aufbau wie die Spule 1, jedoch mit umgekehrter Wicklungsrichtung)
- Magnetische Lage unten (die gleich wie oben)

In Abbildung 9.9(a) sind die Strom- und die dazugehörigen Flußrichtungen in den gekoppelten Spulen für den Fall der Gegentaktanregung dargestellt. Der Strom I_1 in der oberen Spule verursacht den Fluß ϕ_{DM1} und der Strom I_2 in der unteren Spule den Fluß ϕ_{DM2} . In der Lage aus μ -Metall in der Mitte des Aufbaus heben sich die beiden Flüsse gegenseitig auf, so daß in einem symmetrischen Aufbau in dieser Lage für Gegentaktanregung kein Fluß fließt. Die magnetisch hoch leitfähige Lage aus μ -Metall wirkt wie ein magnetische Symmetrieebene ähnlich einer elektrisch leitfähigen Ebene, die eine Symmetrieebene für elektrische Feldlinien darstellt. Somit beeinflußt die Lage aus μ -Metall den Wert der wirksamen Gegentaktinduktivität nicht.

In 9.9(b) sind die Strom- und die dazugehörigen Flußrichtungen in den gekoppelten Spulen für den Fall der Gleichtaktanregung dargestellt.

Aufgrund des symmetrischen Aufbaus addieren sich die Gleichtaktflüsse ϕ_{CM1} und ϕ_{CM1} der beiden Spulen in der Mitte des Aufbaus und fließen durch den Spalt bzw. durch die Lage aus μ -Metall. Je kürzer dabei die Länge des Spalts ist, desto geringer ist der magnetische Widerstand dieses Pfades und desto höher ist die Gleichtaktinduktivität der gekoppelten Spulen.

Somit leitet sich das Verhältnis zwischen wirksamer Gegen- und Gleichtaktinduktivität der gekoppelten Spulenstruktur aus dem Kopplungsfaktor ab und es folgt, daß das Verhältnis L_{CM}/L_{DM} um so größer ist, je geringer die Kopplung zwischen den Spulen ist. Der Kopplungsfaktor wird dabei durch die horizontale Ausdehnung der Lage aus μ -Metall festgelegt. Im Falle einer sich über die gesamte Breite der Spule erstreckenden Lage ist die Kopplung zwischen den Spulen näherungsweise Null. In Abbildung 9.10 ist die Abhängigkeit des Kopplungsfaktors von der Länge der Lage aus μ -Metall, welche für den Testaufbau in Abbild-



Abbildung 9.9: Aufbau der gekoppelten Spulen unter Gegentakt- (a) und Gleichtaktanregung (b).
ung 9.11 ermittelt wurden, dargestellt. Der berechnete Kopplungsfaktor wurde mit der Design-Routine ermittelt, welche weiter unten noch beschrieben wird und welcher gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt.

Da der Gleichtaktanteil des Stromes bzw. der Flüsse normalerweise kaum spektrale Komponenten unterhalb der Schaltfrequenz besitzt, ist die Amplitude des Gleichtaktflusses relativ gering. Aus diesem Grund kann die Lage aus μ -Metal, welche eine Sättigungsflußdichte von 0.8T besitzt, relativ dünn ausgeführt werden. Die HF-Verluste in dieser Lage, welche aufgrund der guten elektrischen Leitfähigkeit des μ -Metalls entstehen, werden wiederum zum Dämpfen des Filters eingesetzt.

Daneben kann die elektrische Leitfähigkeit des μ -Metalls aufgrund der



Abbildung 9.10: Abhängigkeit des Kopplungsfaktors k von der Länge der μ -Metall-Lage (vgl. Spalt in Abb. 9.9) - gemessenen Werte *.



Abbildung 9.11: Testaufbau zur Validierung der Berechnung der Kopplung zwischen den Spulen – (a) Einzelteile (b) Zusammengebaut.



Abbildung 9.12: (a) Verteilte Kapazität zwischen einer Spule und einer leitenden Lage und (b) das dazugehörige Ersatzschaltbild mit konzentrierten Bauteilen nach [229].

verteilten parasitären Kapazität, welche sich zwischen dem leitenden μ -Metall und den angrenzenden Windungen ergibt, noch zur Reduktion der wirksamen parasitären Kapazität parallel zu den Wicklungen eingesetzt werden. Dazu muß die Lage aus μ -Metall geerdet werden. In der Dissertation [229] wurde die parasitäre Kapazität zwischen einer Wicklung und einer leitenden Ebene in ein Netzwerk, bestehend aus drei konzentrierten Kapazitäten, transformiert, wie dies in Abbildung 9.12 dargestellt ist. Dort ist *C* gleich der statischen Kapazität zwischen der Wicklung und dem μ -Metall (vgl. [230]). Bei der Berechnung dieser Kapazität wird angenommen, daß alle Windungen der Spule das gleiche Potential besitzen, so daß diese eine Äquipotentialfläche bilden.

Durch die Transformation der verteilten Kapazität ergibt sich parallel zu der Wicklung bzw. zu C_p eine Kapazität, welche negativ ist und somit die wirksame Parallelkapazität reduziert (vgl. [225] und [221]). Mit einer kleineren wirksamen Parallelkapazität erhöht sich die Resonanzfrequenz und damit der nutzbare Bereich der Filterinduktivitäten. Der Wert der statischen Kapazität C wird im Rahmen der Design-Routine berechnet und durch Variation des vertikalen Abstandes zwischen μ -Metall und Wicklung so eingestellt, daß sich ein minimaler Wert der wirksamen Parallelkapazität ergibt.

Bei einem Aufbau, wie in Abbildung 9.9 dargestellt, wo der Gleichtaktfluß durch die Lage aus μ -Metall in der Mitte des Aufbaus fließt, ist aufgrund der Kopplung der Spulen die Gegentaktinduktivität immer größer oder gleich der Gleichtaktinduktivität. Falls eine umgekehrtes Verhältnis zwischen den Induktivitätswerten benötigt wird, muß die Wicklungsrichtung einer der beiden Spule umgedreht werden. In diesem Fall wird eine dicke magnetische Mittellage (ca. doppelt so dick wie obere/untere Lage) benötigt, da in diesem Fall der relativ große Gegentaktfluß durch die Mittellage fließt. Die maximal erreichbaren Werte für die Gleich- und Gegentaktinduktivität sind bei beiden Aufbauformen näherungsweise gleich, wenn der Abstand zwischen den magnetischen Lagen (FPC oder μ -Metall) ober- und unterhalb einer Leiterplatte, d.h. der Luftspalt, konstant gehalten wird. Somit führt das Design mit der umgedrehten Wicklungsrichtung bei vergleichbaren Induktivitätswerten zu einem größeren Volumen und zu höheren magnetischen Verlusten und sollte somit nur eingesetzt werden, wenn für die Gleichtaktinduktivität unbedingt ein größerer Wert wie für die Gegentaktinduktivität erforderlich ist.

9.2.2 Designroutine

Die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen gekoppelten Spulen werden mit Hilfe einer automatisierten Designroutine, deren Flußdiagramm in Abbildung 9.13 dargestellt ist, entworfen. Die Routine, welche auf finite Elemente Simulationen (COMSOLTM) und analytischen Berechnungen basiert und hauptsächlich in C++ und Matlab programmiert ist, wird im folgenden kurz erläutert.

Zu Beginn der Routine müssen verschiedene Parameter, wie z.B. die gewünschten Induktivitätswerte, die Anzahl der Lagen in der Leiterplatten N_L , die Anzahl der parallel geschalteten Lagen N_{Lp} , die Größe der Leiterplatte $B \times T$, der vertikale Abstand zwischen den Lagen t_{ν} , etc. vom Anwender spezifiziert werden. Diese Parameter werden nicht durch die Designroutine variiert, da diese hauptsächlich von äußeren Randbedingungen, wie z.B. Kosten, verfügbares Volumen etc. bestimmt werden, welche nicht direkt mit dem Aufbau der Spulen selbst zusammenhängen. Daneben gibt es noch Parameter, wie z.B. die Anzahl der Windungen, die Breite w_{Track} und der Abstand d_{Track} der Leiterbahnen, die Dicke t_C der magnetischen Lagen etc., welche im Rahmen der Routine variiert werden können, um z.B. die Verluste des Aufbaus zu minimieren.

Mit den gegebenen Parametern wird im übergeordneten Matlab-Programm zuerst ein Datensatz erzeugt, welcher zur Steuerung des FEM-Programmes COMSOL^{TM} dient. Dieser Datensatz beschreibt die Geometrie, die Materialeigenschaften und die Randbedingungen für die Feldberechnungen. Im nächsten Schritt werden die Feldberechnungen, basierend auf diesem Datensatz, für verschiedene Randbedingungen (Gleich- und Gegentaktanregung, verschiedene Spannungsverteilungen)



Abbildung 9.13: Flußdiagramm der Design-Routine der integrierten Spulen.



Abbildung 9.14: Finite Elemente Simulation des passiv hybriden EMV-Filters unter Gegentaktanregung.

automatisch ausgeführt. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden zurück an das m-File geliefert und auf Basis der magnetischen und elektrischen Feld-/Energieverteilungen die Induktivitäts- und Kapazitätswerte berechnet. Weiterhin wird die Verteilung des magnetischen Feldes zur analytischen Berechnung des HF-Widerstandes der Wicklungen verwendet. Anschließend werden die berechneten Werte zu einem Ersatzschaltbild für die gekoppelten Spulen zusammengefügt.

Die beschriebene Designroutine kann leicht um einen Optimierungsalgorithmus erweitert werden, welcher z.B. die oben genannten variablen Parameter, wie Windungszahl und Abstand der Leiterbahnen, gezielt modifiziert, um den Wirkungsgrad der Spulen zu maximieren.

9.3 Aktiv hybrides EMV-Filter

Sowohl das diskrete als auch das passive hybride EMV-Filter benötigen einen relativ großen Induktivitätswert für die Gleichtaktdrossel, da der Wert des Y-Kondensators durch die Richtlinien nach oben hin begrenzt ist und die Eckfrequenz des Filters relativ tief liegen muß, um die Störungen ausreichend abzuschwächen. Da das Amplitudenverhältnis zwischen dem hochfrequenten Gleichtaktstrom und dem netzfrequenten Anteil des Gegentaktstromes normalerweise relativ groß ist, kann das Volumen der Gleichtaktdrossel mit der Hilfe von aktiven Filtern reduziert werden. Der Grund dafür ist, daß die Baugröße des aktiven Filters hauptsächlich durch die hochfrequenten Störungen festgelegt und kaum vom netzfrequenten Strom beeinflußt wird.

Ein möglicher Aufbau eines aktiven EMV-Filters ist in Abbildung 9.15(a) (cf. [231]) dargestellt. Dieses besteht aus zwei kleinen Gleichtaktinduktivitäten, zwei 22nF Kondensatoren, einem Netzwerk zum Messen und einem analogen HF-Verstärker, wobei die Gleichtaktinduktivitäten in Form von gekoppelten Spulen zusammen mit den Gegentaktinduktivitäten realisiert werden.

Mit dem Meßnetzwerk wird über die zwei 1nF Kondensatoren die Gleichtaktspannung V_{CM} , welche durch den Konverter/Last verursacht wird, gemessen. Diese Gleichtaktspannung wird mit dem analogen Klasse A Verstärker invertiert und verstärkt und über die beiden 22nF Kondensatoren als invertierter Gleichtaktstrom zurück in den Filter eingekoppelt. Somit heben sich der Gleichtaktstrom von der Last, welcher die Spannung V_{CM} erzeugt, und der vom Filter eingekoppelte Gleichtaktstrom gegenseitig auf bzw. schwächen sich ab. Aufgrund der begrenzten Verstärkung des Analogverstärkers und den nicht idealen Bauelementen ist die Reduktion der Amplitude des Gleichtaktstromes/-spannung im besten Fall auf näherungsweise 20dB begrenzt.

Weiterhin muß aufgrund der begrenzten Bandbreite des Verstärkers die Verstärkung bei höheren Frequenzen reduziert werden, um die Stabilität des System im gesamten Arbeitsbereich garantieren zu können. Damit resultiert auch eine Abnahme der Unterdrückung der Gleichtaktstörungen mit zunehmender Frequenz, wobei beim betrachteten Proto-

	C-Lam	HiK	Rogers
Permittivität	11		10.2
Spannungs- festigkeit	30kV/mm	1kV	-
$ an \delta$	0.02	0.02	0.0027
Kapazität pro cm^2	$0.2\mathrm{nF}$	$0.2\mathrm{nF}$	$0.2\mathrm{nF}$

Tabelle 9.3: Materialien für die Integration von Kapazitäten.



(b) Aufbau des aktiv hybriden Filters

Abbildung 9.15: (a) Schaltbild des aktiv hybriden integrierten EMV Filters. (b) Design des aktiv hybriden integrierten EMV Filters.

typen das aktive Filter bis ca. 6 MHz wirksam ist.

Die Injektion des verstärkten und invertierten Gleichtaktstromes durch den Verstärker wirkt wie eine scheinbare Erhöhung der Gleichtaktkapazitäten, wobei die Erhöhung aufgrund des Meßnetzwerkes erst oberhalb von 100kHz wirksam wird, damit die Grenzwerte für die Erdströme nicht überschritten werden. Mit der relativ großen effektiven Gleichtaktkapazität kann bei konstanter Eckfrequenz und damit Dämpfung der Gleichtaktstörungen der Wert der Gleichtaktinduktivität stark verkleinert werden.

Vergleicht man das HF-Verhalten der Kombination aktives Filter mit kleinen Induktivitäts- und scheinbar großen Kapazitätswerten mit einem rein passiven Gleichtaktfilter, so muß beachtet werden, daß auch die Dämpfung eines passiven Filters ab der normalerweise relativ niedrigen Eigenfrequenz der Spule mit steigenden Frequenzen abnimmt. Der Grund dafür sind die parasitären Kapazitäten und der große Induktivitätswert der Drossel.

Aufgrund des relativ kleinen Induktivitätswertes der beiden Gleichtaktdrosseln, welche für das aktive Filter benötigt werden, ist es hier möglich, diese in Form von gekoppelten Spulen, wie im vorangegangen Abschnitt beschrieben, in der Leiterplatte zu integrieren. Damit resultiert ein möglicher Aufbau für das aktive Filter, wie dieser in 9.15(b) dargestellt ist. Bei diesem befinden sich die Komponenten des aktiven Verstärkers oben auf der Leiterplatte. Unterhalb des Verstärkers sind die Kapazitäten zum Messen der Gleichtaktspannung und zum Einkoppeln des invertierten und verstärkten Gleichtaktstromes integriert. Außerdem befinden sich dort die relativ kleinen Kapazitäten der netz-

Parameter	Werte	
DM Induktivität	$216~\mu\mathrm{H}$	
CM Induktivität	$53 \ \mu H$	
Gesamtverluste	$28.4 \mathrm{W}$	
Größe [mm]	$60 \times 60 \times 16.2$	
Volumen	$27.3 \ cm^3$	

Tabelle9.4: Parameter des aktiv hybriden EMV-Filters.

und lastseitigen Dämpfungselemente. Aufgrund des planaren Aufbaus weisen diese geringe Werte bezüglich des ESR / ESL auf, was für die Stabilität des aktiven Filters wichtig ist. In Tabelle 9.3 sind die Daten einiger Materialien angegeben, welche für die Integration von Kapazitäten verwendet werden können.

Aufgrund der relativ geringen Dielektrizitätskonstanten dieser Materialien müssen die verhältnismäßig großen Kapazitätswerte des Ge-



(c) 3D Zeichnung des aktiv hybriden Filters

Abbildung 9.16: (a) Photo der aufgebauten Spulen des aktiv hybriden EMV-Filters. (b) Bild der Leiterplatte einer Lage (vier insgesamt). (c) 3D Konstruktionszeichnung des endgültigen Aufbaus des aktiv hybriden EMV-Filters.

gentaktkondensators C_{DM} in Form von SMD-Kondensatoren realisiert werden. Diese werden neben dem aktiven Verstärker auf der Oberseite der Platine plaziert.

Der untersuchte Prototyp der gekoppelten Spulen des aktiv-hybriden Filters ist in 9.16(a) dargestellt. Dieser besteht aus vier Lagen FPC 302 von Epcos ($\mu_r \approx 17$) mit einer Dicke von jeweils näherungsweise 1.3mm, vier Leiterplatten mit jeweils vier Kupferlagen à 105 μ m für die Wicklungen (vgl. Abb. 9.16(b)) und zwei Lagen aus μ -Metall. Am linken Rand des Aufbaus sind die Anschlüsse des μ -Metalls zu sehen, mit welchen diese Lagen geerdet werden können, um die parasitäre Kapazität der Spulen zu reduzieren. Unterhalb dieser Bilder ist in Abbildung 9.16(c) eine 3D Konstruktionszeichnung des integrierten aktiv-hybriden Filters abgebildet. Die dazugehörigen technischen Parameter sind in Tabelle 9.4 aufgelistet.

9.4 Vergleich der EMV-Filter

Um die Performance der verschiedenen Filter vergleichen zu können, wurden die Übertragungsfunktionen, die Verluste und die Volumina des diskreten, des passiv und des aktiv hybriden Filters gemessen und die Parameter in der Tabelle 9.5 gegenübergestellt.

Normalerweise werden EMV-Filter durch Messen der Einfügungsdämpfung, d.h. dem Verhältnis U_2/U_{Noise} (siehe Abb. 9.17), charakterisiert. Die Einfügungsdämpfung beinhaltet jedoch auch die Dämpfung, welche durch den Innenwiderstand der Meßsignalquelle (normalerweise 50 Ω) und der Eingangsimpedanz des Filters (hier hauptsächlich



Abbildung 9.17: Meßaufbau für die Messung der Übertragungsfunktion (U_2/U_1) (Dämpfung des Filters) und der Eingangsimpedanz.

Domonoton	$\mathbf{Diskretes}$	Pass	iv hybrides Fi	lter	Akti	iv hybrides Fil	ter
I al'allieuer	\mathbf{Filter}	berechnet	gemessen	modifiziert	berechnet	gemessen	modifiziert
DM Induktivität	${ m H}\eta$ 09	$194~\mu{ m H}$	$182 \ \mu { m H}$	$206 \ \mu { m H}$	$132 \ \mu { m H}$	$108 \ \mu \mathrm{H}$	$150\ \mu{ m H}$
CM Induktivität	1.2 mH	$1.45 \mathrm{~mH}$	$1.5 \mathrm{~mH}$	$1.45 \mathrm{~mH}$	$65 \ \mu { m H}$	$53 \ \mu { m H}$	$73 \ \mu H$
Verluste @ 7.7 A_p	3.56 W	$2x(7.6{+}3.7)W$	$2x(8.9{+}4.2)W$	$2x(2.2{+}3.7)W$	4x5.7W+6W	4x7.1W + 6.1W	4x1.6W+6W
Wirkungsgrad @110V	99.4~%	96.2~%	95.6~%	98 %	95.2~%	94.3 %	98 %
Wirkungsgrad @230V	99.8~%	99.1~%	% 0.6 <u>6</u>	99.5 %	98.1~%	97.9 %	98.8 %
Gesamt volumen	$47.4~\mathrm{cm}^3$	1	$36.1~{ m cm}^3$	$27.4~{ m cm}^3$	I	$27.3 \ \mathrm{cm}^3$	$21.3~{ m cm}^3$

betrachteten EMV-Filter.
drei
der
Parameter
gemessenen
nnd
9.5: Berechnete
Tabelle

Vergleich der EMV-Filter

die Eingangskapazität) hervorgerufen wird. Die Quell- bzw. Innenimpedanz der realen Störquelle und damit auch die zusätzliche Dämpfung, welche durch diese hervorgerufen wird, hängen jedoch sehr von der Topologie und dem Design des Konverters ab. Um eine Information über die Dämpfung der Filter zu erhalten, welche nicht von der Quellimpedanz abhängt, wird im folgenden die Übertragungsfunktion, d.h. das Spannungsverhältnis U_2/U_1 , zum Charakterisieren der Filter verwendet. Zusätzlich wird noch die Eingangsimpedanz des Filters gemessen. Damit kann für eine gegebene Innenimpedanz der Störquelle die reale Eingangsspannung U_1 und die insgesamt wirksame Dämpfung zwischen U_{Noise} und U_2 ermittelt werden.

In Abbildung 9.18 ist beispielhaft die Einfügungsdämpfung und die Übertragungsfunktion (Dämpfung) für das aktiv hybride Filter nebeneinander aufgetragen. Dort kann man die zusätzliche Dämpfung, welche durch den 50 Ω Innenwiderstand der Signalquelle und der Eingangsimpedanz des Filters hervorgerufen wird, deutlich erkennen. Würde man für das Filter nur die Einfügungsdämpfung betrachten und dieses an einem Konverter mit niedriger Ausgangsimpedanz betreiben, so würde man viel größere Störpegel an dem LISN messen, als man aufgrund der Einfügungsdämpfung vermuten würde.

In Abbildung 9.19 ist die Übertragungsfunktion für den Gleich- (CM)



Abbildung 9.18: Vergleich der DM Dämpfung / Übertragungsfunktion (U_2/U_1) und der Einfügungsdämpfung des aktiv hybriden EMV-Filters.

und den Gegentaktbetrieb (DM) sowie die Eingangsimpedanz des passiv hybriden Filters dargestellt. Für den Gleichtaktbetrieb sind zwei Kurven gegeben, wobei bei der punktierten Linie die Lage aus μ -Metall nicht geerdet und bei der durchgezogenen Linie die Lage angeschlossen war. Durch die zusätzliche parasitäre Kapazität (vgl. Abb. 9.12) verbessert sich das HF-Verhalten des Filters in weiten Bereichen. Die Resonanzspitze im Verlauf der Gleichtaktdämpfung zwischen 400kHz und 500kHz resultiert aus der Eigenfrequenz der Gleichtaktdrossel.

Betrachtet man den Impedanzverlauf des passiv hybriden Filters für den Gegentaktbetrieb, so erkennt man, daß aufgrund der großen Ausgangsimpedanz des PFC-Konverters (Boost Induktivität: 187μ H - vgl. Abb. 9.1) die effektive Dämpfung für den Gegentaktbetrieb im Bereich von 100kHz bis 1MHz stark zunimmt. In diesem Bereich ist die Eingangsimpedanz des Filters relativ niedrig. Somit ergibt sich um 100kHz herum eine zusätzliche Dämpfung von ca. 20dB durch die große Ausgangsimpedanz der Last, was zu einer effektiven Dämpfung von über 40dB im Gegentaktbetrieb bei 100kHz führt.

Im soeben betrachteten Frequenzbereich von 100kHz bis 1MHz ist die Eingangsimpedanz des aktiven hybriden Filters im Gegentaktbetrieb sogar noch kleiner als die des passiv hybriden Filters, was zu noch größeren zusätzlichen Dämpfung durch die Quellimpedanz führt (siehe Abb. 9.21). Betrachtet man die gemessenen Dämpfungskurven, so erkennt man, daß die beiden integrierten Filter vergleichbar zu dem diskreten Filter sind und diesen in einigen Bereichen sogar übertreffen.

Die verhältnismäßig niedrige Resonanzfrequenz der Gleichtaktinduktivität des passiv hybriden EMV-Filters resultiert in einen Dämpfungsverlauf im Gleichtaktbetrieb, welcher die Dämpfungswerte des diskreten Filters nicht ganz erreicht. Der Grund hierfür ist die relativ große parasitäre Kapazität, welche durch den planaren Aufbau der Wicklungen hervorgerufen wird. Ein neues Design der Gleichtaktdrossel, welches geringere parasitäre Kapazitäten hat und ebenso geringere ohmsche Verluste verursacht, ist in Abbildung 9.22 dargestellt. Bei diesem Aufbau wird der Kern der Induktivität durch integrierte magnetische Lagen realisiert. Die Wicklungen bestehen aus Drahtbügeln, welche automatisch bestückt werden können oder im Falle geringer Leistungen aus Leiterbahnen und Vias bestehen können. Die Untersuchung dieses Aufbaus ist Gegenstand zukünftiger Forschung und nicht mehr Teil dieser Arbeit.

In Abbildung 9.20(a) ist die Dämpfung des aktiv hybriden Filters für

den Gleichtaktbetrieb dargestellt. Aus dem Verlauf der Kurven kann man entnehmen, daß der analoge HF-Verstärker eine zusätzliche Dämpfung von ca. 15-20dB im Frequenzbereich zwischen 400kHz und 4MHz erzeugt. Die Resonanzspitze im Bereich von ca. 160kHz wird durch die in diesem Frequenzbereich limitierte Verstärkung verursacht. Anhand



(b) Eingangsimpedanz für CM & DM

Abbildung 9.19: (a) Übertragungsfunktion des passiv hybriden Filters für CM mit (m. GND) und ohne (o. GND) Verbindung der μ -Metall-Lage zu Masse und für DM. (b) Eingangsimpedanz des Filters auf der Lastseite für CM und DM inklusive Phase (strichliert). von Simulationen kann man zeigen, daß eine höhere Verstärkung und damit eine bessere Dämpfung der Resonanzspitze erreicht werden kann, wenn in der Leistungsstufe des Verstärkers Transistoren mit einer höheren Transitfrequenz eingesetzt werden. Die Details hierzu sind ebenfalls



Abbildung 9.20: (a) Übertragungsfunktion des aktiv hybrid integrierten EMV Filters für CM mit (m. AMP) und ohne (o. AMP) HF-Verstärker und für DM. (b) Eingangsimpedanz des Filters auf der Lastseite für CM (m.AMP) und ohne (o. AMP) Verstärker inklusive Phase (strichliert).

nicht mehr Gegenstand der Arbeit.

Die zweite Resonanzspitze im Verlauf der Dämpfungskurve im Bereich von 2MHz wird durch die Eigenresonanz der integrierten Filterinduktivitäten hervorgerufen und kann durch ein entsprechendes Design in Bereiche verschoben werden, wo sich diese nicht negativ auswirkt.

In Tabelle 9.5 sind die Volumina, die Verluste und die Wirkungsgra-



Abbildung 9.21: Eingangsimpedanz des aktiv hybriden Filters auf der Lastseite für DM inklusive Phase (strichliert).



Abbildung 9.22: Neue Aufbauform für die integrierte Gleichtaktinduktivität.

de der drei EMV-Filtervarianten zusammengefaßt. Die Werte in den Spalten mit der Überschrift "modifiziert" ergeben sich, wenn man anstatt von FPC 302/351 für die oberste und die unterste magnetische Lage das Material Vacoflux 48 der Firma Vacuumschmelze, das eine Sättigungsflußdichte von 2T hat, verwendet. Wie man der Tabelle entnehmen kann, sinken die Verluste und das Volumen der integrierten Filterstrukturen durch die Verwendung des neuen Materials relativ stark, so daß der Wirkungsgrad der integrierten Filter vergleichbare Werte wie der diskrete Filter erreicht und das Bauvolumen um ca. 50% reduziert wird. Die durch das Material hervorgerufenen zusätzlichen HF-Verluste können wiederum zum Dämpfen des Filters eingesetzt werden.

9.5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Kapitels wurden zwei neue integrierte Aufbauformen für EMV-Filter vorgestellt. Beim passiv hybriden Filter werden nur passive Bauelemente verwendet und alle Bauteile, soweit möglich, in einer Leiterplatte integriert. Aufgrund des großen Induktivitätswertes der Gleichtaktdrossel wird für diese ein nicht integrierbarer planarer ELP Kern benötigt. Um dieses Problem zu beseitigen wird beim aktiv hybriden Filter ein großer Teil der Gleichtaktdämpfung durch einen analogen HF-Verstärker hervorgerufen, so daß nur noch relativ kleine Induktivitätswerte für die Gleichtaktdrossel benötigt werden. Damit ergibt sich ein Aufbau, welcher voll automatisiert fertigbar ist und ein sehr geringes Bauvolumen hat.

Die erreichten Dämpfungskurven der integrierten Filter sind größtenteils mit den Kurven des diskreten Referenzfilters vergleichbar, das Bauvolumen reduziert sich jedoch auf 58% im Falle des passiv hybriden und auf 45% im Falle des aktiv hybriden Filters. Mit Hilfe neuer Materialien ist es überdies gelungen einen zum diskreten Filter vergleichbaren Wirkungsgrad zu erreichen.

Die hier vorgestellten Untersuchungen zeigen, daß die Integration von EMV-Filter in Leiterplatten eine technisch und wirtschaftlich interessante Alternative zu den herkömmlichen diskreten Filtern darstellen. In weitergehenden Untersuchungen muß unter anderem noch das Verhalten der Filter bezüglich Überspannungen / Bursts bzw. anderer netzseitiger Störungen betrachtet werden.

Anhang A

Gleichungen für Transformator mit Mittelpunktgleichrichtung

Im folgenden sind die analytischen Gleichungen für einen Serien-Parallel-Resonanzkonverter mit Mittelpunktgleichrichter aufgelistet (vgl. Abschnitt 2.4.3). Diese ergeben sich aus den Gleichungen in Abschnitt 2.4.1, wenn

•
$$I_{Out} \to \frac{1}{2} I_{Out},$$

•
$$V_{Out} \to \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} V_{Cp}(\varphi) d\varphi$$
 und

• $N_S \rightarrow 2N_S$

gesetzt wird.

Gleichung (2.50) wird zu:

$$\underline{I}_{R(1)} = \frac{2j}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\alpha+\beta} I_S \cdot \sin\theta \cdot e^{-j\theta} d\theta + \int_{\alpha+\beta}^{\alpha+\pi} I_{Out}/2 \cdot e^{-j\theta} d\theta \right]$$
(A.1)
$$= \frac{2}{\pi} \left[\frac{I_S}{4} (2\beta - je^{-2j\alpha} (e^{-2j\beta} - 1) + I_{Out}/2 (1 + e^{-j\beta}) e^{-j\alpha}) \right]$$

Gleichung (2.51) wird zu:

$$\underline{V}_{Cp(1)} = \frac{\underline{I}_S - \underline{I}_{R(1)}}{\mathrm{j}\,\omega\,C_P} \tag{A.2}$$

Gleichung (2.52) wird zu:

$$\underline{Z}_{CpR} = \frac{\underline{V}_{Cp(1)}}{\underline{I}_{S}} = \frac{2\pi - 2\beta + je^{-2j\alpha}(e^{-2j\beta} - 1) - \frac{2I_{Out}}{I_{S} \cdot e^{-j\alpha}}(1 + e^{-j\beta})}{2j\pi\omega C_{P}}$$
(A.3)

A.1 Kontinuierliche Spannung am Parallelkondensator C_P (CCV-Modus)

Gleichung (2.53) wird zu:

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{1}{\omega C_P} \int_{\alpha}^{\theta} \left(I_S \cdot \sin \varphi - \frac{I_{Out}}{2} \right) d\varphi$$

$$= \frac{2I_S(\cos \alpha - \cos \theta) - I_{Out}(\theta - \alpha)}{2\omega C_P}$$
(A.4)

Gleichung (2.54) wird zu:

$$V_{Cp}(\alpha + \pi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos\left(\frac{I_{Out} \cdot \pi}{4 I_S}\right)$$
(A.5)

Gleichung (2.55) wird zu:

$$V_{Out} = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha + \pi} V_{Cp}(\varphi) \, d\varphi = \frac{I_S \sin \alpha}{\pi \, \omega \, C_P} \tag{A.6}$$

Gleichung (2.56) wird zu:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4\,\omega\,C_P\cdot(V_{Off} + R\cdot I_{Out})}{I_{Out}}\right) \tag{A.7}$$

Gleichung (2.57) wird zu:

$$\underline{Z}_{CpR} = \frac{1 - 8/\pi^2 \cdot e^{-j\alpha} \cos\alpha}{j\omega C_P}$$
(A.8)

Gleichung (2.58) wird zu:

$$N_P I_P = \Re_{M1} \phi_P + \Re_\sigma \left(\phi_P - \phi_S \right)$$

$$2N_S I_S = -\left(\Re_{M2} \phi_S + \Re_\sigma \left(\phi_S - \phi_P \right) \right)$$
(A.9)

Gleichung (2.59) wird zu:

$$\underline{I}_{S} = \frac{V_{S}}{\underline{Z}_{CpR}} = \frac{j \,\omega \, 2N_2 \,\phi_S}{\underline{Z}_{CpR}} \tag{A.10}$$

Gleichung (2.61) wird zu:

$$\underline{V}_{AB(1)} = R_V \,\underline{I}_P + \frac{\underline{I}_P}{j\,\omega C_S} + j\,\omega\,N_1\,\underline{\phi}_P \tag{A.11}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{Z} = \frac{\underline{V}_{AB(1)}}{\underline{I}_P} \tag{A.12}$$

Gleichung (2.62) wird zu:

$$\frac{\pi}{2}(1-D) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z})}{\operatorname{Re}(\underline{Z})}\right)$$
(A.13)

Gleichung (2.63) wird zu:

$$|\underline{I}_P| = \frac{4}{\pi} V_{IN} \frac{\cos(\pi/2(1-D))}{|\underline{Z}|}$$
(A.14)

Gleichung (2.64) wird zu:

$$V_{Off} + R I_{Out} = \frac{|\underline{I}_S| \sin \alpha}{\pi \,\omega \, C_P} \tag{A.15}$$

Gleichung (2.65) wird zu:

$$I_S \sin \alpha > I_{Out} \quad \xrightarrow{\text{Gl.(A.6)}} \quad \frac{\omega C_P \left(V_{Off} + R I_{Out} \right)}{I_{Out}} > \frac{1}{2\pi}$$
 (A.16)

A.2 Diskontinuierliche Spannung am Parallelkondensator C_P (DCV-Modus)

Gleichung (2.66) wird zu:

$$\alpha \leq \theta \leq \alpha + \beta$$

$$V_{Cp}(\theta) = 0$$

$$\alpha + \beta \leq \theta \leq \alpha + \pi$$

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{1}{\omega C_P} \int_{\alpha+\beta}^{\theta} (I_S \sin \varphi - I_{Out}/2) \ d\varphi$$

$$V_{Cp}(\theta) = \frac{2I_S(\cos(\alpha+\beta) - \cos\theta) - I_{Out}(\theta - \alpha - \beta)}{2\omega C_P}$$
(A.17)

Gleichung (2.67) wird zu:

$$V_{OUT} = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_{Cp}(\varphi) d\varphi =$$

$$= \frac{I_S \left[(\pi - \beta) \cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha) \right]}{2\pi \omega C_P} + \frac{I_{Out} \left(1 + \beta \pi - \beta^2 / 2 - \pi^2 / 2 \right)}{2\pi \omega C_P}$$
(A.18)

Gleichung (2.68) wird zu:

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha) + (\beta - \pi) \cdot \sin(\alpha + \beta) = 0$$
 (A.19)

Gleichung (2.69) wird zu:

$$(\pi - \beta) \cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$\cdot \left[\left(1 + \beta \pi - \frac{\pi^2 + \beta^2}{2} \right) - \left(\frac{V_{Off}}{I_{Out}} + R \right) 4 \omega \pi C_P \right] = 0$$
 (A.20)

Anhang B

Optimale Form eines Transformators ohne HF-Einflüsse

Wie im Kapitel 8 eingangs erwähnt, wird im Rahmen dieser Arbeit auch untersucht, wie die ideale Bauform eines Transformators ohne HF-Verluste ist, um die im Rahmen der Optimierung erhaltenen Kerne bzgl. der Leistungsdichte einschätzen zu können. Als Maß für die Leistungsdichte wird hier die Volumenkennziffer $z_V = V/(A_K \times A_W)^{3/4}$ gewählt, welche das benötigte Bauvolumen auf das Produkt aus Kernfläche und Fläche des Wicklungsfensters, dem sogenannten Flächenprodukt, bezieht.

Bei der Optimierung der Transformatorbauform wird zum einen davon ausgegangen, daß die Querschnitte des Kerns A_K und der Wicklung A_W senkrecht zur Fluß- bzw. Stromdichte konstant sind. Weiterhin wird angenommen, daß die Flußdichte und auch die Stromdichte homogen ist (näherungsweise DC-Bedienungen), womit die übertragbare Leistung durch

$$P = \frac{\omega k_{Kern} k_{Wdg} B_{max} J_{RMS}}{2\sqrt{2}} A_K A_W \tag{B.1}$$

mit

 $k_{Kern} =$ Füllfaktor des Kerns $k_{Wdg} =$ Füllfaktor der Wicklung

gegeben ist. Nimmt man an, daß die Stromdichte J_{RMS} und die maximale Flußdichte B_{max} sowie die Füllfaktoren fest sind, so ist die Leistung direkt proportional zum Flächenprodukt und die Leistungsdichte indirekt proportional zur Volumenkennziffer.

Um die Berechnung zu vereinfachen wird im ersten Abschnitt B.1 die eigentlich dreidimensionale Optimierungsaufgabe auf ein 2D-Problem zurückgeführt. Die 3D-Körper werden im zweidimensionalen durch Hüllfunktionen beschrieben. Die Funktionenklasse, welche prinzipiell zur Lösung des Problems geeignet ist, wird im Abschnitt B.2 ermittelt. Anschließend wird das analytische Verfahren zur Berechnung der Volumenkennziffer und die Approximationen, welche notwendig sind, um die Berechnung zu vereinfachen, erläutert. Da die Volumina der Körper im allgemeinen nicht geschlossen berechenbar sind, wird im Abschnitt B.4 ein numerisches Verfahren zum Berechnen der Kennziffer eingeführt. Die Ergebnisse der Optimierungsläufe werden im Abschnitt B.5 vorgestellt und im Anschluß daran wird die resultierende Volumenkennziffer und eine 3D Darstellung des optimalen Transformators vorgestellt. Aufgrund der gemachten Annahmen sind dabei Kern und Wicklung äquivalent, d.h. diese können jederzeit vertauscht werden.

B.1 Reduktion des Optimierungsproblems auf 2 Dimensionen

Prinzipiell bestehen Transformatoren, Spulen und andere elektromagnetische Bauteile aus 2 dreidimensionalen Körpern (Abb. B.1) - einer Wicklung aus elektrisch leitfähigem Material (Körper K_1 - rot) und einem Eisenkreis aus magnetisch leitfähigem Material (Körper K_2 - blau) - welche sich gegenseitig umschließen. Bei der Optimierungsaufgabe soll das Gesamtvolumen des elektromagnetischen Bauteils bei gegebenem Flächenprodukt minimiert werden, d.h. es handelt sich prinzipiell um ein 3D-Problem. Im folgenden soll dieses mittels einiger grundlegenden Überlegungen auf ein 2D-Problem zurückgeführt werden, um die Berechnungen zu vereinfachen.



Abbildung B.1: Elektromagnetisches Bauteil bestehend aus einer Wicklung K_1 (rot) und einem Eisenkreis K_2 (blau).

Die Querschnittsflächen A_1 und A_2 der Körper K_1 und K_2 müssen entlang des Umfanges der Körper konstant sein. Folglich lassen sich die Volumina V_1 und V_2 der Körper K_1 und K_2 einfach mittels

$$V_1 = A_1 \cdot l_{m1}$$
 und $V_2 = A_2 \cdot l_{m2}$ (B.2)

berechnen. Nimmt man an, daß die Querschnittsfläche A_2 des Körpers K_2 gegeben sei, so wird dessen Volumen V_2 minimal, wenn l_{m2} minimal wird. Betrachtet man nun das in Abbildung B.1 gegebene Körperpaar, so reduziert sich für ein beliebig angenommenes Flächenprodukt die mittlere Windungslänge des Körpers K_2 , wenn man dessen Volumen V_2 am gesamten Umfang von Körper K_1 verteilt (Abb. B.2).

In Abbildung 3 ist ein Schnitt in der x-y-Ebene durch die Körper K_1 und K_2 gegeben, bei welchem der Körper K_2 am gesamten Umfang des Körpers K_1 verteilt ist. Dabei kann die Gestalt der Querschnittsfläche A_2 und des Körpers K_1 beliebig sein.

Um eine minimale Volumenkennziffer Z_V zu erhalten, muss sowohl die mittlere Länge des Körpers K_1 als auch die mittlere Länge des Körpers K_2 für ein gegebenes Flächenprodukt einen minimalen Wert annehmen. Dabei beeinflussen sich die beiden mittleren Längen gegenseitig.

Nimmt man an, daß in der Schnittebene S_1 , welche senkrecht zur *x-y*-Ebene und parallel zur Querschnittsfläche A_1 ist, die mittlere Länge des Körpers K_2 und der Schwerpunkt der Fläche A_1 bezüglich der *z*-Achse und damit die mittlere Länge des Körpers K_1 für einen rotationssymmetrischen Aufbau eine optimale Kombination der mittleren Längen für ein gegebenes Flächenpaar A_1 und A_2 ergeben, so wird das Gesamtvolumen minimal, wenn die Anordnung in der Schnittebene S_1 am gesamten Umfang des Körpers K_1 wiederholt wird. Damit ergibt sich ein Aufbau, welcher rotationssymmetrisch bezüglich der z-Achse ist (Abb. B.4).

Betrachtet man für einen gegebenen Aufbau (z.B. Abb. B.3) einzelne Schnittflächen in der x-y-Ebene, so erkennt man, daß die optimale Form der von K_1 umschlossenen auf die x-y-Ebene projizierte Querschnittsfläche A_2 ein Kreis um den Ursprung ist, welcher bei gegebener Querschnittsfläche A_2 zu einer minimalen mittleren Länge des Körpers K_1 in der Schnittebene führt (Abb. B.4). Dabei sei angenommen, daß die um die z-Achse ausgesparte Fläche konstant ist. Folglich ergibt sich wiederum ein rotationssymmetrischer Aufbau, welcher konform zu obiger Überlegung ist.

Durch den rotationssymmetrischen Aufbau läßt sich die Aufgabenstellung auf ein 2D-Problem reduzieren. Ein Beispiel für einen Verlauf mit kreisförmiger Hüllkurve f_1 für den Körper K_1 ist in Abbildung B.5 gegeben. Dabei wurde überdies berücksichtigt, daß der Aufbau symmetrisch zur r-Achse sein muss, da ein optimaler Verlauf für positive z-Werte der Hüllkurven f_1 und f_2 der Körper K_1 und K_2 für negative z-Werte wiederholt werden muss, um einen optimalen Gesamtaufbau zu erhalten. Somit werden bei der Optimierung nur die positiven z-Funktionswerte betrachtet.



Abbildung B.2: Minimierung des Volumens V_1 durch Nutzen des gesamten Umfanges von Körper K_1 .



Abbildung B.3: Schnitt in der x-y-Ebene durch die Körper K_1 und K_2 .

Alle folgenden Betrachtungen beschränken sich auf das in Abbildung B.5 gegebene 2D Grundproblem.

B.2 Anforderung an die Hüllkurve f_1

Die Verläufe der Hüllkurven f_1 und f_2 hängen über die Querschnittsfläche A_2 , welche senkrecht zu den beiden Hüllkurven ist, voneinander ab, d.h. mit gegebenem Verlauf der Kurve f_1 oder f_2 und der Querschnittsfläche A_2 kann der Verlauf der Kurve f_2 oder f_1 berechnet werden. Im



Abbildung B.4: Schnitt in der x-y-Ebene durch die rotationssymmetrischen Körper K_1 und K_2 .

folgenden soll der Fall betrachtet werden, daß der Verlauf der Kurve f_1 gegeben ist, wobei die Überlegungen analog sind für den Fall, daß f_2 gegeben ist. Um den zu betrachteten Suchraum möglicher Funktionsverläufe von f_1 einzuschränken, werden nun einige Bedingungen an den Verlauf von f_1 gestellt.

Es sei eine Hüllkurve f_1 gegeben, welche zwei Maxima habe bzw. nicht konkav sei (Abb. B.6). Da die mittlere Weglänge des Körpers K_2 minimal sein muss, verläuft die untere Begrenzungslinie des Körpers K_2 zwischen den Maxima so, daß ein "Hohlraum" zwischen den beiden Körpern entsteht (Verbindungsgerade zwischen den Maxima). Durch diesen "Hohlraum" entsteht eine nicht optimale Konfiguration, da das Volumen des Gesamtaufbaus sich z.B. dadurch verringern läßt, daß Volumenanteile des Körpers K_1 von dem Bereich, welcher die größte Distanz zur z-Achse hat, in den Hohlraum verlagert werden (gestrichelte Linien in Abb. B.6). Dadurch reduziert sich sowohl die mittlere Länge des Körpers K_1 als auch die mittlere Länge des Körpers K_2 .

Um oben genannte "Hohlräume" zwischen den beiden Körpern zu vermeiden, müssen die Tangenten an die Funktion f_1 im betrachteten Intervall immer oberhalb aller anderen Punkte von f_1 sein. Maximal möglich wäre noch, daß f_1 auch Geradenstücke d.h. Bereiche mit $f'_1 = 0$ enthält. Diese Forderung führt zu der Bedingung, daß im betrachteten Bereich $f''_1 \leq 0$, d.h. f_1 konkav ist. Damit ergibt sich auch, daß die Funktion f_1



Abbildung B.5: Resultierendes 2D-Optimierungsproblem der Körper K_1 und K_2 mit den Hüllkurven f_1 und f_2 .

nur ein Maximum hat oder daß ein Geradenstück gleich dem Maximum ist (z.B. rechteckähnliche Funktion).

Wie sich im Rahmen von mehreren Optimierungsrechnungen gezeigt hat, führen Hüllkurven f_1 , deren erste Ableitung stetig ist, zu kleineren Volumenkennziffern. Dies ist konform mit der Tatsache, daß die Feldlinien in homogenen Medien keine Knicke aufweisen. Aus diesem Grund werden im folgenden nur Hüllfunktionen f_1 betrachtet, deren erste Ableitung stetig ist. Daraus folgt mit der Symmetrie zur r-Achse, daß die Ableitung von f_1 und damit auch die Ableitung von f_2 an den Rändern gegen $+\infty$ bei R_1 und $-\infty$ bei R_2 (siehe Abb. B.7) gehen müssen. Sprünge (vertikale Funktionsverläufe) an den Stellen R_1 und R_2 möglich sind. Somit ergeben sich folgende Anforderungen an die Hüllkurve f_1 :

$$\frac{\mathrm{d}f_1(r)}{\mathrm{d}r} \quad \text{stetig} \quad \text{für} \quad r \in [R_1, R_2] \tag{B.3a}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 f_1(r)}{\mathrm{d}r^2} \le 0 \quad \text{für} \quad r \in [R_1, R_2] \tag{B.3b}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_1(r)}{\mathrm{d}r}\Big|_{r \to R1+} \to +\infty \tag{B.3c}$$

$$\left. \frac{df_1(r)}{dr} \right|_{r \to R2-} \to -\infty \tag{B.3d}$$



Abbildung B.6: Nicht konkave und nicht optimale Hüllkurve f_1 .



Abbildung B.7: Definition der Radien R_1 , R_2 , R_{Max} und der Querschnittsfläche A_2 .

B.3 Berechnung der Volumenkennziffer Z_V

Im folgenden wird die Berechnung der Volumenkennziffer Z_V für den Fall beschrieben, daß eine Funktion f_1 gegeben ist, welche die im Abschnitt B.2 genannten Bedingungen erfüllt (Abb. B.7).

Um die Kennziffer Z_V berechnen zu können, muss die Hüllkurve f_2 aus der Funktion f_1 abgeleitet werden. Mit den Kurvenverläufen f_1 und f_2 können sowohl die Volumina V_1 und V_2 als auch die Querschnittsflächen A_1 und A_2 berechnet werden, womit dann die Volumenkennziffer bestimmt werden kann.

B.3.1 Rotierender Kreisbogen als Querschnittsfläche A_2

Die Querschnittsfläche A_2 besteht aus einem Kreisbogen b (Abb. B.7), welcher um die z-Achse rotiert. Der Kreisbogen mutiert für z=0 zu einer Linie bzw. einem Kreisbogen mit unendlichem Radius. Weiterhin ist die Fläche für z=0 parallel zur $r - \rho$ -Ebene und bildet um die z-Achse einen Kreis mit Radius R_1 bzw. einen Kreisring mit den Radien R_2 und R_{Max} . Die Länge des Kreisbogens nimmt dabei mit steigenden r-Werten ab, da der Abstand zum Ursprung und damit auch der mittlere Umfang der konstanten Fläche A_2 zunehmen. Aus diesem Grund verkleinert sich auch der Abstand zwischen den beiden Hüllkurven f_1 und f_2 .

Die Fläche A_2 ist in jedem Punkt senkrecht zu den Feldlinien und am gesamten Umfang des Körpers K_1 konstant. Aus diesem Grund muss der Kreisbogen senkrecht auf den Tangenten der Funktionen f_1 und f_2 stehen, welche parallel zu den Feldlinien am Rand verlaufen. Der Übergang von der Steigung der Tangente T_1 zur Steigung der Tangente T_2 ist auf Grund des Kreisbogens linear zu dem auf dem Kreisbogen zurückgelegten Weg, so daß die Abnahme der einzelnen Flächenelemente entlang des Kreisbogens mit zunehmendem Radius gleichverteilt ist. Dies ist durch die angenommene homogene Strom- bzw. Induktionsdichte und die angenommenen homogenen Materialien bedingt.

Der Kreisbogen b läßt sich wie in Abbildung B.8 dargestellt mit Hilfe der Tangenten T_1 und T_2 an die Funktionen f_1 und f_2 berechnen. Der Schnittpunkt der beiden Tangenten ergibt den Mittelpunkt M_P



Abbildung B.8: Konstruktion des Kreisbogens aus dem Tangentenschnittpunkt.

des Kreises zum Kreisbogen. Da sich die Steigungen der beiden Hüllkurven für zueinander gehörige Punkte P_1 und P_2 auf den Hüllkurven nicht sehr stark unterscheiden, ergeben sich im allgemeinen relativ große Kreisradien R_K . Dies führt dazu, daß die Krümmung der Kreisbögen *b* relativ kleine Werte annimmt. Die Gleichung des Kreisbogens *b* ergibt sich zu

$$(z - z_M)^2 + (r - r_M)^2 = (r_M - \rho_1)^2 + (z_M - f_1(\rho_1))^2$$
(B.4)

Dabei ist der Mittelpunkt M_P des Kreises noch vom Punkt P_2 und der Ableitung der Funktion f_2 im Punkt P_2 abhängig. Der Zusammenhang zwischen den Punkten P_1 , P_2 und M_P ergibt sich aus den Gleichungen der Tangenten T_1 und T_2 .

T₁:
$$z = \left. \frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_1} \cdot (r-\rho_1) + f_1(\rho_1)$$
 (B.5a)

und

T₂:
$$z = \frac{df_2}{dr}\Big|_{r=\rho_2} \cdot (r-\rho_2) + f_2(\rho_2)$$
 (B.5b)

Die Fläche A_{Bogen} des um die z-Achse rotierenden Kreisbogens b mit der Darstellung $r_K(z)$ läßt sich z.B. mit Hilfe der Guldinschen Regel berechnen.

$$A_{Bogen} = 2\pi \cdot \int_{f_1(\rho_1)}^{f_2(\rho_2)} r_K(z) \sqrt{1 + \left(\frac{\mathrm{d}r_K(z)}{\mathrm{d}z}\right)^2} \,\mathrm{d}z \tag{B.6}$$

Dies führt auf ein Integral, welches auch für einfache Hüllkurven f_1 nicht mehr geschlossen, sondern nur numerisch lösbar ist.

Für die Berechnung des Punktes P_2 benötigt man zwei Gleichungen, um die beiden Unbekannten r_M und ρ_2 für einen gegebenen Punkt P_1 zu bestimmen. Eine Gleichung ergibt sich aus der Tatsache, daß die Fläche des Kreisbogens A_{Bogen} für jedes ρ_1 gleich der Fläche A_2 sein muss.

$$G_1: A_{Bogen} (r = \rho_1, r_M, \rho_2) = A_2$$
 (B.7)

Wie man in Abbildung B.9 erkennt, vergrößert sich die Fläche A_{Bogen} mit zunehmenden Radius r in ρ -Richtung auf Grund der größer werdenden Bogenlänge (Abb. B.9 links). Gleichzeitig verkleinert sich die



Abbildung B.9: Veränderung der Fläche A_{Bogen} mit zunehmenden Radius r.

Fläche A_{Bogen} in r-Richtung mit zunehmenden Radius auf Grund des kleiner werdenden Abstandes zwischen den Hüllkurven f_1 und f_2 (Abb. B.9 rechts). Die Fläche wird dabei durch die Tangenten T_1 und T_2 in z-Richtung begrenzt. Da die Fläche A_{Bogen} für alle Punkte P_1 gleich der konstanten Fläche A_2 ist, muss die Zunahme in φ -Richtung gleich der Abnahme durch den kleiner werdenden Abstand der Funktionen f_1 und f_2 sein. Dies ist äquivalent zu der Bedingung, daß die Ableitung der Fläche A_{Bogen} nach dem Radius gleich Null ist. Aus dieser Bedingung resultiert der Radius r_m des Kreismittelpunktes und damit die Steigung der Tangente T_2 , welche den Grad der Abnahme des Abstandes zwischen f_1 und f_2 bestimmt.

Die Gleichung der Fläche des Kreisbogens ergibt sich zu:

$$z_m = \left. \frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_1} \cdot (r_m - \rho_1) + f_1(\rho_1) \tag{B.8a}$$

$$R_{K} = \sqrt{(r_{m} - r)^{2} + (z_{m} - f_{1}(\rho_{1}))^{2}}$$
(B.8b)

$$r_K(z) = -\sqrt{R_K^2 - (z - z_m)^2} + r_m$$
 (B.8c)

$$z_{K}(r) = \begin{cases} -\sqrt{R_{K}^{2} - (r - r_{m})^{2}} + z_{m} & \text{für } r \leq r_{Maximum} \\ +\sqrt{R_{K}^{2} - (r - r_{m})^{2}} + z_{m} & \text{für } r > r_{Maximum} \end{cases}$$
(B.8d)

$$z_U = \left. \frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_1} \cdot (r-\rho_1) + f_1(\rho_1) \tag{B.8e}$$

$$z_O = z_K (r = \rho_2) \tag{B.8f}$$

$$A_{Bogen} = 2\pi \left| \int_{z_U(r)}^{z_O(\rho_2)} r_K(z) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\mathrm{d}r_K(z)}{\mathrm{d}z}\right)^2} \cdot \mathrm{d}z \right|$$
$$= 2\pi \left| \int_{z_O(r,\rho_2)}^{z_O(\rho_2)} \left\{ (r_M - Ko_1) \ Ko_2 \right\} \right|$$

mit

$$Ko_{1} = \sqrt{r_{M}^{2} - 2r_{M}\rho_{1} + \rho_{1}^{2} - 2z_{M}f_{1}(\rho_{1}) + f_{1}^{2}(\rho_{1}) - z^{2} + 2zz_{M}}$$
$$Ko_{2} = \sqrt{\frac{r_{M}^{2} - 2r_{M}\rho_{1} + \rho_{1}^{2} - 2z_{M}f_{1}(\rho_{1}) + f_{1}^{2}(\rho_{1}) + z_{M}^{2}}{r_{M}^{2} - 2r_{M}\rho_{1} + \rho_{1}^{2} - 2z_{M}f_{1}(\rho_{1}) + f_{1}^{2}(\rho_{1}) - z^{2} + 2zz_{M}}}$$

Mit der Beschreibung der Fläche A_{Bogen} in Abhängigkeit vom Radius kann die zweite Gleichung wie folgt formuliert werden.

$$G_2: \qquad \frac{\mathrm{d}A_{Bogen}\left(r, r_M, \rho_2\right)}{\mathrm{d}r} \bigg|_{r=\rho_1} = 0 \tag{B.9}$$

Durch die Kreisform der Schnittlinie zwischen der Fläche A_2 und der *r*-*z*-Ebene läßt sich die Hüllkurve f_2 und auch einzelne Punkte P_2 der Funktion f_2 nicht mehr geschlossen darstellen. Das Gleichungssystem zur Bestimmung des Punktes P_2 läßt sich nur numerisch lösen. Da dies für jeden einzelnen Punkt P_2 gelöst werden muss, ist die erforderliche Rechenzeit für die Optimierung sehr hoch. Aus diesem Grund werden im folgenden Näherungen für den Kreisbogen b ermittelt, welche bei begrenzter Rechenzeit eine genügend genaue Lösung des Problems erlauben.

B.3.2 Näherung des Kreisbogens mittels Sekante

Die Krümmung des Kreisbogens b ist – wie bereits erläutert – im allgemeinen relativ gering, so daß dieser gut durch eine Sekante k (Abb.


Abbildung B.10: Näherung des Kreisbogens mittels Sekante.

B.10) angenähert werden kann, wobei die Punkte P_2 gegenüber dem tatsächlichen Punkten leicht in Richtung der Sekante verschoben werden. Die Sekante k steht dabei weder auf der Tangente T_1 noch auf der Tangente T_2 senkrecht, sondern ist normal zu einer Gerade, deren Steigung m_{MW} gleich dem Mittelwert der beiden Tangentensteigungen ist.

$$m_{MW} = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\mathrm{d}f_1\left(r\right)}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_1} + \left. \frac{\mathrm{d}f_2\left(r\right)}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_2} \right) \tag{B.10}$$

Bei einer Punkt für Punkt Berechnung der Funktion f_2 kann die Steigung der Funktion f_2 im Punkt P_2 durch die Steigung von f_2 im vorangegangenen Punkt genähert werden. Zudem ist die Randableitung der Funktion f_2 bekannt. Die Genauigkeit dieser Methode ist nur von der Anzahl der verwendeten Stützstellen abhängig. Außerdem ist die Krümmung der Funktion f_2 bei den betrachteten Lösungsfunktionen (siehe Abschnitt B.5) relativ gering, so daß das Approximationsverfahren schnell gegen die Sekante k konvergiert.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist, daß für die Berechnung des Punktes P_2 die Information über die beiden vorangegangenen Punkte P_2 der Funktion f_2 benötigt werden. Dies führt bei einer parametrischen Darstellung des Gütefunktionals Z_V zu einem relativ hohen Bedarf an Rechenzeit, da die Punkte P_2 rekursiv voneinander anhängen. Aus diesem Grunde wird die Sekante k im folgenden durch die Normale auf der Tangente T_1 im Punkt P_1 ersetzt.

B.3.3 Näherung des Kreisbogens mittels Normale an f_1

Da sich – wie bereits erwähnt – die Steigungen der beiden Tangenten für zusammengehörige Punkte P_1 und P_2 in vielen Bereichen nur relativ wenig unterscheiden und die Krümmung des Kreisbogens b relativ gering ist, kann die Sekante k und damit der Kreisbogen b gut durch die Normale auf der Tangente T_1 mit der Steigung m1 im Punkt P_1 angenähert werden (Abb. B.11).

$$m_1 = \left. \frac{\mathrm{d}f_1\left(r\right)}{\mathrm{d}r} \right|_{r=\rho_1} \tag{B.11}$$

Durch diese Approximation wird der zu P_1 gehörige Punkt P_2 geringfügig verschoben. Dies hat jedoch auf die Gesamtform der Hüllkurve f_2 und damit auf die Volumenkennziffer Z_V – wie sich im Laufe von Vergleichsrechnungen herausgestellt hat – wenig Einfluß. Die Normale *s* steht dabei nicht mehr auf der Tangente T_2 senkrecht, sondern schließt mit dieser den spitzen Winkel β ein.

Mit dieser Näherung kann der Punkt P_2 direkt aus dem Punkt P_1 mit der Bedingung, daß die Mantelfläche des Kegelstumpfes, welcher bei Rotation der Normalen s um die z-Achse entsteht, gleich der Fläche A_2 ist, berechnet werden. Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens ist, daß die Hüllkurve f_2 geschlossen in Parameterdarstellung mit ρ_1 als Parameter angegeben werden kann. Dies vereinfacht die Berechnung der Volumenkennziffer Z_V erheblich und führt zu einer deutlichen Reduktion der bei der Optimierung benötigten Rechenzeit.

Um die Genauigkeit der Approximation des Kreisbogens b mit der Normale s zu erhöhen, besteht überdies die Möglichkeit den Kreisbogen mit Hilfe von Linienzügen aus Normalen anzunähern (Abb. B.12). Dabei teilt man die Querschnittsfläche A_2 in mehrere Teile (z.B. drei) und die Rotationsfläche der ersten Normalen s_1 ist gleich einem Teil der Fläche A_2 ($1/_3 \cdot A_2$). Somit erhält man eine Hüllkurve $f_{2,1}$, welche eine Annäherung an eine Feldlinie zwischen f_1 und f_2 entspricht. Mit der Steigung der Funktion $f_{2,1}$ im Punkt $P_{2,1}$ kann man wiederum eine Tangente und Normale s_2 berechnen. Die Rotationsfläche der Normalen s_2 ist wiederum gleich einem Teil der Querschnittsfläche A_2 und damit erhält man eine weitere Hüllkurve $f_{2,2}$. Dieses Verfahren wird so oft wiederholt bis die Summe der Rotationsflächen der Normalen gleich der Fläche A_2 ist (im Beispiel 3 Schritte). Mit steigender Anzahl an Zwischenlinien $f_{2,\nu}$ nimmt die Genauigkeit der Approximation des Kreisbogens *b* oder anderer Kurvenverläufe bei nicht homogenen Feldern zwischen den Funktionen f_1 und f_2 bei steigendem Bedarf an Rechenzeit zu. Da sich im Laufe der Berechnungen gezeigt hat, daß eine Approximation des Kreisbogens durch eine Nor-







Abbildung B.12: Approximation des Kreisbogens *b* durch Linienzüge aus Normalen.



Abbildung B.13: Vergleich der Hüllfunktionen für die Näherung mit Sekante und Tangente.

male für die Optimierung genügend genau ist, wird die Näherung des Bogens durch Linienzüge nicht weiter betrachtet.

In Abbildung B.13 sind zwei Hüllkurven f_2 , welche aus der Funktion f_1 resultieren, zum Vergleich dargestellt. Eine Kurve wurde mittels dem Sekantenverfahren berechnet und die andere mit dem Normalenverfahren. Wie man sieht unterscheiden sich die beiden Kurven kaum. Auch die Volumenkennziffern unterscheiden sich nur um ca. 0.17 %. Diese Größenordnung der Abweichung wurde bei einer Vielzahl von betrachteten Funktionsverläufen beobachtet, so daß das Normalenverfahren, welches eine analytische Ermittlung der Hüllkurve f_2 und eine schnelle Berechnung des Gütefunktionals erlaubt, für die weiteren Optimierungsläufe verwendet wird.

B.3.4 Berechnung der Hüllkurve f_2

Im folgenden wird die Berechnung der Hüllkurve f_2 bei gegebener Hüllkurve f_1 und Querschnittsfläche A_2 erläutert. Dabei wird ein Punkt P_1

der Hüllkurve f_1 in Abbildung B.14 betrachtet, wobei die funktionellen Zusammenhänge allgemeingültig sind.

Die Fläche A_2 und die r-z-Ebenen schneiden sich auf Grund der Rotationssymmetrie senkrecht (Schnittlinie s in Abb. B.14). Damit kann die Querschnittsfläche A_2 im 3D-Raum mittels eines Kegelstumpfes mit den Radien r und ρ_2 und der Mantellinie s beschrieben werden. Überdies bilden die Querschnittsfläche A_2 und die jeweilige Tangente an die Funktion f_1 im Berührungspunkt (P_1 in Abb. 14) einen rechten Winkel. Mit diesen Bedingungen kann für jeden Punkt P_1 der Funktion f_1 ein dazugehöriger Punkt P_2 der Funktion f_2 und damit die Hüllkurve f_2 berechnet werden wie nun erläutert wird.

Im ersten Schritt werden die Gleichungen für die Querschnittsfläche A_1 und A_2 aufgestellt. Die Fläche A_2 bildet in der $r - \rho$ -Ebene z = 0 einen Kreis um die z-Achse, welcher in der $r - \rho$ -Ebene liegt, und mit dem Radius R_1 mittels

$$A_2 = \pi \cdot R_1^2 \tag{B.12}$$

berechnet werden kann. Die Querschnittsfläche A_1 hingegen ist parallel zur r - z-Ebene und kann einfach durch Integration der Funktion f_1



Abbildung B.14: Ableitung des Punktes P_2 aus P_1 , T_1 und der Fläche A_2 .

berechnet werden.

$$A_{1} = 2 \cdot \int_{R_{1}}^{R_{2}} f_{1}(r) dr$$
 (B.13)

Um den Punkt P_2 aus den Koordinaten des Punktes P_1 abzuleiten benötigt man den Winkel α , welcher von der Mantelfläche des Kegelstumpf und der *r*-Achse eingeschlossen wird. Dieser kann mit Hilfe der Steigung der Funktion f_1 berechnet werden.

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{df_1}{dr}\right) \tag{B.14}$$

Damit ergibt sich über die Mantelfläche des Kegelstumpfes ein funktioneller Zusammenhang zwischen dem Radius r des Punktes P_1 und dem Radius ρ_2 des Punktes P_2 .

$$A_2 = \pi R_2^2 = \pi s \ (r + \rho_2) \quad \text{mit} \quad s = \frac{(r - \rho_2)}{\cos(\alpha)}$$
(B.15)

Löst man diese Gleichung nach ρ_2 auf, so erhält man den Radius ρ_2 des Punktes P_2 als Funktion des Radius r.

$$\rho_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\left(-A_2 \cdot \cos\left(\alpha\right) + r^2\right) \cdot \pi} \quad \text{für} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad (B.16)$$

Der maximale Radius der Funktion f_2 kann einfach aus der Bedingung berechnet werden, daß die Querschnittsfläche A_2 in der Ebene z = 0für $r > R_2$ einen Kreisring bildet, welcher in der $r - \rho$ -Ebene liegt und von R_{Max} und R_2 begrenzt wird (Abb. 14).

$$R_{Max} = \sqrt{\frac{A_2 + \pi \cdot R_2^2}{\pi}} \tag{B.17}$$

Schließlich ergibt sich die z-Koordinate des Punktes ${\cal P}_2$ mit dem Satz des Pythagoras

$$f_2(r) = \frac{\sqrt{\frac{A_2^2 \left(1 - \cos\left(\alpha\right)\right)}{2\pi r^2 + 2r\sqrt{\pi^2 r^2 - \pi r \cos\left(\alpha\right)} - A_2 \cos\left(\alpha\right)}}}{\sqrt{\pi}} + f_1 \left(r\right) \quad (B.18)$$

aus

$$f_2(r) = h + f_1(r)$$

mit

$$h = \sqrt{s^2 - (r - \rho_2)^2}$$
 und $s = \frac{A_2}{\pi \cdot (r + \rho_2)}$

für

$$R_1 \leq r \leq R_2$$

Mit den Verläufen der Hüllkurven f_1 und f_2 lassen sich nun die Volumina einfach mittels Integration berechnen. Das Volumen V_1 kann mit Hilfe von

$$V_1 = 4\pi \int_{R_1}^{R_2} r f_1(r) \,\mathrm{d}r \tag{B.19}$$

und das Volumen V_2 kann mittels Substitution mit

$$V_{2} = 4\pi \int_{R_{1}}^{R_{2}} \rho_{2}(r) f_{2}(r) \left(\frac{d\rho_{2}}{dr}\right) dr$$
 (B.20)

berechnet werden. Im letzten Schritt wird die Volumenkennziffer einfach mit $V \to V$

$$Z_v = \frac{V_1 + V_2}{\left(A_1 A_2\right)^{3/4}} \tag{B.21}$$

bestimmt.

B.4 Numerische Approximation der Funktionen

Die Volumenintegrale V_1 und vor allem V_2 sind für komplexere Hüllfunktionen f_1 nicht mehr geschlossen lösbar, d.h. diese müssen mittels geeigneter numerischer Algorithmen ausgewertet werden. Im folgenden wird eine einfache Approximation der Funktionen erläutert, mit welcher die Funktionswerte auch für komplexe Verläufe der Hüllfunktion schnell berechnet werden können. Bei dem erläuterten Ansatz werden die Hüllfunktionen f_1 und f_2 mit Geradenstücken approximiert. Ansätze mit Approximationsfunktionen höherer Ordnung würden bei gleicher Anzahl an Stützstellen zu einer höheren Genauigkeit führen. Da die benötigte Rechenzeit für die Approximation mit Geradenstücken jedoch relativ kurz ist und – wie noch gezeigt wird – die Genauigkeit ausreichend ist, werden die Ansätze höherer Ordnung nicht weiter verfolgt.

Im einfachsten Fall wird die Funktion f_1 durch N äquidistante Stützstellen nachgebildet, welche durch Geradenstücke verbunden werden. Dies ist in Abbildung B.15 für eine einfache Funktion f_1 dargestellt. Die inkrementellen Radiuselemente für äquidistante Stützstellen berechnen sich dabei mittels

$$\Delta R = \frac{R_2 - R_1}{N - 1} \qquad \text{mit} \quad N = \text{Anzahl der Stützstellen} \qquad (B.22)$$

Die Radien und die z-Werte der Stützstellen ergeben sich dabei aus

$$f_{A1,R}(n) = R_1 + (n-1) \Delta R \quad n = 1..N$$

$$f_{A1,Z}(n) = f_1(r = f_{A1,R}(n)) \quad n = 1..N$$
(B.23)

Die Querschnittsfläche A_2 kann bei der Approximation genauso berechnet werden wie bei der exakten Rechnung, da diese nur vom Radius R_1 bestimmt wird. Die Querschnittsfläche A_{A1} bestimmt sich aus der Summe der Rechteck- und Dreiecksflächen unter der Funktion $f_{A1,Z}$, welche das Integral approximiert.

$$A_{2} = \pi \cdot R_{2}^{2}$$

$$A_{A1} = 2\Delta R \sum_{i=1}^{N-1} \left[f_{A1,Z}(i) + \frac{1}{2} \left(f_{A1,Z}(i+1) - f_{A1,Z}(i) \right) \right]$$
(B.24)

Bei der Approximation der Hüllkurven wird der Winkel α , welchen die Mantelfläche des Kegelstumpfes mit der *r*-Achse einschließt, wiederum mit Hilfe der Steigung der Funktion $f_{A1,Z}$ berechnet werden. Die Steigung der Funktion $f_{A1,Z}$ ergibt sich aus dem Steigungsdreieck und die Radien ρ_{A2} der Stützstellen der Funktion $f_{A2,Z}$ berechnen sich mit demselben Zusammenhang wie bei den exakten Funktionen.

$$m_A = \frac{f_{A1,Z} \left(i+1 \right) - f_{A1,Z} \left(i \right)}{\Delta R} \tag{B.25a}$$

$$\alpha_A = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(m_A\right) \tag{B.25b}$$

$$\rho_{A2}(n) = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{-A_2 \cdot \pi \cdot \cos\left(\alpha_A\right) + \pi \cdot f_{A1,R}\left(n\right)^2}$$
(B.25c)

Der maximale Radius R_{Max} ist wie die Fläche A_2 unabhängig von der Anzahl der Stützstellen und wird wiederum mit

$$R_M ax = \sqrt{\frac{A_2 + \pi \cdot R_2^2}{\pi}} \tag{B.26}$$

berechnet. Analog zu der Rechnung für die exakten Hüllkurven ergeben sich die z-Koordinaten der Punkte P_{A2} aus

$$f_{A2,Z}(n) = f_{A1,Z}(n) + \sqrt{\frac{A_2^2}{\pi^2 (f_{A1,R}(n) + \rho_{A2}(n))^2} - (f_{A1,R}(n) - \rho_{A2}(n))^2}$$
(B.27)

Die Volumina V_{A1} und V_{A2} berechnen sich aus der Summe von geraden Hohlzylindern und Hohlkegeln. Dies entspricht einer numerischen Integration der Hüllkurven $f_{A1,Z}$ und $f_{A2,Z}$ für einen rotationssymme-



Abbildung B.15: Approximation der Hüllkurven durch Linienzüge.

trischen Aufbau.

$$V_{A1} = 2\sum_{i=1}^{N} \left[\pi \cdot f_{A1,Z}(i) \cdot \left([f_{A1,R}(i) + \Delta R]^2 - f_{A1,R}(i)^2 \right) \right] \cdot \Delta R$$

$$\frac{4}{3} \pi \sum_{i=1}^{N-1} \left[\left(2f_{A1,R}(i+1)^2 - f_{A1,R}(i+1) f_{A1,R}(i) - f_{A1,R}(i)^2 \right) \right. \\\left. \cdot \left(f_{A1,Z}(i+1) - f_{A1,Z}(i) \right) \right]$$
(B.28a)

$$V_{A2} = 2\pi \sum_{i=1}^{N-1} \left[f_{A2,Z}(i) \cdot (\rho_{A2}(i+1) - \rho_{A2}(i))^2 \right] + \frac{4}{3}\pi \sum_{i=1}^{N-1} \left[\left(2\rho_{A2}(i+1)^2 - \rho_{A2}(i+1)\rho_{A2}(i) - \rho_{A2}(i)^2 \right) \\ \cdot \left(f_{A2,Z}(i+1) - f_{A2,Z}(i) \right) \right] - V_{A1}$$
(B.28b)

Die Volumenkennziffer ergibt sich wiederum aus

$$Z_{A,v} = \frac{V_{A1} + V_{A2}}{\left(A_{A1} \cdot A_2\right)^{3/4}}$$
(B.29)

Im folgenden wird die Berechnung der Volumenkennziffer mit Hilfe der approximierten Funktionen mit der Berechnung mit exakten Funktionsverläufen verglichen, um deren Genauigkeit zu validieren. Dabei ist die Hüllkurve f_1 gleich einem Halbkreis (siehe Abb. oben) und die Anzahl der Stützstellen beträgt N = 2000. In Tabelle 1 sind die einzelnen numerischen Ergebnisse beider Berechnungen gegenübergestellt.

Wie man an Hand der numerischen Werte erkennt, stimmen alle approximierten Funktionswerte bis auf zwei Nachkommastellen mit den exakten Werten überein. Die maximale Abweichung beträgt weniger als 0.1 ‰. Diese Größenordnung von Abweichungen ist auch bei anderen Testfunktionen zu beobachten.

Damit ist die oben erläuterte Approximation der Funktionen für die betrachtete Optimierungsaufgabe genügend exakt. In Abbildung B.16 sind die Verläufe der Hüllkurven f_1 und f_2 sowie $f_{A1,Z}$ und $f_{A2,Z}$ für

	Analytisch	Approximation $N = 2000$
R_{Max}	2.416609195	2.416609195
A_1	1.130959958	1.130973355
A_2	π	π
V_1	11.36978427	11.36964673
V_2	15.45167429	15.45056776
Z_V	10.36407881	10.36366510

 Tabelle
 B.1: Vergleich der numerischen Ergebnisse der Berechnungen



Abbildung B.16: Vergleich der exakten Kurvenverläufe mit den approximierten Verläufen.

die Zahlenwerte aus Tabelle 1 dargestellt. Überdies ist der Bereich, in welchem die Hüllkurven die maximale Steigung besitzen, vergrößert dargestellt, um die geringen Abweichungen der approximierten Funktionswerte zu verdeutlichen.

Verteilt man die Stützstellen der approximierenden Funktion nicht äquidistant, sondern erhöht die Dichte der Stützstellen in den Bereichen, wo der Betrag der Steigung der Hüllkurve $f_{A1,Z}$ relativ große Werte annimmt, so erreicht man eine höhere Genauigkeit der approximierenden Funktionen – vor allem der Hüllkurve $f_{A2,Z}$. Bei gleichbleibender Genauigkeit ist es auch möglich die Anzahl der Stützstellen und damit den benötigten Zeitbedarf für die Optimierung mit Hilfe nicht äquidistanter Stützstellen zu reduzieren. Allerdings erhöht sich dadurch die Komplexität des Optimierungsalgorithmus.

B.5 Optimale Hüllkurven

Mit den Anforderungen an die Hüllkurve f_1 und dem beschriebenen numerischen Berechnungsweg für die Hüllkurve f_2 wurden optimale Funktionsverläufe für die Hüllkurven f_1 und f_2 bestimmt. Dabei wurden verschiedene parametrische Kurvenscharen für die Funktion f_1 vorgegeben und die Parameter mit Hilfe eines globalen "Branch and Bound" [208] Suchalgorithmus optimiert. Die Parameter wurden mit Hilfe von Rahmenbedingungen so eingeschränkt, daß die Kurvenscharen die Anforderungen an die Hüllkurve f_1 erfüllen. Die Ergebnisse der Optimierungsläufe sind im folgenden dargestellt.

Der Radius R_1 wurde bei der Optimierung fest gleich 1 gesetzt und der Radius R_2 und damit das Flächenverhältnis A_1 zu A_2 war ein Parameter der Optimierung.

B.5.1 Wurzelfunktion

$$Z_V = 10.03607978$$

Hüllfunktion f_1 :

$$f_1 = a_1 \left[(R_M - R_1)^{q_1} - (R_M - r)^{q_1} \right]^{p_1} + b_1 \qquad R_1 \le r < R_M$$

$$f_1 = a_2 \left[(R_2 - R_M)^{q_2} - (R - R_M)^{q_2} \right]^{p_2} + b_2 \qquad R_M \le r \le R_2$$



Abbildung B.17: Optimierte Wurzelfunktion.

Funktionswerte:

$R_1 = 1$	$Z_1 = 0.3829543$
$R_M = 1.4600837$	$Z_M = 0.9508547$
$R_2 = 2.1270923$	$Z_2 = 0$

Parameter:

$$q_1 = 2.1054703$$
 $p_1 = 0.4520951$ $q_2 = 1.9698186$ $p_2 = 0.4891868$ $a_1 = 1.1890733$ $b_1 = 0.3829543$ $a_2 = 1.4046974$ $b_2 = 0$

B.5.2 Quadratische Spline mit 3 Stützstellen

 $Z_V = 10.0365491$

Hüllfunktion f_1 :

$$f_1 = a_1 + b_1 (r - R_1) + c_1 (r - R_1)^2 + (r - R_1)^{q_1} \qquad R_1 \le r < R_M$$

$$f_1 = a_2 + b_2 (r - R_2) + c_2 (r - R_2)^2 + (-r + R_2)^{q_2} \qquad R_M \le r \le R_2$$



Abbildung B.18: Optimierte Quadratische Splines mit 3 Stützstellen.

Funktionswerte:

$$R_1 = 1 Z_1 = 0.3607052 Z_M = 1.4604855 Z_M = 0.9515652 Z_2 = 0$$

Parameter:

$$q_1 = 0.3913321 \qquad q_2 = 0.3459322 a_1 = 0.3607052 \qquad b_1 = -0.1277980 \qquad c_1 = -0.6673461 a_2 = 0 \qquad b_2 = -0.7052860 \qquad c_2 = -0.8724732$$

B.5.3 Quadratische Spline mit 5 Stützstellen

$$Z_V = 10.0363403$$

Hüllfunktion f_1 :

$$f_{1} = a_{1} + b_{1} (r - R_{1}) + c_{1} (r - R_{1})^{2} + (r - R_{1})^{q_{1}} \qquad R_{1} \leq r < R_{S1}$$

$$f_{1} = a_{2} + b_{2} (r - R_{S1}) + c_{2} (r - R_{S1})^{2} \qquad R_{S1} \leq r < R_{M}$$

$$f_{1} = a_{3} + b_{3} (r - R_{M}) + c_{3} (r - R_{M})^{2} \qquad R_{M} \leq r < R_{S2}$$

$$f_{1} = a_{4} + b_{4} (r - R_{2}) + c_{4} (r - R_{2})^{2} + (-r + R_{2})^{q_{2}} \qquad R_{S2} \leq r \leq R_{2}$$





Funktionswerte:

$$R_1 = 1$$
 $Z_1 = 0.3845993$ $R_{S1} = 1.2039326$ $Z_{S1} = 0.8679581$ $R_M = 1.4534967$ $Z_M = 0.9525756$ $R_{S2} = 0.7898166$ $Z_{S2} = 0.8261778$ $R_2 = 2.1261365$ $Z_2 = 0$

Parameter:

$q_1 = 0.4432490$	$q_2 = 0.3906986$	
$a_1 = 0.3845993$	$b_1 = 0.2894597$	$c_1 = -1.6808324$
$a_2 = 0.8679581$	$b_2 = 0.6781225$	$c_2 = -1.3586142$
$a_3 = 0.9525756$	$b_3 = 0$	$c_3 = -1.1174662$
$a_4 = 0$	$b_4 = -1.0354043$	$c_4 = -1.5501094$

B.5.4 Quadratische Spline mit 7 Stützstellen

 $Z_V = 10.03620382$

Hüllfunktion f_1 :

 $f_{1} = a_{1} + b_{1} (r - R_{1}) + c_{1} (r - R_{1})^{2} + (r - R_{1})^{q_{1}} \qquad R_{1} \leq r < R_{S1}$ $f_{1} = a_{2} + b_{2} (r - R_{S1}) + c_{2} (r - R_{S1})^{2} \qquad R_{S1} \leq r < R_{S2}$ $f_{1} = a_{3} + b_{3} (r - R_{S2}) + c_{3} (r - R_{S2})^{2} \qquad R_{S2} \leq r < R_{M}$ $f_{1} = a_{4} + b_{4} (r - R_{M}) + c_{4} (r - R_{M})^{2} \qquad R_{M} \leq r < R_{S3}$ $f_{1} = a_{5} + b_{5} (r - R_{S3}) + c_{5} (r - R_{S3})^{2} \qquad R_{S3} \leq r < R_{S4}$ $f_{1} = a_{6} + b_{6} (r - R_{2}) + c_{6} (r - R_{2})^{2} + (-r + R_{2})^{q_{2}} \qquad R_{S4} \leq r \leq R_{2}$



Abbildung B.20: Optimierte Quadratische Splines mit 7 Stützstellen.

Funktionswerte:

$$\begin{array}{ll} R_1 = 1 & Z_1 = 0.3863437 \\ R_{S1} = 1.1521782 & Z_{S1} = 0.8233911 \\ R_{S2} = 1.3043564 & Z_{S2} = 0.9238699 \\ R_M = 1.4570983 & Z_M = 0.9510191 \\ R_{S3} = 1.6802930 & Z_{S3} = 0.8973811 \\ r_{S4} = 1.9034877 & Z_{S4} = 0.7116030 \\ R_2 = 2.1266825 & Z_2 = 0 \end{array}$$

Parameter:

$q_1 = 0.4476904$	$q_2 = 0.4030774$	
$a_1 = 0.3863437$	$b_1 = 0.3877460$	$c_1 = -2.2641261$
$a_2 = 0.8233911$	$b_2 = 0.9650487$	$c_2 = -2.0027738$
$a_3 = 0.9238699$	$b_3 = 0.3554916$	$c_3 = -2.1637007$
$a_4 = 0.9510191$	$b_4 = 0$	$c_4 = -1.0767255$
$a_5 = 0.8973811$	$b_5 = -0.4806389$	$c_5 = -1.5758425$
$a_6 = 0$	$b_6 = -1.2834122$	$c_6 = -2.4328707$

B.5.5 Quadratische Spline mit 9 Stützstellen

$$Z_V = 10.0361589$$

Hüllfunktion f_1 :

 $\begin{aligned} f_{1} &= a_{1} + b_{1} \left(r - R_{1} \right) + c_{1} \left(r - R_{1} \right)^{2} + \left(r - R_{1} \right)^{q_{1}} & R_{1} \leq r < R_{S1} \\ f_{1} &= a_{2} + b_{2} \left(r - R_{S1} \right) + c_{2} \left(r - R_{S1} \right)^{2} & R_{S1} \leq r < R_{S2} \\ f_{1} &= a_{3} + b_{3} \left(r - R_{S2} \right) + c_{3} \left(r - R_{S2} \right)^{2} & R_{S2} \leq r < R_{S3} \\ f_{1} &= a_{4} + b_{3} \left(r - R_{S3} \right) + c_{4} \left(r - R_{S3} \right)^{2} & R_{S3} \leq r < R_{M} \\ f_{1} &= a_{5} + b_{5} \left(r - R_{M} \right) + c_{5} \left(r - R_{M} \right)^{2} & R_{M} \leq r < R_{S4} \\ f_{1} &= a_{6} + b_{6} \left(r - R_{S4} \right) + c_{6} \left(r - R_{S4} \right)^{2} & R_{S4} \leq r < R_{S5} \\ f_{1} &= a_{7} + b_{7} \left(r - R_{S5} \right) + c_{7} \left(r - R_{S5} \right)^{2} & R_{S5} \leq r < R_{S6} \\ f_{1} &= a_{8} + b_{8} \left(r - R_{2} \right) + c_{8} \left(r - R_{2} \right)^{2} + \left(- r + R_{2} \right)^{q_{2}} & R_{S6} \leq r \leq R_{2} \end{aligned}$



Abbildung B.21: Optimierte Quadratische Splines mit 9 Stützstellen.

Funktionswerte:

$$R_1 = 1$$
 $Z_1 = 0.3896999$ $R_{S1} = 1.1138849$ $Z_{S1} = 0.7792107$ $R_{S2} = 1.2277699$ $Z_{S2} = 0.8856153$ $R_{S3} = 1.3416549$ $Z_{S3} = 0.9357104$ $R_M = 1.4561036$ $Z_M = 0.9511641$ $R_{S4} = 1.6235483$ $Z_{S4} = 0.9210478$ $R_{S5} = 1.7915569$ $Z_{S5} = 0.8253718$ $R_{S6} = 1.9595654$ $Z_{S6} = 0.6324915$ $R_2 = 2.1270101$ $Z_2 = 0$

Parameter:

$q_1 = 0.4554593$	$q_2 = 0.4103393$	
$a_1 = 0.3896999$	$b_1 = 0.5396180$	$c_1 = -3.3693909$
$a_2 = 0.7792107$	$b_2 = 1.2589359$	$c_2 = -2.8504195$
$a_3 = 0.8856153$	$b_3 = 0.6096961$	$c_3 = -1.4911651$
$a_4 = 0.9357104$	$b_4 = 0.2700535$	$c_4 = -1.1798010$
$a_5 = 0.9511641$	$b_5 = 0$	$c_5 = -1.0741332$
$a_6 = 0.9210478$	$b_6 = -0.3597158$	$c_6 = -1.2484789$
$a_7 = 0.8253718$	$b_7 = -0.7792260$	$c_7 = -2.1952042$
$a_8 = 0$	$b_8 = -1.4778618$	$c_8 = -3.3983202$

B.5.6 Abgeschnittene und verbogene Ellipse

 $Z_V = 10.036310$

Hüllfunktion f_1 :

$$f_{1} = \frac{c\sqrt{\left(\frac{R_{2}}{2} - v\right)^{2} - \left(r - \left(v + R_{1} + \frac{R_{2}}{2}\right)\right)^{2}}}{R_{2}}a$$
$$\cdot \left(r - \left(R1 + b\frac{R_{2}}{2}\right)\right) + d\left(\left(R_{1} + \frac{R_{2}}{2}\right) - r\right)^{q}(r - R_{1})^{p}$$





Funktionswerte:

$$R_1 = 1$$
 $Z_1 = 0.3975355$
 $R_2 = 1.1239713$ $Z_2 = 0$

Parameter:

$$a = -0.006165$$

 $c = 0.8003387$
 $b = 35.839934$
 $d = 1.2155763$
 $p = 0.4998839$
 $q = 0.41339195$
 $v = -1.998799$

B.6 Vergleich der Ergebnisse

In Abbildung B.23 sind alle optimierten Verläufe der Hüllkurven f_1 und f_2 in einem Graphen dargestellt. Wie man erkennt, führen die Optimierungsläufe mit den verschiedenen Kurvenscharen zu sehr ähnlichen Ergebnissen. Die geringen Abweichungen entstehen durch das numerische Berechnungsverfahren und die Tatsache, daß das Minimum relativ insensitiv gegenüber geringen Parameterschwankungen ist. Da alle Optimierungsläufe mit verschiedenen Ansätzen zum gleichen Ergebnis führen, ist die Wahrscheinlichkeit, daß das gefundene Minimum gleich dem unter den gemachten Annahmen tatsächlichen Minimum ist, sehr groß. Da die Abweichungen zwischen dem Normalenverfahren, dem Sekantenverfahren und den Rechnungen mit dem Kreisbogen – wie eingangsseitig erläutert – relativ klein sind, stellt das gefundene Ergebnis eine gute Näherung für das Optimum der realen Funktionsverläufe dar. Die Volumenkennziffer Z_V eines optimalen Aufbaus kann somit durch

$$Z_{V,Optimal} \approx 10.036 \pm 0.03$$
 (B.30)

abgeschätzt werden. Die angegebene Toleranz ergibt sich aus einer Reihe an Kontrollrechnungen, welche angestellt wurden, um die Fehler durch die numerische Approximation und die Näherung durch das Normalenverfahren abzuschätzen. Der optimierte rotationssymmetrische Aufbau ist in Abbildung B.24 dargestellt.



Abbildung B.23: Vergleich der optimierten Hüllkurven.



Abbildung B.24: 3D-Darstellung des optimierten Aufbaus.

Anhang C

Weitere Ergebnisse der Optimierung des Serien-Parallel-Resonanzkonverters

Im folgenden sind weitere Ergebnisse der Optimierungsroutine, welche sich mit den Parametern in Tabelle 8.6 ergeben und die Resultate aus Abschnitt 8.7 ergänzen, dargestellt. Dabei wurden wiederum die Randbedingungen Umgebungstemperatur, Leistungsdichte des Kühlsystems, Schaltverluste und maximale Wicklungs-, Kern- sowie Sperrschicht-Temperatur leicht variiert, um die Einflüsse dieser Parameter auf die erzielbare Leistungsdichte zu verdeutlichen.

Um die Ergebnisse besser einordnen zu können ist in der Abbildung C.1 die Leistungsdichte, welche mit den verschiedenen Randbedingungen erreicht wird, in Form einer Übersicht dargestellt.



Abbildung C.1: Übersicht über die Leistungsdichte der Konverter für verschiedene Randbedingungen.

CSPI 15 | 18:2 bei 25°C

- Gesamtvolumen: 0.441 dm^3
- Wirkungsgrad: 93.8%
- Leistungsdichte: 8.85 kW/dm³
- Temperatur: 25°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$91.6~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	140 nF	Parallelkapazität	475 nF
Serieninduktivität	$48 \ \mu H$	N_P zu N_S	9
Volumen $C_S + C_P$	34.6 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$8.36 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.31 \mathrm{~cm}$	Volumen Trafo	$0.15 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$17.388 { m W}$	Kernverluste	$16.6 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$157.7~\mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$115.7 \ {\rm mT}$
Flußdichte B_{σ}	$157.7~\mathrm{mT}$		

CSPI 15 | 17:2 bei 45°C

- Gesamtvolumen: 0.602 dm^3
- Wirkungsgrad: 93.6%
- Leistungsdichte: 6.48 kW/dm^3
- Temperatur: 45°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	26
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320
Schaltfrequenz	$128.2~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.68
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$95 \mathrm{~nF}$	Parallelkapazität	290 nF
Serieninduktivität	$35 \ \mu H$	N_P zu N_S	8.5
Volumen $C_S + C_P$	$49.5~\mathrm{cm}^3$	Primärwindungen	17
Transformator			
Gesamthöhe	$11.9~\mathrm{cm}$	Gesamtbreite	$6.83~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.65~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.25~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$12.7 { m W}$	Kernverluste	$18.4 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$108 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	72.8 mT
Flußdichte B_{σ}	$108 \mathrm{mT}$		

CSPI 15 | 16:2 bei 45°C

- Gesamtvolumen: 0.626 dm^3
- Wirkungsgrad: 93.4%
- Leistungsdichte: 6.23 kW/dm^3
- Temperatur: 45°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$103.5~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.64
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$140 \ \mathrm{nF}$	Parallelkapazität	385 nF
Serieninduktivität	$38 \ \mu H$	N_P zu N_S	8
Volumen $C_S + C_P$	41.6 cm^3	Primärwindungen	16
Transformator			
Gesamthöhe	11.6 cm	Gesamtbreite	$6.83~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.96~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.27~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$12.8 { m W}$	Kernverluste	$19 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$121.4~\mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	80.5 mT
Flußdichte B_{σ}	121.4 mT		

CSPI 15 | 16:2 bei 25°C

- $0.475~\mathrm{dm}^3$ • Gesamtvolumen:
- Wirkungsgrad: 93.3%
- $8.2~\rm kW/dm^3$ • Leistungsdichte:
- Temperatur: $25^{\circ}\mathrm{C}$



(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$89.2 \mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.63
Resonanzkreis			
Serienkapazität	170 nF	Parallelkapazität	475 nF
Serieninduktivität	$43 \ \mu H$	N_P zu N_S	8
Volumen $C_S + C_P$	$36.8~{\rm cm}^3$	Primärwindungen	16
Transformator			
Gesamthöhe	8.42 cm	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.54~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.17 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$17.9 { m W}$	Kernverluste	$17.8 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$161.2 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$108.2 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$161.2 \mathrm{mT}$		

CSPI 15 | 14:2 bei 45°C

- Gesamtvolumen: 0.693 dm^3
- Wirkungsgrad: 92.6%
- Leistungsdichte: 5.63 kW/dm³
- Temperatur: 45°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	26 V
Ausgangsstrom	150 A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$107.3~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.58
Resonanzkreis			
Serienkapazität	$170 \ \mathrm{nF}$	Parallelkapazität	370 nF
Serieninduktivität	$31 \ \mu H$	N_P zu N_S	7
Volumen $C_S + C_P$	44.5 cm^3	Primärwindungen	14
Transformator			
Gesamthöhe	$12.5 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$4.04~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.30 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$12.2 \mathrm{W}$	Kernverluste	$22.0 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$123.2~\mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$75.6 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	123.2 mT		

CSPI 15 | 14:2 bei 25°C

- Gesamtvolumen: 0.521 dm^3
- Wirkungsgrad: 92.6%
- Leistungsdichte: 7.5 kW/dm^3
- Temperatur: 25°C



(a) Gesamtvolumen über Nennfrequenz

(b) Transformator

Arbeitspunkt Ausgangsleistung Ausgangsstrom Schaltfrequenz	3900 W 150 A 90.2 kHz	Ausgangsspannung Eingangsspannung Duty Cycle	26 V 320 V 0.58
Resonanzkreis			
Serienkapazität	210 nF	Parallelkapazität	460 nF
Serieninduktivität	$36 \ \mu H$	N_P zu N_S	7
Volumen $C_S + C_P$	38.7 cm^3	Primärwindungen	14
Transformator			
Gesamthöhe	$8.87 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.84~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.67~\mathrm{cm}$	Volumen Trafo	$0.18~{ m dm}^3$
Wicklungsverluste	$17.2 \mathrm{W}$	Kernverluste	$20.1 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$164.4 \mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	102 mT
Flußdichte B_{σ}	$164.4~\mathrm{mT}$		

$\textbf{CSPI 15} ~|~ ^{1}\!/_{\!2} ~ \textbf{\textit{P}_{V\!,S}} ~|~ \textbf{18:2} ~|~ \textbf{25^{\circ}C}$

- Gesamtvolumen: 0.44 dm^3
- Wirkungsgrad: 93.7%
- Leistungsdichte: 8.84 kW/dm^3
- Temperatur: 25°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt			
Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$106.0~\mathrm{kHz}$	Duty Cycle	0.68
Resonanzkreis			
Serienkapazität	140 nF	Parallelkapazität	490 nF
Serieninduktivität	$40 \ \mu H$	N_P zu N_S	18)
Volumen $C_S + C_P$	$35.1~{\rm cm}^3$	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$8.71 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.75~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.14 \mathrm{~cm}$	Volumen Trafo	$0.15 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$17.6 {\rm W}$	Kernverluste	$15.1 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$135.7~\mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$103.8 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$135.7 \mathrm{mT}$		

CSPI 5 | 18:2 | 25°C

- Gesamtvolumen: 0.954 dm^3
- Wirkungsgrad: 94.0%
- Leistungsdichte: 4.09 kW/dm^3
- Temperatur: 25°C





(b) Transformator

Arbeitspunkt
Augranceloi

Ausgangsleistung	$3900 \mathrm{W}$	Ausgangsspannung	$26 \mathrm{V}$
Ausgangsstrom	150A	Eingangsspannung	320 V
Schaltfrequenz	$104.3 \mathrm{~kHz}$	Duty Cycle	0.7
Resonanzkreis			
Serienkapazität	110 nF	Parallelkapazität	390 nF
Serieninduktivität	$45 \ \mu \mathrm{H}$	N_P zu N_S	1
Volumen $C_S + C_P$	42.4 cm^3	Primärwindungen	18
Transformator			
Gesamthöhe	$8.52 \mathrm{~cm}$	Gesamtbreite	$6.71~\mathrm{cm}$
Gesamttiefe	$3.24 \mathrm{~cm}$	Volumen Trafo	$0.15 \mathrm{~dm}^3$
Wicklungsverluste	$17.4 \mathrm{W}$	Kernverluste	$16.5 \mathrm{W}$
Flußdichte B_1	$145.9~\mathrm{mT}$	Flußdichte B_2	$102.6 \mathrm{mT}$
Flußdichte B_{σ}	$145.9 \mathrm{mT}$		

C.1 Details des Optimalen Aufbaus mit 18:2:2 / CSPI 25

Für den optimierten Aufbau mit einem Windungsverhältnis von 18:2:2, einem CSPI von 25 und einer Umgebungstemperatur von 45°C, wie auf Seite 451 beschrieben, sind im folgenden

- die Verluste in der Vollbrücke
- das Volumen des Kühlsystems
- das Volumen aller Bauelemente im Resonanzkreis (C_S , C_P und integrierter Transformator)
- das Volumen der Kondensatoren im Resonanzkreis
- das Volumen des integrierten Transformators
- die Flußdichte im Bereich der Primärwicklung
- die Flußdichte im Bereich der Sekundärwicklung
- die Flußdichte im Bereich des Streuflußschenkels
- die Gesamtverluste im Transformator
- die Verluste in den beiden Wicklungen und
- die Kernverluste

als Funktion der Nennfrequenz aufgetragen. Dabei wurden die Parameter $C_S = 10$ nF... 250nF, $C_P = 10$ nF... 500nF und $L_S = 1\mu$ H... 60 μ H in den genannten Bereichen mit den Schrittweiten 10nF, 15nF sowie 2.5 μ H in drei ineinander verschachtelten "for - next" Schleifen variiert.

In den einzelnen Abbildungen sind die Parameter, mit welchen ein Verhältnis zwischen maximaler und minimaler Schaltfrequenz von kleiner gleich 3 erreicht wird, in dunkelgrau dargestellt. Verzichtet man auf die Begrenzung des Frequenzverhältnisses, so erhält man zusätzlich die hellgrau dargestellten Punkte (siehe S. 452).



Abbildung C.2: Verluste in den Halbleiterbauelementen als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.3: Volumen des Kühlsystems als Funktion der Frequenz.


Abbildung C.4: Volumen des Resonanzkreises inklusive Transformator als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.5: Volumen der Resonanzkondensatoren C_S und C_P als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.6: Volumen des integrierten Transformators als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.7: Flußdichte B_1 im Bereich der Primärwicklung als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.8: Flußdichte B_2 im Bereich der Sekundärwicklung als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.9: Flußdichte B_{σ} im Streuflußpfad als Funktion der Frequenz.



Abbildung C.10: Gesamten Verluste im Transformator über der Arbeitsfrequenz.



Abbildung C.11: Verluste in den beiden Wicklungen über der Arbeitsfrequenz.



Abbildung C.12: Verluste im Kern über der Arbeitsfrequenz.

Anhang D

Konstruktionszeichnungen des optimierten Aufbaus CSPI 25

Im folgenden sind verschiedene Ansichten des optimierten Aufbaus mit Kupferkühlkörper und Standardbauelementen mit den Parametern von Seite 449 gegeben.



Abbildung D.1: Ansicht des optimierten Aufbaus von der Seite des Kühlkörpers.



Abbildung D.2: Ansicht des optimierten Aufbaus von der Seite des Zwischenkreises.



Abbildung D.3: Ansicht des optimierten Aufbaus von hinten - mit Austrittsöffnungen der Kühlluft.



Abbildung D.4: Ansicht des optimierten Aufbaus senkrecht von oben.



Abbildung D.5: Ansicht des optimierten Aufbaus von unten mit Gleichrichterdioden und Hilfsstromversorgung.

Literaturverzeichnis

Kapitel: Einleitung

- [1] J.D. van Wyk, F.C. Lee, Zhenxian Liang, Rengang Chen, Shuo Wang und Bing Lu, "Integrating active, passive and EMIfilter functions in power electronics systems: a case study of some technologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 3, May 2005, Page(s): 523-536.
- [2] J.D. van Wyk, F.C. Lee, D. Boroyevich, Zhenxian Liang und Kaiwei Yao, "A future approach to integration in power electronics systems," The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON '03, Vol. 1, Nov. 2-6, 2003, Page(s): 1008-1019.
- [3] F.C. Lee, J.D. van Wyk, D. Boroyevich, Guo-Quan Lu, Zhenxian Liang und P. Barbosa, "Technology trends toward a systemin-a-module in power electronics," Circuits and Systems Magazine, Vol. 2, Issue 4, Fourth Quarter 2002, Page(s): 4-22.
- [4] R.L. Steigerwald, "A comparison of half-bridge resonant converter topologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, Issue: 2, April, 1988 Page(s): 174-182.
- [5] G. Soto, J.Gaysse und G.W. Baptiste, "Variable Sampling Time Serial-Resonant Current Converter Control for a High-Voltage X-ray Tube Application," Proceedings of the 10th European Power Quality Conference, Nuremberg, Germany, 2004, Page(s): 972-977.

- [6] Junming Sun nd, H. Takano und M. Nakaoka, "A Transformer Resonant Phase-Shifted PWM DC.DC Converter for Xray Power Generator and Its Fuzzy Logic-Based Learning Control Scheme," Electrical Engineering in Japan, Vol. 136, No. 2, 2001 - Translated from Denki Gakkai Ronbunshi, Vol. 119-D, No. 8/9, August/September 1999, Page(s): 1061-1072.
- [7] Liang Shyh-Shin und Tzou Ying-Yu, "DSP control of a resonant switching high-voltage power supply for X-ray generators," 4th IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, Vol. 2, Oct. 22-25, 2001 Page(s): 522-526.
- [8] H. Pollock und J.O. Flower, "Series-parallel load-resonant converter for controlled-current arc welding power supply," Electric Power Applications, IEE Proceedings-Volume 143, Issue 3, May 1996, Page(s): 211-218.
- [9] H. Pollock und J.O. Flower, "New method of power control for series-parallel load-resonant converters maintaining zero-current switching and unity power factor operation," IEEE Transactions Power Electronics, Vol. 12, Issue 1, Jan. 1997, Page(s): 103-115.
- [10] G. Corticelli, "Resonant-load power supply for arc welding," Europäische Patentschrift EP 0 602 495, 6.12.1993.
- [11] H. Aigner, "Verfahren zum Regeln und/oder Steuern einer Schweissstromquelle mit einem Resonanzkreis," Europäische Patentschrift EP 1 251 991, 19.01.2001.
- [12] M. Schnellhase, "Der Lichtbogen ein technologisches Werkzeug," VEB Verlag Technik, Berlin 1985, 1. Auflage.
- [13] L. Malesani, P. Mattavelli, L. Rossetto, P. Tenti, W. Marin und A. Pollmann, "Electronic welder with high-frequency resonant inverter," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, Issue 2, March-April 1995, Page(s): 273-279.
- [14] J.A. Sabate, V. Vlatkovic, R.B. Ridley, F.C. Lee und B.H. Cho, "Design considerations for high-voltage high-power fullbridge zero-voltage-switched PWM converter," Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '90, March 11-16, 1990, Page(s): 275-284.

- [15] O.D. Patterson und D.M. Divan, "Pseudo-resonant full bridge DC/DC converter," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, Issue 4, Oct. 1991, Page(s): 671-678.
- [16] G. Hua, F.C. Lee und M.M. Jovanovic, "An improved fullbridge zero-voltage-switched PWM converter using a saturable inductor," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 8, Issue 4, Oct. 1993, Page(s): 530-534.
- [17] R. Redl, N.O. Sokal und L. Balogh, "A novel soft-switching full-bridge DC/DC converter: analysis, design considerations, and experimental results at 1.5 kW, 100 kHz," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, Issue 3, July 1991, Page(s): 408-418.
- [18] A.J. Forsyth, G.A. Ward und S.V. Mollov, "Extended fundamental frequency analysis of the LCC resonant converter," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, Issue 6, Nov., 2003, Page(s): 1286-1292.
- [19] A. Balakrishanan, W.T. Joines und T.G. Wilson, "Air-Gap Reluctance and Inductance Calculations for Magnetic Circuits Using a Schwarz-Christoffel Transformation," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 12, No. 4, July 1997, Page(s): 654-663.
- [20] P. Wallmeier, "Automatisierte Optimierung von induktiven Bauelementen für Stromrichteranwendugen," Dissertation im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Paderborn, 2001, Shaker Verlag, ISBN: 3-8265-8777-4.
- [21] J.A. Ferreira, E. Waffenschmidt, J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "Embedded capacitance in the PCB of switchmode converters," IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC '02, Vol. 1, June 23-27, 2002, Page(s): 119-123.
- [22] P.A.J. van Rensburg, J.D. van Wyk, M.F.K. Holm und J.A. Ferreira, "On the technology of planar integrated capacitiveinductive structures for hybrid power electronics," Thirty-Second IAS Annual Meeting Industry Applications Conference, IAS '97, Vol. 2, Oct. 5-9, 1997, Page(s): 1109-1114.

- [23] Lingyin Zhao und J.D. van Wyk, "Frequency-domain modeling of integrated electromagnetic power passives by a generalized two-conductor transmission structure," Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on Volume 51, Issue 11, Nov. 2004 Page(s): 2325-2337.
- [24] Lingyin Zhao und J.D. van Wyk, "The Modelling of Planar Multi-cell Integrated Reactive Components Based on Multi-conductor Generalized Transmission Structure Theory," in Proc. Conference Records of the 37th IEEE IAS Annual Meeting, Volume 3, Oct. 2002, Page(s): 1787-1794.
- [25] Lingyin Zhao, J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "A planar multicell structure for advanced integrated reactive power modules," Industry Applications, IEEE Transactions on Volume 39, Issue 6, Nov.-Dec. 2003, Page(s): 1656-1664.
- [26] J.T. Strydom, "Electromagnetic design of integrated Resonator-Transformers," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, 2001.
- [27] W.G. Hurley, E.G. Gath und J.G. Breslin, "Optimizing the AC Resistance of Multilayer Transformer Windings with Arbitrary Current Waveforms," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000, Page(s): 369-376.

Kapitel: Modell des SPR-Konverters

- [28] F. Cavalcante und J.W. Kolar, "Design of a 5kW high output voltage series-parallel resonant DC-DC converter," 34th Power Electronics Specialist Conference, Vol. 4, June 15-19, Page(s): 1807-1814.
- [29] H. Aigner, "Verfahren zum Regeln und/oder Steuern einer Schweissstromquelle mit einem Resonanzkreis," Europäische Patentschrift EP 1 251 991, 19.01.2001.
- [30] H. Pinheiro, P.K. Jain und G. Joos, "Self-sustained oscillating resonant converters operating above the resonant frequency," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, Issue 5, Sept. 1999, Page(s): 803-815.

- [31] A.F. Witulski, "Introduction to modelling of transformers and coupled inductors," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 10, Issue 3, May, 1994, Page(s): 349-357.
- [32] R.C. Roters, "Electromagnetic Devices," John Wiley & Sons, 1941.
- [33] A.F. Hoke und C.R. Sullivan, "An improved two-dimensional numerical modelling method for E-Core Transformers," 17th Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 1, March 10-14, 2002, Page(s): 151-157.
- [34] A. Balakrishnan, W.T. Joines und T.G. Wilson, "Air-Gap reluctance and induc-tance calculations for magnetic circuits using Schwarz-Christoffel Transformation," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 12, Issue 4, 1997, Page(s): 654-663.
- [35] W.G. Odendaal, "A Generic Approach for the Modelling of High Power Density Magnetic Components," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, May 1997, Page(s): 91-101.
- [36] Homepage der Firma Vacuumschmelze: www.vacuumschmelze.de, 2005
- [37] E.C. Snelling, "Soft Ferrites Properties and Application," Butterworths 1988.
- [38] T. Undeland, N. Mohan und W. Robbins, "Power Electronics: Converters, Applications and Design," John Wiley & Sons, 1995.
- [39] P. Wallmeier, "Automatisierte Optimierung von induktiven Bauelementen für Stromrichteranwendugen," Dissertation im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Paderborn, 2001, Shaker Verlag, ISBN: 3-8265-8777-4.
- [40] M. Kapust, "Numerische Optimierung von Schaltnetzteilspulen unter Berücksichtigung von Hochfrequenzeffekten," Diplomarbeit am Lehrstuhl für Leistungselektronik und elektrische Antriebstechnik des Departementes Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Paderborn, 1999.

- [41] G. Strassacker und P. Strassacker, "Analytische und numerische Methoden der Feldberechnung," B. G. Teubner, Stuttgart, 1988.
- [42] G. Strassacker und P. Strassacker, "Rotation, Divergenz und das Drumherum," B. G. Teubner, Stuttgart, 1988.
- [43] A.J. Schwab, "Begriffswelt der Feldtheorie Praxisnahe, anschauliche Einführung," Springer Verlag, Berlin/New York/Tokio, 2002.
- [44] R.L. Steigerwald, "A comparison of half-bridge resonant converter topologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, Issue: 2, April, 1988 Page(s): 174-182.
- [45] A.J. Forsyth, G.A. Ward und S.V. Mollov, "Extended fundamental frequency analysis of the LCC resonant converter," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, Issue 6, Nov., 2003, Page(s): 1286-1292.
- [46] S. Dieckerhoff, M.J. Ruan und R.W. De Doncker, "Design of an IGBT-based LCL-resonant inverter for high-frequency induction heating," Conference Record of 34th Industry Applications Conference, Vol. 3, Oct. 3-7, 1999, Page(s): 2039-2045.
- [47] A.K.S. Bhat und S.B. Dewan, "Analysis and design of a highfrequency reso-nant converter using LCC-type commutation," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol.2, No.4, 1987, Page(s): 291-300.
- [48] J.T. Strydom, "Electromagnetic design of integrated Resonator-Transformers," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, 2001.
- [49] M.C. Smit, J.A. Ferreira und J.D. van Wyk, "Application of transmission line principles to high frequency power converters," 23rd Power Electronics Specialists Conference, Vol. 2, 29 June - 3 July, 1992, Page(s): 1423-1430.
- [50] J. Biela und J.W. Kolar, "Electromagnetic integration of high power resonant circuits comprising high leakage inductance transformers," 35th Power Electronics Specialists Conference, June 20-25, 2004, Page(s): 4537-4545.

Kapitel: Integration von Induktivitäten

- [51] B. Carsten, "Magnetic Design Workshop What the Textbooks Don't Tell You," in Proc. of Power Conversion Electronics, Sept. 1995, Page(s): 177-248.
- [52] R. Prieto, J.A. Cobos, O. Garcia, P. Alou und J. Uceda, "Using parallel windings in planar magnetic components," in Proc. 32nd Annu. Power Electronics Specialists Conference, Vol. 4, June 2001, Page(s): 2055-2060.
- [53] Wang Shen, M.A. de Rooij, W.G. Odendaal, J.D. van Wyk und D. Boroyevich, "Reduction of high-frequency conduction losses using a planar litz structure," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 2, March 2005, Page(s): 261-267.
- [54] M. Meinhardt, M. Duffy, T. O'Donnell, S. O'Reilly, J. Flannery und C. O'Mathuna, "New method for integration of resonant inductor and transformerdesign, realisation, measurements," in Proc. 14th Annu. Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 2, March 1999, Page(s): 1168-1174.
- [55] J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "Electromagnetic design optimization of planar integrated power passive modules," IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Pesc '02, Vol. 2, June 23-27, Page(s): 573-578.
- [56] C. R. Sullivan und H. Jiankun, "AC resistance of planar power inductors and the quasidistributed gap technique," IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 16, Issue 4, July 2001, Page(s): 558-567.
- [57] Ferrite Polymer Composites (FPC), Epcos Ferrite Materials, www.epcos.com, 2004.
- [58] Pulververbundwerkstoff 1230, Sintermetalle Prometheus, www.smp-online.com, 2004.
- [59] Vacuumschmelze, Amorphe und nanokristalline Werkstoffe Vitroperm, http://www.vacuumschmelze.de, 2004.
- [60] Homepage Magnetics, http://www.mag-inc.com.

- [61] P. Goubrier, Y. Lembeye und J.P. Ferrieux, "Design and Characterisation of an integrated planar L-C-T Component," in Proc. Annu. EPE, 2003, Toulouse.
- [62] A. Kats, G. Ivensky und S. Ben-Yaakov, "Application of integrated magnetics in resonant converters," Twelfth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '97 Conference P roceedings 1997, Vol. 2, Feb. 23-27, 1997 Page(s): 925-930.
- [63] B.Yang, R.C. Chen und F.C. Lee, "Integrated magnetic for LLC resonant converter," in Proc. 17th Annu. Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 1, March 2002, Page(s): 346-351.
- [64] K.K. Sum, "Design und Application of matrix transformers," in Proc. Annu. High frequency power conversion, May 1990, Page(s): 160-173.
- [65] E. Alpizar, K.D.T. Ngo und J.K. Watson, "Development and Characterization of a Low-Profile Matrix, Transformer," in Proc. Annu. High frequency power conversion, May 1990, Page(s): 174-183.
- [66] E. Herbert, "Flat Matrix Transformer," U.S. Patent No. 4.665.357, May 12, 1987.
- [67] E.Herbert, http://www.eherbert.com/.

Kapitel: Parasitäre Kapazitäten im Transformator

- [68] W.T. Duerdoth, "Equivalent Capacitances of Transformer Windings," Wireless Engineer, Vol. 23, June 1946, Page(s): 161-167.
- [69] J. Koch, "Berechnung der Kapazität von Spulen, insbesondere in Schalenkernen," Valvo Berichte, Band XIV, Heft 3, 1968, Page(s): 99-119.

- [70] A. Massarini und M.K. Kazimierczuk, "Self-capacitance of inductors," Power Electronics, IEEE Transactions on, Vol. 12, Issue: 4, July 1997, Page(s): 671-676.
- [71] W. Schröder, "Berechnung der Eigenschwingungen der doppellagigen langen Spule," Archiv für Elektrotechnik, Band XI, Heft 6, 1922, Page(s): 203-229.
- [72] B. Cogitore, J.-P. Keradec und J. Barbaroux, "The two-winding transformer: an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit," Trans action on Instrumentation and Measurement, Vol. 43, Issue: 2, April, 1994, Page(s): 364-371.
- [73] E. Laveuve, J.-P. Keradec und M. Bensoam, "Electrostatic of sound components: analytical results, simulation and experimental validation of the parasitic capacitance," Conference Record of the Industry Applications Society Annual Meeting, Vol. 2, Sept. 28 - Oct. 4, 1991, Page(s): 1469-1475.
- [74] P. Wallmeier, "Automatisierte Optimierung von induktiven Bauelementen f
 ür Stromrichteranwendungen," Shaker-Verlag, Aachen, 2001, Page(s): 102-107.
- [75] L. Oestergaard, "Modelling and Simulation of the Diode Split Transformer," Dissertation, Faculty of Engineering and Science at Aalborg University, 1999, Page(s): 139-169.
- [76] H. Zuhrt, "Einfache N\"aherungsformel f\"ur die Eigenkapazit\"at mehrlagiger Spulen," Elektrotechnische Zeitschrift, Heft 27, 1934, Page(s): 662-665.
- [77] J.A. Collins, "An Accurate Method for Modelling Transformer Winding Capacitances," Industrial Electronics Conference, 1990, Page(s): 1094-1099.
- [78] E.C. Snelling, "Soft Ferrites: Properties and Applications," Butterworths, London, 1988, Page(s): 330-335.
- [79] M. Albach und J. Lauter, "The Winding Capacitance of Solid and Litz Wires," European Power Electronics Conference, EPE'97, Trondheim, Page(s): 2.001-2.005.

- [80] R. Feldtkeller, "**Theorie der Spulen und Übertrager**," S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 3. Auflage, 1958.
- [81] T. Duerbaum und G. Sauerlaender, "Energy based Capacitance Model for Magnetic Devices," Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC 2001, Volume: 1, March 4-8, Page(s): 109-115.
- [82] R. Prieto, R. Asensi, J.A. Cobos, O. Garcia und J. Uceda, "Model of the capacitive effects in magnetic components," 26th Power Electronics Specialists Conference PESC '95, Vol. 2, June 18-22, 1995, Page(s): 678-683.
- [83] N.R. Grossner und I.S. Grossner, "Transformers for Electronic Circuits," 2nd Edition, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1983.
- [84] W.M. Flanagan, "Handbook of Transformer Design & Applications," 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1993, Page(s): 10.6-10.9.
- [85] K.A. Macfadyen, "Small Transformers and Inductors," Chapman & Hall LTD, London, 1953, Page(s): 55-60.
- [86] Members of the staff of the Department of Electrical Engineering MIT, "Magnetic Circuits and Transformers," J. Wiley & Sons, New York / Chapman & Hall, London, 1944.
- [87] F. Ollendorf, "**Potentialfelder der Elektrotechnik**," Verlag von Julius Springer, Berlin, 1932, Page(s): 337-340.
- [88] T. Duerbaum, "Capacitance Model for Magnetic Devices," 31st Power Electronics Specialist Conference PESC, Vol. 3, June 18-23, 2000, Page(s): 1651-1656.
- [89] T. Duerbaum, "Layer based Capacitance Model for Magnetic Devices," Proceedings of the 8th European Conference on Power Electronics EPE'99, 1999.
- [90] F. Blache, J.-P. Keradec und B. Cogitore, "Stray capacitances of two winding transformers: equivalent circuit, measurements, calculation and lowering," Conference Record of the Industry Applications Society Annual Meeting, Vol. 2, October 2-6, 1994, Page(s): 1211-1217.

- [91] A. Schellmanns, J.-P. Keradec, J.-L. Schanen und K. Berrouche, "Representing electrical behaviour of transformers by lumped element circuits: a global physical approach," Conference Record of the 34th Industry Applications Conference, Vol. 3, October 3-7, 1999, Page(s): 2100-2107.
- [92] A. Massarini und M.K. Kazimierczuk, "Modelling the Parasitic Capacitance of Inductors," 16th Capacitor and Resistor Technology Symposium CARTS 96, 1996, March 11-15, Page(s): 78-85.
- [93] A. Massarini, M.K. Kazimierczuk und G.Gandi, "Lumped Parameter Models for Single- and Multiple-Layers Inductors ," 27th Power Electronics Specialists Conference PESC '96, Vol. 1, June 23-27, 1996, Page(s): 295-301.
- [94] M. Gehnen, "Messung und Modellierung des Schwingungsverhaltens von Leistungstransformatoren zur Beurteilung kritischer Resonanzfälle ," Shaker-Verlag, Aachen, 1994, Page(s): 9-15.
- [95] M.A. Perez, C. Blanco, M. Rico und F.F. Linera, "A new topology for high voltage, high frequency transformers," 10th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC '95, Vol. 2, Issue: 0, March 5-9, 1995, Page(s): 554-559.
- [96] W.T. McLyman, "Transformer and Inductor Design Handbook," Marcel Dekker, New York and Basel, 2004.
- [97] L.F. Casey, A.F. Goldberg und M.F. Schlecht, "Issues regarding the capacitance of 1-10 MHz transformers," 3rd Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC '88, Feb. 1-5, 1988, Page(s): 352-359.
- [98] M. Xinkui und Chen Wie, "More precise model for parasitic capacitances in high-frequency transformer," 33rd Power Electronics Specialists Conference PESC'02, Vol. 2, June 23-27, June 2002, Page(s): 1054-1057.
- [99] J. Schutz, J. Roudet und A. Schellmanns, "Transformer modelling in EMC applications," 33rd Industry Applications Conference, Vol. 2, October 12-15, 1998, Page(s): 1005-1010.

- [100] J. Leohold, "Untersuchung des Resonanzverhaltens von Transformatorwicklungen," Ph.D Thesis at the University of Hanover, 1984.
- [101] E. Buckow, "Berechnung des Verhaltens von Leistungstransformatoren bei Resonanzanregung und Möglichkeiten des Abbaus innerer Spannungsüberhöhungen," Dissertation at the Technical University of Darmstadt, 1986.
- [102] J.C. Hubbard, "On the Effect of Distributed Capacity in Single Layer Solenoids," Physical Review, Vol. 9, June, 1917, Page(s): 529-541.
- [103] Hai Yan Lu, Jian Guo Zhu und S.Y.R. Hui, "Experimental determination of stray capacitances in high frequency transformers," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 18, Issue: 5, Sept., 2003, Page(s): 1105-1112.
- [104] J.M. Prieto, A. Fernandez, J.M. Diaz, J.M. Lopera und J. Sebastian, "Influence of transformer parasitics in low-power applications," 14th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC '99, Vol. 2, March 14-18, 1999, Page(s): 1175-1180.
- [105] K. Kreß, "Untersuchungen zum elektrischen Resonanzverhalten einlagiger Luftspulen bei hohen Frequenzen," Dissertation at the technical University of Darmstadt, 1991.
- [106] A.J. Palermo, "Distributed Capacity of Single-Layer Coils," Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 22, No. 7, July, 1934 Page(s): 897-905.
- [107] G. Gandi, M.K. Kazimierczuk, A. Massarini und U. Reggiani, "Stray Capacitances of Single-Layer Solenoid Air-Core Inductors," IEEE Transaction on Industry Applications, Vol.35, No.5, 1999, Page(s): 1162-1168.
- [108] G. Grandi, M.K. Kazimierczuk, A. Massarini und U. Reggiani, "Stray capacitances of single-layer air-core inductors for high-frequency applications," Conference Record of the Industry Applications Conference IAS '96, Vol. 3, October 6-10, 1996, Page(s): 1384-1388.

- [109] R.G. Medhurst, "H.F. Resistance and Self-Capacitance of Single-Layer Solenoids," Wireless Engineer, Vol. 24, March 1947, Page(s): 80-92.
- [110] R. Körger und R. Unbehauen, "**Elektrodynamik**," B. G. Teubner, Stuttgart.

Kapitel: Modell elektromagnetisch integrierter Strukturen

- [111] E.K. Cole Ltd. und W. A. Stickley, British patent 632 501, May 1949.
- [112] R. Reeves, "Choke-capacitor hybrid as a fluorescent lamp ballast," Proc. Inst. Elect. Eng., Vol. 12, No. 10, October 1975, Page(s): 1151-1152.
- [113] M.C. Smit, J.A. Ferreira und J.D. van Wyk, "Application of transmission line principles to high frequency power converters," in Proc. 23rd Annu. Power Electronics Specialists Conference, Vol. 2, June 1992, Page(s): 1423-1430.
- [114] J.T. Strydom, "Electromagnetic Design of Integrated Resonator-Transformers," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, 2001.
- [115] M.C. Smit, J.A. Ferreira, J.D. Van Wyk und M. Ehsani, "An ultrasonic series resonant converter with integrated L-C-T," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 10, Issue 1, Jan. 1995, Page(s): 25-31.
- [116] Rengang Chen, J.D. van Wyk, S. Wang und W.G. Odendaal, "Planar electromagnetic integration technologies for integrated EMI filters," 38th IAS Annual Meeting - Conference Record of Industry Applications Conference, Vol. 3, Oct. 12-16, 2003, Page(s): 1582-1588.
- [117] I.W. Hofsajer, "On electromagnetic integration in hybrid electronic structures," D. Eng. Thesis, Industrial and Electronics Research Group, Faculty of Engineering, Rand Afrikaans University, May 1998.

- [118] J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "Electromagnetic design optimization of planar integrated power passive modules," IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Pesc '02, Vol. 2, June 23-27, Page(s): 573-578.
- [119] Lingyin Zhao und J.D. van Wyk, "Frequency-domain modeling of integrated electromagnetic power passives by a generalized two-conductor transmission structure," IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 51, Issue 11, Nov. 2004, Page(s): 2325-2337.
- [120] Lingyin Zhao, J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "A planar multicell structure for advanced integrated reactive power modules," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, Issue 6, Nov.-Dec. 2003, Page(s): 1656-1664.
- [121] Lingyin Zhao und J.D. van Wyk, "The Modelling of Planar Multi-cell Integrated Reactive Components Based on Multi-conductor Generalized Transmission Structure Theory," in Conference Records of the 37th IEEE IAS Annual Meeting, Volume 3, Oct. 2002, Page(s): 1787-1794.
- [122] S. Gevorgian, H. Berg, H. Jacobsson und T. Lewin, "Application Notes - Basic Parameters of Coplanar-Strip Waveguides on Multilayer Dielectric/ Semiconductor Subtrates, Part 1: High Permittivity Substrates", IEEE microwave magazin, June 2003, Page(s): 60-70.
- [123] H. Urkowitz, "Capacitance between thin film conductors deposit on a high-dielectric-constant substrate," Proc. IRE, Vol. 50, 1962, Page(s): 2142-2143.
- [124] S. Ramo, J.H. Whinnery und T. van Duzer, "Fields and Waves in Communication Electronics," 2nd edition, New York: Wiley, 1984.
- [125] H. Kober, "Dictionary of Conformal Representations," New York: Dover, 1957.
- [126] T.A. Driscoll und L.N. Trefethen, "Schwarz-Christoffel Mapping," Cambridge University Press 2002.

- [127] H.D. Däppen, "Die Schwarz-Christoffel-Abbildung für zweifach zusammenhängende Gebiete mit Anwendungen," Dissertation an der ETH Zürich, Bereich Mathematik, Diss. Nr. 8495, 1988.
- [128] T.K. Sarkar und R.F. Harrington, "The Electrostatic Field of Conducting Bodies in Multiple Dielectric Media," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 32, Issue 11, Nov 1984, Page(s): 1441-1448.
- [129] T.K. Sarkar, "Link Application of conjugate gradient method to electromagnetics and signal analysis," Elesevier Verlag, New York, 1991.
- [130] J.A. Brandao Faria, "Multiconductor Transmission-Line Structures - Modal Analysis Techniques," Wiley Series in Microwave and optical Engineering, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1993.
- [131] C.R. Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines," Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, John Wiley and Sons, New York, 1994.
- [132] A. Balakrishnan, W.T. Joines und T.G. Wilson, "Air-Gap Reluctance and Inductance Calculations for Magnetic Circuits Using a Schwarz-Christoffel Transformation," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 12, No. 4, July 1997, Page(s): 654-663.
- [133] T.K. Sarkar, Z.A. Maricevic, J.B. Zhang und A.R. Djordjevic, "Evaluation of excess inductance and capacitance of microstrip junctions," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, Issue 6, June 1994, Page(s): 1095-1097.
- [134] Chunfei Ye, Erping Li und Yiin Shen Gan, "Crosstalk and Reflection for Curvilinear Conductors by Utilizing a Non-Uniform Transmission Line Approach," IEEE Transaction on Advanced Packaging, Vol. 25, No. 2, May 2002, Page(s): 302-306.
- [135] Ye Chunfei und Li Erping, "Distributed capacitance and inductance of transmission lines by considering the effects

from ends and bends," Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on 21-24 May 2002, Page(s): 100-102.

- [136] L. Zhao, "Generalized Frequency Plane Model of Integrated Electromagnetic Power Passives," Ph.D. Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, May 2004.
- [137] Lingyin Zhao und J.D. van Wyk, "Windeband Modeling of Integrated Power Passive Structures: The Series Resonantor," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 19, No. 2, March 2004, Page(s): 523-530.
- [138] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig, "Taschenbuch der Mathematik," Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 2. Auflage, 1995.
- [139] W.A. Cronje, J.D. van Wyk und M.F.K. Holm, "High-Permittivity Ceramic Dielectrics for Tuning Transmission in Power Electronic Converters," in Proc.42nd Annu. Electronic Components and Technology Conference, May 1992, Page(s): 601-606.
- [140] W. Chen, X. Wang, B. Liu, W. Shang, Q. Liu und S. Chen, "Dielectric loss of BaTiO3-based high voltage ceramic capacitor under high field strength," in Proc. Int. Symposium on Electrical Insulating Materials, Sept. 1998, Page(s): 121-122.
- [141] Pyralux Flexible Composites, DuPont Electronic Materials, www.dupont.com, 2003.
- [142] J.A. Ferreira, E. Waffenschmidt, J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "Embedded capacitance in the PCB of switch mode converters," in Proc. 32nd Annu. Power Electronics Specialists Conference, Vol. 1, June 2002, Page(s): 119-123.
- [143] E. Waffenschmidt und J.A. Ferreira, "Embedded passives integrated circuits for power converters," in Proc. 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Vol. 1, June 2002.

Kapitel: Verlustberechnung

- [144] J.A. Ferreira, "Electromagnetic Modelling of Power Electronic Converters," Kluwer Academic Publisher, Boston, Dordrecht, London, 1989.
- [145] J. Lammeraner und M. Stafl, "Eddy Currents," Iliffe Books, London, 1966.
- [146] J.A. Ferreira, "Analytical computation of AC resistance of round and rectangular litz wire windings," IEE Proceedings B, Vol. 139, No. 1, January, 1992, Page(s): 21-25.
- [147] J.A. Ferreira, "Improved Analytical Modeling of Conductive Losses in Magnetic Components," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 9, No. 1, January 1994, Page(s): 127-131.
- [148] W.G. Hurley, E.G. Gath und J.G. Breslin, "Optimizing the AC Resistance of Multilayer Transformer Windings with Arbitrary Current Waveforms," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000, Page(s): 369-376.
- [149] L. M. Escribano, R. Prieto, J.A. Oliver, J.A. Cobos und J. Uceda, "Analytical model for magnetic components including self-heating effects," IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC '04, Vol. 2, June 20-25, 2004, Page(s): 867-872.
- [150] F. Robert, P. Mathys und J.P. Schauwers, "Ohmic losses calculation in SMPS transformers: numerical study of Dowell's approach accuracy," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 34, No. 4, July 1998, Page(s): 1255-1257.
- [151] F. Robert, "Eddy Current Losses: a Theoretical Discussion of Dowell's Layer Copper Factor," EPE Journal, Vol. 12, No. 3, August 2002, Page(s): 9-15.
- [152] F. Robert, P. Mathys und J.P. Schauwers,"A closed-form formula for 2D ohmic loss calculation in SMPS transformer foils," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 16, No. 3, May 2001, Page(s): 437-444.

- [153] P.L. Dowell, "Effects of eddy current in transformer windings," Proceedings IEE, Vol. 113, No. 8, August 1966, Page(s): 1387-1394.
- [154] P. Wallmeier, "Automatisierte Optimierung von induktiven Bauelementen für Stromrichteranwendugen," Dissertation im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Paderborn, 2001, Shaker Verlag, ISBN: 3-8265-8777-4.
- [155] J.T. Strydom, "Electromagnetic Design of Integrated Resonator-Transformers," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, 2001, Page(s): 63-80.
- [156] Planar Cores, Epcos Ferrite Cores, www.epcos.com, 2005.
- [157] A. Brockmeyer, "Dimensionierungswerkzeug für magnetische Bauelemente in Stromrichterschaltungen," Dissertation Institut für Stromrichtertechnik und elektrische Antriebe, RWTH Aachen, 1997.
- [158] J.-P. Keradec, "Validating the power loss model of a transformer by measurement: the price to pay," Conference Record of the Industry Applications Conference, 37th IAS Annual Meeting, Vol. 2, 13-18 October 2002, Page(s): 1377-1382.
- [159] V.A. Niemela, G. Skutt, A. Urling, Y. Chang, Th. Wilson, H. Owen und R. Wong, "Calculating the short-circuit impedance of a multiwinding transfomer from its geometry," Power Electronics Specialists Conference (PESC) 1989, Proc. IEEE, 26-29 June 1989, Vol. 2, Page(s): 607-617.
- [160] P.M. Gradzki, M. Jovanovic und F.C. Lee, "Computer-aided design for high-frequency power transformers," Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC '90), Conference Proceedings 1990, March 11-16, 1990, Page(s): 336-343.
- [161] P.S. Venkatraman, "Winding eddy current losses in switch mode power transformers due to rectangular wave currents," In Proceedings of Powercon 11, A-1, Power Concepts 1984, Page(s): 1-11.
- [162] P.M. Gradzki, "Core Loss Characterization and Design Optimization of High-Frequency Power Ferrite Devices in

Power Electronics Application," Dissertation at the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, March 1992.

- [163] A.W. Lofti, "The Electordynamics of High Frequency Magnetics in Power Electronics," Dissertation at the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, May 1993.
- [164] W. Dietrich, "Auslegung von Transformatorenwiclungen mit kleinstem Wirkwiderstand," Archiv der Elektrotechnik, ETZ-A, 86(6), 1965, Page(s): 176-181.
- [165] L. Schülting, "Optmierte Auslegung induktiver Bauelemente im Mittelfrequenzbereich," Dissertation Institut für Stromrichtertechnik und elektrische Antriebe, RWTH Aachen, 1993.
- [166] C.P. Steinmetz, "On the law of hysteresis," Proc. IEEE, Vol. 72, February 1984, Page(s): 196-221.
- [167] A. Brockmeyer, T. Dürbaum und M. Albach, "Calculating the core losses in transformers for arbitrary magnetizing currents: A comparison of different approaches.," Power Electronics Specialists Conference (PESC) 1996, Proc. IEEE, Page(s): 1463-1467.
- [168] J. Reinert, A. Brockmeyer und R.W. De Doncker, "Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation.," Industry Applications, IEEE Transactions on Volume 37, Issue 4, July-Aug. 2001, Page(s): 1055-1061.
- [169] Li Jieli, T. Abdallah und C.R. Sullivan, "Calculating the core losses in transformers for arbitrary magnetizing currents: A comparison of different approaches.," Conference Record of the Thirty-Sixth IAS Annual Meeting / IEEE Industry Applications Conference IAS'2001, Volume 4, 30 Sept. - 4 Oct., 2001, Page(s): 2203-2210.

Kapitel: Integrierte Prototypen

[170] G.R. Skutt und P.S. Venkatraman, "Analysis and measurement of high-frequency effects in high-current transformers," Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC '90), Conference Proceedings 1990, March 11-16, 1990, Page(s): 354-364.

- [171] R. Prieto, J.A. Cobos, O. Garcia, P. Alou und J. Uceda, "Using parallel windings in planar magnetic components," in Proc. 32nd Annu. Power Electronics Specialists Conference, Vol. 4, June 2001, Page(s): 2055-2060.
- [172] Wang Shen, M.A. de Rooij, W.G. Odendaal, J.D. van Wyk und D. Boroyevich, "Reduction of high-frequency conduction losses using a planar litz structure," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 2, March 2005, Page(s): 261-267.

Kapitel: Optimierung des Konvertersystems

- [173] P. Wallmeier, "Automatisierte Optimierung von induktiven Bauelementen für Stromrichteranwendugen," Dissertation im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Paderborn, 2001, Shaker Verlag, ISBN: 3-8265-8777-4.
- [174] T. Katane, H. Nohgi und Y. Sakaki, "Optimum core dimensions of transformer for switching power supplies," 25th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC '94, June 20-25, 1994 Page(s): 24-28.
- [175] W.G. Hurley, W. H. Wolfle und J.G. Breslin, "Optimized transformer design: inclusive of high-frequency effects," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, Issue 4, July 1998, Page(s): 651-659.
- [176] R. Petkov, "Optimum design of a high-power, highfrequency transformer," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 11, Issue 1, Jan. 1996, Page(s): 33-42.
- [177] U. Kirchenberger, M. Marx und D. Schroder, "A contribution to the design optimization of resonant inductors for high power resonant DC-DC converters," Conference Record of the Industry Applications Society Annual Meeting, Oct. 4-9, 1992, Page(s): 994-1001.

- [178] K.W.E. Cheng und P.D. Evans, "Optimisation of high frequency inductor design of series resonant converter," 23rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC '92, June 29 - July 3, 1992, Page(s): 1416-1422.
- [179] J.T. Strydom und J.D. van Wyk, "Electromagnetic design optimization of planar integrated power passive modules," IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Pesc '02, Vol. 2, June 23-27, 2002, Page(s): 573-578.
- [180] M. Gerber, J.A. Ferreira, I. W. Hofsajer und N. Seliger, "A volumetric optimization of a low pass filter," Thirty-Sixth IAS Annual Industry Applications Conference, Vol. 4, Sept. 30 - Oct. 4, 2001, Page(s): 2224-2231.
- [181] H. Kragh, F. Blaabjerg und J.K. Pedersen, "An advanced tool for optimised design of power electronic circuits," Thirty-Third IAS Annual Industry Applications Conference, Vol. 2, Oct. 12-15, 1998, Page(s): 991-998.
- [182] A.W. Lotfi, Q. Chen und F.C. Lee, "Nonlinear optimisation tool for the full-bridge zero-voltage-switched DC-DC convertor," Electric Power Applications, IEE Proceedings B, Vol. 140, Issue 5, Sept. 1993, Page(s): 289-296.
- [183] R.B. Ridley, C. Zhou und F.C.Y. Lee, "Application of nonlinear design optimization for power converter components," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 5, Issue 1, Jan. 1990, Page(s): 29-40.
- [184] S. Busquets-Monge, C. Crebier, S. Ragon, E. Hertz, J. Wei, J. Zhang, D. Boroyevich, Z. Gurda, P.K. Lindner und A. Arpilliere, "Optimization techniques applied to the design of a boost power factor correction converter," 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC. '01, Vol. 2, June 17-27, 2001, Page(s): 920-925.
- [185] S. Busquets-Monge, J.C. Crebier, S. Ragon, E. Hertz, D. Boroyevich, Z. Gurdal, M. Arpilliere und D. K. Lindner, "Design of a boost power factor correction converter using optimization techniques," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 19, Issue 6, Nov. 2004, Page(s): 1388-1396.

- [186] C. Larouci, J.P. Didier, A. Aldebert, O. Bouquet, A. Prost und J. Vauchel, "Optimal design of a synchronous DC-DC converter using analytical models and a dedicated optimization tool," The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON '03, Vol. 2, Nov. 2-6, 2003, Page(s): 1623-1628.
- [187] T.C. Neugebauer und D.J. Perreault, "Computer-aided optimization of DC/DC converters for automotive applications," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, Issue 3, May 2003, Page(s): 775-783.
- [188] R.L. Steigerwald, "A comparison of half-bridge resonant converter topologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, Issue: 2, April, 1988, Page(s): 174-182.
- [189] Planar Cores, Epcos Ferrite Cores, www.epcos.com, 2005.
- [190] http://www.advancedpower.com.
- [191] H. Aigner, "Verfahren zum Regeln und/oder Steuern einer Schweissstromquelle mit einem Resonanzkreis," Europäische Patentschrift EP 1 251 991, 19.01.2001.
- [192] U. Drofenik, G. Laimer und J.W. Kolar, "Theoretical Converter Power Density Limits for Forced Convection Cooling," Proceedings of the International PCIM Europe 2005 Conference, Nuremberg, Germany, June 7-9, Page(s): 608-619.
- [193] A. van den Bossche und V.C. Valchev, "Inductors and Transformers for Power Electronics," CRC Taylor & Francis Group, London, New York, 2005.
- [194] A. Brockmeyer, "Dimensionierungswerkzeug für magnetische Bauelemente in Stromrichterschaltungen," Dissertation Institut für Stromrichtertechnik und elektrische Antriebe, RWTH Aachen, 1997.
- [195] W.G. Odendaal und J.A. Ferreira, "A thermal model for highfrequency magnetic components," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, Issue 4, July-Aug, 1999, Page(s): 924-931.

- [196] E.C. Snelling, "Soft Ferrites Properties and Application," Butterworths 1988.
- [197] L.M. Escribano, R. Prieto, J.A. Cobos und J. Uceda, "Thermal modeling for magnetic components: a survey," Escribano, IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the] Volume 2, 5-8 Nov. 2002, Page(s): 1336-1341.
- [198] Verein Deutscher Ingineure, "**VDI-Wärmeatlas**," Springer Verlag, 1997.
- [199] H.Y. Wong, "Heat Transfer for Engineers," Longmann 1977.
- [200] M. Jackob, "**Heat Transfer**," John Wiley & Sons, New York, London 1949.
- [201] L. Bergmann und C. Schäfer, "Lehrbuch der Experimantalphysik Band 1 - Mechanik Akustik Wärme," de Gruyter-Verlag, Berlin, New York, 10. Auflage, 1990.
- [202] Elektrolytkondensatoren www.epcos.com.
- [203] Elektrolytkondensatoren www.panasonic.com.
- [204] DC-DC-Wandler www.power-one.com.
- [205] DC-DC-Wandler www.vicr.com.
- [206] Gate-Treiber Baustein www.Ixys.com.
- [207] Lüfter www.sanyodb.colle.co.jp.
- [208] J.D. Pinter, "Global Optimization in Action," Kluwer Academics Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1996.
- [209] Bronstein, Semendjajew, Musiol und Mühlig, "Taschenbuch der Mathematik," Verlag Harry Deutsch, Thun/Frankfurt am Main, 1995.
- [210] C. Hafner, "Numerische Optimierung Optimierung für Ingenieure," Skript zur Vorlesung "Ausgewählte Optimierungsverfahren für Ingenieure".
- [211] H.J. Bartsch, "Taschenbuch mathematischer Formeln," Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München/Wien, 1997.

- [212] G.M. Philips, "Interpolation and Approximations by Polynomials," Springer Verlag, New York/Berlin, 2003.
- [213] H. Prautzsch, W. Boehm und M. Paluszny, "Bezier and B-Spline Techniques," Springer Verlag, New York/Berlin, 2002.
- [214] Homepage: Cornell Dubilier http://www.cde.com.
- [215] Homepage: Novacap http://www.novacap.com.
- [216] Thermisch hoch leitfähiges Graphite-Band. Panasonic Industries: http://industrial.panasonic.com.
- [217] M. Gerber, J.A. Ferreira, I.W. Hofsajer und N. Seliger, "A highdensity heat-sink-mounted inductor for automotive applications," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 40, Issue 4, July-Aug. 2004, Page(s): 1031-1038.

Kapitel: Integrierte EMV-Filter

- [218] J.T. Strydom, "Electromagnetic Design of Integrated Resonator-Transformers," Ph.D. Thesis, Rand Afrikaans University, South Africa, 2001.
- [219] J.D. van Wyk, F.C. Lee, Z Liang, R. Chen, S. Wang und B. Lu, " Integrating Active, Passive and EMI-Filter Functions in Power Electronic System: A Case Study of Some Technologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 3, May 2005, Page(s): 523-536.
- [220] E. Waffenschmidt, B. Ackermann und J.A Ferreira, "Design method and material technologies for passives in printed circuit Board Embedded circuits," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 3, May 2005, Page(s): 576-584.
- [221] R. Chen, J.D. van Wyk, S. Wang nd W. G. Odendaal, "Improving the Characteristics of Integrated EMI Filters by Embedded Conductive Layers," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 3, May 2005, Page(s): 611-619.

- [222] T. Farkas und M.F. Schlecht, "Viability of Active EMI Filters for Utility Applications," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 9, Issue 3, May 1994, Page(s): 328-337.
- [223] L. Lawhite und M.F. Schlecht, "Design of Active Ripple Filters for Power Circuits Operating in the 1-10MHz Range," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, Issue 3, July 1988, Page(s): 310-317.
- [224] T.C. Neugebauer und D.J. Perrault, "Filters With Inductance Cancellation Using Printed Circuit Board Transformers," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 19, Issue 3, May 2004, Page(s): 591-602.
- [225] T.C. Neugebauer und D.J. Perrault, "Parasitic Capacitance Cancellation in Filter Inductors," 35th IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'04, Aachen, Germany, June 2004, Page(s): 3102-3107.
- [226] M.J. Nave, "A Novel Differential Mode Rejection Network for Conducted Emissions Diagnostics," IEEE 1989 National Symposium on Electromagnetic Compatibility, Denver, USA, 23-25 May, 1989, Page(s): 223-227.
- [227] M.L. Heldwein, T. Nussbaumer, F. Beck und J.W. Kolar, "Novel Three-Phase CM/DM Conducted Emissions Separator," Proceedings of the 20th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Austin (Texas), USA, March 6-10, Vol. 2, 2005, Page(s): 797-802.
- [228] T. Nussbaumer, M.L. Heldwein und J.W. Kolar, "Differential Mode EMC Input Filter Design for a Three-Phase Buck-Type Unity Power Factor PWM Rectifier," Proceedings of the 4th International Power Electronics and Motion Control Conference, Xian, China, Aug. 14 - 16, Vol. 3, 2004, Page(s): 1521-1526.
- [229] L. Oestergaard, "Modelling and Simulation of the Diode Split Transformer," Dissertation, Faculty of Engineering and Science at Aalborg University, 1999, Page(s): 139-169.
- [230] J. Biela und J.W. Kolar, "Using Transformer Parasitics for Resonant Converters - A Review of the Calculation of the

Stray Capacitance of Transformers," Conference Record of the 2005 IEEE Industry Applications Conference 40th IAS Annual Meeting, Hong Kong, China, Oct. 2-6.

[231] M.L. Heldwein, H. Ertl, J. Biela und J.W. Kolar, "Implementation of a Transformer-Less Common Mode Active Filter for Off-line Converter Systems," Proceedings of the 21th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Dallas (Texas), USA, March 19-23, 2006.
Lebenslauf

Name	Jürgen Biela
Geburtsdatum	12. Juli 1974
Geburtsort	Dinkelsbühl (Bayern)
Familienstand	ledig
Staatsangehörigkeit	deutsch
Schulbildung	1981 bis 1986 Grundschule Feuchtwangen 1986 bis 1994 Gymnasium Feuchtwangen
Wehrdienst	1994 bis 1995 als Fernmeldeelektroniker
Studium	1995 bis 2000 Studium der Elektrotechnik, Friedrich-Alexander Universität, Erlangen
	4/1997Praktikum bei VT Verpackungstechnik GmbH
	8/1999 bis 9/1999 Praktikum bei Siemens A&D, Motion Control
	10/1999 bis 3/2000 Studienarbeit an der University of Strathclyde, Schottland
	4/2000bis $10/2000$ Diplomarbeit an der Technischen Universität, München
Berufspraxis	1/2000 bis 7/2002 Entwicklungsingenieur in der Vorfeldentwicklung für elektrische Antriebe, Siemens AG
Doktorat	8/2002 bis 12/2005 Promotions studium Power Electronics System Laboratory (PES), ETH Zürich